ویرایش هشتم سال ۲۰۰۸

مبانی فیزیک

جلد دوم: الکتریسیته و مغناطیس

دیوید هالیدی - رابرت رزنیک - جرل واکر



هدف

مایهٔ سرگرمی و چالشی بزرگ. این چیزی بود که وقتی یکی از دانشجویانم در دروهٔ کارشناسی ناگهان از من پرسید "در زندگی خود با اینها چه کار می‌توانم انجام دهم؟" به ذهنم خطور کرد. البته بلافاصله جواب دادم که این همهٔ آن چیزهایی است که می‌توان در زندگی خود انجام دهی – فیزیک این است.

او مثالی از من پرسید. هرچه فکر کردن نتوانستم خود را به یک مثال قانع کنم. تا این که *سیرک پرندهٔ فیزیک* را هم برای او و هم برای خودم به وجود آوردم چون فهمیدم خواستهٔ او خواستهٔ من نیز هست. شش سال چندین کتاب درسی فیزیک را مرور کردم که با برنامه‌های آموزشی خیلی خوبی نوشته شده بودند ولی هرکدام چیزی کم داشتند. فیزیک جالب‌توجه‌ترین موضوع در جهان است چون دربارهٔ چگونگی کار جهان است، ولی هنوز کتابهای درسی از ارتباط با جهان واقعی دور مانده‌اند و سرگرمی گم شده است.

موارد زیادی از فیزیک جهان واقعی را در این کتاب HRW (هالیدی، رزنیک، واکر) آورده‌ام که به صورت *سیرک پرندهٔ فیزیک* در ویرایش جدید آمده است. بسیاری از این مطالب از تدریس HRW حاصل شده است، که می‌توانستم از چهره‌ها و اظهارنظرهای بی‌پرده قضاوت کنم که کدام مطالب ارائه شده به کار می‌آیند و کدامها نمی‌آیند. یادداشت‌های من دربارهٔ موفقیت و عدم موفقیت پایهٔ اصلی این کتاب را تشکیل می‌دهند و پیغام من در اینجا به هر دانشجویی این است که: بلی شما می‌توانید از مفاهیم فیزیک پایه تمام نتیجه‌گیریهای معتبر دربارهٔ جهان واقعی را استدلال کنید و متوجه شوید که جهان واقعی در جایی است که سرگرمی هم وجود دارد.

من از نوشتن این کتاب هدفهای زیادی دارم اما برجسته‌ترین آنها این است که به مدرسان آن ابزاری بدهم که با آن به دانشجویان بیاموزند که چگونه به طور اثر بخش مطالب علمی را بخوانند، مفاهیم بنیادی را شناسایی کنند، برای پرسشهای علمی دلیل بیاورند و مسائل عددی را حل کنند. این فرایند برای دانشجویان یا مدرسان آسان نیست. در واقع درس مربوط به این کتاب می‌تواند یکی از چالش برانگیزترین درسهایی باشد که دانشجو آن را انتخاب کرده است. البته این می‌تواند یک پاداش بزرگ نیز باشد، چون گردش بنیادین جهان را آشکار می‌کند که از آن همهٔ کاربردهای علمی و مهندسی سرچشمه می‌گیرد.

بسیاری از استفاده کنندگان ویرایش هفتم (هم مدرسان و هم دانشجویان) نکته‌ها و پیشنهادهایی جهت اصلاح کتاب ارسال کرده‌اند. این اصلاحها اکنون در متن و مسئله‌ها در سراسر کتاب اعمال شده‌اند. انتشارات جان وایلی و پسران و من این کتاب را به عنوان طرحی رو به پیشرفت تلقی می‌کنیم و به مواردی که از سوی استفاده کنندگان آن دریافت می‌شود دلگرم می‌شویم. می‌توانید پیشنهادها، اصلاحیه‌ها و نظرهای مثبت یا منفی خود را به جان‌وایلی و پسران http:www.wiley.com/college/halliday یا پست الکترونیکی Physics@wiley.com یا www.flying circus-ofphysics.com ارسال کنید. ممکن است نتوان به همه پیشنهادها پاسخ داد ولی همهٔ آنها را مطالعه و حفظ می‌کنیم.

موارد تغییر یافتهٔ مهم

- به چند طریق مطلب سیرک پرنده در متن آمده است: معماگونه‌های آغازین فصل، مسائل نمونه، مثالهای متن و مسئله‌های پایان فصل. هدف آن دوگانه است: (۱) موضوع را جالبتر و ترغیب کننده‌تر سازد، (۲) به دانشجو نشان دهد که جهان اطراف آنها با استفاده از مبانی اصول فیزیک می‌تواند بررسی و درک شود.
- ارتباط به *سیرک پرندهٔ فیزیک* در سراسر مطالب متن و در مسائل انتهای فصل با علامت هواپیمای دو باله نشان داده شده است. در نسخهٔ الکترونیکی این کتاب با کلیک روی این علامت شما در موضوع متناظر با *سیرک پرنده* قرار خواهید گرفت. (کتابنامهٔ سیرک پرنده با بیش از ۱۰۰۰۰ مرجع مجله‌های علمی و مهندسی در www.flying circus of physics یافت می‌شود.)
- قانون گرانش نیوتون، قانون کولن و قانون بیوساوار در نماد برداری معرفی شده‌اند.
- بسیاری از معماگونه‌های آغاز فصل (مثالهای فیزیک کاربردی که جهت جلب توجه خواننده در هر فصلی طراحی شده است) جدید هستند و از مجله‌های پژوهشی در زمینه‌های گوناگون گردآوری شده‌اند.
- چندصد مسئله انتهای فصل جهت بالا بردن ارائه و پاسخ دوباره نویسی شده‌اند. تعدادی مسئله جدید با طبقه بندی مناسب و دشوار اضافه شده‌اند.

ویژگیهای فصلها

معماگونه‌های آغازین. هر فصل با معماگونهٔ شگفت‌انگیزی آغاز و در خلال فصل توضیح داده می‌شود تا دانشجو را برای مطالعهٔ فصل ترغیب کند. این بخشها که مشخصهٔ *مبانی فیزیک* هستند مبتنی بر پژوهشهای جاری است که در مجله‌های علمی، مهندسی، پزشکی و حقوقی گزارش شده‌اند.

فیزیک چیست؟ توصیفی از هر فصل است که با این پرسش و با پاسخی مرتبط با موضوع فصل آغاز می‌شود (یک وقت لوله‌کشی از من پرسید «برای زندگی چه می‌کنید؟» جواب دادم «من فیزیک درس می‌دهم» او چند دقیقه فکر کرد و سپس پرسید «فیزیک چیست؟» حرفهٔ لوله‌کش کاملاً مبتنی بر فیزیک است ولی او دربارهٔ فیزیک چیزی نمی‌دانست. بسیاری از دانشجویان در فیزیک مقدماتی نمی‌دانند فیزیک چیست و تصور می‌کنند که به حرفهٔ انتخابی آنها ربطی ندارد.)

نکته‌های وارسی[1] نقطه‌های توقفی هستند که به طور اثرگذاری از دانشجویان می‌پرسند که «آیا این پرسش را با دلایل مبتنی بر توصیف یا مسئله نمونه‌ای که خوانده‌ای می‌توانی پاسخ دهی؟ «اگر نه بهتر است دانشجو پیش از اینکه در فصل جلوتر برود به مطالب قبلی برگردد. برای مثال نکتهٔ وارسی ۱ در فصل ۴ و نکتهٔ وارسی ۲ در فصل ۱۱ را ببینید. *پاسخ تمام نکته‌های وارسی در پایان کتاب داده شده است.*

مسئله‌های نمونه انتخاب شده‌اند تا نشان داده شود که چگونه می‌توان مسئله‌ها را به جای عددگذاری سریع در معادله و بدون

1. Check Point

توجه به معانی معادله، به طور استدلالی حل کرد. مسئله‌های نمونه با علامت «مهارت خود را تقویت کنید» نوعاً طولانی و با راهنمایی بیشتر هستند.
نکته‌های کلیدی در مسئله‌های نمونه دانشجو را بر مفاهیم اصلی و ریشه‌ای پاسخ به مسئله‌ای متمرکز می‌کند. در اصل این نکته‌های کلیدی می‌گویند، «پاسخ خود را با استفاده از این مفهوم اصلی شروع می‌کنیم، روشی که ما را برای حل بسیاری از مسائل دیگر آماده می‌کند. با روشی که در آن با عددگذاری سریع در معادله‌ای همراه است شروع نمی‌کنیم، این روشی است که چیزی در پی ندارد».
تدبیرهای حل مسئله شامل راهکارهای مفید جهت راهنمایی دانشجویان مبتدی فیزیک است که چگونگی حل مسئله‌ها و پرهیز از خطاهای متداول را می‌آموزد.

بازنگری و خلاصه خلاصه‌ای از محتوای هر فصل را ترسیم می‌کند که حاوی مفاهیم اساسی است ولی نمی‌تواند جایگزین مطالعهٔ فصل شود.
پرسشها شبیه به نکته‌های وارسی‌اند و به جای محاسبه مستلزم تعقل و درک هستند. **پاسخ پرسشهای فرد در پایان کتاب داده شده است.**
مسئله‌ها در زیر عنوانهای بخش به ترتیب سخت بودن طبقه بندی شده‌اند. **پاسخ مسئله‌های فرد در پایان کتاب آمده است.**
علامتهایی جهت کمک بیشتر. وقتی پاسخهایی به صورت چاپی یا الکترونیکی جهت مسئله‌های فرد به دست داده شد، مطالبی دربارهٔ این مسائل وجود دارد که با این علامتها محل پاسخها به دانشجو و مدرس نشان داده می‌شوند. راهنمای علامت در آغاز هر مجموعه‌ای از مسایل به صورت زیر داده شده است:
مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس)
SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها
WWW: پاسخ در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.
ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.
••• تعداد نقطه‌ها میزان دشواری مسئله را نشان می‌دهد.
اطلاعات اضافی در سیرک پرندهٔ فیزیک و در www.flying circusof physics.com قابل دسترس است.

مسئله‌های اضافی

این مسئله‌ها به صورت معینی ترتیب نیافته‌اند به طوری که دانشجو باید مشخص کند کدام بخشها از فصل به آنها مربوط‌اند.

ویژگیهای اضافی

استدلال به جای عدد گذاری[1] نخستین هدف این کتاب آموزش استدلال همراه با موقعیتهای چالش برانگیز به دانشجویان از طریق اصول بنیادی در یک راه حل است. هر چند که در برخی مسئله های این کتاب عدد گذاری لازم است ولی (هدف اصلی) در اغلب مسئله‌ها بر استدلال تأکید دارد.

فصلها با حجمی منطقی. *برای جلوگیری از بیشتر شدن قطر کتاب که می تواند باعث توقف گلوله‌ای شود (و همین‌طور دانشجو) حجم فصلها را معقول در نظر گرفته‌ایم. مطالب به اندازه‌ای توضیح داده شده است که دانشجو حرکت را آغاز کند ولی نه به اندازه‌ای که دانشجو نتواند دیدگاهها را تحلیل و به هم پیوند دهد. سخن آخر اینکه دانشجو پس از مطالعهٔ این کتاب و گذراندن درس مربوط به آن نیاز به مهارت تحلیل و پیوند دیدگاهها را پیدا خواهد کرد.*
استفاده از ماشین حسابهای با قابلیت برداری. وقتی محاسبه‌های برداری در مسئلهٔ نمونه‌ای به طور مستقیم در نمایشگر ماشین حساب با قابلیت برداری انجام شد، پاسخ مسئلهٔ نمونهٔ آن واقعیت را مشخص می‌کند ولی هنوز جای تحلیل به شیوهٔ سنتی مؤلفه‌ای وجود دارد. هرگاه محاسبه‌های برداری به طور مستقیم روی نمایشگر انجام نگیرند، علت آن از طریق راه حل معلوم می‌شود.
نمودارها به عنوان برانگیزندهٔ اندیشه. اینها مسئله‌هایی هستند که نمودار دارند و در مورد نتیجه‌ای سؤال می‌کنند که مستلزم اطلاعات خیلی بیشتری از مطالعهٔ مربوط به اطلاعات یک نقطه از نمودار است. در اینجا، راه حل مستلزم درکی از وضعیت فیزیکی در مسئله و اصولی است که در پس معادله‌های مربوطه وجود دارند. این مسئله‌ها خیلی شبیه به معماهای شرلوک هلمز[2] هستند چون یک دانشجو حتماً باید تصمیم بگیرد که کدام اطلاعات مهم هستند. به عنوان مثال، مسئلهٔ ۳۸ در فصل ۴، مسئلهٔ ۸ در فصل ۱ و مسئلهٔ ۲۱ در فصل ۹ را ببینید.
مسئله‌های فیزیک کاربردی بر اساس پژوهشهای منتشر شده آورده شده‌اند که در آغاز معماگونهٔ فصل، در یک مسئلهٔ نمونه یا در مسئلهٔ تکلیفی قرار داده شده‌اند. به عنوان مثال آغاز فصل ۹ ، مسئلهٔ نمونهٔ ۲ تا ۸ در فصل ۲ و مسئلهٔ تکلیفی ۳۰ در فصل ۹ از این نمونه‌ها هستند. در مورد مثالی از مسئله‌ها که داستان ادامه داری را تشکیل می‌دهد به مسئله‌های ۴، ۳۵ و ۵۳ در فصل ۶ نگاه کنید.

مسئله‌های داستانی

مسئله ۵۷ در فصل ۵ که مربوط به تمام شدن سوخت پرواز شمارهٔ ۱۴۳ هواپیمایی کانادا در ارتفاع ۷/۹ km است و بی توجهی خدمه به یکای سوخت را نشان می‌دهد یکی از صدها داستان واقعی از این قبیل است (درس بزرگی برای دانشجویانی که یکاها را در نظر نمی‌گیرند.)

مکملهای دانشجویان

سایت دانشجویی. این سایت عبارت است از http://www.wiley.com/college/halliday که برای مبانی فیزیک ویرایش هشتم طراحی شده و دانشجویان را در مطالعه فیزیک کمک می‌کند.
این سایت شامل پاسخهایی برای مسایل انتخابی پایان فصل (که در متن با علامت www مشخص شده است)؛ خودآزمایی کوتاه؛ شبیه‌سازی تمرینها، راهنمایی دربارهٔ استفاده بهتر از ماشین حساب برنامه پذیر؛ و یادگیری تعاملی است.

1. reasoning versus plug-and-chug

2. Sherlock Holmes

سپاسگزاری

افراد بزرگی در تهیه این کتاب سهیم بوده‌اند. جی.ریچارد کریستمن[1] از مدرسه عالی حفاظت ساحلی مکملهای بسیار خوبی به این کتاب افزوده است. کارهای او در مورد این کتاب بسیار با ارزش است. سن-بن لیاو[2] از آموزشگاه علمی لارنس لیورمور، جیمز وایتنتون[3] از دانشگاه ایالتی پلی تکنیک جنوبی و جری شی[4] از کالج پاسادنا کار عظیمی را برای حل مسئله‌های کتاب انجام داده‌اند. در انتشارات جان وایلی، استارت جانسون پشتیبان کتاب بود ویراستاری که کل پروژه را مرور کرد. تام کولسا[5] کسی که براساس فنون شناخته شده روز بسته‌های نرم‌افزاری را هماهنگی کرد، و جرالدین اسناتو[6] کسی که ابداع بسته‌های مکمل را مدیریت کرد. از الیزابت سواین[7] مدیر تولید که مسؤلیت همه بخشهای کتاب و راهنمایی ما را در فرایند پیچیدهٔ تولید برعهده داشته است سپاسگذاریم. تشکر خود را از مادی لِژور[8] به خاطر طراحی متن و جلد کتاب؛ لی گداشتاین[9] برای صفحه آرایی، هلن والدن[10] به خاطر ویرایش نسخه؛ آنا ملهورن[11] به خاطر مدیریت شکلها؛ و لیلین برادی[12] به خاطر نمونه خوانی ابراز می‌کنیم. هیلاری نیومن[13] در جستجوی عکسهای فوق العاده جالب و الهام بخش بوده است. انتشارات جان وایلی و پسران و جرل واکر، به خاطر تذکرات و ایده‌های این اشخاص در ویرایش هشتم سپاسگذار هستند: ریچارد ودارد[14] از دانشگاه فلوریدا؛ دیوید ویک[15] از دانشگاه کلارسون؛ پاتریک راپ[16] از دانشگاه پورتوریکو در مایاگوئز، نوراتورنبر[17] از کالج راریتان والی؛ لورنس. آی. گولد[18] هارت فورد؛ گریگ چیلدرز[19] از دانشگاه ایالتی کالیفرنیا در فولرتون؛ آشا خاکپور[20] از دانشگاه ایالتی کالیفرنیا در فولرتون؛ جو. اف. مک کولوف[21]، از کالج کالبریلو. در پایان با سپاس از بازنگری کنندگان بیرونی، که نظرات مهم خود را ارائه کرده‌اند، مراتب قدردانی خود را برای تک تک اعضای آن گروه ابراز می‌داریم:

1. J. Richard Christman
2. Sen-Ben Liao
3. James Whitenton
4. Jerry shi
5. Tom Kulesa
6. Geraldine Osnato
7. Elizabeth Swain
8. Maddy Lesure
9. Lee Goldstein
10. Helen Walden
11. Anna Melhorn
12. Lilian Brady
13. Hilary Newman
14. Richard Woodard
15. David Wikk
16. Patrick Rapp
17. NoraThornber
18. Laurence I. Gould
19. Garg Childers
20. Asha Khakpour
21. Joe F.MC Cullough

Maris A. Abolins
Michigan State University

Edward Adelson
Ohio State University

Barbara Andereck
Ohio Wasleyan University

Mark Arnett
Kirkwood Community College

Arun Bansil
Northeastern University

Albert Bartlett
University of Colorade

Michael E. Browne
University of Idaho

Timothy J. Burns
Leeward Community College

Joseph Buschi
Manhattan College

Philip A. Casabella
Rensselaer Polytechnic Institute

Randall Caton
Christopher Newport College

J. Richard Christman
U.S. Coast Guard Academy

Roger Clapp
University of South Florida

W. R. Conkie
Queen's University

Mike Crivello
San Diego State University

Peter Crooker
University of Hawaii at Manoa

William P. Crummett
Montana College of Mineral Science and Technology

Robert N. Davie, Jr
St. Petersburg Junior College

Cheryl K. Dellai
Glendale Community College

Eric R. Dietz
California State University at Chico

N. John DiNardo
Drexel University

Eugene Dunnam
University of Florida

Robert Endorf
University of Cincinnati

F. Paul Esposito
University of Cincinnati

Jerry Finkelstein
San Jose State University

Alexander Firestone
Iowa State University

Alexander Gardner
Howard University

Andrew L. Gardner
Brigham Young University

John Gieniec
Central Missouri State University

Robert H. Good
California State University Hayward

John B. Gruber
San Jose State University

Ann Hanks
American River College

Randy Harris
University of California- Davis

Samuel Harris
Purdue University

Harold B. Hart
Western Illinois University

Rebecca Hartzler
Edmonds Community College

Emily Haught
Georgia Institute of Technology

Laurent Hodges
Iowa State University

John Hubisz
North Carolina State University

Joey Huston
Michigan State University

Darrell Huwe
Ohio University

Shawn Jackson
University of Tulsa

Hector Jimenez
University of Puerto Rico

Sudhakar B. Joshi
York University

Claude Kacser
University of Maryland

Leonard M. Kahn
University of Rhode Island

Leonard Kleinman
University of Texas at Austin

Earl Kooler
Stevens Institute of Technology

Arthur Z. Kovacs
Rochester Institute of Technology

Kenneth Krane
Oregon State University

Sol Krasner
University of Illinois at Chicago

Yuichi Kubota
Cornell University

Priscilla Laws
Dickinson College

Edbertho Leal
Polytechnic University of Puerto Rico

Peter Loly
University of Manitoba

Dale Long
Virginia Tech

Andreas Mandelis
University of Toronto

Robert R. Marchini
Memphis State University

David Markowitz
University of Connecticut

Paul Marquard
Caspar College

Howard C. McAllister
University of Hawaii at Manoa

W. Scott McCullough
Oklahoma State University

James H. McGuire
Tulane University

David M. McKinstry
Eastern Washington University

Joe P. Meyer
Georgia Institute of Technology

Roy Middleton
University of Pennsylvania

Irvin A. Miller
Drexel University

Eugene Mosca
United States Naval Academy

James Napolitano
Rensselaer Polytechnic Institute

Michael O'Shea
Kansas State University

Patrick Papin
San Diego State University

George Parker
North Carolina State University

Robert Pelcovits
Brown University

Des Penny
Southern Utah University

Oren P. Quist
South Dakota State University

Joa Redish
University of Maryland

Jonathan Reichart
SUNY- Buffalo

Timothy M. Ritter
University of North Carolina at Pembroke

Gerardo A. Rodriguez
Skidmore College

John Rosendahl
University of California at Irvine

Michael Schatz
Georgia Institute of Technology

Manuel Schwartz
University of Louisville

Darrell Seeley
Milwaukee School of Engineering

Bruce Arne Sherwood
Carnegie Mellon University

John Spangler
St. Norbert College

Ross L. Spencer
Brigham Young University

Harold Stokes
Brigham Young University

Michael G. Strauss
University of Oklahoma

Jay D. Strieb
Villanova University

Dan Styer
Oberlin College

Marshall Thomsen
Eastern michigan University

Fred F. Tomblin
New Jersey Institute of Technology

David Toot
Alfred University

J. S. Turner
University of Texas at Austin

T. S. Venkataraman
Drexel University

Gianfranco Vidali
Syracuse University

Fred Wang
Prairie View A & M

Robert C. Webb
Texas A & M University

B. R. Weinberger
Trinity College

William M. Whelan
Ryerson Polytechnic University

George Williams
University of Utah

David Wolfe
University of New Mexico

William Zimmerman, Jr
University of Minnesota

فهرست

فصل ۲۵

فصل ۲۶

فصل ۲۷

فصل ۲۸

فصل ۲۹

پیوستها

۱۷ بار الکتریکی



کارکنان بیمارستان برای اجتناب از آلودگی میکروبی کارهای ویژه‌ای انجام می‌دهند، سطحها را تمیز می‌کنند، ماسک روی دهان می‌گذارند، پیش از آنکه دستکش به دست کنند، دستهایشان را به دقت می‌شویند، و وسایل را در دمای بالا و حمام الکل ضدعفونی می‌کنند. ولی هنوز منابع نامحسوسی از میکروبها وجود دارند که احتمالاً در این عکس هم هستند.

آیا می‌توانید منبع میکروبی را پیدا کنید؟

پاسخ در همین فصل.

۱۷-۱ فیزیک چیست؟

شما در احاطهٔ وسیله‌هایی هستید که به فیزیک الکترومغناطیس که ترکیبی از پدیده‌های الکتریکی و مغناطیسی است، وابسته‌اند. این فیزیک، بنیان رایانه‌ها، تلویزیون، رادیو، ارتباطات مخابراتی، روشنایی خانه‌ها، و حتی قابلیت چسبندگی پوشش غذا برای باقی‌ماندن در یک کانتینر است. این فیزیک همچنین اساس جهان طبیعی است. نه تنها همهٔ اتمها و مولکولهای عالم را در کنار هم نگه می‌دارد، بلکه همچنین به وجود آورندهٔ آذرخش، شفق، و رنگین کمان است.

فیزیک الکترومغناطیس نخستین بار توسط فیلسوفان قدیم یونان مطالعه شده بود. آنها دریافته بودند که اگر قطعه‌ای کهربا مالش داده شده و سپس به خرده‌های کاه نزدیک شود، خرده‌ها به سمت کهربا کشیده می‌شوند. امروزه می‌دانیم که جاذبهٔ میان کهربا و خرده‌های کاه ناشی از یک نیروی الکتریکی است. فیلسوفان قدیم یونانی همچنین کشف کرده بودند که اگر یک نوع سنگ مشخص (یک آهنربای طبیعی) به نزدیکی براده‌های آهن آورده شود، براده‌ها به سمت آن کشیده می‌شوند. امروزه می‌دانیم که جاذبهٔ میان آهنربا و آهن ناشی از نیروی مغناطیسی است.

علوم الکتریسیته و مغناطیس که توسط فیلسوفان یونانی از این سرچشمه‌های محدود آغاز شدند، طی قرنها به طور جدا از هم تا سال ۱۸۲۰ میلادی گسترش یافتند، همان سالی که *هانس کریستین ارستد*[1] به رابطه‌ای میان آنها پی برد: جریان الکتریکی در یک سیم می‌تواند یک عقربهٔ مغناطیسی را منحرف کند. طرفه آنکه، ارستد این را با شگفتی زیاد به هنگام تهیهٔ مطلبی برای ارائه به دانشجویان فیزیک خود کشف کرد.

دانش نوین الکترومغناطیس توسط کوشندگانی در بسیاری از کشورهای جهان توسعه داده شده بود. یکی از بهترین آنها *مایکل فارادی*[2] بود که به واقع آزمایشگری تیزهوش با استعدادی خداداد برای درک و تجسم مفاهیم فیزیکی بود. گواه این استعداد، این واقعیت است که یادداشتهای آزمایشگاهی جمع آوری شده توسط او حتی شامل یک فرمول ریاضی هم نمی‌شود. درمیانهٔ قرن نوزدهم، *جیمز کلرک ماکسول*[3] اندیشه‌های فارادی را به شکل رابطه‌های ریاضی درآورد و نظریه‌های جدید بسیاری را معرفی کرد، و الکترومغناطیس را بر یک پایهٔ نظری عمیق بنا نهاد.

بحث ما در مورد الکترومغناطیس در سرتاسر ۱۶ فصل آینده گسترش یافته است. با پدیده‌های الکتریکی شروع می‌کنیم، و نخستین گام، بحث در مورد طبیعت بار الکتریکی و نیروی الکتریکی است.

1 . Hans Christian Oersted
2 . Michel Faraday
3 . James Clerk Maxwell

۱۷-۲ بار الکتریکی

در هوای خشک، با راه رفتن روی انواع مشخصی از فرش می‌توانید با نزدیک کردن انگشتان خود به یک دستگیرهٔ فلزی، شیر آب فلزی، یا حتی یکی از دوستانتان، یک جرقه تولید کنید. شما همچنین می‌توانید، مثلاً، با درآوردن ژاکت از تن خود یا بیرون کشیدن لباسها از یک خشک کننده، جرقه‌های متعددی را تولید کنید. جرقه‌ها و «چسبندگی استاتیکی» پوشاک (مشابه آنچه که در شکل ۱۷-۱ نشان داده شده است) معمولاً فقط آزار دهنده هستند. ولی، اگر ژاکت خود را کنده باشید و سپس به یک رایانه جرقه بزنید، نتیجهٔ کار بیش از یک آزار صرف خواهد بود.



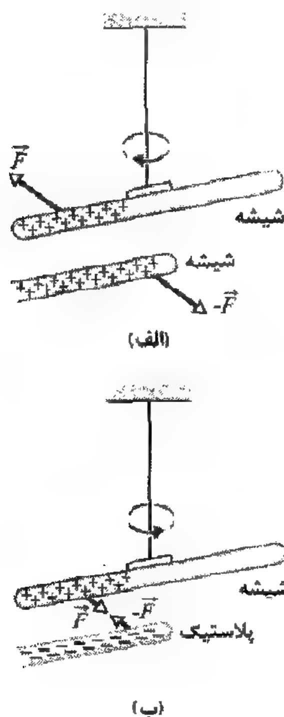
شکل ۱۷-۱ چسبندگی استاتیکی، پدیده‌ای الکتریکی که در هوای خشک رخ می‌دهد و باعث می‌شود این خرده‌های کاغذ به یکدیگر و به شانهٔ پلاستیکی، و لباسهایتان به بدن شما بچسبند.

این مثالها آشکار می‌کنند که در بدن ما، در ژاکتها، در فرشها، در دستگیره‌های در، در شیرهای آب، و در رایانه‌ها بار الکتریکی وجود دارد. در واقع، هر جسم دارای مقدار فراوانی بار الکتریکی است. **بار الکتریکی یک مشخصهٔ ذاتی ذره‌های بنیادی است که اجسام از آنها ساخته شده‌اند:** یعنی، این ویژگی به طور خود به خود هر جا این ذره‌ها وجود داشته باشند همراه آنهاست.

در هر جسم معمولی بارهای الکتریکی زیادی پنهان است، زیرا آن جسم دارای مقدارهای برابری از دو نوع بار است: *بار مثبت* و *بار منفی*. با یک چنین برابری- یا *توازنی*- از بار، گفته می‌شود که جسم از *لحاظ الکتریکی خنثی است*؛ یعنی، دارای هیچ بار *خالصی* نیست. اگر این دو نوع بار در حال توازن نباشند، آنگاه یک بار خالص *وجود دارد*. برای آنکه مشخص کنیم یک جسم دارای بار موازنه نشده یا بار خالص است، می‌گوییم آن جسم *باردار* شده است. این عدم توازن، معمولاً بسیار کوچکتر از مقدار کل بارهای مثبت و منفی است که در جسم وجود دارند.

اجسام باردار با وارد کردن نیروهایی به یکدیگر، برهم کنش می‌کنند. برای نشان دادن این موضوع، نخست یک میلهٔ شیشه‌ای را با مالیدن یک سر آن به ابریشم، باردار می‌کنیم. در نقطه‌های تماس میان میله و ابریشم، مقدار کمی بار از یکی به دیگری منتقل می‌شود که اندکی خنثی بودن الکتریکی هر یک را بر هم می‌زند. (ابریشم را به میله مالش می‌دهیم تا تعداد نقطه‌های تماس و در نتیجه مقدار بار انتقال یافته را، که هنوز کم است، افزایش دهیم.)

اکنون فرض کنید میلهٔ باردار را از نخی آویزان کنیم تا از محیط اطرافش به *طور الکتریکی منزوی* شود، به گونه‌ای که بار آن نتواند تغییر کند. اگر میلهٔ شیشه‌ای مشابه دیگری را با بار مشابه، به آن نزدیک کنیم (شکل ۱۷-۲ الف)، دو میله یکدیگر را می‌رانند؛ یعنی هر میله با نیرویی از میلهٔ دیگر دور می‌شود. ولی، اگر یک میلهٔ پلاستیکی را با خز مالش دهیم و سپس آن را به نزدیکی میلهٔ شیشه‌ای آویزان ببریم (شکل ۱۷-۲ ب)، دو میله یکدیگر را *می‌ربایند*؛ یعنی، هر میله با نیرویی به دیگری نزدیک می‌شود.



شکل ۱۷-۲ (الف) دو میلهٔ باردار هم‌علامت، یکدیگر را می‌رانند. (ب) دو میلهٔ باردار با علامت مخالف، یکدیگر را می‌ربایند. علامتهای مثبت، بار خالص مثبت و علامتهای منفی، بار خالص منفی را نشان می‌دهند.

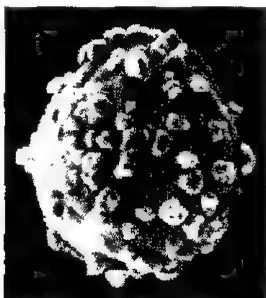
این دو آزمایش را می‌توان با توجه به بارهای مثبت و منفی درک کرد. هنگامی که یک میلهٔ شیشه‌ای با ابریشم مالش داده شود، شیشه مقداری از بار منفی خود را از دست می‌دهد و از این رو دارای بار مثبت موازنه نشدهٔ کوچکی می‌شود (که در شکل ۱۷-۲ الف با علامت مثبت نشان داده شده است). وقتی میلهٔ پلاستیکی با خز مالش داده شود، پلاستیک بار منفی موازنه نشدهٔ کوچکی را به دست می‌آورد (که در شکل ۱۷-۲ ب با علامت منفی نشان داده شده است.) این دو آزمایش نشان می‌دهند که:

> بارهای هم‌علامت الکتریکی یکدیگر را می‌رانند و بارهای الکتریکی با علامت مخالف، یکدیگر را می‌ربایند.

در بخش ۱۷-۴، این قاعده را به شکل کمّی تحت عنوان قانون *نیروی الکتروستاتیکی* کولن (یا *نیروی الکتریکی*) میان بارها، ارائه خواهیم کرد. واژهٔ *الکتروستاتیک* از آن جهت استفاده شده است تا تأکیدی بر این باشد که بارها یا نسبت به یکدیگر ساکن‌اند یا بسیار آهسته حرکت می‌کنند.

نامها و علامتهای "مثبت" و "منفی" برای بار الکتریکی توسط *بنیامین فرانکلین*[1] به طور دلخواه برگزیده شده است. او به آسانی می‌توانست نامها را عوض کند یا از جفتهای دیگری از مخالفها برای متمایز کردن دو نوع بار استفاده کند. (فرانکلین دانشمندی با شهرت جهانی بود. حتی گفته شده است که پیروزیهای سیاسی فرانکلین در فرانسه در طی جنگ استقلال آمریکا، به خاطر آنکه او به عنوان یک دانشمند بسیار مورد احترام بود، تسهیل و شاید حتی ممکن شده است.)

ربودن و راندن جسمهای باردار، کاربردهای صنعتی فراوانی دارد که رنگ پاشی الکتروستاتیکی و گردنشانی، جمع آوری خاکستر دودکشها، چاپ جوهر افشان غیر ضربه‌ای و فتوکپی از آن جمله‌اند. شکل ۱۷-۳ یک دانهٔ حامل بسیار کوچک را در یک ماشین فتوکپی نشان می‌دهد که با ذره‌های پودر سیاهی به نام *تونر* که به وسیلهٔ نیروهای الکتروستاتیکی به آن چسبیده‌اند، پوشیده شده است. ذره‌های تونر که به طور منفی باردار شده‌اند، سرانجام از دانهٔ حامل خود توسط غلتک چرخانی که تصویر با بار مثبت از سندی که باید کپی گرفته شود روی آن تشکیل شده است، ربوده می‌شوند. سپس برگهٔ کاغذ بارداری، ذره‌های تونر را از غلتک به خود می‌گیرد و پس از گرم شدن دائم ، کپی مورد نظر حاصل می‌شود.



شکل ۱۷-۳ یک دانهٔ حامل از یک ماشین فتوکپی؛ دانه با ذره‌های تونر که بر اثر ربایش الکتروستاتیکی به آن چسبیده‌اند، پوشیده شده است. قطر دانه حدود ۰/۳ mm است.

---
1. Benjamin Franklin

۱۷-۳ رساناها و عایقها

به طور کلی مواد را می‌توانیم بنابر قابلیت حرکت بار در داخل آنها، طبقه بندی کنیم. **رساناها** موادی هستند که بار می‌تواند تقریباً با آزادی در آنها حرکت کند؛ فلزها (از قبیل مس در سیم یک لامپ معمولی)، بدن انسان، و آب لوله کشی، مثالهایی از رساناها هستند. **نارساناها**- که عایق نیز نامیده می‌شوند- موادی هستند که بار نمی‌تواند آزادانه در آنها حرکت کند؛ کائوچو (از قبیل عایق بندی سیم یک لامپ معمولی)، پلاستیک، شیشه، و آبی که از لحاظ شیمیایی خالص است، مثالهایی از نارساناها هستند. **نیمرساناها** موادی هستند که در میانهٔ رساناها و عایقها قرار دارند؛ سیلیسیوم و ژرمانیوم در تراشه‌های رایانه‌ای مثالهایی از نیمرساناها هستند. **اَبَر رساناها**، رساناهای *کاملی* هستند که در آنها بار می‌تواند بدون *هیچ گونه* مقاومتی حرکت کند. در این فصلها فقط رساناها و عایقها را بررسی خواهیم کرد.

در اینجا مثالی می‌آوریم که نشان می‌دهد، رسانش چگونه می‌تواند بار اضافی روی یک جسم را از بین ببرد. اگر میله‌ای مسی را با پشم مالش دهید، بار از پشم به میله منتقل می‌شود. ولی اگر در همان حالی که میله را نگه داشته‌اید، شیر آبی را نیز لمس کنید، با وجود انتقال بار، میله را نمی‌توانید باردار کنید. دلیل آن این است که شما، میله، و شیر آب همگی رساناهایی هستید که از طریق لوله‌های آب به زمین، که رسانای عظیمی است، متصل شده‌اید. چون بارهای اضافی که توسط پشم روی میله قرار گرفته‌اند یکدیگر را می‌رانند، در نتیجه از طریق بدن شما، و سپس از طریق شیر آب و لوله‌ها به سطح زمین می‌رسند، جایی که می‌توانند پخش شوند. در این فرایند، میله از لحاظ الکتریکی خنثی می‌ماند.

به چنین برقرار کردن مسیری از رساناها بین یک جسم و سطح زمین، *اتصال به زمین*، و به خنثی سازی آن جسم (با حذف بار مثبت یا منفی نامتوازن)، *تخلیهٔ بار* آن جسم گفته می‌شود. اگر به جای اینکه میلهٔ مسی را در دست خود بگیرید، آن را به وسیله یک دستگیرهٔ عایق نگه دارید، مسیر رسانش به زمین را حذف می‌کنید، و آنگاه میله می‌تواند با مالش دادن (بار روی میله می‌ماند) و تا مادامی که آن را به طور مستقیم با دست خود تماس ندهید، باردار شود.

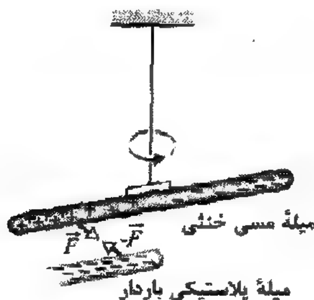
ویژگیهای رساناها و عایقها ناشی از ساختار و سرشت الکتریکی اتمهاست. اتمها دارای *پروتونها* با بار مثبت، *الکترونها* با بار منفی، و *نوترونهای* از لحاظ الکتریکی خنثی، هستند. پروتونها و نوترونها در یک *هستهٔ* مرکزی، محکم تنگ هم قرار گرفته‌اند.

تک الکترون و تک پروتون، مقدار باری یکسان ولی با علامت مخالف دارند. بنابراین، اتمی که از لحاظ الکتریکی خنثی است دارای تعداد یکسانی الکترون و پروتون است. بار الکتریکی الکترونها، علامتی مخالف با بار الکتریکی پروتونهای هسته دارد، و چون در نزدیکی هسته قرار گرفته‌اند، بنابراین، به سوی هسته کشیده می‌شوند.

وقتی اتمهای یک رسانا مانند مس برای تشکیل جسم جامد کنار هم قرار می‌گیرند، برخی از بیرونی‌ترین الکترونهای آنها (و در نتیجه سست‌ترین آنها) آزاد می‌شوند و داخل جامد به هر سو حرکت می‌کنند، و اتمهای باردار مثبت (*یونهای مثبت*) بر جای می‌گذارند. این الکترونهای متحرک را *الکترونهای رسانش* می‌نامیم. تعداد کمی (در صورت وجود) الکترون آزاد در یک نارسانا وجود دارد.

آزمایش شکل ۱۷-۴ تحرک بار در رسانا را نشان می‌دهد. یک میلهٔ پلاستیکی باردار منفی، هر یک از دو سر یک میلهٔ مسی خنثای منزوی را می‌رباید. آنچه رخ می‌دهد این است که بسیاری از الکترونهای رسانش در انتهای نزدیکتر میلهٔ مسی توسط بار منفی روی میلهٔ پلاستیکی رانده می‌شوند. تعدادی از الکترونهای رسانش با ترک انتهای نزدیک میلهٔ مسی، به سوی انتهای دور آن حرکت می‌کنند و بدین ترتیب انتهای نزدیک که از الکترونهایی خالی شده است دارای بار مثبت نامتوازن می‌شود. این بار مثبت، توسط بار منفی میلهٔ پلاستیکی ربوده می‌شود. اگر چه میلهٔ مسی هنوز خنثی است، گفته می‌شود که دارای *بار القا شده* است، که بدین معنی است که برخی از بارهای مثبت و منفی آن بر اثر حضور باری در نزدیکی آن، از هم جدا شده‌اند.

به همین ترتیب، اگر یک میلهٔ شیشه‌ای باردار مثبت به نزدیکی یکی از دو انتهای یک میلهٔ مسی خنثی آورده شود، الکترونهای رسانش در میلهٔ مسی توسط آن انتها ربوده می‌شوند. آن انتها به طور منفی، و انتهای دیگر به طور مثبت باردار می‌شوند، به گونه‌ای که دوباره یک بار القا شده در میلهٔ مسی برقرار می‌شود. اگر چه میلهٔ مسی هنوز خنثی است، میلهٔ شیشه‌ای و آن یکدیگر را می‌ربایند.



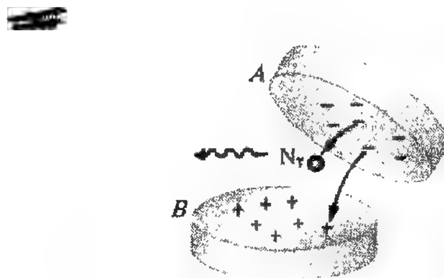
شکل ۱۷-۴ یک میلهٔ مسی خنثی از نظر الکتریکی، با آویخته شدن از یک نخ نارسانا از محیط اطراف خود منزوی شده است. هر یک از دو انتهای میلهٔ مسی توسط یک میلهٔ باردار ربوده می‌شود. در اینجا، الکترونهای رسانش در میلهٔ مسی توسط بار منفی روی میلهٔ پلاستیکی به سوی انتهای دور میله رانده می‌شوند. آنگاه این بار منفی، بار مثبت به جای مانده در انتهای نزدیک میلهٔ مسی را می‌رباید، که با چرخش میلهٔ مسی، این انتها به میلهٔ پلاستیکی نزدیکتر می‌شود.

توجه کنید که فقط الکترونهای رسانش، با بارهای منفی خود می‌توانند حرکت کنند؛ یونهای مثبت در جای خود ثابت‌اند. بنابراین، یک جسم فقط از طریق برداشتن *بارهای منفی*، باردار مثبت می‌شود.

درخششهای نور آبی از نوعی آب‌نبات

گواه غیر مستقیم ربایش بارهای با علامت مخالف می‌توانند با نوعی آب‌نبات دیده شود. اگر چشمهای خود را حدود ۱۵ دقیقه به تاریکی عادت دهید و سپس به دوستتان که در حال جویدن یک قطعه آب‌نبات در تاریکی است نگاه کنید، با هر بار جویدن او درخشش نور آبی رنگ ضعیفی را در دهانش مشاهده خواهید کرد. وقتی یک بلور قند با جویدن به چند تکه بشکند، هر تکه احتمالاً دارای تعداد الکترونهای متفاوتی خواهد شد. فرض کنید یک بلور به دو قطعهٔ A و B بشکند، به گونه‌ای که الکترونهای روی سطح قطعهٔ A بیشتر از قطعهٔ B باشد (شکل ۱۷-۵). این بدین معنی است که B در سطح خود دارای یونهای مثبت (اتمهایی که الکترونهای خود را به A داده‌اند) خواهد بود. چون الکترونهای روی A به شدت به سمت یونهای مثبت روی B ربوده می‌شوند، برخی از این الکترونها به فضای خالی بین دو تکه می‌پرند.

وقتی A و B از هم فاصله بگیرند، هوا (و به طور عمده نیتروژن، N_2) به فضای میان آن دو وارد می‌شود و بسیاری از الکترونها با مولکولهای نیتروژن هوا برخورد می‌کنند، که این باعث گسیل نور فرابنفش می‌شود، این نوع نور را نمی‌توان دید. ولی، مولکولهای آب روی سطح تکه‌های آب‌نبات نور فرابنفش را جذب و در نتیجه نور آبی گسیل می‌کنند، که این همان نور آبی رنگی است که شما *می‌توانید* از دهان دوست خود ببینید.

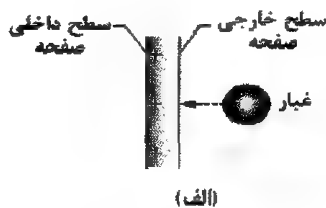


شکل ۱۷-۵ دو تکه آب‌نبات، هنگامی که از هم فاصله می‌گیرند. الکترونهایی که از سطح منفی قطعهٔ A به سطح مثبت قطعهٔ B می‌پرند با مولکولهای نیتروژن (N_2) در هوا برخورد می‌کنند.

آلودگی میکروبی و الکتروستاتیک

نیروهای الکتروستاتیکی نقش مهمی در آلودگی میکروبی در یک بیمارستان مثلاً در ضمن یک عمل اندوسکوپی بازی می‌کنند. در چنین عملی، جراح داخل بدن بیمار را روی صفحهٔ نمایشگر می‌بینند. در نمایشگرهای متعارف (لامپی) (نه صفحه‌های نمایشگر تخت)، تصویر توسط الکترونهایی که به سمت صفحهٔ باردار مثبت حرکت می‌کنند ایجاد می‌شود. صفحهٔ باردار همچنین ذره‌های معلق در هوا را که در اطراف اتاق جراحی شناورند، از قبیل الیاف پارچهٔ زخم بندی، گرد و غبار، و سلولهای پوست، به خود جذب می‌کنند. اگر یک ذرهٔ معلق در هوا به طور منفی باردار باشد، به سطح خارجی صفحهٔ نمایش کشیده می‌شود. ولی اگر از لحاظ الکتریکی خنثی باشد، برخی از الکترونهای رسانش آن می‌توانند به آن سمتی از ذره که در کمترین فاصله از صفحه است کشیده شوند و در آن ذره، بار القا کنند (شکل ۱۷-۶ الف). چنین ذره‌ای سپس به سوی سطح خارجی صفحه کشیده می‌شود، درست همان‌طور که میلهٔ مسی به سوی میلهٔ پلاستیکی باردار در شکل ۱۷-۴ کشیده می‌شود.

چون بسیاری از ذره‌هایی که روی سطح خارجی صفحه جمع شده‌اند حامل میکروب هستند، صفحه با میکروبها آلوده می‌شود. فرض کنید انگشتان دست یک جراح که دستکش پوشیده است، برای نشان دادن بخش خاصی از تصویر، مثلاً برای توضیح یک نکتهٔ جراحی مهم به سایر اعضای گروه جراحی، به چند سانتی‌متری صفحهٔ نمایش برسد. صفحهٔ با بار مثبت الکترونها را از داخل انگشتان به طرف نوک انگشتان می‌کشد، (شکل ۱۷-۶ ب). آنگاه نوک انگشتان که باردار منفی شده‌اند باعث می‌شود که ذره‌ها (ذره‌های معلق هوا یا روی صفحه) روی نوک انگشتان دستکش جمع شوند. وقتی که در پی آن، جراح بدن بیمار را با دستکشهای آلوده لمس می‌کنند، میکروبها روی یا (بدتر) داخل بدن بیمار قرار می‌گیرند. برای دوری جستن از این خطر، امروزه جراحان آگاه شده‌اند که نباید انگشتان دست خود را نزدیک نمایشگر ویدئویی ببرند.



(الف)

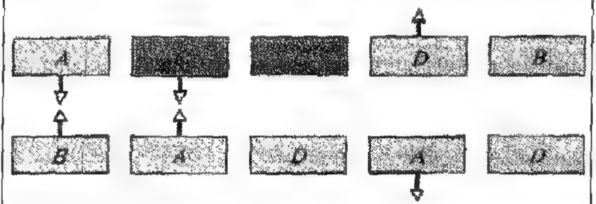


(ب)

شکل ۱۷-۶ (الف) سطح مقطعی از صفحهٔ نمایش یک نمایشگر ویدئویی. صفحه که باردار مثبت شده است، روی غبار خنثی در نزدیکی آن بار القا کرده است. (ب) انگشت داخل دستکش (به مقیاس نیست) که به نزدیکی صفحه آورده شده است، بار القا شده دارد و می‌تواند غبار را از هوا یا صفحه جذب کند.

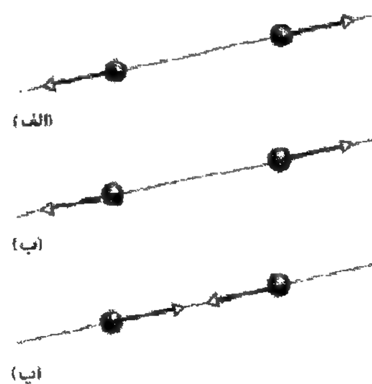
چنین آلودگی با روپوشهای پلاستیکی که کارکنان جهت جلوگیری از آلودگی خون بیمار می‌پوشند می‌تواند رخ دهد. این روپوشها موقع جدا شدن از بدن یا مالیده شدن به لباسها یا بدن در محیط خشک باردار می‌شوند. وقتی روپوشی باردار شد، میکروبها و ذره‌های آلوده در محیط پراکنده می‌شوند. چون کارکنان به طور پیوسته با روپوش تماس دارند، میکروبها در ضمن عمل یا جراحی به آسانی می‌توانند انتقال یابند.

✔ ***نکتهٔ وارسی ۱*** شکل، پنج جفت صفحه را نشان می‌دهد: A ، B و D صفحه‌های پلاستیکی باردار و C صفحهٔ مسی است که از لحاظ الکتریکی خنثی است. نیروهای الکتروستاتیکی میان این جفت صفحه‌ها برای سه جفت نشان داده شده است. برای دو جفت صفحهٔ باقیمانده، آیا صفحه‌ها یکدیگر را می‌ربایند یا می‌رانند؟



۴-۱۷ قانون کولن

اگر دو ذره باردار به نزدیکی یکدیگر آورده شوند، هریک بر دیگری نیرویی وارد می‌کند. اگر علامت بارهای ذره‌ها یکسان باشند، یکدیگر را می‌رانند (شکل ۱۷-۷ الف و ب) یعنی نیروی وارد به هر ذره در جهت دور شدن از ذرهٔ دیگر است، و اگر ذره‌ها بتوانند حرکت کنند، از یکدیگر دور می‌شوند. ولی اگر علامت بارهای ذره‌ها یکسان نباشد، یکدیگر را می‌ربایند (شکل ۱۷-۷ پ) ، و اگر برای حرکت آزاد باشند، به یکدیگر نزدیک می‌شوند.



شکل ۱۷-۷ ذره‌های باردار یکدیگر را می‌رانند اگر علامت بار آنها یکسان باشد، (الف) هر دو مثبت، (ب) هر دو منفی باشد. (پ) اگر علامت بار آنها یکسان نباشد یکدیگر را می‌رانند.

این نیروی رانشی یا ربایشی ناشی از خواص بار اجسام **نیروی الکتروستاتیکی** نامیده می‌شود. معادله‌ای که نیروی بین ذره‌ها را به دست می‌دهد به نام چارلزاگوستین کولن، قانون کولن نامیده می‌شود که در سال ۱۷۸۵/۱۱۶۴ با آزمایشی به آن دست یافت. برحسب ذره‌های شکل ۱۷-۸ ، اگر بار ذرهٔ ۱ برابر q_1 و بار ذرهٔ ۲ برابر q_2 باشد، نیروی وارد بر ذرهٔ ۱ عبارت است از

$$\vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r} \qquad \text{(قانون کولن)} \qquad (۱-۱۷)$$

که در آن $\hat{r}$ بردار یکه در راستای محوری است که از دو ذره می‌گذرد، r فاصلهٔ بین آنها و k یک ثابت است. (مانند دیگر یکاهای برداری $\hat{r}$ دارای بزرگی ۱ و بدون بعد یا یکا است؛ هدف آن نشان دادن جهت است). اگر علامت بارها یکسان باشند، نیروی وارد بر ذرهٔ ۱ در جهت $\hat{r}$ و اگر علامت آنها مخالف باشد، نیرو در جهت مخالف $\hat{r}$ است.



شکل ۱۷-۸ نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذرهٔ ۱ را می‌توان برحسب یک بردار یکهٔ $\hat{r}$ در راستای محوری که از آن دو ذره می‌گذرد توصیف کرد.

به طور شگفت انگیزی، شکل معادلهٔ ۱۷-۱ همان شکل معادلهٔ نیوتون (معادلهٔ ۱۳-۳ جلد اول) برای نیروی گرانشی میان دو ذره به جرمهای m_1 و m_2 است که به فاصلهٔ r از یکدیگر قرار گرفته‌اند:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r} \qquad \text{(قانون نیوتون)} \qquad (۲-۱۷)$$

که در آن G ثابت گرانش است.

ثابت k در معادلهٔ ۱۷-۱ را می‌توان در قیاس با ثابت گرانش G در معادلهٔ ۱۷-۲، *ثابت الکتروستاتیک* نامید. هر دو معادله، قانونهای عکس مجذوری را توصیف می‌کنند که خاصیتی از ذره‌های بر هم کنش کننده را در بر دارند- در یک حالت، جرم و در حالت دیگر، بار. تفاوت این دو قانون در این است که نیروهای گرانشی همواره ربایشی‌اند، ولی نیروهای الکتروستاتیکی بسته به علامتهای دو بار ممکن است ربایشی یا رانشی باشند. این تفاوت برآمده از این واقعیت است که، اگر چه فقط یک نوع جرم وجود دارد، ولی بارها دو نوع‌اند

قانون کولن با همهٔ آزمایشهای تجربی تأیید شده و هرگز هیچ استثنایی برای آن پیدا نشده است. این قانون حتی در داخل اتم هم برقرار است، و به درستی نیروی میان هستهٔ باردار مثبت و الکترونهای باردار منفی را توصیف می‌کنند، در حالی که مکانیک کلاسیک نیوتونی در این حیطه شکست می‌خورد و باید مکانیک کوانتومی جایگزین آن شود. این قانون ساده همچنین به درستی نیروهایی که اتمها را برای تشکیل مولکولها به

یکدیگر پیوند می‌دهند، و نیروهایی که اتمها و مولکولها را برای تشکیل جامدها و مایعها به هم پیوند می‌دهند، توصیف می‌کند.

یکای SI بار، **کولن** است. به دلایل عملی که به دقت اندازه‌گیریها مربوط می‌شود، یکای کولن از یکای SI آمپر برای *جریان الکتریکی* i به دست آمده است. جریان، آهنگ dq/dt است که با آن بار از یک نقطه یا یک ناحیه می‌گذرد. در فصل ۲۲، جریان را به تفصیل بررسی خواهیم کرد. تا آن موقع از رابطهٔ

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad \text{(جریان الکتریکی)} \qquad (۳-۱۷)$$

استفاده می‌کنیم که در آن i جریان (برحسب آمپر) و dq (برحسب کولن) **مقدار** باری است که از یک نقطه یا یک ناحیه در زمان dt (برحسب ثانیه) می‌گذرد. با مرتب کردن معادلهٔ ۱۷-۳ خواهیم داشت

$$۱C = (۱A)(۱s)$$

به دلایل تاریخی (و برای اینکه بسیاری از فرمولهای دیگر را بسیار ساده می‌کند)، ثابت الکتروستاتیک k در معادلهٔ ۱۷-۱ معمولاً به صورت $۱/۴\pi\varepsilon_۰$ نوشته می‌شود. بنابراین، قانون کولن چنین می‌شود

$$F = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲} \qquad \text{(قانون کولن)} \qquad (۴-۱۷)$$

ثابتهای معادله‌های ۱۷-۱ و ۱۷-۴ مقدار زیر را دارد

$$k = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰} = ۸/۹۹\times۱۰^۹\ \mathrm{N.m^۲/C^۲} \qquad (۵-۱۷)$$

کمیت $\varepsilon_۰$ که **ثابت گذردهی** نامیده می‌شود، گاهی به طور جداگانه در معادله‌ها ظاهر می‌شود و مقدار آن برابر است با

$$\varepsilon_۰ = ۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\ \mathrm{C^۲/N.m^۲} \qquad (۶-۱۷)$$

بازهم تشابه دیگری میان نیروی گرانشی و نیروی الکتروستاتیکی وجود دارد و آن این است که هر دو از اصل برهم‌نهی پیروی می‌کنند. اگر n ذرهٔ باردار داشته باشیم، آنها به صورت جفتهایی به طور مستقل بر هم کنش می‌کنند و نیروی وارد بر یکی از آنها، مثلاً ذرهٔ ۱، با جمع برداری زیر داده می‌شود

$$\vec{F}_{۱,\mathrm{net}} = \vec{F}_{۱۲} + \vec{F}_{۱۳} + \vec{F}_{۱۴} + \vec{F}_{۱۵} + \ldots + \vec{F}_{۱n} \qquad (۷-۱۷)$$

که در آن، برای مثال، $\vec{F}_{۱۴}$ نیروی وارد بر ذرهٔ ۱ ناشی از حضور ذرهٔ ۴ است. فرمول مشابهی برای نیروی گرانشی برقرار است.

و آخر اینکه، قضیهٔ پوسته که آن را در مطالعهٔ گرانش بسیار سودمند یافتیم قیاسهایی در الکتروستاتیک دارد:

> ☜ پوسته‌ای با بار یکنواخت، ذره‌ای باردار را که در خارج پوسته قرار دارد به گونه‌ای می‌رباید یا می‌راند که گویی بار پوسته در مرکز آن متمرکز شده است.

> ☜ اگر ذرهٔ بارداری در داخل پوسته‌ای با بار یکنواخت قرار داشته باشد، هیچ نیروی الکتروستاتیکی خالصی از پوسته بر ذره وارد نمی‌شود.

(در نخستین قضیه، فرض می‌کنیم که بار روی پوسته بسیار بزرگتر از بار ذره است. بنابراین، هر توزیع مجددی از بار روی پوسته را که ناشی از حضور بار ذره باشد می‌توان نادیده گرفت.)

رساناهای کروی

اگر بار اضافی روی پوسته‌ای کروی که از ماده‌ای رسانا ساخته شده است قرار گیرد، آن بار اضافی به طور یکنواخت روی سطح (خارجی) پخش می‌شود. مثلاً، اگر الکترونهای اضافی را روی یک پوستهٔ فلزی کروی قرار دهیم، آن الکترونها یکدیگر را می‌رانند و با دور شدن از هم، روی سطح کره آنقدر پخش می‌شوند تا اینکه به طور یکنواخت توزیع شوند. این نحوهٔ توزیع بار، فاصلهٔ میان همهٔ جفت الکترونهای اضافی را بیشینه می‌کند. بنابر نخستین قضیهٔ پوسته، پوسته یک بار خارجی را به گونه‌ای می‌رباید یا می‌راند که گویی همهٔ بار اضافی روی پوسته در مرکز آن متمرکز شده است.

اگر بار منفی را از پوستهٔ فلزی کروی برداریم، بار مثبت به جای مانده نیز به طور یکنواخت روی سطح پوسته پخش می‌شود. مثلاً اگر n الکترون را برداریم، آنگاه n جایگاه بار مثبت (جایگاه‌های نبود الکترون) به طور یکنواخت روی پوسته پخش می‌شوند. بنابر نخستین قضیهٔ پوسته، دوباره پوسته یک بار خارجی را به گونه‌ای می‌رباید یا می‌راند که گویی همهٔ بار اضافی پوسته در مرکز آن متمرکز شده است.

> ✔ ***نکتهٔ وارسی ۲*** شکل، دو پروتون (با نماد p) و یک الکترون (با نماد e) را روی یک محور نشان می‌دهد. جهت (الف) نیروی الکتروستاتیکی وارد بر پروتون مرکزی ناشی از الکترون، (ب) نیروی الکتروستاتیکی وارد بر پروتون مرکزی ناشی از پروتون دیگر، و (پ) نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر پروتون مرکزی چیست؟



مسئلهٔ نمونهٔ ۱۷-۱ مهارت خود را تقویت کنید

(الف) شکل ۱۷-۹ الف دو ذرهٔ باردار مثبت را نشان می‌دهد که در مکانی روی محور x ثابت شده‌اند. بارها عبارت‌اند از $q_۱ = ۱/۶۰\times۱۰^{-۱۹}\,\mathrm{C}$ و $q_۲ = ۳/۲۰\times۱۰^{-۱۹}\,\mathrm{C}$، و فاصلهٔ آنها

$R = ۰/۰۲۰۰\,\text{m}$ است. بزرگی و جهت نیروی الکتروستاتیکی $\vec{F}_{۱۲}$ وارد بر ذرهٔ ۱ از طرف ذرهٔ ۲ چیست؟

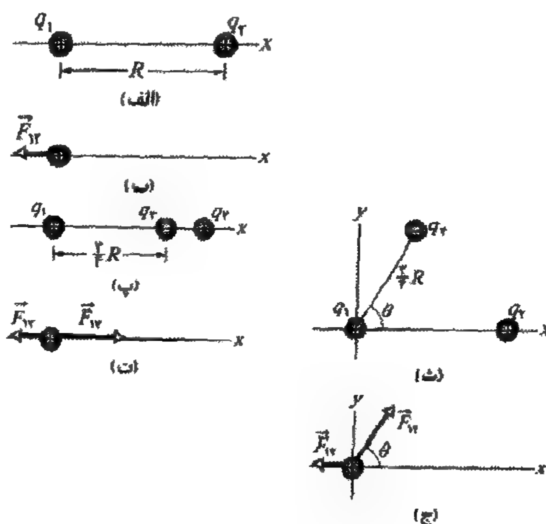
نکته‌های کلیدی چون هر دو ذره بار مثبت دارند، ذرهٔ ۱ توسط ذرهٔ ۲ با نیرویی که بزرگی آن با معادلهٔ ۱۷-۴ داده می‌شود، رانده می‌شود. بنابراین، جهت نیروی $\vec{F}_{۱۲}$ وارد بر ذرهٔ ۱ به سوی دور *شدن از* ذرهٔ ۲، در جهت منفی محور x است، آنچنان که در نمودار جسم- آزاد شکل ۱۷-۹ ب نشان داده است.

دو ذره: با استفاده از معادلهٔ ۱۷-۴ که در آن به جای r فاصلهٔ R گذاشته شده است، می‌توانیم بزرگی $F_{۱۲}$ این نیرو را چنین بنویسیم

$$F_{۱۲} = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_0}\frac{|q_۱||q_۲|}{R^۲}$$
$$= (۸/۹۹\times۱۰^۹\,\text{N.m}^۲/\text{C}^۲)$$
$$\times\frac{(۱/۶۰\times۱۰^{-۱۹}\,\text{C})(۳/۲۰\times۱۰^{-۱۹}\,\text{C})}{(۰/۰۲۰۰\,\text{m})^۲}$$
$$= ۱/۱۵\times۱۰^{-۲۴}\,\text{N}$$

بنابراین، نیروی $\vec{F}_{۱۲}$ بزرگی و جهت (نسبت به سوی مثبت محور x) زیر را دارد

(پاسخ) $\qquad ۱/۱۵\times۱۰^{-۲۴}\,\text{N}$ و ۱۸۰°



شکل ۱۷-۹ الف و ب (الف) دو ذرهٔ باردار به بارهای $q_۱$ و $q_۲$ در مکانی روی محور x ثابت شده‌اند. (ب) نمودار جسم- آزاد ذرهٔ ۱، نیروی الکتروستاتیکی وارد بر آن از طرف ذرهٔ ۲ را نشان می‌دهد. (پ) ذرهٔ ۳ اضافه شده است. (ت) نمودار جسم- آزاد برای ذرهٔ ۱. (ث) ذرهٔ ۴ اضافه شده است. (ج) نمودار جسم- آزاد برای ذرهٔ ۱.

همچنین می‌توانیم $\vec{F}_{۱۲}$ را برحسب نمادگذاری بردار یکه چنین بنویسیم

(پاسخ) $\qquad \vec{F}_{۱۲} = -(۱/۱۵\times۱۰^{-۲۴}\text{N})\hat{\text{i}}$

(ب) شکل ۱۷-۹ پ همان شکل ۱۷-۹ الف است با این تفاوت که اکنون ذرهٔ ۳ میان ذره‌های ۱ و ۲ روی محور x قرار دارد. بار ذرهٔ ۳ برابر $q_۳ = -۳/۲۰\times۱۰^{-۱۹}\,\text{C}$ و فاصلهٔ آن از ذرهٔ ۱ برابر با $\frac{۳}{۴}R$ است. نیروی الکتروستاتیک خالص $\vec{F}_{۱,\text{net}}$ وارد بر ذرهٔ ۱ ناشی از ذره‌های ۲ و ۳ چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی حضور ذرهٔ ۳، نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذرهٔ ۱ از سوی ذرهٔ ۲ را تغییر نمی‌دهد. بنابراین، نیروی $\vec{F}_{۱۲}$ هنوز بر ذرهٔ ۱ اثر می‌کند. به همین ترتیب، نیروی $\vec{F}_{۱۳}$ که از سوی ذره ۳ بر ذرهٔ ۱ اثر می‌کند، تحت تأثیر حضور ذرهٔ ۲ قرار نمی‌گیرد. چون ذره‌های ۱ و ۳ بارهایی با علامت مخالف دارند، ذرهٔ ۱ به سوی ذرهٔ ۳ ربوده می‌شود. بنابراین، نیروی $\vec{F}_{۱۳}$، همان گونه که در نمودار جسم- آزاد شکل ۱۷-۹ ت نشان داده شده است، به سوی ذرهٔ ۳ است.

سه ذره: برای یافتن بزرگی $\vec{F}_{۱۳}$، معادلهٔ ۱۷-۴ را می‌توانیم چنین بازنویسی کنیم

$$F_{۱۳} = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_0}\frac{|q_۱||q_۳|}{\left(\frac{۳}{۴}R\right)^۲}$$
$$= (۸/۹۹\times۱۰^۹\,\text{N.m}^۲/\text{C})$$
$$\times\frac{(۱/۶۰\times۱۰^{-۱۹}\,\text{C})(۳/۲۰\times۱۰^{-۱۹}\,\text{C})}{\left(\frac{۳}{۴}\right)^۲(۰/۰۲۰۰\,\text{m})^۲}$$
$$= ۲/۰۵\times۱۰^{-۲۴}\,\text{N}$$

همچنین می‌توانیم $\vec{F}_{۱۳}$ را برحسب نمادگذاری بردار یکه بنویسیم

$$\vec{F}_{۱۳} = (۲/۰۵\times۱۰^{-۲۴}\,\text{N})\hat{\text{i}}$$

نیروی خالص $\vec{F}_{۱,\text{net}}$ وارد بر ذرهٔ ۱ برابر با جمع برداری $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۱۳}$ است؛ یعنی از معادلهٔ ۱۷-۷، می‌توانیم نیروی خالص $\vec{F}_{۱,\text{net}}$ وارد بر ذرهٔ ۱ را برحسب نمادگذاری بردارهای یکه چنین بنویسیم

$$\vec{F}_{۱,\text{net}} = \vec{F}_{۱۲} + \vec{F}_{۱۳}$$
$$= -(۱/۱۵\times۱۰^{-۲۴}\,\text{N})\hat{\text{i}} + (۲/۰۵\times۱۰^{-۲۴}\,\text{N})\hat{\text{i}}$$

(پاسخ) $\qquad = (۹/۰۰\times۱۰^{-۲۵}\,\text{N})\hat{\text{i}}$

بنابراین، $\vec{F}_{۱,\text{net}}$ بزرگی و جهت (نسبت به سوی مثبت محور x) زیر را دارد

(پاسخ) $\qquad ۹/۰۰\times۱۰^{-۲۵}\,\text{N}$ و ۰°

(پ) شکل ۱۷-۹ ج مشابه شکل ۱۷-۸ الف است با این تفاوت که اکنون ذرهٔ ۴ را نیز شامل می‌شود. بار این ذره $q_۴ = -۳/۲۰\times۱۰^{-۱۹}\,\text{C}$ است و به فاصلهٔ $\frac{۳}{۴}R$ از ذرهٔ ۱ روی خطی که با محور x زاویهٔ $\theta = ۶۰^\circ$ می‌سازد، قرار دارد. نیروی الکتروستاتیکی خالص $\vec{F}_{۱,\text{net}}$ که از سوی ذره‌های ۲ و ۴ بر ذرهٔ ۱ وارد می‌شود، چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی نیروی خالص $\vec{F}_{۱,\text{net}}$ جمع برداری $\vec{F}_{۱۲}$ و نیروی جدید $\vec{F}_{۱۴}$ است که بر ذرهٔ ۱ از سوی ذرهٔ ۴ وارد می‌شود. چون ذره‌های ۱ و ۴ بارهایی با علامت مخالف دارند، ذرهٔ ۱ به سوی

ذرهٔ ۴ ربوده می‌شود. بنابراین، نیروی $\vec{F}_{۱۴}$ که بر ذرهٔ ۱ وارد می‌شود، همان گونه که در نمودار جسم- آزاد شکل ۱۷-۹ ج نشان داده شده، به سوی ذرهٔ ۴، با زاویهٔ $\theta = ۶۰^\circ$ است.

چهار ذره: معادلهٔ ۱۷-۴ را می‌توانیم چنین بازنویسی کنیم

$$F_{۱۴} = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{|q_۱||q_۴|}{\left(\frac{۳}{۴}R\right)^۲}$$

$$= (۸/۹۹\times۱۰^۹\ \mathrm{N.m^۲/C^۲})$$

$$\times\frac{(۱/۶۰\times۱۰^{-۱۹}\ \mathrm{C})(۳/۲۰\times۱۰^{-۱۹}\ \mathrm{C})}{\left(\frac{۳}{۴}\right)^۲(۰/۰۲۰۰\ \mathrm{m})^۲}$$

$$= ۲/۰۵\times۱۰^{-۲۴}\ \mathrm{N}$$

آنگاه از معادلهٔ ۱۷-۷ نیروی خالص $\vec{F}_{۱,\mathrm{net}}$ وارد بر ذرهٔ ۱ را می‌توانیم چنین بنویسیم

$$\vec{F}_{۱,\mathrm{net}} = \vec{F}_{۱۲} + \vec{F}_{۱۴}$$

چون نیروهای $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۱۴}$ در امتداد محور یکسانی نیستند، نمی‌توانیم آنها را به سادگی با افزودن بزرگیهایشان، با هم جمع کنیم. به جای این، باید آنها را با استفاده از یکی از این روشها به طور برداری جمع کنیم:

روش ۱. *جمع کردن مستقیم با یک ماشین حساب که قادر به محاسبه‌های برداری است.* به جای $\vec{F}_{۱۲}$، بزرگی $۱/۱۵\times۱۰^{-۲۴}$ و زاویهٔ ۱۸۰°، و به جای $\vec{F}_{۱۴}$ بزرگی $۲/۰۵\times۱۰^{-۲۴}$ و زاویهٔ ۶۰° را وارد می‌کنیم. آنگاه بردارها را جمع می‌کنیم

روش ۲. *جمع کردن برحسب نمادگذاری بردارهای یکه.* نخست $\vec{F}_{۱۴}$ را چنین بازنویسی می‌کنیم

$$\vec{F}_{۱۴} = (F_{۱۴}\cos\theta)\hat{\mathrm{i}} + (F_{۱۴}\sin\theta)\hat{\mathrm{j}}$$

که با قرار دادن $۲/۰۵\times۱۰^{-۲۴}\ \mathrm{N}$ به جای $F_{۱۴}$ و ۶۰° به جای θ، داریم

$$\vec{F}_{۱۴} = (۱/۰۲۵\times۱۰^{-۲۴}\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{i}} + (۱/۷۷۵\times۱۰^{-۲۴}\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{j}}$$

آنگاه جمع می‌کنیم:

$$\vec{F}_{۱,\mathrm{net}} = \vec{F}_{۱۲} + \vec{F}_{۱۴}$$

$$= -(۱/۱۵\times۱۰^{-۲۴}\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{i}}$$

$$+(۱/۰۲۵\times۱۰^{-۲۴}\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{i}} + (۱/۷۷۵\times۱۰^{-۲۴}\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{j}}$$

$$\approx(-۱/۲۵\times۱۰^{-۲۵}\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{i}} + (۱/۷۸\times۱۰^{-۲۴}\ \mathrm{N})\hat{\mathrm{j}} \quad \text{(پاسخ)}$$

روش ۳. *جمع کردن محور به محور مؤلفه‌ها.* جمع مؤلفه‌های x چنین به دست می‌دهد

$$F_{۱,\mathrm{net},x} = F_{۱۲,x} + F_{۱۴,x} = F_{۱۲} + F_{۱۴}\cos ۶۰^\circ$$

$$= -۱/۱۵\times۱۰^{-۲۴}\ \mathrm{N} + (۲/۰۵\times۱۰^{-۲۴}\ \mathrm{N})(\cos ۶۰^\circ)$$

$$= -۱/۲۵\times۱۰^{-۲۵}\ \mathrm{N}$$

جمع مؤلفه های y چنین به دست می‌دهد

$$F_{۱,\mathrm{net},y} = F_{۱۲,y} + F_{۱۴,y} = ۰ + F_{۱۴}\sin ۶۰^\circ$$

$$= (۲/۰۵\times۱۰^{-۲۴}\ \mathrm{N})(\sin ۶۰^\circ)$$

$$= ۱/۷۸\times۱۰^{-۲۴}\ \mathrm{N}$$

نیروی خالص $\vec{F}_{۱,\mathrm{net}}$ دارای بزرگی زیر است

$$F_{۱,\mathrm{net}} = \sqrt{F^۲_{۱,\mathrm{net},x} + F^۲_{۱,\mathrm{net},y}} = ۱/۷۸\times۱۰^{-۲۴}\ \mathrm{N} \quad \text{(پاسخ)}$$

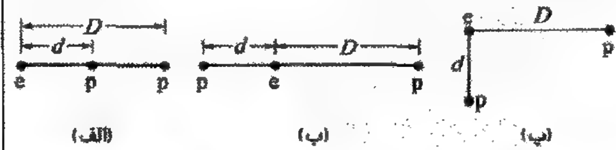
برای یافتن جهت $\vec{F}_{۱,\mathrm{net}}$، در نظر می‌گیریم

$$\theta = \tan^{-۱}\frac{F_{۱,\mathrm{net},x}}{F_{۱,\mathrm{net},y}} = -۸۶/۰^\circ$$

ولی، این نتیجه‌ای نامعقول است، زیرا جهت $\vec{F}_{۱,\mathrm{net}}$ باید میان جهتهای $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۱۴}$ باشد. برای تصحیح θ، ۱۸۰° به آن می‌افزاییم، به دست می‌آوریم

$$-۸۶/۰^\circ + ۱۸۰^\circ = ۹۴/۰^\circ \quad \text{(پاسخ)}$$

✔ ***نکتهٔ وارسی ۳*** شکل، سه آرایش یک الکترون e و دو پروتون p را نشان می‌دهد. (الف) این آرایشها را بنا بر بزرگی نیروی الکتروستاتیک وارد بر الکترون از سوی پروتونها از بزرگ به کوچک مرتب کنید. (ب) در آرایش پ، آیا زاویهٔ میان نیروی خالص وارد بر الکترون و خطی که با d نشان داده شده، کمتر از ۴۵° است یا بیشتر از آن؟



تدبیرهای حل مسئله

تدبیر۱: نمادهای نمایش دهندهٔ بار

در اینجا یک راهنمایی کلی برای نمادهای نمایش‌دهندهٔ بار ارائه می‌شود. اگر نماد q، با شاخص پایین یا بدون آن، در عبارتی به کار برده شود، هرگاه هیچ علامت الکتریکی مشخص نشده باشد، بار می‌تواند مثبت یا منفی باشد. بعضی وقتها علامت به روشنی با نماد $+q$ یا $-q$ نشان داده می‌شود.

وقتی بیش از یک جسم باردار در نظر گرفته شود، بارهای آنها ممکن است به صورت مضربی از بزرگی بار داده شود. به عنوان مثال، نماد $+۲q$ به معنی یک بار مثبت با بزرگی دو برابر بار مرجع q، و نماد $-۳q$ به معنی یک بار منفی با بزرگی سه برابر بار مرجعی به بزرگی q است.

مسئلهٔ نمونهٔ ۱۷-۲

شکل ۱۷-۱۰ الف دو ذره را که در مکانی ثابت شده‌اند نشان می‌دهد: یک ذره با بار $q_۱ = +۸q$ در مبدأ و ذره‌ای با بار $q_۲ = -۸q$ در $x = L$. در چه نقطه‌ای (غیر از بینهایت دور) یک پروتون می‌تواند قرار داده شود به گونه‌ای که در *تعادل*

باشد (یعنی نیروی خالص وارد بر آن صفر باشد)؟ آیا در تعادل *پایدار* است یا *ناپایدار*؟

نکتهٔ کلیدی اگر $\vec{F}_1$ نیروی وارد بر پروتون از سوی بار q_1 و $\vec{F}_2$ نیروی وارد بر پروتون از سوی بار q_2 باشد، آنگاه نقطه‌ای که در پی آن هستیم جایی است که در آن $\vec{F}_1+\vec{F}_2=0$ باشد. بنابراین

$$\vec{F}_1=-\vec{F}_2 \quad (۸-۱۷)$$

این حاکی از آن است که در نقطهٔ مورد نظر ما، بزرگی نیروهای وارد بر پروتون از سوی دو ذرهٔ دیگر باید با هم برابر باشند

$$F_1=F_2 \quad (۹-۱۷)$$

و این نیروها باید جهتهای مخالفی داشته باشند.

استدلال: چون بار پروتون مثبت است، پروتون و ذرهٔ با بار q_1 علامت یکسانی دارند، و نیروی $\vec{F}_1$ وارد بر پروتون باید از سوی q_1 دور شده باشد. همچنین، پروتون و ذرهٔ با بار q_2 علامتهای مخالف دارند و از این رو نیروی $\vec{F}_2$ وارد بر پروتون باید به سوی q_2 باشد. "از سوی q_1" و "به سوی q_2" تنها در صورتی که پروتون روی محور x واقع باشد، می‌توانند در خلاف جهت یکدیگر باشند.

اگر پروتون در هر نقطه‌ای میان q_1 و q_2 روی محور x واقع باشد، مثل نقطهٔ P در شکل ۱۷-۱۰ ب، آنگاه لازم است که $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ در یک جهت باشند، نه در جهتهای مخالف. اگر پروتون در هر نقطه‌ای در سمت چپ q_1 روی محور x واقع باشد، مثل نقطهٔ S در شکل ۱۷-۱۰ پ، آنگاه $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ در خلاف جهت یکدیگرند. ولی معادلهٔ ۱۷-۴ حاکی از آن است که $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ نمی‌توانند بزرگیهای یکسانی در آنجا داشته باشند: F_1 باید بزرگتر از F_2 باشد، زیرا F_1 توسط باری نزدیکتر (با r کمتر) با بزرگی بیشتر ($8q$ در برابر $2q$) ایجاد شده است.

سرانجام، اگر پروتون در هر نقطه‌ای در سمت راست q_2 روی محور x واقع باشد، مثل نقطهٔ R در شکل ۱۷-۱۰ ت، آنگاه $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ دوباره در جهتهای مخالف هم خواهند بود. ولی، چون حالا بار با بزرگی بیشتر (q_1) نسبت به بار با بزرگی کمتر (q_1) دورتر از پروتون است، نقطه‌ای وجود دارد که در آنجا F_1 با F_2 برابر است. فرض کنیم x مختصهٔ این نقطه و q_p بار پروتون باشد، آنگاه به کمک معادلهٔ ۱۷-۴، معادلهٔ ۱۷-۱۰ را می‌توان چنین بازنویسی کرد

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{8qq_p}{x^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2qq_p}{(x-L)^2} \quad (۱۰-۱۷)$$

(توجه کنید که فقط بزرگیهای بار در معادلهٔ ۱۷-۱۰ ظاهر می‌شود.) با مرتب کردن دوبارهٔ معادلهٔ ۱۷-۱۰ خواهیم داشت

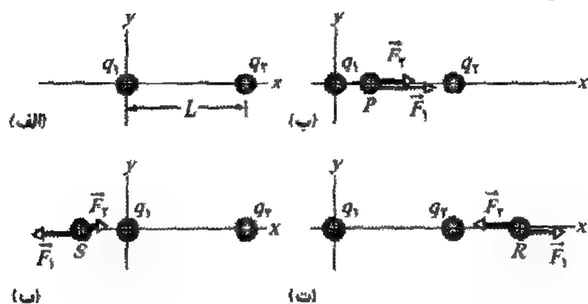
$$\left(\frac{x-L}{x}\right)^2=\frac{1}{4}$$

پس از گرفتن ریشهٔ مربعی از دو طرف داریم

$$\frac{x-L}{x}=\frac{1}{2}$$

که به دست می‌دهد

$$x=2L \quad \text{(پاسخ)}$$



شکل ۱۷-۱۰ (الف) دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 در مکانی روی محور x، به فاصلهٔ جدایی L، ثابت شده‌اند. (ب)-(ت) سه مکان ممکن S، P، و R برای یک پروتون. در هر مکان، $\vec{F}_1$ نیروی وارد بر پروتون از سوی ذرهٔ ۱ و $\vec{F}_2$ نیروی وارد بر پروتون از سوی ذرهٔ ۲ است.

تعادل در $x=2L$ ناپایدار است؛ یعنی، اگر پروتون از نقطهٔ R به سمت چپ جابه‌جا شود، آنگاه F_1 و F_2 هر دو افزایش می‌یابند ولی افزایش F_2 بیشتر است (زیرا q_2 از q_1 نزدیکتر است)، و در نتیجه یک نیروی خالص، پروتون را بیشتر به سمت چپ خواهد راند. اگر پروتون به سمت راست جابه‌جا شود، هم F_1 و هم F_2 کاهش می‌یابند ولی کاهش F_2 بیشتر است و نیروی خالص، پروتون را بیشتر به سمت راست می‌راند. در تعادل پایدار، اگر پروتون به میزان اندکی جابه‌جا شود، دوباره به مکان تعادل باز می‌گردد.

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر۲: ترسیم بردارهای نیروی الکتروستاتیکی

هرگاه نموداری از ذره‌های باردار، از قبیل شکل ۱۷-۹ الف، به شما داده شده و خواسته شود که نیروی الکتروستاتیکی وارد بر آنها را به دست آورید، شما معمولاً باید یک نمودار جسم- آزاد، مانند شکل ۱۷-۹ ب، رسم کنید که فقط نشان دهندهٔ ذرهٔ مورد نظر و نیروهای وارد بر آن باشد. اگر، به جای این، بخواهید تمام نیروهای وارد بر ذره‌ها را روی یک نمودار روی هم نشان دهید، باید مطمئن شوید که بردارهای نیرو را با ابتدای آنها (ترجیحاً) یا انتهای آنها روی ذرهٔ مورد نظر رسم کنید. اگر بردارها را در جای دیگری در نمودار رسم کنید، دچار اشتباه می‌شوید- و اگر بردارها را روی ذره‌هایی که *عامل* نیروهای وارد بر ذرهٔ مورد نظرند رسم کنید، این اشتباه قطعی خواهد بود.

مسئلهٔ نمونهٔ ۱۷-۳

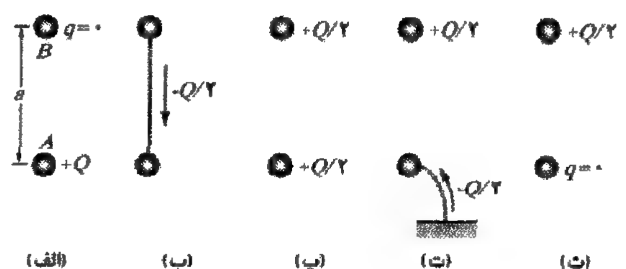
در شکل ۱۷-۱۱ الف، دو کرهٔ رسانای الکتریکی منزوی و یکسان A و B به فاصلهٔ (مرکز به مرکز) a از یکدیگر قرار دارند

که در مقایسه با کره‌ها بزرگ است. کرهٔ A دارای بار $+Q$، و کرهٔ B از لحاظ الکتریکی خنثی است. در ابتدا، هیچ نیروی الکتروستاتیکی بین کره‌ها وجود ندارد. (فرض کنید به دلیل فاصلهٔ زیاد میان کره‌ها، هیچ بار القا شده‌ای روی آنها وجود ندارد.)

(الف) فرض کنید که کره‌ها برای لحظه‌ای توسط یک سیم رسانا به هم متصل شوند. سیم به حد کافی نازک است، به گونه‌ای که هر بار خالصی روی آن قابل چشمپوشی است. پس از برداشتن سیم، نیروی الکتروستاتیکی بین کره‌ها چقدر است؟

نکته‌های کلیدی (۱) چون کره‌ها یکسان هستند، اتصال آنها بدین معناست که در پایان بار یکسانی خواهند داشت (از نظر علامت و اندازه). (۲) مجموع اولیه بارها (با درنظر گرفتن علامت آنها) باید برابر با مجموع نهایی بارها باشد.

استدلال: وقتی کره‌ها با سیم به یکدیگر وصل شوند، الکترونهای رسانشی (منفی) روی کرهٔ B، که همواره یکدیگر را می‌رانند، راهی برای بیشتر دور شدن از یکدیگر دارند (در طول سیم به سوی کرهٔ باردار مثبت A که آنها را می‌رباید، شکل



شکل ۱۷-۱۱ دو کرهٔ رسانای کوچک A و B. (الف) در ابتدا به کرهٔ A بار مثبت داده می‌شود. (ب) بار منفی از طریق یک سیم رابط از B به A منتقل می‌شود. (پ) سپس هر دو کره دارای بار مثبت می‌شوند. (ت) بار منفی از طریق سیم متصل به زمین، به کرهٔ A منتقل می‌شود. (ث) در این حالت کرهٔ A خنثی است.

۱۷-۱۱ ب). وقتی کرهٔ B بار منفی از دست می‌دهد، به طور مثبت باردار می‌شود، و وقتی کرهٔ A بار منفی به دست می‌آورد، بار مثبت *آن* کمتر می‌شود. هنگامی که بار اضافی روی B تا $+Q/۲$ افزایش و بار اضافی روی A تا $+Q/۲$ کاهش یافت، انتقال بار متوقف می‌شود. این وضعیت هنگامی رخ می‌دهد که بار $-Q/۲$ از طریق سیم از B به A انتقال یافته باشد.

پس از آنکه سیم برداشته شود (شکل ۱۷-۱۱ پ)، می‌توانیم فرض کنیم که بار روی هر یک از کره‌ها توزیع یکنواخت بار روی کرهٔ دیگر را تغییر نمی‌دهد، زیرا کره‌ها نسبت به فاصلهٔ آنها کوچک‌اند. بنابراین، می‌توانیم نخستین قضیهٔ پوسته را برای هر یک از کره‌ها به کار بریم. بنا بر معادلهٔ ۱۷-۴ به ازای $q_1 = q_2 = Q/۲$ و $r = a$، بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان کره‌ها برابر است با

$$F = \frac{1}{۴\pi\varepsilon_0}\frac{(Q/۲)(Q/۲)}{a^2} = \frac{1}{۱۶\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{a}\right)^2 \quad \text{(پاسخ)}$$

کره‌ها، که اکنون بار مثبت دارند، یکدیگر را می‌رانند.

(ب) حال فرض کنید کرهٔ A به طور لحظه‌ای به زمین وصل و سپس اتصال به زمین آن برداشته شود. اکنون نیروی الکتروستاتیکی بین کره‌ها چقدر است؟

استدلال: وقتی بین جسم باردار و زمین (که رسانای عظیمی است) مسیر رسانایی برقرار کنیم، جسم خنثی می‌شود. اگر کرهٔ A بار منفی داشته باشد، رانش متقابل الکترونهای اضافی باعث می‌شود که آنها از کره به زمین حرکت کنند. ولی چون کرهٔ A بار مثبت دارد، الکترونها با بار کل $-Q/۲$ **از** زمین به کره می‌آیند (شکل ۱۷-۱۱ ت) و بار آن صفر می‌شود (شکل ۱۷-۱۱ ث). بنابراین، (دوباره) هیچ نیروی الکترواستاتیکی بین دو کره وجود ندارد.

۱۷-۵ بار کوانتیده است

در زمان بنیامین فرانکلین، بار الکتریکی به صورت یک شارهٔ پیوسته تصور می‌شد- نظری که برای بسیاری موارد سودمند بود. ولی امروزه می‌دانیم که خود شاره‌ها، مانند هوا و آب، پیوسته نیستند بلکه از اتمها و مولکولها ساخته شده‌اند؛ ماده گسسته است. آزمایش نشان می‌دهد که «شارهٔ الکتریکی» نیز پیوسته نیست، بلکه از مضربهایی از یک بار بنیادی معین تشکیل شده است. هر بار مثبت یا منفی q را که بشود آشکار سازی کرد می‌توان به صورت زیر نوشت

$$q = ne, \qquad n = \pm ۱, \pm ۲, \pm ۳, \ldots \qquad (۱۷\text{-}۱۱)$$

که در آن e، **بار بنیادی** است و مقدار تقریبی زیر را دارد

$$e = ۱/۶۰۲\times ۱۰^{-۱۹}\,\mathrm{C} \qquad (۱۷\text{-}۱۲)$$

بار بنیادی e یکی از مهمترین ثابتهای طبیعت است. هم الکترون و هم پروتون باری به بزرگی e دارند (جدول ۱۷-۱). (کوارکها، ذره‌های سازندهٔ پروتونها و نوترونها، بارهای $\pm e/۳$ یا $\pm ۲e/۳$ دارند، ولی ظاهراً آنها را نمی‌توان به صورت منفرد آشکار سازی کرد. به همین دلیل و به دلایل تاریخی، بار آنها را بار بنیادی در نظر نمی‌گیرند.)

شما اغلب با عبارتهایی- از قبیل «بار روی کره»، «مقدار بار منتقل شده» و «باری که توسط الکترون حمل شده است»- مواجه می‌شوید که اشاره بر آن دارند که بار، یک ماده است. (در واقع، به چنین عبارتهایی قبلاً در این فصل برخورده‌اید.) ولی، باید منظور از آن را به خاطر بسپارید: *ذره‌ها* ماده هستند و بار درست مانند جرم، یکی از ویژگیهای آن است.

وقتی یک کمیت فیزیکی از قبیل بار بتواند فقط مقدارهای گسسته‌ای را به جای هر مقدار دارا باشد، می‌گوییم آن کمیت **کوانتیده** است. برای مثال، ممکن است ذره‌ای را پیدا کرد که هیچ باری نداشته باشد یا بار آن $+۱۰e$ یا $-۶e$ باشد، ولی هیچ ذره‌ای با بار، مثلاً، $۳/۵۷e$ یافت نمی‌شود.

کوانتوم بار کوچک است. برای مثال در یک لامپ ۱۰۰W معمولی، حدود 10^{19} ذرهٔ بنیادی در هر ثانیه وارد لامپ می‌شوند و درست به همین مقدار، آن را ترک می‌کنند. البته ذره‌ای بودن الکتریسته را نمی‌توان در چنین پدیده‌های بزرگ‌-مقیاسی مشاهده کرد. (لامپ به ازای هر الکترون سوسو نمی‌زند)، درست همان‌طور که نمی‌توانید مولکولهای مجزای آب را با دست خود حس کنید.

جدول ۱۷-۱

بارهای سه ذره

ذره	نماد	بار
الکترون	e یا ē	$-e$
پروتون	p	$+e$
نوترون	n	۰

✔ *نکتهٔ وارسی ۴* در ابتدا، کرهٔ A دارای باری برابر با $-50e$ و کرهٔ B دارای باری برابر با $+20e$ است. کره‌ها از مادهٔ رسانایی ساخته شده‌اند و اندازهٔ آنها یکسان است. اگر کره‌ها را با هم تماس دهیم، بار نهایی روی کرهٔ A چقدر می‌شود؟

مسئلهٔ نمونهٔ ۱۷-۴

هستهٔ اتم آهن با شعاع تقریبی $۴/۰\times10^{-15}$ m دارای ۲۶ پروتون است.

(الف) بزرگی نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی میان دو پروتون به فاصلهٔ $۴/۰\times10^{-15}$ m چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی پروتونها را می‌توان به صورت ذره‌های باردار در نظر گرفت، به گونه‌ای که بزرگی نیروی الکتروستاتیکی وارد بر یکی از طرف دیگری با قانون کولن داده می‌شود.

محاسبه: جدول ۱۷-۱ نشان می‌دهد که بار یک پروتون برابر با $+e$ است؛ بنابراین، معادلهٔ ۱۷-۴ چنین به دست می‌دهد

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$$
$$=\frac{(8/99\times10^{9}\ \mathrm{N.m^2/C^2})(1/602\times10^{-19}\ \mathrm{C})^2}{(4/0\times10^{-15}\ \mathrm{m})^2}$$
$$=14\mathrm{N}$$ (پاسخ)

منفجر نمی‌شود: این نیرو برای تأثیر بر یک جسم ماکروسکوپی مانند طالبی، کوچک است ولی برای تأثیر بر یک پروتون، مقدار بسیار بزرگی است. چنین نیروهایی باید هستهٔ هر عنصری به جز هیدروژن را (که فقط یک پروتون در هسته دارد) از هم بپاشند. ولی حتی هسته‌هایی با تعداد بسیار زیادی پروتون نیز از هم نمی‌پاشند. بنابراین، برای مقابله با این نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی بسیار بزرگ، باید نیروی جاذبهٔ بسیار بزرگی وجود داشته باشد.

(ب) بزرگی نیروی گرانشی میان همین دو پروتون چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی چون پروتونها، ذره هستند بزرگی نیروی گرانشی وارد بر یکی از طرف دیگری با قانون نیوتون برای نیروی گرانشی (معادلهٔ ۱۷-۲) داده می‌شود.

محاسبه: به ازای $m_p(=1/67\times10^{-27}\ \mathrm{kg})$ که جرم یک پروتون را نشان می‌دهد، معادلهٔ ۱۷-۲ چنین به دست می‌دهد

$$F=G\frac{m_p^2}{r^2}$$
$$=\frac{(6/67\times10^{-11}\ \mathrm{N.m^2/kg^2})(1/67\times10^{-27}\ \mathrm{kg})^2}{(4/0\times10^{-15}\ \mathrm{m})^2}$$
$$=1/2\times10^{-35}\ \mathrm{N}$$ (پاسخ)

ضعیف در مقابل قوی: این نتیجه حاکی از آن است که نیروی (جاذبهٔ) گرانشی بسیار ضعیفتر از آن است که با نیروهای دافعهٔ الکتروستاتیکی میان پروتونها در یک هسته مقابله کند. به جای این، پروتونها با نیرویی بسیار بزرگ به یکدیگر مقید شده‌اند که *نیروی هسته‌ای قوی* نامیده می‌شود- نیرویی که بین پروتونها (و نوترونها) هنگامی که در نزدیکی یکدیگر، مثلاً در یک هسته، قرار دارند عمل می‌کند.

اگر چه نیروی گرانشی به مراتب ضعیفتر از نیروی الکتروستاتیکی است، ولی در وضعیتهای بزرگ‌- مقیاس مهم‌تر است، زیرا همواره به صورت جاذبه است. یعنی، این نیرو می‌تواند بسیاری از اجسام کوچک را به صورت اجسام بزرگ با جرمهای بزرگ، از قبیل سیاره‌ها و ستاره‌ها، که نیروهای گرانشی بزرگی اعمال می‌کنند، گرد هم آورد. از طرف دیگر، نیروی الکتروستاتیکی برای بارهای هم‌علامت دافعه است و در نتیجه نمی‌تواند بارهای مثبت یا بارهای منفی را به صورتی متمرکز کند که بتوانند به هم نیروی الکتروستاتیکی بزرگی وارد کنند.

۱۷-۶ بار الکتریکی پایسته است

اگر یک میلهٔ شیشه‌ای را با ابریشم مالش دهید، بار مثبتی در میله ظاهر می‌شود. اندازه‌گیریها نشان می‌دهد که در ابریشم نیز باری منفی به همان بزرگی ظاهر می‌شود. این اشاره بر آن دارد که مالش باری ایجاد نمی‌کند، بلکه فقط آن را از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌کند و بدین ترتیب خنثی بودن الکتریکی جسم را در حین این فرایند برهم می‌زند. این فرضیهٔ **پایستگی بار** که نخستین بار توسط بنیامین فرانکلین پیشنهاد شد، هم برای اجسام باردار بزرگ‌- مقیاس و هم برای اتمها، هسته‌ها، و ذره‌های بنیادی با بررسیهای دقیقی مورد تأیید قرار گرفته و هیچ استثنایی تاکنون یافت نشده است. بنابراین، بار الکتریکی را نیز به فهرست کمیتهایی که از قانون پایستگی پیروی می‌کنند- شامل انرژی و اندازه حرکتهای خطی و زاویه‌ای- می‌افزاییم.

مثالهای مهم پایستگی بار در *واپاشی پرتوزای* هسته‌ها بروز می‌کنند، که در آن یک هسته تبدیل به نوع دیگری از هسته می‌شود. برای مثال، هستهٔ اورانیوم- ۲۳۸ (^{238}U) با گسیل یک *ذرهٔ آلفا* به توریوم- ۲۳۴ (^{234}Th) تبدیل می‌شود. چون ساختار این ذرهٔ گسیل شده همان ساختار هستهٔ هلیوم- ۴ است، به صورت ^{4}He نمایش داده می‌شود. عددی که در نام هسته‌ها و به صورت یک شاخص بالا در نماد هسته استفاده می‌شود، *عدد جرمی* نام دارد و برابر با عدهٔ کل پروتونها و نوترونها در هسته است. برای مثال، عدد کل در ^{238}U برابر با ۲۳۸ است. تعداد پروتونها در یک هسته *عدد اتمی* Z است که برای تمام عنصرها در پیوست ج فهرست شده است. از آن فهرست در می‌یابیم که در واپاشی



$$^{238}U \to {}^{234}Th + {}^{4}He \qquad (۱۳-۱۷)$$

هستهٔ *مادر* ^{238}U شامل ۹۲ پروتون (با بار $+92e$)، هستهٔ دختر ^{234}Th شامل ۹۰ پروتون (با بار $+90e$)، و ذرهٔ آلفای گسیل شده ^{4}He شامل ۲ پروتون (با بار $+2e$) است. چنانچه ملاحظه می‌شود بار کل، پیش و پس از واپاشی برابر با $+92e$ است؛ بنابراین بار پایسته است. (عدد کل پروتونها و نوترونها نیز پایسته است: ۲۳۸ پیش از واپاشی و ۲۳۸=۴+۲۳۴ پس از واپاشی.)

مثال دیگری از پایستگی بار هنگامی رخ می‌دهد که یک الکترون e^- (که بار آن $-e$ است) و پاد ذرهٔ آن، *پوزیترون* e^+ (که بار آن $+e$ است)، دستخوش یک *فرایند نابودی* می‌گردند که در آن دو ذره به دو *پرتو گاما* (نور پر انرژی) تبدیل می‌شوند



$$e^- + e^+ \to \gamma + \gamma \qquad \text{(نابودی)} \qquad (۱۴-۱۷)$$

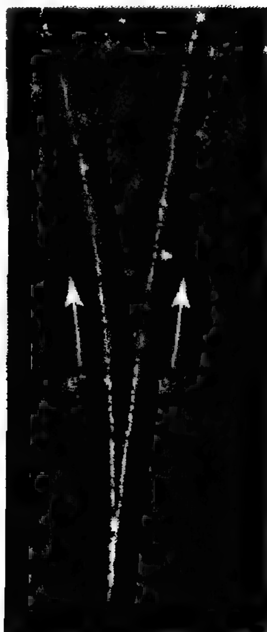
هنگام به کار بردن اصل پایستگی بار باید بارها را به طور جبری و با در نظر گرفتن علامتهای آنها با هم جمع کنیم. بنابراین، در فرایند نابودی معادلهٔ ۱۷-۱۴، بار خالص دستگاه پیش و پس از فرایند برابر با صفر است. بار پایسته است.

در فرایند *تولید زوج* که وارون فرایند نابودی است نیز بار پایسته است. در این فرایند پرتو گاما به یک الکترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود



$$\gamma \to e^- + e^+ \qquad \text{(تولید زوج)} \qquad (۱۵-۱۷)$$

شکل ۱۷ ۱۲ یک چنین فرایند تولید زوجی را که در یک اتاقک حباب رخ داده است، نشان می‌دهد. پرتو گاما از پایین وارد اتاقک شده و در نقطه‌ای به یک الکترون و یک پوزیترون تبدیل شده است. چون این ذره‌های جدید، باردار و در حال حرکت هستند، هر کدام ردی از حبابهای کوچک را بر جای گذاشته‌اند. (ردها از این‌رو خمیده شده‌اند که یک میدان مغناطیسی در اتاقک برقرار است.) پرتو گاما، که از لحاظ الکتریکی خنثی است، *هیچ ردی از خود به جای نگذاشته است. با این حال شما به دقت می‌توانید مکانی را که تولید زوج رخ داده است تعیین کنید- این مکان در نوک V خمیده، یعنی جایی است که ردهای الکترون و پوزیترون شروع می‌شوند.*



شکل ۱۷-۱۲ عکسی از رد حبابهایی که در یک اتاقک حباب توسط یک الکترون و یک پوزیترون بر جای مانده است. این جفت ذره توسط پرتو گامایی که مستقیماً از پایین وارد اتاقک شده است، تولید شده‌اند. با توجه به اینکه پرتو گاما از لحاظ الکتریکی خنثی است، مانند الکترون یا پوزیترون ردی از حبابها را در امتداد مسیر خود ایجاد نکرده است.

بازنگری و خلاصهٔ درس

بار الکتریکی قدرت بر هم کنش الکتریکی یک ذره با اجسام اطراف آن به **بار الکتریکی** ذره بستگی دارد که می‌تواند مثبت یا منفی باشد. بارهای هم‌علامت، یکدیگر را دفع و بارهای با علامت مخالف، یکدیگر را می‌ربایند. جسمی با مقدارهای مساوی از این دو نوع بار، از لحاظ الکتریکی خنثی است، و در صورت عدم توازن این دو نوع بار، از لحاظ الکتریکی باردار است.

رساناها موادی هستند که در آنها تعداد قابل توجهی از ذره‌های باردار (الکترونهای درون فلزها) آزادانه حرکت می‌کنند. ذره‌های باردار در **نیمرساناها** یا **عایقها** آزادانه حرکت نمی‌کنند.

کولن و آمپر یکای SI بار، **کولن** (C) است. این یکا برحسب یکای جریان، آمپر (A) تعریف شده است، که عبارت از باری است که از یک نقطهٔ معین در ۱ ثانیه به هنگام عبور جریان ۱ آمپر از آن نقطه، می‌گذرد:

$$1\,C = (1\,A)(1\,s)$$

این بر اساس رابطهٔ میان جریان i و آهنگ dq/dt است که با آن بار از یک نقطه می‌گذرد

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad \text{(جریان الکتریکی)} \qquad (۳-۱۷)$$

قانون کولن *قانون کولن*، **نیروی الکتروستاتیکی** میان بارهای الکتریکی کوچک (نقطه‌ای) q_1 و q_2 را که به حالت سکون (یا تقریباً ساکن) و به فاصلهٔ r از هم قرار گرفته‌اند، توصیف می‌کند

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad \text{(قانون کولن)} \quad (۴-۱۷)$$

که در اینجا $\varepsilon_0 = 8/85\times10^{-12}\,C^2/N.m^2$ **ثابت گذردهی**، و $1/4\pi\varepsilon_0 = k = 8/99\times10^9\,N.m^2/C^2$ است.

نیروی جاذبه یا دافعهٔ میان بارهای نقطه‌ای در حال سکون، در امتداد خط واصل دو بار اثر می‌کند. اگر بیش از دو بار وجود داشته باشد، معادلهٔ ۱۷-۴ برای هر جفت بار برقرار است. آنگاه نیروی خالص وارد بر هر بار، با استفاده از اصل بر هم نهی به دست می‌آید که جمع برداری نیروهای وارد بر آن بار توسط نیروهای دیگر است.

دو قضیهٔ پوستهٔ الکتروستاتیک عبارت‌اند از

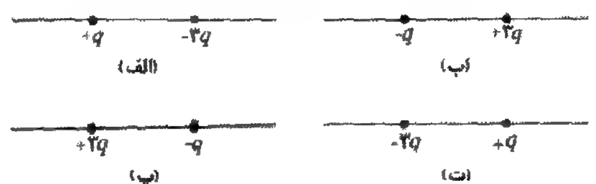
پوسته‌ای با بار یکنواخت، ذره‌ای باردار را که در خارج پوسته قرار دارد به گونه‌ای جذب یا دفع می‌کند که گویی بار پوسته در مرکز آن متمرکز شده است.

اگر ذرهٔ بارداری در داخل پوسته‌ای با بار یکنواخت قرار داشته باشد، هیچ نیروی الکتروستاتیکی خالصی از پوسته به ذره وارد نمی‌شود.

بار بنیادی بار الکتریکی **کوانتیده** است: هر باری را می‌توان به صورت ne نوشت، که در آن n یک ثابت مثبت یا منفی و e یک ثابت طبیعت به نام **بار بنیادی** ($\approx 1/602\times10^{-19}\,C$) است. بار الکتریکی **پایسته** است: بار خالص هر دستگاه منزوی نمی‌تواند تغییر کند.

پرسشها

۱- شکل ۱۷-۱۳ چهار وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها ذره‌های باردار در مکانهایی روی یک محور ثابت شده‌اند. در کدام وضعیتها نقطه‌ای در سمت چپ ذره‌ها وجود دارد که در آنجا الکترون در حال تعادل خواهد بود؟



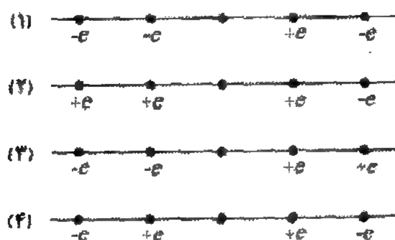
شکل ۱۷-۱۳ پرسش ۱

۲- شکل ۱۷-۱۴ دو ذرهٔ باردار را روی محوری نشان می‌دهد. بارها می‌توانند آزادانه حرکت کنند. ذرهٔ باردار سوم می‌تواند در نقطه‌ای معین قرار گیرد به گونه‌ای که از آن پس، هر سه ذره در تعادل باشند. (الف) آیا این نقطه در سمت چپ دو ذرهٔ اول است یا سمت راست یا میان آنها؟ (ب) آیا بار ذرهٔ سوم باید مثبت باشد یا منفی؟ (پ) آیا تعادل پایدار است یا ناپایدار؟



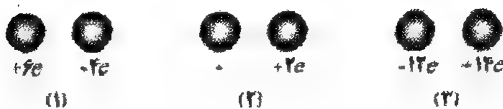
شکل ۱۷-۱۴ پرسش ۲

۳- شکل ۱۷-۱۵ چهار وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها پنج ذرهٔ باردار در فاصله‌های یکسانی در امتداد محوری قرار گرفته‌اند. مقدارهای بار بجز برای بار مرکزی در شکل نشان داده شده‌اند، که در هر چهار وضعیت بزرگی آنها یکسان است. وضعیتها را بنابر بزرگی نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر بار مرکزی از بزرگ به کوچک مرتب کنید.



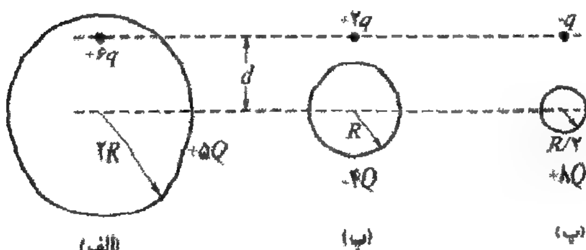
شکل ۱۷-۱۵ پرسش ۳

۴- شکل ۱۷-۱۶ سه جفت کرهٔ یکسان را نشان می‌دهد که می‌خواهیم آنها را به هم تماس دهیم و سپس از هم جدا کنیم. بارهای اولیهٔ آنها در شکل مشخص شده‌اند. جفتها را بنا بر (الف) بزرگی بار منتقل شده در حین تماس و (ب) بار به جای مانده روی کرهٔ باردار مثبت، از بزرگ به کوچک مرتب کنید.



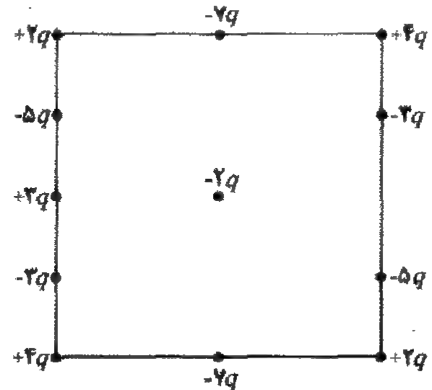
شکل ۱۷-۱۶ پرسش ۴

۵- شکل ۱۷-۱۷ سه وضعیت را که شامل یک ذرهٔ باردار و یک پوستهٔ کروی باردار یکنواخت است نشان می‌دهد. بارها داده شده‌اند، و شعاعها روی شکل مشخص‌اند. وضعیتها را بنا بر بزرگی نیروی وارد بر هر ذره ناشی از حضور پوسته، از بزرگ به کوچک مرتب کنید.



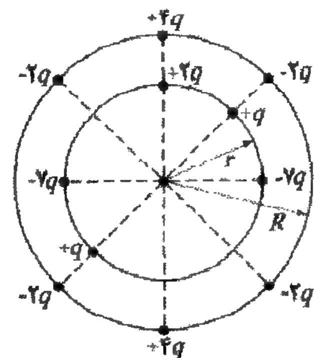
شکل ۱۷-۱۷ پرسش ۵

۶- در شکل ۱۷-۱۸، یک ذرهٔ مرکزی با بار $-2q$ با آرایه‌ای مربعی از ذره‌های باردار که به فاصله‌های d یا $d/2$ روی پیرامون مربعی قرار گرفته‌اند، احاطه شده است. بزرگی و جهت نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذره مرکزی از طرف سایر ذره‌ها چقدر است؟ (*راهنمایی*: در اینجا می‌توان با در نظر گرفتن تقارن به میزان زیادی محاسبه‌ها را کاهش داد.)



شکل ۱۷-۱۸ پرسش ۶

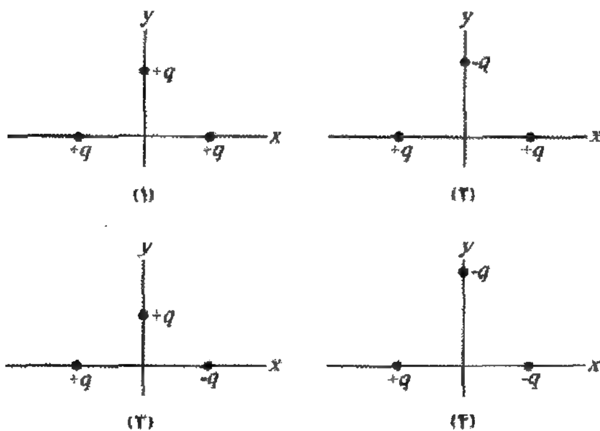
۷- در شکل ۱۷-۱۹، یک ذرهٔ مرکزی با بار $-q$ توسط دو حلقهٔ دایره‌ای از ذره‌های باردار احاطه شده است. بزرگی و جهت نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذرهٔ مرکزی از طرف سایر ذره‌ها چقدر است؟ (*راهنمایی*: در اینجا می‌توان با در نظر گرفتن تقارن به میزان زیادی محاسبه‌ها را کاهش داد.)



شکل ۱۷-۱۹ پرسش ۷

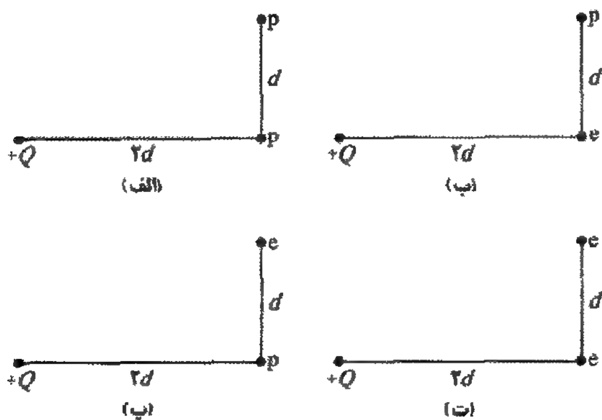
۸- یک گوی باردار مثبت به نزدیکی یک رسانای منزوی که از لحاظ الکتریکی خنثی است، آورده می‌شود. آنگاه رسانا در حالی که گوی نزدیک به آن نگه داشته شده است، به زمین متصل می‌شود. آیا رسانا در صورتی که (الف) گوی در ابتدا دور برده شده و سپس اتصال به زمین برداشته شود و (ب) در ابتدا اتصال به زمین برداشته شده و سپس دور برده شود، بار مثبت پیدا می‌کند یا منفی یا خنثی می‌شود؟

۹- شکل ۱۷-۲۰ چهار وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها ذره‌های باردار $+q$ یا $-q$ در جایی ثابت شده‌اند. در هر وضعیت، ذره‌های روی محور x فاصلهٔ یکسانی از محور y دارند. نخست، ذرهٔ میانی در وضعیت ۱ را در نظر بگیرید: به ذرهٔ میانی، نیرویی الکتروستاتیکی از سوی دو ذرهٔ دیگر وارد می‌شود. (الف) آیا بزرگیهای F این نیروها یکسان هستند یا متفاوت؟ (ب) آیا بزرگی نیروی خالص وارد بر ذرهٔ میانی برابر با $2F$ است یا بزرگتر یا کوچکتر از آن است؟ (پ) آیا مؤلفه‌های x دو نیرو با هم جمع می‌شوند یا یکدیگر را از بین می‌برند؟ (ت) آیا مؤلفه‌های y آنها با هم جمع می‌شوند یا یکدیگر را از بین می‌برند؟ (ث) آیا جهت نیروی خالص وارد بر ذرهٔ میانی ناشی از مؤلفه‌هایی است که از بین می‌روند یا مؤلفه‌هایی که جمع می‌شوند؟ (ج) جهت این نیروی خالص چیست؟ اکنون بقیهٔ وضعیتها را در نظر بگیرید: جهت نیروی خالص وارد بر ذرهٔ میانی در (چ) وضعیت ۲، (ح) وضعیت ۳، و (خ) وضعیت ۴ چیست؟ (در هر وضعیت، تقارن توزیع بار را در نظر بگیرید و مؤلفه‌هایی را که از بین می‌روند یا جمع می‌شوند مشخص کنید.)



شکل ۱۷-۲۰ پرسش ۹

۱۰- شکل ۱۷-۲۱ چهار آرایش از ذره‌های باردار را نشان می‌دهد. این آرایشها را بنا بر بزرگی نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذرهٔ با بار $+Q$ از بزرگ به کوچک مرتب کنید.



شکل ۱۷-۲۱ پرسش ۱۰

مسئله‌ها

GO مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس)
SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها
WWW: پاسخ در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.
ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.
●●●-● تعداد نقطه‌ها درجهٔ دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.
اطلاعات اضافی در سیرک پرندهٔ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

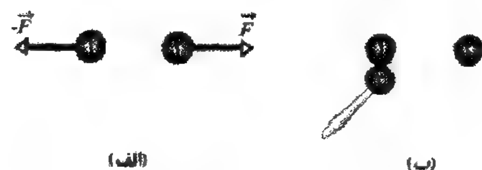
بخش ۱۷-۴ قانون کولن

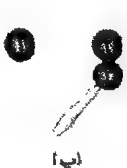
●۱- برای آنکه بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان دو بار نقطه‌ای $q_1 = 26/0 \mu C$ و $q_2 = -47/0 \mu C$ برابر با $5/70 N$ باشد، فاصلهٔ بین آنها باید چقدر باشد؟ SSM

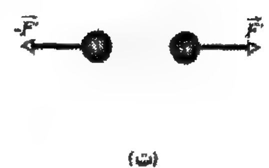
●۲- دو ذره با بار یکسان در فاصلهٔ $3/2 \times 10^{-3} m$ از یکدیگر نگه داشته شده و سپس از حال سکون رها می‌شوند. مشاهده می‌شود که شتاب اولیهٔ ذرهٔ اول $7/0 m/s^2$ و شتاب اولیهٔ ذرهٔ دوم $9/0 m/s^2$ است. اگر جرم ذرهٔ اول $6/3 \times 10^{-7} kg$ باشد، (الف) جرم ذرهٔ دوم و (ب) بزرگی بار هر ذره چقدر است؟ ILW

●۳- ذره‌ای با بار $+3/00 \times 10^{-6} C$ در فاصلهٔ $12/0 cm$ از ذرهٔ دیگری با بار $-1/50 \times 10^{-6} C$ قرار دارد. بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان دو ذره را محاسبه کنید.

●۴- کره‌های رسانای منزوی مشابه ۱ و ۲ بارهای یکسانی دارند و در فاصله‌ای از هم قرار گرفته‌اند که در مقایسه با قطر آنها زیاد است، (شکل ۱۷-۲۲ الف). نیروی الکتروستاتیکی که از سوی کرهٔ ۱ بر کرهٔ ۲ وارد می‌شود $\vec{F}$ است. حال فرض کنید که کرهٔ مشابه سوم ۳، که دارای دستگیره‌ای عایق و در ابتدا خنثی است، نخست با کرهٔ ۱ (شکل ۱۷-۲۲ب)، سپس با کرهٔ ۲ (شکل ۱۷-۲۲پ) تماس پیدا کند، و سرانجام برداشته شود (شکل ۱۷-۲۲ ت). بزرگی نیروی الکتروستاتیکی F' که اینک بر کرهٔ ۲ وارد می‌شود چقدر است؟ نسبت F'/F چیست؟







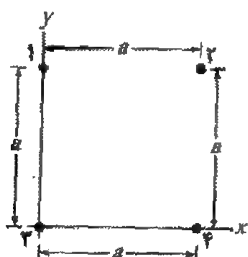
شکل ۱۷-۲۲ مسئلهٔ ۴

●۵- از بار Q که در ابتدا روی کرهٔ کوچکی است، یک جزء q به کرهٔ دیگری که در نزدیکی آن واقع است منتقل می‌شود. هر دو کره را می‌توان به صورت ذره در نظر گرفت. نیروی الکتروستاتیکی میان دو کره به ازای چه مقداری از q/Q بیشینه است؟ SSM ILW

●۶- در ضربهٔ برگشتی حاصل از تخلیهٔ یک آذرخش نوعی، جریان $2/5 \times 10^{4} A$ به مدت $20 \mu s$ به وجود می‌آید. در این رویداد چقدر بار منتقل می‌شود؟

●●۷- دو کرهٔ رسانای مشابه، که در جایی ثابت شده‌اند، هنگامی که فاصلهٔ جدایی مرکز به مرکز آنها برابر $50/0 cm$ است، با نیروی الکتروستاتیکی $0/108 N$ یکدیگر را می‌ربایند. سپس کره‌ها توسط سیم رسانای نازکی به هم متصل می‌شوند. وقتی که سیم برداشته شود، کره‌ها یکدیگر را با نیروی الکتروستاتیکی $0/0360 N$ می‌رانند. از بارهای اولیهٔ روی کره‌ها، که مجموع آنها مقدار مثبتی است، (الف) چه مقدار بار منفی روی یکی از آنها و (ب) چه مقدار بار مثبت روی دیگری قرار داشته است؟ SSM WWW

●●۸- در شکل ۱۷-۲۳، چهار ذره مربعی را تشکیل داده‌اند. بارها عبارت‌اند از $q_1 = q_4 = Q$ و $q_2 = q_3 = q$. (الف) اگر نیروی الکترواستاتیکی خالص وارد بر ذره‌های ۱ و ۴ برابر صفر باشد، نسبت Q/q چقدر است؟ (ب) آیا هیچ مقداری از q وجود دارد که نیروی الکترواستاتیکی وارد بر هر چهار ذره را برابر صفر کند؟ توضیح دهید. GO



شکل ۱۷-۲۳ مسئله‌های ۸، ۹ و ۶۲.

●●۹- در شکل ۱۷-۲۳، بارها عبارت‌اند از $q_1 = -q_2 = 100 nC$ و $q_3 = -q_4 = 200 nC$، و فاصلهٔ بارها $a = 5/0 cm$ است. مؤلفه‌های (الف) x و (ب) y نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذرهٔ ۳ چقدر است؟ ILW

●●۱۰- سه ذره روی محور x ثابت شده‌اند. ذرهٔ ۱ با بار q_1 در $x = -a$ و ذرهٔ ۲ با بار q_2 در $x = +a$ قرار دارند. نسبت q_1/q_2 باید چقدر باشد تا در هنگامی که ذرهٔ ۳ با بار $+Q$ در (الف) $x = +0/500a$ و (ب) $x = +1/50a$ قرار دارد، نیروی الکتروستاتیکی وارد بر آن برابر با صفر باشد؟

●●۱۱- در شکل ۱۷-۲۴ سه ذرهٔ باردار روی محور x قرار دارند. ذره‌های ۱ و ۲ در مکان خود ثابت‌اند. ذرهٔ ۳ می‌تواند حرکت کند، ولی نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر آن از

طرف ذره‌های ۱ و ۲ در جایی برابر صفر است. اگر $L_{23} = L_{12}$ باشد؛ نسبت q_1/q_2 چقدر است؟



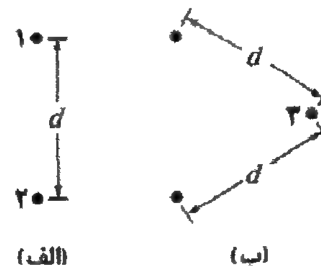
شکل ۱۷-۲۴ مسئله‌های ۱۱ و ۵۶

●●۱۲- شکل ۱۷-۲۵ چهار کرهٔ رسانای مشابه را نشان می‌دهد که در فاصله‌ای از یکدیگر قرار گرفته‌اند. کرهٔ W (با بار اولیهٔ صفر) با کرهٔ A تماس داده شده و سپس از آن جدا می‌شود. پس از آن، کرهٔ W با کرهٔ B (با بار اولیه $-32e$) تماس داده شده و سپس از آن جدا می‌شود. سرانجام، کرهٔ W با کرهٔ C (با بار اولیهٔ $+48e$) تماس داده شده و از آن جدا می‌شود. بار نهایی روی کرهٔ W برابر $+18e$ است. بار اولیهٔ روی کرهٔ A چقدر بوده است؟



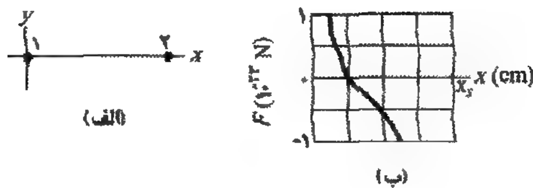
شکل ۱۷-۲۵ مسئلهٔ ۱۲

●●۱۳- در شکل ۱۷-۲۶ الف، ذره‌های ۱ و ۲ هر کدام بار $20/0\,\mu C$ دارند و در فاصلهٔ $d = 1/50\,m$ از یکدیگر ثابت شده‌اند. (الف) بزرگی نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذرهٔ ۱ ناشی از ذرهٔ ۲ چقدر است؟ در شکل ۱۷-۲۶ ب، ذرهٔ ۳ با بار $20/0\,\mu C$ به گونه‌ای قرار گرفته است که یک مثلث با ضلعهای مساوی ایجاد می‌شود. (ب) بزرگی نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذرهٔ ۱ ناشی از ذره‌های ۲ و ۳ چقدر است؟



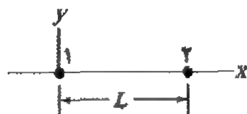
شکل ۱۷-۲۶ مسئلهٔ ۱۳

●●۱۴- در شکل ۱۷-۲۷ الف، ذرهٔ ۱ (با بار q_1) و ذرهٔ ۲ (با بار q_2) در مکانی روی محور x ثابت شده‌اند و از یکدیگر $8/00\,cm$ فاصله دارند. می‌خواهیم ذرهٔ ۳ (با بار $q_3 = +8/00 \times 10^{-19}\,C$) به گونه‌ای روی خط میان ذره‌های ۱ و ۲ قرار گیرد که آنها نیروی الکتروستاتیکی خالص $\vec{F}_{3,net}$ را بر آن وارد کنند. شکل ۱۷-۲۷ ب، مؤلفهٔ x این نیرو را برحسب مختصهٔ x مکانی که ذرهٔ ۳ در آن واقع شده است، نشان می‌دهد. مقیاس محور x با $x_s = 8/0\,cm$ مشخص شده است. (الف) علامت بار q_1 و (ب) نسبت q_2/q_1 چیست؟



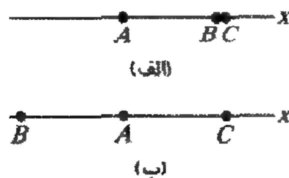
شکل ۱۷-۲۷ مسئلهٔ ۱۴

●●۱۵- در شکل ۱۷-۲۸، ذرهٔ ۱ با بار $+1/0\,\mu C$ و ذرهٔ ۲ با بار $-3/0\,\mu C$ به فاصلهٔ $L = 10/0\,cm$ روی محور x ثابت شده‌اند. اگر ذرهٔ ۳ با بار نامعلوم q_3 به گونه‌ای قرار داده شود که نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر آن از طرف ذره‌های ۱ و ۲ صفر باشد، مختصهٔ (الف) x و (ب) y ذرهٔ ۳ باید چقدر باشد؟



شکل ۱۷-۲۸ مسئله‌های ۱۵، ۱۹، ۳۲، ۶۴ و ۶۹.

●●۱۶- در شکل ۱۷-۲۹ الف، سه ذرهٔ باردار مثبت روی محور x ثابت شده‌اند. ذره‌های B و C به حدی به یکدیگر نزدیک‌اند که می‌توانیم فاصلهٔ آنها از ذرهٔ A را یکی بگیریم. نیروی خالص واردبر ذرهٔ A از طرف ذره‌های B و C برابر با $2/014 \times 10^{-23}\,N$ و در جهت منفی محور x است. در شکل ۱۷-۲۹ ب، ذرهٔ B در طرف مخالف نسبت به A جابه‌جا شده است ولی هنوز در همان فاصله از A است. اکنون نیروی خالص وارد بر A برابر با $2/877 \times 10^{-24}\,N$ و در جهت منفی محور x است. نسبت q_C/q_B چقدر است؟



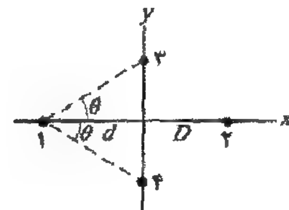
شکل ۱۷-۲۹ مسئلهٔ ۱۶

●●۱۷- بارها و مختصات دو ذرهٔ باردار که در صفحهٔ xy ثابت شده‌اند عبارت‌اند از $q_1 = +3/0\,\mu C$ ، $x_1 = 3/5\,cm$ ، $y_1 = 0/50\,cm$ و $q_2 = -4/0\,\mu C$ ، $x_2 = -2/0\,cm$ ، $y_2 = 1/5\,cm$. (الف) بزرگی و (ب) جهت نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذرهٔ ۲ از طرف ذرهٔ ۱ را بیابید. در چه مختصهٔ (پ) x و (ت) y ذرهٔ سوم با بار $q_3 = +4/0\,\mu C$ باید قرار گیرد تا نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذرهٔ ۳ از طرف ذره‌های ۱ و ۲ صفر شود؟

●●۱۸- دو ذره روی محور x ثابت شده‌اند. ذرهٔ ۱ با بار $40\,\mu C$ در $x = -2/0\,cm$، و ذرهٔ ۲ با بار Q در $x = 3/0\,cm$ واقع‌اند. ذرهٔ ۳ که بزرگی بار آن $20\,\mu C$ است از حالت سکون روی محور y در $y = 2/0\,cm$ رها می‌شود. اگر شتاب اولیهٔ ذرهٔ ۳ در جهت مثبت (الف) محور x و (ب) محور y باشد، مقدار Q چقدر است؟

●●●۱۹- در شکل ۱۷-۲۸، ذرهٔ ۱ با بار $+q$ و ذرهٔ ۲ با بار $+4/00q$ در فاصلهٔ $L=9/00\ cm$ روی محور x ثابت شده‌اند. اگر ذرهٔ ۳ با بار q_3 به گونه‌ای قرار گیرد که سه ذره به هنگام رها شدن، در جای خود باقی بمانند (الف) مختصهٔ x و (ب) مختصهٔ y ذرهٔ ۳ و (پ) نسبت q_3/q باید چقدر باشد؟ SSM WWW

●●●۲۰- شکل ۱۷-۳۰ آرایشی از چهار ذرهٔ باردار را، با زاویهٔ $\theta=30/0°$ و فاصلهٔ $d=2/00cm$ نشان می‌دهد. بار ذرهٔ ۲ برابر با $q_2=+8/00\times10^{-19}\ C$، و بار ذره‌های ۳ و ۴ برابر با $q_3=q_4=-1/60\times10^{-19}\ C$ است. (الف) اگر نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذرهٔ ۱ از طرف ذره‌های دیگر برابر صفر باشد، فاصلهٔ D میان مبدأ و ذرهٔ ۲ چقدر است؟ (ب) اگر ذره‌های ۳ و ۴ به محور x نزدیکتر شوند ولی تقارن آنها نسبت به این محور حفظ شود، آیا مقدار مورد نظر D بزرگتر از قسمت (الف) است یا کوچکتر یا مساوی با آن است؟ GO



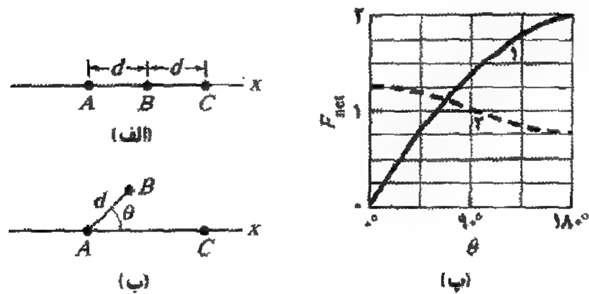
شکل ۱۷-۳۰ مسئلهٔ ۲۰

●●●۲۱- در شکل ۱۷-۳۱، ذره‌های ۱ و ۲ با بار $q_1=q_2=+3/20\times10^{-19}\ C$ روی محور y به فاصلهٔ $d=17/0\ cm$ از مبدأ واقع‌اند. ذرهٔ ۳ با بار $q_3=+6/40\times10^{-19}\ C$ بتدریج از $x=0$ تا $x=+5/0\ cm$ حرکت می‌کند. به ازای چه مقدارهایی از x بزرگی نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذرهٔ سوم از طرف دو ذرهٔ دیگر (الف) کمینه و (ب) بیشینه است؟ این بزرگیهای (پ) کمینه و (ت) بیشینه چقدرند؟



شکل ۱۷-۳۱ مسئلهٔ ۲۱

●●●۲۲- شکل ۱۷-۳۲ الف آرایشی از سه ذره باردار به فاصلهٔ d را نشان می‌دهد. ذره‌های A و C روی محور x ثابت شده‌اند، ولی ذرهٔ B می‌تواند روی دایره‌ای به مرکز ذرهٔ A حرکت کند. در حین این حرکت، خط شعاعی میان A و B با جهت مثبت محور x زاویهٔ θ می‌سازد (شکل ۱۷-۳۲ ب). منحنیها در شکل ۱۷-۳۲ پ، برای دو وضعیت، بزرگی F_{net} نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذرهٔ A از طرف ذره های دیگر را نشان می‌دهند. این نیروی خالص برحسب تابعی از زاویهٔ θ و برحسب مضربی از مقدار پایهٔ F_0 نشان داده شده است. مثلاً روی منحنی ۱، در $\theta=180°$، در می‌یابیم که $F_{net}=2F_0$ است. (الف) برای وضعیت مربوط به منحنی ۱، نسبت بار ذرهٔ C به بار ذرهٔ B (همراه با علامت) چقدر است؟ (ب) برای وضعیت مربوط به منحنی ۲، این نسبت چقدر است؟



شکل ۱۷-۳۲ مسئلهٔ ۲۲

●●●۲۳- یک پوستهٔ کروی نارسانا، با شعاع درونی $4/0cm$ و شعاع بیرونی $6/0cm$ دارای باری است که به طور یکنواخت در حجم بین سطحهای درونی و بیرونی آن توزیع شده است. *چگالی بار حجمی* ρ یعنی، بار در واحد حجم دارای یکای کولن بر متر مکعب است. برای این پوسته $\rho=b/r$، که در آن r فاصله برحسب متر از مرکز پوسته و $b=3/0\mu C/m^2$ است. بار خالص موجود در پوسته چقدر است؟

بخش ۱۷-۵ بار کوانتیده است

●۲۴- اگر فاصلهٔ یونهای سدیم یک بار یونیده (Na^+، با بار $+e$) و کلر یک بار یونیده (Cl^-، با بار $-e$) در بلور نمک خوراکی $2/82\times10^{-10}\ m$ باشد، بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان این دو یون چقدر است؟

●۲۵- بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان دو نوع یون مشابه که به فاصلهٔ $5/0\times10^{-10}\ m$ از هم قرار گرفته‌اند برابر با $3/7\times10^{-9}\ N$ است. (الف) بار هر یون چقدر است؟ (ب) هر یون چند الکترون «از دست داده» است؟ (بنابراین، بار این یون ناموازن است). SSM

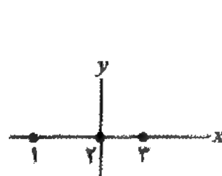
●۲۶- عبور جریان $0/300\ A$ از قفسهٔ سینه می‌تواند باعث لرزش عضلهٔ قلب، بر هم زدن ضرب آهنگ عادی ضربان قلب و اختلال در جریان خون (و در نتیجه اکسیژن) به مغز شود. اگر این جریان به مدت $2/00\ min$ تداوم یابد، چند الکترون رسانشی از قفسهٔ سینه عبور خواهد کرد؟

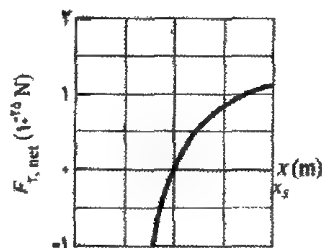
●۲۷- چند الکترون باید از یک سکه برداشته شود تا بار باقیماندهٔ آن $+1/0\times10^{-7}\ C$ شود؟ ILW

●۲۸- فاصلهٔ مرکز به مرکز دو قطره آب کروی کوچک با بار یکسان $-1/00\times10^{-16}\ C$، برابر با $1/00cm$ است. (الف) بزرگی نیروی الکتروستاتیکی که بین آنها عمل می‌کند چقدر است؟ (ب) چند الکترون اضافی در هر قطره موجب ناموازنی بار آنها شده است؟

●●۲۹- جو زمین به طور دائم با *پروتونهای پرتو کیهانی* که برآمده‌از جایی در فضا هستند بمباران می‌شود. اگر همهٔ پروتونها از جو بگذرند، به هر متر مربع از سطح زمین به طور متوسط ۱۵۰۰ پروتون در ثانیه برخورد می‌کند. جریان الکتریکی که با کل سطح زمین برخورد می‌کند چقدر است؟ ILW

●●۳۰- شکل ۱۷-۳۳ الف ذره‌های باردار ۱ و ۲ را که در مکانی روی محور x ثابت شده‌اند نشان می‌دهد. ذرهٔ ۱ دارای باری‌به‌بزرگی $|q_1| = 8/00\ e$ است. ذرهٔ ۳ با بار $q_3 = +8/00\ e$ در ابتدا روی محور x در نزدیکی ذرهٔ ۲ واقع است. حال ذرهٔ ۳ را بتدریج در سوی مثبت محور x حرکت می‌دهیم. در نتیجه، بزرگی نیروی الکتروستاتیکی خالص $\vec{F}_{2,net}$ وارد بر ذرهٔ ۲ از طرف ذره های ۱ و ۳ تغییر می‌کند. شکل ۱۷-۳۳ ب مؤلفهٔ x نیروی خالص را برحسب تابعی از مکان x ذرهٔ ۳ نشان می‌دهد. مقیاس محور x با $x_s = 0/80\text{m}$ مشخص شده است. نمودار وقتی $x \to \infty$ دارای یک مجانب $F_{2,net} = 1/5 \times 10^{-25}\ \text{N}$ است. بزرگی بار ذرهٔ ۲ برحسب مضربی از e، و علامت آن چیست؟



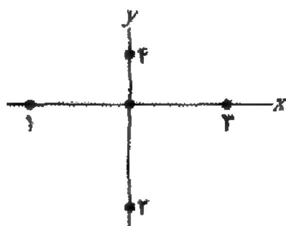


شکل ۱۷-۳۳ مسئلهٔ ۳۰

●●۳۱- تعداد کولن‌های بار مثبت در $250\ \text{cm}^3$ آب (خنثی) را محاسبه کنید. (*راهنمایی*: اتم هیدروژن دارای یک پروتون، و اتم اکسیژن دارای ۸ پروتون است).

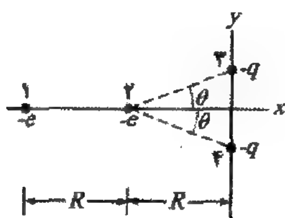
●●۳۲- در شکل ۱۷-۲۸، ذره‌های ۱ و ۲ در مکان خود روی محور x به فاصلهٔ $L = 8/00\ \text{cm}$ ثابت شده‌اند. بارهای آنها $q_1 = +e$ و $q_2 = -27e$ است. ذرهٔ ۳ با بار $q_3 = +4e$ روی خط میان ذره‌های ۱ و ۲ قرار داده می‌شود تا آنها نیروی الکتروستاتیکی خالص $\vec{F}_{3,net}$ را بر آن وارد کنند. (الف) ذرهٔ ۳ باید در چه مختصه‌ای قرار گیرد. تا بزرگی این نیرو کمینه شود؟ (ب) بزرگی کمینه چقدر است؟

●●۳۳- در شکل ۱۷-۳۴، ذره‌های ۲ و ۴ با بار $-e$ در مکان خود واقع بر محور y، در $y_2 = -10/0\text{cm}$ و $y_4 = 5/00\text{cm}$ ثابت شده‌اند. ذره‌های ۱ و ۳ با بار $-e$ می‌توانند در امتداد محور x حرکت کنند. ذرهٔ ۵ با بار $+e$ در مبدأ ثابت شده است. در ابتدا ذرهٔ ۱ در $x_1 = -10/0\ \text{cm}$ و ذرهٔ ۳ در $x_3 = 10/0\ \text{cm}$ قرار دارند. (الف) ذرهٔ ۱ را باید تا چه مقدار x حرکت داد تا جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر ذرهٔ ۵ به اندازهٔ $30°$ پادساعتگرد بچرخد؟ (ب) وقتی ذرهٔ ۱ در مکان جدید خود ثابت شود، ذرهٔ ۳ را باید تا چه مقدار x حرکت داد تا $\vec{F}_{net}$ بچرخد و به جهت اولیهٔ خود باز گردد؟ GO



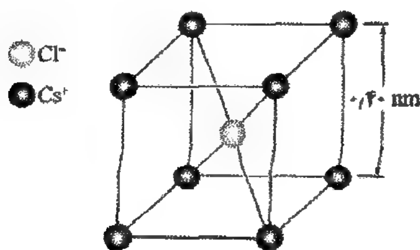
شکل ۱۷-۳۴ مسئلهٔ ۳۳

●●●۳۴- شکل ۱۷-۳۵، الکترونهای ۱ و ۲ را روی محور x و یونهای باردار ۳ و ۴ را با بار یکسان $-q$ و در زاویه‌های یکسان θ نشان می‌دهد. الکترون ۲ می‌تواند آزادانه حرکت کند؛ سه ذرهٔ دیگر در مکان خود به فاصله‌های افقی R از الکترون ۲ ثابت شده‌اند و می‌خواهند الکترون ۲ را در مکان خود ثابت نگه دارند. برای مقدارهای از لحاظ فیزیکی ممکن $q \leq 5e$، (الف) کوچکترین، (ب) دومین کوچکترین، و (پ) سومین کوچکترین مقدارهای θ برای آنکه الکترون ۲ در مکان خود ثابت بماند چقدر است؟



شکل ۱۷-۳۵ مسئلهٔ ۳۴

●●●۳۵- در بلورهای نمک سزیم کلراید، یونهای سزیم Cs^+، هشت گوشهٔ یک مکعب را می‌سازند و یون کلر Cl^- در مرکز آن مکعب قرار دارد (شکل ۱۷-۳۶). طول ضلع مکعب $0/40\text{nm}$ است. یونهای Cs^+ هر یک کمبود یک الکترون دارند (و بنابراین، بار هر کدام $+e$ است)، و یون Cl^- یک الکترون اضافی دارد (و بنابراین، بار آن $-e$ است). (الف) بزرگی نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر یون Cl^- ناشی از ۸ یون Cs^+ که در گوشه‌های مکعب قرار دارند، چقدر است؟ (ب) اگر یکی از یونهای Cs^+ در جای خود نباشد، گفته می‌شود که بلور دارای *نقص* (*ناراستی*) است؛ بزرگی نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر Cl^- از طرف هفت یون Cs^+ به جای مانده چقدر است؟ SSM

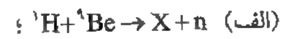


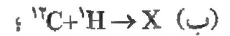
شکل ۱۷-۳۶ مسئلهٔ ۳۵

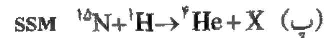
بخش ۱۷-۶ بار الکتریکی پایسته است

●۳۶- الکترونها و پوزیترونها توسط تبدیلهای هسته‌ای پروتونها و نوترونها که به نام *واپاشی بتا* شناخته شده‌اند، ایجاد می‌شوند. (الف) اگر یک پروتون به یک نوترون تبدیل شود، آیا یک الکترون یا یک پوزیترون ایجاد می‌شود؟ (ب) اگر یک نوترون به یک پروتون تبدیل شود، آیا یک الکترون یا یک پوزیترون ایجاد می‌شود؟

●۳۷- X را به کمک پیوست ج، در واکنشهای هسته‌ای زیر شناسایی کنید:


(الف) $^{1}H + {}^{9}Be \rightarrow X + n$ ؛


(ب) $^{12}C + {}^{1}H \rightarrow X$ ؛


(پ) $^{15}N + {}^{1}H \rightarrow {}^{4}He + X$ SSM

مسئله‌های اضافی

۳۸- در شکل ۱۷-۳۷، چهار ذره روی محور x ثابت شده‌اند و به فاصلهٔ $d = ۲/۰۰$ cm از یکدیگر قرار دارند. بارها عبارت‌اند از: $q_1 = +2e$ ، $q_2 = -e$ ، $q_3 = +e$ ، و $q_4 = +4e$، با $e = ۱/۶۰ \times ۱۰^{-۱۹}$ C. برحسب نمادگذاری بردار یکه، نیروی الکتروستاتیک خالص وارد بر (الف) ذرهٔ ۱ و (ب) ذرهٔ ۲، از طرف ذره‌های دیگر چقدر است؟



شکل ۱۷-۳۷ مسئلهٔ ۳۸

۳۹- در شکل ۱۷-۳۸، ذرهٔ ۱ با بار $+4e$ در فاصلهٔ $d_1 = ۲/۰۰$ mm بالای کف، و ذرهٔ ۲ با بار $+6e$ روی آن کف به فاصلهٔ افقی $d_2 = ۶/۰۰$ mm از ذرهٔ ۱ قرار دارد. مؤلفهٔ x نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذرهٔ ۲ از طرف ذرهٔ ۱ چقدر است؟ SSM



شکل ۱۷-۳۸ مسئلهٔ ۳۹

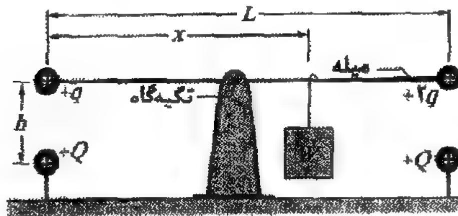
۴۰- ذره‌ای با بار Q در مبداء دستگاه مختصات ثابت شده است. در $t = ۰$ ، ذره‌ای ($q = ۴/۰۰$ μC و $m = ۰/۸۰۰$ g) که در $x = ۲۰/۰$ cm روی محور x واقع است، با تندی $۵۰/۰$ m/s در جهت مثبت y حرکت می‌کند. به ازای چه مقداری از Q ذرهٔ متحرک، حرکت دایره‌ای انجام می‌دهد؟ (از نیروی گرانشی وارد بر ذره چشمپوشی کنید.)

۴۱- میلهٔ نارسانای بارداری به طول $۲/۰۰$ m و سطح مقطع $۴/۰۰$ cm² در طرف مثبت محور x به گونه‌ای قرار دارد که یک سر آن در مبدأ است. *چگالی بار حجمی* ρ، بار در واحد حجم بر حسب کولن بر متر مکعب است. اگر ρ (الف) یکنواخت باشد، با مقدار $-۴/۰۰$ μC/m³ و (ب) نایکنواخت باشد، با مقداری که با رابطهٔ $\rho = bx^2$ داده می‌شود که در آن $b = -۲/۰۰$ μC/m⁵ است، چه مقدار الکترون اضافی روی میله قرار دارد؟

۴۲- بار $۶/۰$ μC به دو بخش تقسیم شده و سپس به فاصلهٔ $۳/۰$ mm از یکدیگر قرار داده شده‌اند. بیشینهٔ مقدار ممکن نیروی الکتروستاتیکی میان این دو بخش چقدر است؟

۴۳- چند مگاکولن بار مثبت در $۱/۰۰$ مول گاز هیدروژن-مولکولی (H_2) وجود دارد؟

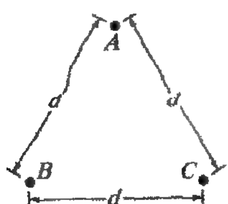
۴۴- شکل ۱۷-۳۹ میله‌ای نارسانا، بدون جرم و بلند به طول L را نشان می‌دهد که در مرکزش لولا شده و با قطعه‌ای به وزن W که در فاصلهٔ x از انتهای چپ قرار دارد موازنه کرده است. به دو انتهای چپ و راست میله، کره‌های رسانای کوچکی به ترتیب با بارهای مثبت q و $2q$ متصل است. به فاصلهٔ h مستقیماً زیر هر یک از این کره‌ها، کره‌ای با بار مثبت Q قرار دارد. (الف) هنگامی که میله افقی و موازنه کرده است، فاصلهٔ x چقدر است؟ (ب) h چه مقداری باید داشته باشد تا وقتی میله افقی و در توازن است هیچ نیروی قائمی بر تکیه‌گاه وارد نکند؟



شکل ۱۷-۳۹ مسئلهٔ ۴۴

۴۵- هر نوترون شامل یک کوارک «بالا» با بار $+2e/3$ و دو کوارک «پایین» هر یک با بار $-e/3$ است. اگر فرض کنیم فاصلهٔ کوارکهای پایین در داخل نوترون برابر با $۲/۶ \times ۱۰^{-۱۵}$ m باشد، بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان آنها چقدر است؟

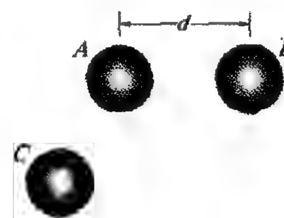
۴۶- در شکل ۱۷-۴۰، سه کرهٔ رسانای مشابه یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $d = ۲۰/۰$ cm را تشکیل داده‌اند. شعاعهای کره‌ها بسیار کوچکتر از d است و بار کره‌ها عبارت‌اند از: $q_A = -۲/۰۰$ nC ، $q_B = -۴/۰۰$ nC، و $q_C = +۸/۰۰$ nC. (الف) بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان کره‌های A و C چقدر است؟ مرحله‌های زیر را در نظر بگیرید: A و B توسط سیم نازکی به هم متصل شده و سپس اتصال برداشته می‌شود؛ B توسط سیمی به زمین متصل شده و سپس اتصال برداشته می‌شود؛ B و C توسط سیمی به یکدیگر متصل می‌شوند و سپس اتصال قطع می‌شود. اکنون بزرگیهای نیروی الکتروستاتیکی (ب) میان کره‌های A و C، و (پ) میان کره‌های B و C چقدر است؟



شکل ۱۷-۴۰ مسئلهٔ ۴۶

۴۷- بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان دو بار نقطه‌ای ۱/۰۰ C به فاصلهٔ (الف) ۱/۰۰ m و (ب) ۱/۰۰ km چقدر می‌شد اگر چنین بارهای نقطه‌ای وجود داشتند (که ندارند) و اگر چنین پیکربندی وجود می‌داشت؟

۴۸- در شکل ۱۷-۴۱، سه کرهٔ رسانای مشابه دارای این بارهای اولیه هستند: کرهٔ A، $۴Q$؛ کرهٔ B، $-۶Q$؛ و کرهٔ C، ۰. کره‌های A و B در جای خود ثابت‌اند و در فاصلهٔ مرکز به مرکزی بسیار بزرگتر از اندازهٔ کره‌ها قرار دارند. دو آزمایش انجام می‌گیرد. در آزمایش ۱، کرهٔ C به کرهٔ A و سپس (به طور جداگانه) به کرهٔ B تماس داده شده و از هم جدا می‌شوند. در آزمایش ۲، که با همان شرایط اولیه صورت می‌گیرد، مرحله‌ها وارونه می‌شوند: کرهٔ C به کرهٔ B و سپس (به طور جداگانه) به کرهٔ A تماس داده شده و از هم جدا می‌شوند. نسبت نیروی الکتروستاتیکی بین A و B در پایان آزمایش ۲ به مقدار آن در پایان آزمایش ۱ چقدر است؟



شکل ۲۱-۴۱ مسئله‌های ۴۸ و ۶۷

۴۹- می‌دانیم که بار منفی الکترون و بار مثبت پروتون برابرند. با این حال، فرض کنید مقدار آنها به اندازهٔ ۰/۰۰۰۰۱۰٪ با یکدیگر تفاوت داشته باشد. دو سکهٔ مسی که به فاصلهٔ ۱/۰ m از هم قرار دارند، با چه نیرویی یکدیگر را می‌رانند؟ فرض کنید هر سکه شامل ۳×۱۰^{۲۲} اتم مس باشد. (*راهنمایی:* اتم مس خنثی دارای ۲۹ پروتون و ۲۹ الکترون است.) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۵۰- فاصلهٔ دو پروتون باید چقدر باشد تا بزرگی نیروی الکتروستاتیکی وارد بر هر یک از دو پروتون برابر با بزرگی نیروی گرانشی وارد بر یک پروتون در سطح زمین باشد؟ SSM

۵۱- از بار Q روی یک کرهٔ کوچک، کسر α به کرهٔ دومی در نزدیکی آن منتقل شده است. کره‌ها را می‌توان به صورت ذره در نظر گرفت. (الف) چه مقداری از α بزرگی F نیروی الکتروستاتیکی میان دو کره را بیشینه می‌کند؟ مقدارهای (ب) کمتر و (پ) بیشتر α که به ازای آنها F نصف مقدار بیشینه می‌شود، چقدر است؟

۵۲- اگر گربه‌ای در یک روز خشک، چند بار خود را به شلوار کتان شما بمالد، انتقال بار میان موهای گربه و کتان می‌تواند بار اضافی ۲/۰۰ μC- را روی شما بر جای گذارد. (الف) چه تعداد الکترون میان شما و گربه منتقل شده است؟

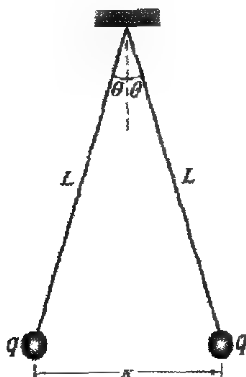
شما بتدریج از طریق کف زمین بی بار می‌شوید، ولی اگر به جای اینکه منتظر بمانید، بی درنگ به سوی یک شیر آب بروید، ممکن است هنگامی که انگشتان خود را نزدیک شیر آب می‌برید، به طور ناگهانی یک جرقهٔ دردناک ظاهر شود. (ب) در این جرقه، آیا الکترونها از شما به شیر آب حرکت می‌کنند یا برعکس؟ (پ) درست پیش از آنکه جرقه ظاهر شود، آیا شما در شیر آب بار مثبت القا می‌کنید یا بار منفی؟ (ت) اگر به جای شما، گربه پنجه‌اش را به شیر آب برساند، الکترونها در جرقهٔ حاصل به چه طریق حرکت می‌کنند؟ (ث) اگر در یک روز خشک، گربه‌ای را با دست لخت نوازش دهید، باید مواظب باشید انگشتان خود را نزدیک بینی گربه نبرید، وگرنه با جرقه‌ای به آن صدمه می‌زنید. با توجه به اینکه موهای گربه عایق است، توضیح دهید چگونه جرقه می‌تواند رخ دهد؟

۵۳- (الف) چه بارهای مثبت یکسانی باید روی زمین و ماه قرار داده شوند تا جاذبهٔ گرانشی آنها را خنثی کند؟ (ب) چرا برای حل این مسئله نیازی به دانستن فاصلهٔ آنها ندارید؟ (پ) چند کیلوگرم یون هیدروژن (یعنی، پروتون) برای تهیهٔ بار مثبت محاسبه شده در قسمت (الف) مورد نیاز است؟

۵۴- در شکل ۱۷-۴۲، دو گوی رسانای کوچک با جرم یکسان m و بار یکسان q از نخهایی نارسانا به طول L آویزان‌اند. فرض کنید θ به اندازه‌ای کوچک است که می‌توان $\tan\theta$ را با مقدار تقریباً برابر آن، $\sin\theta$، جایگزین کرد. (الف) نشان دهید که

$$x=\left(\frac{q^{2}L}{2\pi\varepsilon_{0}mg}\right)^{1/3}$$

فاصلهٔ x گویها به هنگام تعادل را به دست می‌دهد. (ب) اگر $L=۱۲۰\ cm$، $m=۱۰\ g$، و $x=۵/۰\ cm$ باشد، $|q|$ چقدر است؟



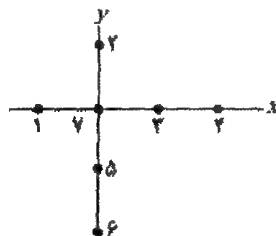
شکل ۱۷-۴۲ مسئله‌های ۵۴ و ۵۵

۵۵- (الف) اگر یکی از گویهای مسئلهٔ ۵۴ تخلیه شود (مثلاً بار q خود را به زمین بدهد) توضیح دهید که برای گویها چه رخ می‌دهد. (ب) فاصلهٔ تعادل جدید x را با استفاده از مقدارهای دادهٔ شدهٔ L و m و مقدار محاسبه شدهٔ $|q|$ به دست آورید.

۵۶- در شکل ۱۷-۲۴، ذره‌های ۱ و ۲ در مکان خود ثابت شده‌اند، ولی ذرهٔ ۳ می‌تواند آزادانه حرکت کند. اگر نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذرهٔ ۳ از طرف ذره‌های ۱ و ۲ برابر صفر و $L_{23}=۲/۰۰\,L_{12}$ باشد، نسبت q_1/q_2 چقدر است؟

۵۷- بار کل $۷۵/۰\ kg$ الکترون برحسب کولن چقدر است؟

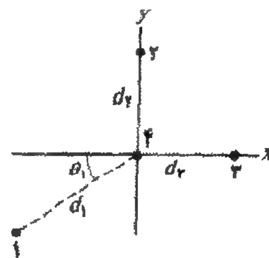
۵۸- چنانکه در شکل ۱۷-۴۳ دیده می‌شود، شش ذرهٔ باردار، ذرهٔ ۷ را که به فاصله‌های شعاعی $d = ۱/۰\ cm$ یا $۲d$ از آنها قرار دارد احاطه کرده‌اند. بارها عبارت‌اند از: $q_1 = +۲e$ ، $q_2 = +۴e$ ، $q_3 = +e$ ، $q_4 = +۴e$ ، $q_5 = +۲e$ ، $q_6 = +۸e$ ، $q_7 = +۶e$ ، با $e = ۱/۶۰ \times ۱۰^{-۱۹}\ C$. بزرگی نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذرهٔ ۷ چقدر است؟



شکل ۱۷-۴۳ مسئلهٔ ۵۸

۵۹- سه ذرهٔ باردار تشکیل یک مثلث می‌دهند: ذرهٔ ۱ با بار $Q_1 = ۸۰/۰\ nC$ در مختصات xy $(۰ , ۳/۰۰\ mm)$ ، ذرهٔ ۲ با بار Q_2 در $(۰, -۳/۰۰\ mm)$ ، و ذرهٔ ۳ با بار $q = ۱۸/۰\ nC$ در $(۴/۰۰\ mm, ۰)$. برحسب نمادگذاری بردار یکه، نیروی الکتروستاتیکی وارد بر ذرهٔ ۳ از طرف دو ذرهٔ دیگر چقدر است، در صورتی که Q_2 برابر با (الف) $۸۰/۰\ nC$ و (ب) $-۸۰/۰\ nC$ باشد؟

۶۰- در شکل ۱۷-۴۴، (الف) بزرگی و (ب) جهت نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذرهٔ ۴ از طرف سه ذرهٔ دیگر چیست؟ هر چهار ذره در صفحهٔ xy ثابت شده‌اند، و $q_1 = -۳/۲۰ \times ۱۰^{-۱۹}\ C$ ، $q_2 = +۳/۲۰ \times ۱۰^{-۱۹}\ C$ ، $q_3 = +۶/۴۰ \times ۱۰^{-۱۹}\ C$ ، $q_4 = +۳/۲۰ \times ۱۰^{-۱۹}\ C$ ، $\theta_1 = ۳۵/۰^\circ$ ، $d_1 = ۳/۰۰\ cm$ ، و $d_2 = d_3 = ۲/۰۰\ cm$.



شکل ۱۷-۴۴ مسئلهٔ ۶۰

۶۱- دو بار نقطه‌ای $۳۰\ nC$ و $-۴۰\ nC$ روی محور x، به ترتیب در مبدأ و در $x = ۷۲ cm$ ثابت شده‌اند. ذره‌ای با بار $۴۲ \mu C$ در $x = ۲۸ cm$ از حالت سکون رها می‌شود. اگر بزرگی شتاب اولیهٔ ذره $۱۰۰\ km/s^2$ باشد، جرم ذره چقدر است؟

۶۲- در شکل ۱۷-۲۳، چهار ذره یک مربع تشکیل داده‌اند. بارها عبارت‌اند از: $q_1 = +Q$ ، $q_2 = q_3 = q$ ، و $q_4 = -۲/۰۰\ Q$. اگر نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذرهٔ ۱ برابر صفر باشد، نسبت q/Q چقدر است؟

۶۳- بارهای نقطه‌ای $+۶/۰ \mu C$ و $-۴/۰ \mu C$ روی محور x، به ترتیب در $x = ۸/۰ m$ و $x = ۱۶\ m$ ثابت شده‌اند. چه باری باید در $x = ۲۴ m$ قرار داده شود تا به هر باری که در مبدأ قرار گیرد هیچ نیروی الکتروستاتیکی وارد نشود؟

۶۴- در شکل ۱۷-۲۸، ذرهٔ ۱ با بار $-۸۰/۰ \mu C$ و ذرهٔ ۲ با بار $+۴۰/۰ \mu C$ روی محور x به فاصلهٔ $L = ۲۰/۰ cm$ ثابت شده‌اند. در صورتی که ذرهٔ ۳ (الف) در $x = ۴۰/۰ cm$ و (ب) در $x = ۸۰/۰\ cm$ واقع شده باشد، نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر آن برحسب بردار یکه چیست؟ اگر نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر ذرهٔ ۳ از طرف ذره‌های ۱ و ۲ برابر با صفر باشد، مختصهٔ (پ) x و (ت) y ذرهٔ ۳ باید چقدر باشد؟

۶۵- در واپاشی پرتوزای معادلهٔ ۱۷-۱۳، یک هستهٔ ^{۲۳۸}U به ^{۲۳۴}Th و یک ^4He خارج شده تبدیل می‌شود. (اینها هسته‌اند نه اتم، در نتیجه الکترونها وارد نشده‌اند.) وقتی فاصلهٔ میان ^{۲۳۴}Th و ^4He برابر $۹/۰ \times ۱۰^{-۱۵}\ m$ است، بزرگیهای (الف) نیروی الکتروستاتیکی میان آنها و (ب) شتاب ذرهٔ ^4He چقدر است؟

۶۶- دو کرهٔ باردار مثبت کوچک دارای بار کل $۵/۰ \times ۱۰^{-۵}\ C$ هستند. اگر هنگامی که فاصلهٔ دو کره $۲/۰\ m$ است، هر کره با نیروی الکتروستاتیکی $۱/۰ N$ توسط دیگری دفع شود، بار روی کرهٔ با بار کوچکتر چقدر است؟

۶۷- بارهای اولیه روی سه کرهٔ فلزی مشابه شکل ۱۷-۴۱ عبارت‌اند از: کرهٔ A، Q؛ کرهٔ B، $-Q/۴$ ؛ و کرهٔ C، $Q/۲$ ، که در آنها $Q = ۲/۰۰ \times ۱۰^{-۱۴}\ C$ است. کره‌های A و B در جای خود ثابت‌اند، و فاصلهٔ مرکز به مرکز آنها $d = ۱/۲۰\ m$ است، که بسیار بزرگتر از اندازهٔ کره‌هاست. کرهٔ C ابتدا به کرهٔ A و سپس به کرهٔ B تماس داده شده و آنگاه برداشته می‌شود. بزرگی نیروی الکتروستاتیکی میان کره‌های A و B چقدر است؟

۶۸- الکترونی در نزدیکی سطح زمین در خلأ است و در $y = ۰$ روی محور قائم y قرار دارد. الکترون دومی در چه مقداری از y باید قرار گیرد تا نیروی الکتروستاتیکی وارد بر الکترون اول برابر با نیروی گرانشی وارد بر آن باشد؟

۶۹- در شکل ۱۷-۲۸، ذرهٔ ۱ با بار $-۵/۰۰q$ و ذرهٔ ۲ با بار $+۲/۰۰\ q$ در فاصلهٔ L روی محور x ثابت شده‌اند. اگر ذرهٔ ۳ با بار نامعلوم q_3 به گونه‌ای قرار داده شود که نیروی الکتروستاتیکی خالص وارد بر آن از طرف ذره‌های ۱ و ۲ برابر صفر باشد، مختصهٔ (الف) x و (ب) y ذرهٔ ۳ چه باید باشد؟ SSM

۷۰- دو دانشجوی مهندسی، یکی به جرم $۹۰\ kg$ و دیگری به جرم $۴۵\ kg$ به فاصلهٔ $۳۰\ m$ از یکدیگر قرار دارند. فرض کنید هر یک به اندازهٔ ٪۰/۰۱ در مقدار بار مثبت و منفی عدم توازن دارند، یکی باردار مثبت و دیگری باردار منفی است. با جایگزین کردن هر دانشجو با یک کرهٔ آب که هم‌ جرم دانشجو را داشته باشد، مرتبهٔ بزرگی نیروی جاذبهٔ الکتروستاتیکی میان آنها را بیابید.

۱۸ میدانهای الکتریکی



چه چیزی موجب می‌شود که گرده ابتدا به زنبور بچسبد و سپس از آن جدا شود؟

تولید مثل بسیاری از گلها به حشراتی بستگی دارد که گرده‌ها را از یک گل به گل دیگر انتقال می‌دهند. زنبورهای عسل عموماً این کار را به هنگام برخورد با گلها جهت جمع آوری شهد گل انجام می‌دهند. ولی گرده‌ها، مانند ذره‌های غباری که از یک سطح گرد و خاکی زدوده می‌شوند، از روی گل پاک نمی‌شوند. بلکه گرده‌ها از گل به زنبور منتقل می‌شوند و در ضمن پرواز به گل بعدی به زنبور و پس از پرش به گل بعد به آن می‌چسبند.

پاسخ در همین فصل.

۱۸-۱ فیزیک چیست؟

از فیزیک فصل گذشته آموختیم کـه چگونـه نیـروی الکتریکـی وارد بر ذرهٔ ۱ با بار $+q_1$ را که در نزدیکـی ذرهٔ ۲ بـا بـار $+q_2$ قرار گرفته است، محاسبه کنیم. با این حال هنـوز یـک پرسـش آزار دهنده باقی است: ذرهٔ ۱ چگونـه از حضـور ذرهٔ ۲ «بـاخبر» می‌شود؟ یعنی وقتی ذره‌ها در تماس با یکدیگر نیستند چگونـه ذرهٔ ۲ می‌تواند بر ذرهٔ ۱ نیرو وارد کند؟ - چگونه چنین *کنش از راه دوری* می‌تواند بدون هیچ ارتباط قابل مشاهده‌ای بین ذره‌ها، وجود داشته باشد؟

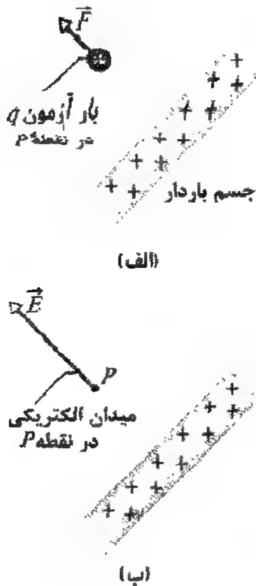
یک هدف فیزیک گزارش مشاهده‌هایی دربارهٔ دنیـای مـا، از قبیل بزرگی و جهت نیروی وارد بر ذرهٔ ۱ است. هـدف دیگـر فیزیک ارائه توضیحی عمیقتر از آن چیزی است که گزارش شده است. یکی از هدفهای این فصل، ارائه چنین توضیح ژرفتری به پرسشهای آزار دهندهٔ ما دربارهٔ نیروی الکتریکی در یک مسافت است. این پرسشها را با این گفته می‌تـوان پاسـخ داد کـه ذرهٔ ۲ یک **میدان الکتریکی** در فضای اطراف خود ایجاد می‌کنـد. اگـر ذرهٔ ۱ را در هر نقطه‌ای از این فضـا قـراردهیم، ایـن ذره بـه آن دلیل از وجود ذرهٔ ۲ «بـاخبر» مـی‌شـود کـه تحـت تـأثیر میـدان الکتریکی ذرهٔ ۲ که پیشتر در آن نقطه ایجـاد شـده اسـت، قـرار می‌گیرد. بنابراین، ذرهٔ ۲ نه با تماس بـا ذرهٔ ۱، بلکـه بـه وسـیلهٔ میدان الکتریکی ایجاد شده در اطراف خود بـر ذرهٔ ۱ نیـرو وارد می‌کند.

هدف ما در این فصـل، تعریـف میـدان الکتریکـی و بحـث دربارهٔ چگونگی محاسبهٔ آن برای آرایشـهای مختلـف ذره‌هـای باردار است.

۱۸-۲ میدان الکتریکی

دما در هر نقطه‌ای از اتاق، مقدار معینی دارد. دمای هر نقطـه یـا مجموعه‌ای از نقطه‌های معین را می‌توان با قـراردادن دماسـنجی در آنجا اندازه گرفت. این توزیع حاصل از دماهـا را *میـدان دمـا* می‌نامیم. تقریباً به همین روش می‌توان یک *میدان فشـار* در جـو زمین تصور کـرد؛ ایـن میـدان شـامل توزیـع مقـدارهای فشـار هواست، که هر یک مربوط به نقطه‌ای در جو است. چون دما و فشارهوا کمیتهایی نرده‌ای‌اند، این دو مثال نمونه‌هایی از *میدانهای نرده‌ای* هستند.

میدان الکتریکی، یک *میدان برداری* است؛ این میـدان شـامل توزیعی از *بردارها* ست، که هر یک مربوط به نقطه‌ای در فضای پیرامون جسم باردار، مثلاً یک میلهٔ باردار، است. اصـولاً میـدان الکتریکی را می‌توانیم در هر نقطه‌ای نزدیک جسم باردار، ماننـد نقطهٔ P در شکل ۱۸-۱ الف، چنین تعریـف کنیم: ابتدا بار مثبـت



شکل ۱۸-۱ (الف) بار آزمون مثبت q_0 در نقطهٔ P، نزدیک یک جسم باردار قرار داده شده است. نیروی الکتروستاتیکی $\vec{F}$ بر این بار آزمون اثر می‌کند. (ب) میدان الکتریکی $\vec{E}$ در نقطهٔ P توسط جسم باردار ایجاد شده است.

q_0، به نام *بارآزمون*، را در نقطهٔ مورد نظر قرار می‌دهیم. سپس نیروی الکتروستاتیکی $\vec{F}$ را که بر آن بـار آزمـون اثـر مـی‌کنـد اندازه می‌گیریم. سرانجام، میدان الکتریکی $\vec{E}$ حاصـل از جسـم باردار را در نقطهٔ P چنین تعریف می‌کنیم

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0} \qquad \text{(میدان الکتریکی)} \qquad (۱۸-۱)$$

بنابراین، بزرگی میدان الکتریکی $\vec{E}$ در نقطهٔ P برابر با $E=F/q_0$، و جهت $\vec{E}$ در همان جهت نیروی $\vec{F}$ است که بـر بـار آزمـون مثبت وارد می‌شود. همان‌گونه که در شکل ۱۸-۱ ب نشـان داده شده است، میدان الکتریکی در نقطهٔ P را با بـرداری کـه انتهـای آن در P است نمایش می‌دهیم. برای تعیین میـدان الکتریکـی در داخل هر ناحیه، باید آن را به همین ترتیب برای کلیهٔ نقطه‌هـای آن ناحیه معین کرد.

یکای SI میدان الکتریکی، نیوتـون بـر کـولن (N/C) اسـت. جـدول ۱۸-۱ میـدانهای الکتریکـی مربـوط بـه چنـد وضـعیت فیزیکی را نشان می‌دهد.

اگر چه برای تعریف میدان الکتریکی یـک جسـم بـاردار از بارآزمون مثبت استفاده می‌شود، ولـی وجـود میـدان مسـتقل از بارآزمون است. میدان الکتریکی در نقطـهٔ P در شـکل ۱۸-۱ ب هم پیش از قراردادن بار آزمون شکل ۱۸-۱ ب و هم پس از آن وجود داشته است (فرض می‌کنیم کـه در روش تعریـف مـا، از میدان، حضور بار آزمون هیچ تأثیری بر توزیـع بـار روی جسـم

ندارد، و بنابراین، میدان الکتریکی تعریف شدهٔ ما را تغییر نمی‌دهد.)

جدول ۱۸-۱

چند میدان الکتریکی

مکان یا وضعیت میدان	مقدار (N/C)
درسطح هستهٔ اورانیوم	۳×۱۰^{۲۱}
داخل اتم هیدروژن، در شعاع $۵/۲۹\times۱۰^{-۱۱}\mathrm{m}$	۵×۱۰^{۱۱}
فروشکست الکتریکی که در هوا رخ می‌دهد	۳×۱۰^{۶}
در نزدیکی غلتک باردار دستگاه فتوکپی	$۱۰^{۵}$
نزدیک یک شانهٔ باردار	$۱۰^{۳}$
درسطحهای پایینی جو زمین	$۱۰^{۲}$
داخل سیم مسی مدارهای خانه	$۱۰^{-۲}$

برای مطالعهٔ نقش میدان الکتریکی در برهم‌کنش میان جسمهای باردار، باید دو کار انجام دهیم: (۱) محاسبهٔ میدان الکتریکی ایجاد شده توسط یک توزیع معین بار، و (۲) محاسبهٔ نیرویی که یک میدان معین بر باری که در آن قرار داده شده است، وارد می‌کند. کار اول را در بخشهای ۱۸-۴ تا ۱۸-۷ برای چندین توزیع بار و کار دوم را در بخشهای ۱۸-۸ و ۱۸-۹ با در نظرگرفتن یک بار نقطه‌ای و یک جفت بار نقطه‌ای در یک میدان الکتریکی انجام می‌دهیم. ولی، پیش از آن، دربارهٔ راهی برای تجسم میدانهای الکتریکی بحث می‌کنیم.

۱۸-۳ خطهای میدان الکتریکی

مایکل فارادی[1]، کسی که اندیشهٔ میدانهای الکتریکی را در قرن نوزدهم میلادی مطرح کرد، براین باور بود که فضای اطراف یک جسم باردار با *خطهای نیرو* پرشده است. اگر چه دیگر برای این خطها، که امروزه به نام **میدان الکتریکی** خوانده می‌شوند، واقعیت زیادی قائل نیستیم، ولی با این حال آنها هنوز هم روش مناسبی برای تجسم نقشها در میدانهای الکتریکی به شمار می‌آیند.

رابطهٔ میان خطهای میدان و بردارهای میدان الکتریکی به این قرار است: (۱) در هر نقطه، جهت یک خط میدان مستقیم یا جهت مماس بر یک خط میدان خمیده، جهت $\vec{E}$ را در آن نقطه به دست می‌دهد، و (۲) خطهای میدان به گونه‌ای رسم می‌شوند که تعداد خطها در واحد سطح، که در صفحه‌ای عمود بر این خطها اندازه‌گیری می‌شوند، با بزرگی $\vec{E}$ متناسب‌اند. بنابراین، هر جایی که خطهای میدان به یکدیگر نزدیک باشند، E بزرگ و هر جایی که آنها از یکدیگر دورباشند، E کوچک است.



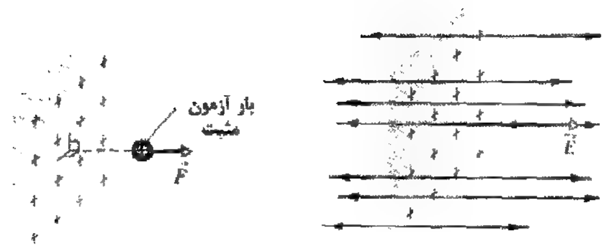
شکل ۱۸-۲ (الف) نیروی الکتروستاتیکی $\vec{F}$ وارد بر یک بار آزمون مثبت واقع در نزدیکی کره‌ای با بار منفی یکنواخت. (ب) بردار میدان الکتریکی $\vec{E}$ در محل بار آزمون، خطهای میدان الکتریکی در فضای نزدیک کره. امتداد خطهای میدان روبه سمت کرهٔ باردار منفی است. (آنها از بارهای مثبت دور، سرچشمه می‌گیرند.)

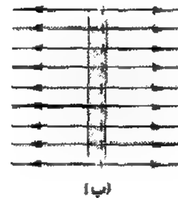
شکل ۱۸-۲ الف کره‌ای با بار منفی یکنواخت را نشان می‌دهد. اگر یک بار آزمون مثبت را در هرجایی نزدیک کره قرار دهیم، یک نیروی الکتروستاتیکی که جهت آن رو به سمت مرکز کره است، آن طور که در شکل نشان داده شده است، برآن بار آزمون اثر می‌کند. به بیانی دیگر، بردارهای میدان الکتریکی در تمام نقطه‌های نزدیک به کره، به طور شعاعی به سوی مرکز کره‌اند. این نقش بردارها به سادگی با خطهای میدان شکل ۱۸-۲ ب نشان داده شده است، که درآن بردارهای نیرو و میدان در جهتهای یکسانی سمتگیری کرده‌اند. افزون براین، باز شدن خطهای میدان الکتریکی با فاصله گرفتن از کره نشان می‌دهد که بزرگی میدان الکتریکی با فاصله گرفتن از کره کاهش می‌یابد.

اگر کرهٔ شکل ۱۸-۲ بار مثبت یکنواخت داشته باشد، بردارهای میدان الکتریکی در تمام نقطه‌های نزدیک به کره به طور شعاعی از کره دور می‌شوند. بنابراین، خطهای میدان الکتریکی نیز به طور شعاعی از کره دور می‌شوند. از این رو این قاعدهٔ برقرار است:

> ☜ خطهای میدان الکتریکی از بار مثبت (که از آنجا سرچشمه گرفته‌اند) دور می‌شوند و به سوی بار منفی (که به آنجا ختم می‌شوند) امتداد می‌یابند.

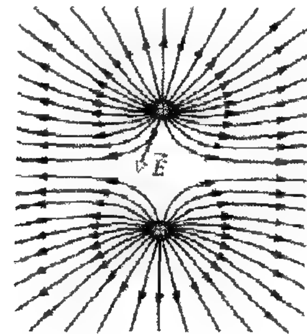
1. Michael Faraday





شکل ۱۸-۳ (الف) نیروی الکتروستاتیکی $\vec{F}$ وارد بر بار آزمون مثبت در نزدیکی یک ورقهٔ نارسانای بسیار بزرگ با توزیع یکنواخت بار مثبت در یک طرف آن. (ب) بردار میدان الکتریکی $\vec{E}$ در محل بار آزمون، و خطهای میدان الکتریکی در فضای نزدیک ورقه. خطهای میدان از ورقهٔ با بار مثبت *دور می‌شوند*. (پ) نمای جانبی شکل (ب).

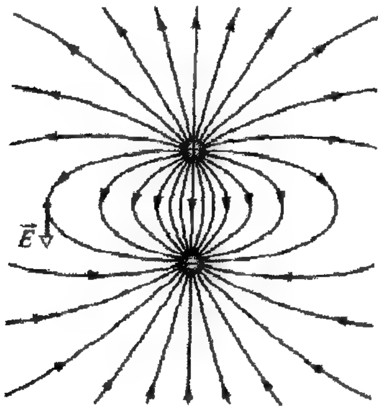
شکل ۱۸-۳ الف بخشی از یک *ورقه* (یا صفحهٔ) نارسانای بینهایت بزرگ را نشان می‌دهد که بار مثبت روی یک طرف آن به طور یکنواخت توزیع شده است. اگر یک بار آزمون مثبت را در هر نقطه‌ای نزدیک ورقهٔ شکل ۱۸-۳ الف قرار دهیم، نیروی الکتروستاتیکی وارد بر بار آزمون عمود بر ورقه خواهد بود؛ زیرا نیروهایی که در تمام جهتهای دیگر اثر می‌کنند، یکدیگر را براثر تقارن خنثی می‌کنند. علاوه بر این، نیروی خالص وارد بر این بار آزمون، همان گونه که نشان داده شده است، از ورقه دور می‌شود. بنابراین، بردار میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا در هر طرف ورقه نیز به ورقه عمود است و از آن دور می‌شود (شکلهای ۱۸-۳ب و پ). چون بار روی ورقه به طور یکنواخت توزیع شده است، بزرگی همهٔ بردارهای میدان یکسان است. میدان الکتریکی، با بزرگی و جهت یکسان در هر نقطه، *میدان الکتریکی یکنواخت* نامیده می‌شود.



شکل ۱۸-۴ خطهای میدان الکتریکی برای دوبار نقطه‌ای مثبت و برابر. بارها یکدیگر را می‌رانند (خطها به بارهای منفی دور ختم می‌شوند.) برای «دیدن» نقش واقعی سه بعدی خطهای میدان، به طور ذهنی نقش نشان داده شده در اینجا را حول محوری که از میان هر دو بار در صفحهٔ کاغذ می‌گذرد، بچرخانید. گفته می‌شود که این نقش سه بعدی و میدان الکتریکی که این نقش نمایش می‌دهد، دارای *تقارن دورانی* حول آن محور است. بردار میدان الکتریکی مربوط به یک نقطه نشان داده شده است؛ توجه کنید که این بردار بر خط میدان الکتریکی که از آن نقطه می‌گذرد، مماس است.

البته هیچ ورقهٔ نارسانای واقعی (از قبیل یک صفحهٔ پهن پلاستیکی) بینهایت بزرگ نیست، ولی اگر ناحیه‌ای نزدیک وسط یک ورقهٔ واقعی و نه نزدیک لبه‌های آن را در نظر بگیریم، خطهای میدانی که از آن ناحیه می‌گذرند به ترتیب به شکلهای ۱۸-۳ ب و پ خواهند بود.

شکل ۱۸-۴، خطهای میدان الکتریکی را برای دوبار مثبت برابر نشان می‌دهد. شکل ۱۸-۵ این نقش را برای دو بار که بزرگی آنها برابر، ولی علامت آنها مخالف هم است نشان می‌دهد. این پیکربندی **دوقطبی الکتریکی** نامیده می‌شود. اگر چه اغلب از خطهای میدان به طور کمّی استفاده نمی‌کنیم، ولی آنها برای تجسم آنچه که رخ می‌دهد بسیار مفیدند. آیا تا حدودی نمی‌توانید رانده شدن بارها در شکل ۱۸-۴ و به سوی یکدیگر کشیده شدن آنها را در شکل ۱۸-۵ «ببینید»؟



شکل ۱۸-۵ خطهای میدان برای یک بار نقطه‌ای مثبت و یک بار نقطه‌ای منفی در نزدیکی آن که بزرگی یکسانی دارند. بارها یکدیگر را می‌ربایند. نقش خطهای میدان و میدان الکتریکی که این نقش نمایش می‌دهد، دارای تقارن دورانی حول محوری هستند که از هر دو بار در صفحهٔ کاغذ می‌گذرد. بردار میدان الکتریکی در یک نقطه نشان داده شده است؛ این بردار بر خط میدانی که از آن نقطه می‌گذرد مماس است.

۱۸-۴ میدان الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای

برای یافتن میدان الکتریکی ناشی از بار نقطه‌ای q (یا ذرهٔ باردار) در هر نقطه به فاصلهٔ r از بار نقطه‌ای، یک بار آزمون مثبت q_0 را در آن نقطه قرار می‌دهیم. از قانون کولن (معادلهٔ ۱۷-۴)، بزرگی نیروی الکتروستاتیکی وارد بر بار q_0 چنین است

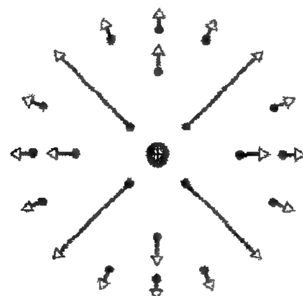
$$\vec{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\hat{r} \qquad (۲-۱۸)$$

اگر q مثبت باشد، جهت $\vec{F}$ مستقیماً در جهت دور شدن از بار نقطه‌ای، و اگر q منفی باشد، جهت $\vec{F}$ مستقیماً در جهت نزدیک شدن به بار نقطه‌ای است. بزرگی بردار میدان الکتریکی با استفاده از معادلهٔ ۱۸-۱، چنین است

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} \quad \text{(بار نقطه‌ای)} \qquad (۳-۱۸)$$

جهت $\vec{E}$ در همان جهت نیروی وارد بر بار آزمون مثبت است: یعنی مستقیماً در جهت دور شدن از بار نقطه‌ای اگر q مثبت باشد، و مستقیماً در جهت نزدیک شدن به آن، اگر q منفی باشد.

چون نقطه‌ای که برای q_0 انتخاب می‌کنیم هیچ ویژگی خاصی ندارد، معادلهٔ ۱۸-۳ بزرگی میدان در هر نقطه‌ای پیرامون بار نقطه‌ای q را به دست می‌دهد. میدان یک بار نقطه‌ای در شکل ۱۸-۶ به صورت برداری (و نه به صورت خطهای میدان) نشان داده شده است.



شکل ۱۸-۶ بردارهای میدان الکتریکی در چند نقطهٔ مختلف پیرامون یک بار نقطه‌ای مثبت.

میدان الکتریکی خالص، یا برایند، حاصل از بیش از یک بار را می‌توانیم بی‌درنگ به دست آوریم. اگر یک آزمون مثبت q_0 را نزدیک به n بار نقطه‌ای q_1 ، q_2 ، ... ، q_n قراردهیم، آنگاه، از معادلهٔ ۱۷-۷، نیروی خالص $\vec{F}_0$ ناشی از n بار نقطه‌ای که بر بار آزمون اثر می‌کند چنین می‌شود

$$\vec{F}_0=\vec{F}_{01}+\vec{F}_{02}+\ldots+\vec{F}_{0n}$$

در نتیجه، با استفاده از معادلهٔ ۱۸-۱، میدان الکتریکی خالص در مکان بار آزمون عبارت است از

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_0}{q_0}=\frac{\vec{F}_{01}}{q_0}+\frac{\vec{F}_{02}}{q_0}+\ldots+\frac{\vec{F}_{0n}}{q_0}$$

$$=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\ldots+\vec{E}_n \qquad (۴-۱۸)$$

در اینجا $\vec{E}_i$ میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای i است که به تنهایی اثر می‌کند. معادلهٔ ۱۸-۴ نشان می‌دهد که اصل برهم‌نهی علاوه بر نیروهای الکتروستاتیک برای میدانهای الکتریکی نیز برقرار است.

✔ ***نکتهٔ وارسی ۱*** شکل زیر، پروتون P و الکترون e را روی محور x نشان می‌دهد. جهت میدان الکتریکی حاصل از الکترون در (الف) نقطهٔ S و (ب) نقطهٔ R چگونه است؟ جهت میدان الکتریکی خالص در (پ) نقطهٔ R و (ت) نقطهٔ S چگونه است؟



مسئلهٔ نمونهٔ ۱۸-۱

شکل ۱۸-۷ الف، سه ذرهٔ باردار با بارهای $q_1=+2Q$ ، $q_2=-2Q$ ، و $q_3=-4Q$ ، هر یک به فاصلهٔ d از مبدأ را نشان می‌دهد. میدان الکتریکی خالص $\vec{E}$ ایجاد شده در مبدأ چیست؟

نکتهٔ کلیدی بارهای q_1 ، q_2 ، و q_3 ، به ترتیب، بردارهای میدان الکتریکی $\vec{E}_1$ ، $\vec{E}_2$ ، و $\vec{E}_3$ را در مبدأ ایجاد می‌کنند، و میدان الکتریکی خالص، جمع برداری $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3$ است. برای به دست آوردن این جمع برداری، ابتدا باید بزرگیها و جهتهای این سه بردار میدان را بیابیم.

بزرگیها و جهتها: برای یافتن بزرگی $\vec{E}_1$ ، حاصل از q_1 ، از معادلهٔ ۱۸-۳ با قراردادن d به جای r و $2Q$ به جای q استفاده می‌کنیم و از آنجا به دست می‌آوریم

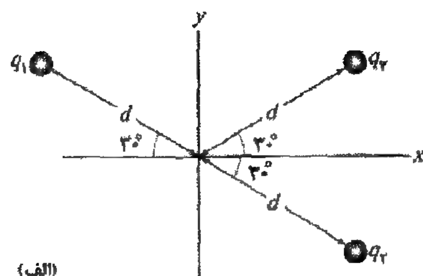
$$E_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{d^2}$$

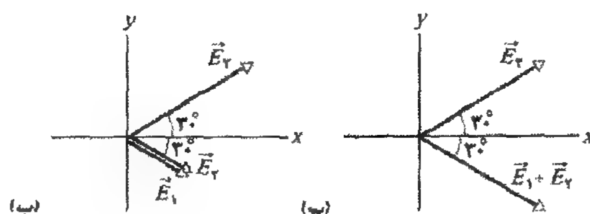
به همین ترتیب، بزرگی میدانهای $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ را به دست می‌آوریم

$$E_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{d^2} \qquad \text{و} \qquad E_3=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Q}{d^2}$$

حال باید جهتهای این سه بردار میدان الکتریکی را در مبدأ بیابیم. چون q_1 بار مثبت است، بردار میدانی که ایجاد می‌کند از آن دور می‌شود، و چون q_2 و q_3 هر دو منفی‌اند، بردارهای میدانی که آنها ایجاد می‌کنند به سوی هر یک از آنهاست. بنابراین، جهت سه میدان الکتریکی ایجاد شده در مبدأ توسط سه ذرهٔ باردار، به گونه‌ای است که در شکل ۱۸-۷ ب نشان داده شده است (*هشدار*: توجه کنید که انتهای بردارها را در نقطه‌ای که میدانها باید محاسبه شوند، قرار داده‌ایم؛ به این ترتیب از احتمال خطا کاسته می‌شود.)

جمع میدانها: اینک می‌توانیم میدانها را به طور برداری، همان گونه که برای نیروها در مسئلهٔ نمونهٔ ۱۷-۱ پ انجام دادیم، جمع کنیم. ولی در اینجا برای ساده‌کردن حل مسئله، می‌توانیم از تقارن استفاده کنیم. از شکل ۱۸-۷ ب درمی‌یابیم که $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ جهتهای یکسانی دارند. بنابراین، جمع برداری آنها، همان جهت را دارد و بزرگی آن عبارت است از





شکل ۱۸-۷ (الف) سه ذره با بارهای الکتریکی q_1، q_2 و q_3 در فاصلهٔ یکسان d از مبدأ قرار دارند. (ب) بردارهای میدان الکتریکی $\vec{E}_1$، $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ در مبدأ، حاصل از آن سه ذره. (پ) بردار میدان الکتریکی $\vec{E}_3$ و جمع برداری $\vec{E}_1+\vec{E}_2$ در مبدأ.

$$E_1+E_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{d^2}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{d^2}$$
$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Q}{d^2}$$

که برابر با بزرگی میدان $\vec{E}_3$ است.

اکنون باید دو بردار $\vec{E}_3$ و جمع برداری $\vec{E}_1+\vec{E}_2$ را، که بزرگی آنها یکسان است و همان‌گونه که در شکل ۱۸-۷ پ نشان داده شده است، نسبت به محور x قرینه‌اند، با هم ترکیب کنیم. از تقارن شکل ۱۸-۷ پ درمی‌یابیم که مؤلفه‌های y یکسان دوبردار یکدیگر را خنثی می‌کنند و مؤلفه‌های x یکسان با هم جمع می‌شوند. بنابراین، میدان الکتریکی خالص $\vec{E}$ در مبدأ، در جهت مثبت محور x و دارای بزرگی زیر است

$$E=2E_{3x}=2E_3\cos 30^\circ$$
$$=(2)\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Q}{d^2}(0/866)=\frac{6/93Q}{4\pi\varepsilon_0 d^2} \qquad \text{(پاسخ)}$$

۱۸-۵ میدان الکتریکی ناشی از یک دوقطبی الکتریکی

شکل ۱۸-۸ الف، دو ذرهٔ باردار به بزرگی q ولی با علامت مخالف را نشان می‌دهد که به فاصلهٔ d از هم قرار گرفته‌اند. همان گونه که دربارهٔ شکل ۱۸-۵ خاطر نشان کرده بودیم، این آرایش را *دوقطبی الکتریکی* می‌نامیم. می‌خواهیم میدان الکتریکی ناشی از دوقطبی شکل ۱۸-۸ الف را در نقطهٔ P به فاصلهٔ z از وسط دوقطبی و روی محوری که از ذره‌ها می‌گذرد، موسوم به *محور دوقطبی*، بیابیم.

نظر به تقارن، میدان الکتریکی $\vec{E}$ در نقطهٔ P و نیز میدانهای $\vec{E}_{(+)}$ و $\vec{E}_{(-)}$ ناشی از هریک از بارها که دو قطبی را می‌سازند، باید روی محور دوقطبی قرار گیرند که آن را محور z در نظر گرفته‌ایم. با به کار بردن اصل برهم‌نهی برای میدانهای الکتریکی، در می‌یابیم که بزرگی E میدان الکتریکی در نقطهٔ P برابر است با

$$E=E_{(+)}-E_{(-)}$$
$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_{(+)}^2}-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_{(-)}^2}$$
$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(z-\frac{1}{2}d\right)^2}-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(z+\frac{1}{2}d\right)^2} \qquad (۱۸-۵)$$

پس از کمی عملیات جبری، این معادله را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}\left(\frac{1}{\left(1-\frac{d}{2z}\right)^2}-\frac{1}{\left(1+\frac{d}{2z}\right)^2}\right) \qquad (۱۸-۶)$$

پس از مخرج مشترک گرفتن و ضرب جمله‌های آن خواهیم داشت

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}\frac{2d/z}{\left(1-\left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2}=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 z^3}\frac{d}{\left(1-\left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2} \qquad (۱۸-۷)$$

معمولاً به اثر الکتریکی یک دو قطبی فقط در فاصله‌هایی که در مقایسه با ابعاد دو قطبی بزرگ‌اند - یعنی، در فاصله‌هایی که $z \gg d$ است- علاقه‌مندیم. در چنین فاصله‌های بزرگی، در معادلهٔ ۱۸-۷ داریم $d/2z \ll 1$. در این صورت، با تقریب خود، می‌توانیم از $d/2z$ در مخرج چشمپوشی کنیم که به دست می‌دهد

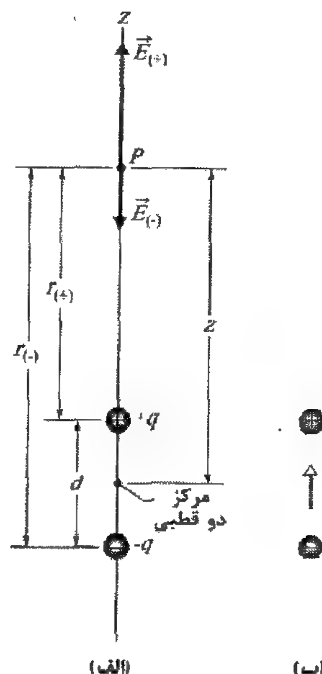
$$E=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{qd}{z^3} \qquad (۱۸-۸)$$

حاصلضرب qd که شامل دو ویژگی ذاتی q و d در دو قطبی است، برابر بزرگی p است که یک کمیت برداری است و **گشتاور دوقطبی الکتریکی** $\vec{p}$ دوقطبی نامیده می‌شود. (یکای $\vec{p}$ کولن - متر است.) بنابراین، معادلهٔ ۱۸-۸ را می‌توان چنین نوشت

$$E=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{p}{z^3} \qquad \text{(دو قطبی الکتریکی)} \qquad (۱۸-۹)$$

همان‌گونه در شکل ۱۸-۸ ب نشان داده شده است، جهت $\vec{p}$ از سرِ منفی دو قطبی به سوی سر مثبت آن در نظر گرفته می‌شود. از جهت $\vec{p}$ می‌توانیم برای تعیین سمتگیری یک دو قطبی استفاده کنیم.

معادلهٔ ۱۸-۹ نشان می‌دهد که اگر میدان الکتریکی یک دو قطبی را فقط در نقطه‌های دور اندازه بگیریم، هرگز نمی‌توانیم q و d را به طور مجزا داشته باشیم؛ بلکه فقط می‌توانیم حاصلضرب آنها را به دست آوریم. اگر، برای مثال، q دو برابر و به‌طور همزمان d نصف شود، میدان در نقطه‌های دور تغییر نخواهد کرد.



شکل ۱۸-۸ (الف) یک دوقطبی الکتریکی. بردارهای میدان الکتریکی $\vec{E}_{(+)}$ و $\vec{E}_{(-)}$ در نقطهٔ P واقع بر محور دوقطبی ناشی از دو بار دوقطبی‌اند. نقطهٔ P در فاصله‌های $r_{(+)}$ و $r_{(-)}$ از بارهایی است که دوقطبی را ساخته‌اند. (ب) جهت گشتاور دو قطبی $\vec{p}$، از بار منفی به سوی بار مثبت است.

اگر چه معادلهٔ ۱۸-۹ فقط برای نقطه‌های دور روی محور دو قطبی برقرار است، معلوم می‌شود که E برای یک دو قطبی در همهٔ نقطه‌های دور، صرفنظر از اینکه آیا آنها روی محور دوقطبی قرارگرفته‌اند یا نه، به صورت $1/r^3$ تغییر می‌کند؛ در اینجا r فاصلهٔ میان نقطهٔ مورد نظر و مرکز دو قطبی است.

بررسی شکل ۱۸-۸ و خطهای میدان شکل ۱۸-۵ نشان می‌دهد که جهت $\vec{E}$ برای نقطه‌های دور روی محور دو قطبی، همواره در جهت بردار گشتاور دو قطبی $\vec{p}$ است. این وضعیت، چه نقطهٔ P در شکل ۱۸-۸ الف روی قسمت بالایی محور دو قطبی باشد و چه در قسمت پایینی آن برقرار است.

معادلهٔ ۱۸-۹ نشان می‌دهد که اگر فاصلهٔ نقطه‌ای را از یک دو قطبی دو برابر کنیم، میدان الکتریکی در آن نقطه با عامل ۸ افت می‌کند. ولی اگر فاصله از یک تک بار نقطه‌ای را دو برابر کنیم، میدان الکتریکی فقط با عامل ۴ افت می‌کند (معادلهٔ ۱۸-۳ را ببینید). بنابراین، میدان الکتریکی یک دوقطبی با افزایش فاصله، به طور خیلی سریعتری نسبت به میدان الکتریکی یک بار منفرد افت می‌کند. دلیل فیزیکی این افت سریع میدان الکتریکی برای یک دوقطبی این است که در فاصله‌های دور، دوقطبی شبیه دو بار مساوی ولی با علامتهای مخالف به نظر می‌رسد که تقریباً- و نه کاملاً- بر هم منطبق‌اند. بنابراین، میدانهای الکتریکی در فاصله‌های دور تقریباً- ولی نه کاملاً- یکدیگر را خنثی می‌کنند.

مسئلهٔ نمونهٔ ۱۸-۲

اشباح (شکل ۱۸-۹ الف) درخششهای عظیمی هستند که بالای ابرهای تندری بزرگ رخ می‌دهند. در دهه‌های گذشته توسط خلبانانی که در شب پرواز می‌کرده‌اند مشاهده شده‌اند، ولی آنها به قدری کوتاه و کم نور بودند که بیشتر خلبانها آنها را خیالی می‌دانستند. سپس در سالهای ۱۹۹۰ اشباح به تصویر درآمدند. آنها هنوز درک نشده‌اند ولی باور براین است که آنها هنگامی ایجاد می شوند که آذرخش پرقدرتی بین زمین و ابرهای تندری رخ دهد، به ویژه هنگامی که آذرخش مقدار عظیمی بار منفی $-q$ را از سطح زمین به پایین ابرها منتقل کند (شکل ۱۸-۹ب). درست پس از چنین انتقالی، زمین دارای توزیع پیچیده‌ای از بارهای مثبت می‌شود. ولی، می‌توانیم میدان الکتریکی حاصل از بارها در ابرها و زمین را با فرض اینکه یک دو قطبی الکتریکی قائم که بار $-q$ در ارتفاع h ابر و بار $+q$ در ارتفاع h زیرسطح زمین دارد (شکل ۱۸-۹ ب) مدل سازی کنیم. اگر $q=200\,C$ و $h=6/0\,km$ باشد، بزرگی میدان الکتریکی این دوقطبی در ارتفاع $z_1=30\,km$ قدری بالای ابرها و در ارتفاع $z_2=60\,km$ بالای آرامسپهر چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی می‌توانیم بزرگی E میدان الکتریکی دوقطبی را روی محور دو قطبی با معادلهٔ ۱۸-۸ تقریب بزنیم.

محاسبه‌ها: در اینجا می‌نویسیم

$$E=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q(2h)}{z^3}$$

که $2h$ فاصلهٔ میان $-q$ و $+q$ در شکل ۱۸-۹ پ است. برای میدان الکتریکی در ارتفاع $z_1=30\,km$، به دست می‌آوریم

$$E=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{(200\,C)(2)(6/0\times10^3\,m)}{(30\times10^3\,m)^3}$$

$$=1/6\times10^3\,N/C \quad \text{(پاسخ)}$$

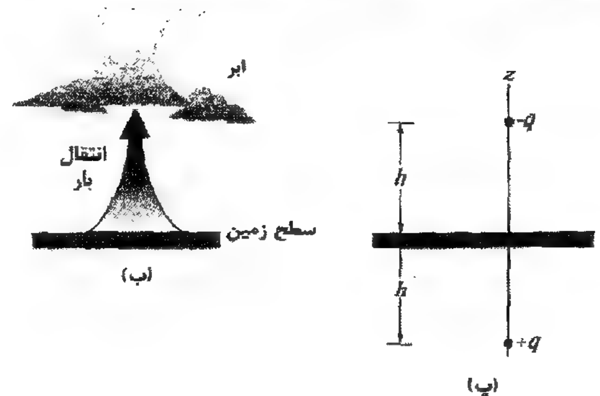
به همین ترتیب، برای ارتفاع $z_2=60\,km$، در می‌یابیم که

$$E=2/0\times10^2\,N/C \quad \text{(پاسخ)}$$

همان‌طور که در بخش ۱۸-۸ مطرح می‌کنیم، وقتی بزرگی میدان الکتریکی از یک مقدار حدی معین E_c تجاوز کند، این میدان می‌تواند الکترونها را از اتمها بکَند (اتمها را یونیده کنید)، و در این صورت الکترونهای آزاد شده می‌توانند به داخل اتمهای دیگر بروند و به این ترتیب باعث گسیل نور از آن اتمها شوند. مقدار E_c به چگالی هوایی که میدان الکتریکی در آن وجود دارد، بستگی دارد. در ارتفاع $z_2=60\,km$ چگالی هوا



(الف)



شکل ۱۸-۹ (الف) تصویر یک شبح. (ب) آذرخشی که در آن مقدار بزرگی بار منفی از زمین به پایین ابر منتقل می‌شود. (پ) سامانهٔ ابر-زمین به صورت یک دوقطبی الکتریکی قائم مدل سازی شده است.

بسیار کم است و به این ترتیب $E=۲/۰×۱۰^۲$ N/C از E_c تجاوز می‌کند و بنابراین، توسط اتمها در هوا نور گسیل می‌شود. این نور، اشباح را درست می‌کند. در ارتفاع پایینتر، درست در ارتفاع $z_1=۳۰km$ بالای ابرها، که چگالی هوا به مراتب بیشتر است، $E=۱/۶×۱۰^۳$ N/C از E_c تجاوز نمی‌کند، و بنابراین، نوری گسیل نمی‌شود. در نتیجه، اشباح فقط در فاصله‌های دور از ابرهای تندری رخ می‌دهند.

۱۸-۶ میدان الکتریکی ناشی از یک بار خطی

تا اینجا میدان الکتریکی حاصل از یک یا، حداکثر، چند بار نقطه‌ای را بررسی کردیم. حال توزیع باری را در نظر می‌گیریم که شامل تعداد بسیار زیادی بارهای نقطه‌ای نزدیک به هم (شاید میلیاردها) باشد که بر امتداد یک خط، روی یک سطح، یا داخل یک حجم پخش شده‌اند. به چنین توزیعهایی، توزیع پیوسته به جای گسسته گفته می‌شود. چون این توزیعها شامل تعداد بینهایت زیادی از بارهای نقطه‌ای هستند، میدانهای الکتریکی حاصل از آنها را به جای در نظر گرفتن تک تک بارهای نقطه‌ای، با استفاده از حسابان به دست می‌آوریم. در این بخش میدان الکتریکی حاصل از یک بار خطی را بررسی می‌کنیم. سطح باردار را در بخش بعد در نظر می‌گیریم. در فصل بعد، میدان داخل یک کرهٔ باردار یکنواخت را به دست می‌آوریم.

وقتی با توزیع بار پیوسته سروکار داریم، مناسبترین کار این است که بار روی یک جسم را به جای آنکه به صورت یک بار کلی در نظر بگیریم، برحسب *چگالی بار* بیان کنیم. مثلاً برای یک بار خطی، *چگالی خطی بار* (یا بار در واحد طول) λ را در نظر می‌گیریم که یکای آن در SI، کولن بر متر است. جدول ۱۸-۲ چگالیهای بار دیگری را نشان می‌دهد که از آنها استفاده خواهیم کرد.

جدول ۱۸-۲

برخی از یکاهای بار الکتریکی

نام	نماد	یکای SI
بار	q	C
چگالی خطی بار	λ	C/m
چگالی سطحی بار	σ	C/m^2
چگالی حجمی بار	ρ	C/m^3

شکل ۱۸-۱۰، حلقهٔ باریکی به شعاع R را با چگالی خطی بار مثبت یکنواخت λ روی پیرامون آن نشان می‌دهد. می‌توانیم این‌گونه تصور کنیم که حلقه از پلاستیک یا عایقهای دیگری ساخته شده است، به گونه‌ای که بارها را می‌توان در جای خود ثابت در نظر گرفت. میدان الکتریکی $\vec{E}$ در نقطهٔ P، به فاصلهٔ z از صفحهٔ حلقه در امتداد محور مرکزی آن، چیست؟

برای پاسخ دادن به این پرسش، نمی‌توانیم معادلهٔ ۱۸-۳ را که میدان الکتریکی حاصل از یک بار نقطه‌ای را به دست می‌دهد، به طور مستقیم به کار گیریم، زیرا حلقه به روشنی یک بار نقطه‌ای نیست. ولی می‌توانیم به طور ذهنی حلقه را به عنصرهای دیفرانسیلی بار که به حدی کوچک‌اند که به بارهای نقطه‌ای می‌مانند، تقسیم کنیم و سپس معادلهٔ ۱۸-۳ را برای هر یک از آنها به کار ببریم. آنگاه می‌توانیم میدانهای الکتریکی ایجاد شده توسط عنصرهای دیفرانسیلی در نقطهٔ P را با هم جمع کنیم. جمع برداری میدانها، میدان الکتریکی ایجاد شده در نقطهٔ P را به دست می‌دهد.

فرض می‌کنیم ds طول (کمان) هر عنصر دیفرانسیلی حلقه باشد. چون λ، بار در واحد طول (کمان) است، بزرگی بار این عنصر برابر است با

$$dq=\lambda\, ds \qquad (۱۸-۱۰)$$

این بار دیفرانسیلی، میدان الکتریکی دیفرانسیلی $d\vec{E}$ را در نقطهٔ P، که به فاصلهٔ r از آن عنصر قرار دارد، ایجاد می‌کند. این عنصر را به عنوان یک بار نقطه‌ای در نظر می‌گیریم. با استفاده از معادلهٔ ۱۸-۱۰ می‌توان معادلهٔ ۱۸-۳ را برای یافتن بزرگی $d\vec{E}$ به صورت زیر نوشت

$$dE=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, ds}{r^2} \qquad (۱۸–۱۱)$$

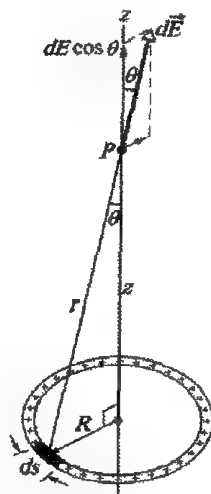
با استفاده از معادلهٔ ۱۸–۱۰، می‌توان معادلهٔ ۲۲–۱۱ را چنین بازنویسی کرد

$$dE=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, ds}{(z^2+R^2)} \qquad (۱۸–۱۲)$$

شکل ۱۸–۱۰ نشان می‌دهد که $d\vec{E}$ با محور مرکزی (که محور z در نظر گرفته شده است) زاویهٔ θ می‌سازد و دارای مؤلفه‌هایی عمود بر محور و موازی با آن است.

هر عنصر بار در حلقه، میدان دیفرانسیلی $d\vec{E}$ را در نقطهٔ P ایجاد می‌کند، که بزرگی آن با معادلهٔ ۱۸–۱۲ داده می‌شود. تمام بردارهای $d\vec{E}$ دارای مؤلفه‌هایی موازی با محور مرکزی هستند که هم در بزرگی و هم در جهت یکسان‌اند. بعلاوه، تمام این بردارهای $d\vec{E}$ دارای مؤلفه‌هایی عمود بر محور مرکزی‌اند؛ این مؤلفه‌های عمودی دارای بزرگی یکسان ولی جهتهای مخالف‌اند. در واقع، برای هر مؤلفهٔ عمودی که در جهت معینی قرار دارد، مؤلفهٔ دیگری در جهت مخالف آن وجود دارد. مجموع این زوج مؤلفه‌ها، مانند مجموع همهٔ زوج مؤلفه‌های دیگر که جهت مخالف دارند، برابر با صفر است.

بنابراین، مؤلفه‌های عمود بر محور، یکدیگر را خنثی می‌کنند و دیگر لازم نیست که آنها را در نظر بگیریم. به این ترتیب، مؤلفه‌های موازی باقی می‌مانند؛ همهٔ آنها در یک جهت‌اند، پس میدان الکتریکی در نقطهٔ P برابر با مجموع آنهاست.



شکل ۱۸–۱۰ حلقه‌ای با بار مثبت یکنواخت. یک عنصر دیفرانسیلی بار، طول ds را (که برای روشنی، به طور اغراق آمیزی بزرگ نشان داده شده است) اشغال می‌کند. این عنصر، میدان الکتریکی $d\vec{E}$ را در نقطهٔ P ایجاد می‌کند. مؤلفهٔ $d\vec{E}$ در امتداد محور مرکزی حلقه، $dE\cos\theta$ است.

مؤلفهٔ موازی $d\vec{E}$ نشان داده شده در شکل ۱۸–۱۰ دارای بزرگی $dE\cos\theta$ است، همچنین، این شکل نشان می‌دهد که

$$\cos\theta=\frac{z}{r}=\frac{z}{(z^2+R^2)^{1/2}} \qquad (۱۸–۱۳)$$

بنابراین، از ضرب معادله‌های (۱۸–۱۲) و (۱۸–۱۳)، برای مؤلفهٔ موازی $d\vec{E}$ خواهیم داشت

$$dE\cos\theta=\frac{z\lambda}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+R^2)^{3/2}}\,ds \qquad (۱۸–۱۴)$$

برای جمع کردن مؤلفه‌های موازی $dE\cos\theta$ که توسط همهٔ عنصرها ایجاد شده‌اند، از معادلهٔ ۱۸–۱۴ روی پیرامون حلقه، از $s=0$ تا $s=2\pi R$ ، انتگرال می‌گیریم. چون تنها کمیتی که در معادلهٔ ۱۸–۱۴، حین انتگرالگیری تغییر می‌کند s است، کمیتهای دیگر را می‌توان از زیر علامت انتگرال بیرون برد. آنگاه انتگرالگیری چنین به دست می‌دهد

$$E=\int dE\cos\theta=\frac{z\lambda}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+R^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi R} ds$$

$$=\frac{z\lambda(2\pi R)}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+R^2)^{3/2}} \qquad (۱۸–۱۵)$$

چون λ باردر واحد طول حلقه است، در نتیجه جملهٔ $\lambda(2\pi R)$ در معادلهٔ ۱۸–۱۵ برابر با مقدار q، یعنی بار کل روی حلقه است. آنگاه، می‌توان معادلهٔ ۱۸–۱۵ را چنین نوشت

$$E=\frac{qz}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+R^2)^{3/2}} \qquad (۱۸–۱۶)\ \text{(حلقهٔ باردار)}$$

اگر بار روی حلقه، به جای مثبت، منفی باشد، بزرگی میدان در نقطهٔ P باز هم با معادلهٔ ۱۸–۱۶ داده می‌شود. ولی، در این صورت سوی بردار میدان الکتریکی به جای آنکه از حلقه دور شود، به سمت حلقه خواهد بود.

حال معادلهٔ ۱۸–۱۶ را برای نقطه‌ای بسیار دور روی محور مرکزی که در آن $z \gg R$ است، بررسی می‌کنیم. برای چنین نقطه‌ای، به جای عبارت z^2+R^2 در معادلهٔ ۱۸–۱۶ می‌توان مقدار تقریبی z^2 را قرارداد، و از آنجا معادلهٔ ۱۸–۱۶ چنین می‌شود

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{z^2} \qquad (۱۸–۱۷)\ \text{(حلقهٔ باردار در فاصلهٔ دور)}$$

این نتیجه‌ای معقول است، زیرا در یک فاصلهٔ دور، حلقه مانند یک بار نقطه‌ای «به نظر می‌رسد». اگر در معادلهٔ ۱۸–۱۷ به جای z مقدار r را قراردهیم، در واقع به معادلهٔ ۱۸–۳ می‌رسیم که بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک بار نقطه‌ای است.

حال معادلهٔ ۱۸–۱۶ را برای نقطه‌ای در مرکز حلقه، یعنی برای $z=0$ ، در نظر می‌گیریم. در این نقطه، معادلهٔ ۱۸–۱۶ $E=0$ را به دست می‌دهد. این هم نتیجه‌ای معقول است، زیرا اگردر حلقه بار آزمونی را قرار دهیم، هیچ نیروی الکتروستاتیکی خالصی بر آن اثر نمی‌کند؛ نیروی ناشی از هر عنصر حلقه با نیروی ناشی از عنصر مقابل آن خنثی می‌شود. براساس معادلهٔ ۱۸–۱، اگر نیرو در مرکز حلقه صفر باشد، میدان الکتریکی نیز صفر خواهد بود.

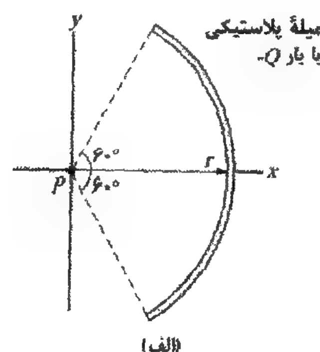
مسئلهٔ نمونهٔ ۱۸-۳ مهارت خود را تقویت کنید

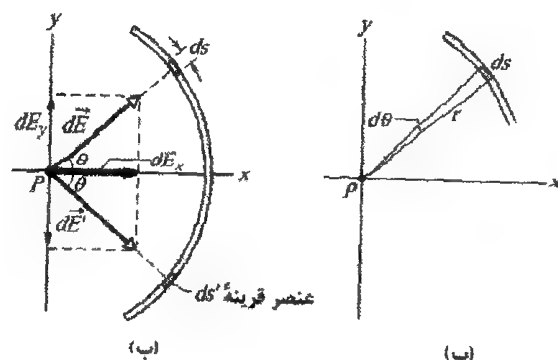
شکل ۱۸-۱۱ الف، یک میلهٔ پلاستیکی را نشان می‌دهد که بار $Q-$ به طور یکنواخت روی آن توزیع شده است. این میله به صورت یک کمان دایره‌ای 120° به شعاع r خم شده است. محورهای مختصات را به گونه‌ای در نظر می‌گیریم که محور تقارن میله در امتداد محور x و مبداء مختصات در مرکز خمیدگی P میله باشد. میدان الکتریکی $\vec{E}$ ناشی از میله در نقطهٔ P برحسب Q و r چگونه است؟

نکتهٔ کلیدی چون میله دارای توزیع بار پیوسته است، باید عبارتی برای میدانهای الکتریکی ناشی از عنصرهای دیفرانسیلی میله به دست آوریم، و سپس این میدانها را با استفاده از حسابان با هم جمع کنیم.

یک عنصر: یک عنصر دیفرانسیلی با طول کمان ds را در نظر می‌گیریم که در زاویهٔ θ بالای محور x واقع شده است (شکل ۱۸-۱۱ ب). اگر چگالی بار خطی میله λ باشد، عنصر ds دارای باری دیفرانسیلی به بزرگی زیر خواهد بود

$$dq=\lambda\, ds \qquad (18-18)$$





شکل ۱۸-۱۱ (الف) یک میلهٔ پلاستیکی با بار $Q-$ بخشی از دایره‌ای به شعاع r و زاویهٔ مرکزی 120° است؛ نقطهٔ P مرکز خمیدگی میله است. (ب) یک عنصر دیفرانسیلی در نیمهٔ بالایی میله، در زاویهٔ θ نسبت به محور x و طول کمان ds، میدان الکتریکی دیفرانسیلی $d\vec{E}$ را در نقطهٔ P ایجاد می‌کند. عنصر ds'، که نسبت به محور x با ds قرینه است، میدان $d\vec{E}'$ را در نقطهٔ P با همان بزرگی ایجاد می‌کند. (پ) طول کمان ds نسبت به نقطهٔ P زاویهٔ $d\theta$ می‌سازد.

میدان عنصر: این عنصر، میدان الکتریکی $d\vec{E}$ را در نقطهٔ P، که به فاصلهٔ r از عنصر دیفرانسیلی است، ایجاد می‌کند. با در نظرگرفتن این عنصر به صورت یک بار نقطه‌ای، معادلهٔ ۱۸-۳ را می‌توان برای نمایش بزرگی $d\vec{E}$ به صورت زیر نوشت

$$dE=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda ds}{r^2} \qquad (18-19)$$

چون بار dq منفی است، جهت $d\vec{E}$ به سوی ds است.

سهم تقارن: این عنصر دیفرانسیلی در نیمهٔ پایینی میله دارای یک عنصر قرینهٔ ds' است (تصویر آینه‌ای). میدان الکتریکی $d\vec{E}'$ که توسط ds' در نقطهٔ P ایجاد می‌شود با معادلهٔ ۱۸-۱۹ داده می‌شود، ولی جهت بردار میدان، همان گونه که در شکل ۱۸-۱۱ ب نشان داده شده است، به سوی ds' است. اگر بردارهای میدان الکتریکی ناشی از ds و ds' را همان گونه که در شکل ۱۸-۱۱ ب نشان داده شده است به مؤلفه‌های x و y تجزیه کنیم، درمی‌یابیم که مؤلفه‌های y آنها یکدیگر را خنثی می‌کنند (چون بزرگی آنها یکسان، و در جهتهایی مخالف‌اند.) همچنین در می‌یابیم که مؤلفه‌های x آنها دارای بزرگی برابرند ولی جهت آنها یکسان است.

مجموع: بنابراین، برای یافتن میدان الکتریکی ایجاد شده توسط میله، فقط به جمع کردن (با انتگرالگیری) مؤلفه‌های x میدانهای الکتریکی دیفرانسیلی ایجاد شده توسط عنصرهای دیفرانسیلی میله، نیاز داریم. با استفاده از شکل ۱۸-۱۱ ب و معادلهٔ ۱۸-۱۹، می‌توان مؤلفهٔ dE_x ایجاد شده توسط ds را به این صورت نوشت

$$dE_x=dE\cos\theta=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r^2}\cos\theta\, ds \qquad (18-20)$$

معادلهٔ ۱۸-۲۰ دارای دو متغیر θ و s است. پیش از انتگرالگیری، باید یکی از متغیرها را حذف کرد. برای این منظور ds را با استفاده از رابطهٔ زیر جایگزین می‌کنیم

$$ds=r\,d\theta$$

که در آن $d\theta$ زاویهٔ مرکزی در نقطهٔ P است که کمان با طول ds را دربردارد (شکل ۱۸-۱۱ پ). با این جایگزینی، می‌توان از معادلهٔ ۱۸-۲۰ روی زاویه‌ای که توسط میله در نقطهٔ P تشکیل شده است، از $\theta=-60^\circ$ تا $\theta=60^\circ$ انتگرال گرفت؛ که این بزرگی میدان الکتریکی ناشی از میله را در نقطهٔ P به دست می‌دهد

$$E=\int dE_x=\int_{-60^\circ}^{60^\circ}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r^2}\cos\theta\, r\,d\theta$$

$$=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r}\int_{-60^\circ}^{60^\circ}\cos\, d\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[\sin\theta\right]_{-60^\circ}^{60^\circ}$$

$$=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[\sin 60^\circ-\sin(-60^\circ)\right]$$

$$=\frac{1.73\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

(اگر حدود انتگرالگیری را عوض کنیم، به همین نتیجه ولی با علامت منفی می‌رسیم. چون انتگرالگیری فقط بزرگی $\vec{E}$ را به دست می‌دهد، در این صورت علامت منفی را کنار می‌گذاریم.)
چگالی بار: برای محاسبهٔ λ، توجه می‌کنیم که زاویهٔ مرکزی میله ۱۲۰° و از این رو یک - سوم یک دایرهٔ کامل است. پس طول کمان آن $2\pi r/3$ است، و چگالی بار خطی آن باید چنین باشد

$$\lambda = \frac{\text{بار}}{\text{طول}} = \frac{Q}{2\pi r/3} = \frac{0/447Q}{r}$$

با قراردادن این رابطه در معادلهٔ ۱۸-۲۱ و ساده‌کردن آن به دست می‌آوریم

$$E = \frac{(1/73)(0/477Q)}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$= \frac{0/83Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad \text{(پاسخ)}$$

جهت $\vec{E}$ به سوی میله، در امتداد محور تقارن توزیع بار است. $\vec{E}$ را می‌توانیم برحسب نمادگذاری بردارهای یکه چنین بنویسیم

$$\vec{E} = \frac{0/83Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathrm{i}}$$

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۱: *راهنمای میدان برای خطهای بار*

در اینجا به راهنمای کلی برای یافتن میدان الکتریکی $\vec{E}$ ناشی از یک خط باردار یکنواخت، چه به صورت دایره‌ای و چه به صورت خط راست، در نقطهٔ P می‌پردازیم. راهبرد کلی، انتخاب یک عنصر دیفرانسیلی dq از بار، یافتن $d\vec{E}$ ناشی از آن عنصر، و انتگرالگیری از $d\vec{E}$ روی تمام خط باردار است.

مرحلهٔ ۱. اگر خط باردار دایره‌ای باشد، ds را طول کمان یک عنصر دیفرانسیلی از توزیع بار در نظر می‌گیریم. اگر خط باردار مستقیم باشد، محور x را روی خط و dx را طول یک عنصر دیفرانسیلی از آن اختیار می‌کنیم. این عنصر را روی شکل مشخص می‌کنیم.

مرحلهٔ ۲. رابطهٔ بار dq عنصر دیفرانسیلی را با عنصر طول به صورت $dq = \lambda\, ds$ یا $dq = \lambda\, dx$، در نظر می‌گیریم. dq و λ را مثبت اختیار می‌کنیم. حتی اگر بار الکتریکی در واقع منفی باشد. (علامت بار در مرحلهٔ بعد به کار می‌آید.)

مرحلهٔ ۳. میدان $d\vec{E}$ ایجاد شده در نقطهٔ P توسط dq را با معادلهٔ ۱۸-۳، که در آن q با λds یا با λdx جایگزین شده است بیان می‌کنیم. اگر بار روی خط مثبت باشد، آنگاه در نقطهٔ P بردار $d\vec{E}$ را در جهت دور شدن از dq، و اگر این بار منفی باشد، آن بردار را به سوی dq رسم می‌کنیم.

مرحلهٔ ۴. همیشه باید در جستجوی هرگونه تقارن در مسئله باشیم. اگر نقطهٔ P روی محور تقارن توزیع بار باشد، میدان $d\vec{E}$ ناشی از dq را به مؤلفه‌هایی عمود و موازی محور تقارن تجزیه می‌کنیم. آنگاه عنصر دیفرانسیلی دیگر dq' را که نسبت به خط تقارن، قرینهٔ dq است تجزیه می‌کنیم. در نقطهٔ P بردار $d\vec{E}'$ را که این عنصر قرینه ایجاد می‌کند، رسم و آن را به مؤلفه‌ها تجزیه می‌کنیم. یکی از مؤلفه‌های ایجاد شده توسط dq *مؤلفهٔ خنثی شونده* است؛ این مؤلفه با مؤلفهٔ متناظری که توسط dq' ایجاد شده خنثی می‌شود و دیگر نیازی به در نظرگرفتن آن نیست. مؤلفهٔ دیگر ایجاد شده توسط dq یک *مؤلفهٔ جمع شونده* است؛ این مؤلفه باید با مؤلفهٔ متناظری که توسط dq ایجاد شده جمع شود. مؤلفه‌های جمع شوندهٔ همهٔ عنصرهای دیفرانسیلی را با انتگرالگیری جمع می‌کنیم.

مرحلهٔ ۵. در اینجا چهار نوع کلی از توزیعهای بار یکنواخت، با راهبردهایی برای ساده‌کردن انتگرال مرحلهٔ ۴ ارائه می‌شود.

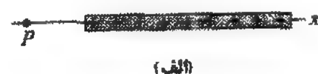
حلقه، با نقطهٔ P روی محور (مرکزی) تقارن، مشابه شکل ۱۸-۱۰. در رابطهٔ مربوط به dE، مشابه معادلهٔ ۱۸-۱۲، به جای r^2 عبارت $z^2 + R^2$ را قرار می‌دهیم. مؤلفهٔ جمع شوندهٔ $d\vec{E}$ را برحسب θ بیان می‌کنیم. در آن $\cos\theta$ ظاهر می‌شود، ولی θ برای همهٔ عنصرهای دیفرانسیلی یکسان است و در نتیجه یک متغیر نیست. به جای $\cos\theta$ از معادلهٔ ۱۸-۱۳ قرار می‌دهیم. روی s، به دور پیرامون حلقه انتگرال می‌گیریم.

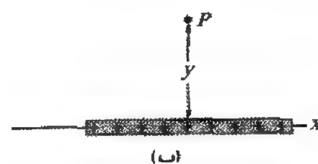
کمان دایره‌ای، با نقطهٔ P در مرکز خمیدگی، مشابه شکل ۱۸-۱۱. مؤلفهٔ جمع شوندهٔ $d\vec{E}$ را برحسب θ بیان می‌کنیم. در آن $\sin\theta$ یا $\cos\theta$ ظاهر می‌شود. دو متغیر حاصل s و θ را با قرار دادن $r\,d\theta$ به جای ds به یک متغیر θ کاهش می‌دهیم. مانند مسئلهٔ نمونهٔ ۱۸-۳، روی θ از یک سر کمان تا سر دیگر آن انتگرال می‌گیریم.

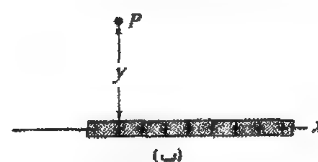
خط راست، با نقطهٔ P روی امتداد این خط، مشابه شکل ۱۸-۱۲ الف. در عبارت مربوط به dE به جای r مقدار x را قرار می‌دهیم. روی x از یک سرِ خط بار تا سر دیگر آن انتگرال می‌گیریم.

خط راست، با نقطهٔ P در فاصلهٔ عمودی y از خط باردار، مشابه شکل ۱۸-۱۲ب. در عبارت مربوط به dE، به جای r عبارتی شامل x و y را جایگزین می‌کنیم. اگر P روی عمود منصف خط باردار باشد، عبارتی برای مؤلفهٔ جمع شوندهٔ $d\vec{E}$ به دست می‌آوریم. در این رابطه $\sin\theta$ یا $\cos\theta$ ظاهر می‌شود. دو متغیر حاصل x و θ را با جایگزینی تابع مثلثاتی با عبارتی شامل x و y (از

روی تعریف) به یک متغیر x کاهش می‌دهیم. از رابطهٔ به دست آمده روی x از یک سر خط باردار تا سر دیگر آن انتگرال می‌گیریم. اگر P، مانند شکل ۱۸-۱۲ پ، روی خط تقارن نباشد، انتگرالی برای جمع کردن مؤلفه‌های dE_x تشکیل می‌دهیم و برای یافتن E_x، از آن روی x انتگرال می‌گیریم. همچنین، انتگرالی برای جمع کردن مؤلفه‌های dE_y تشکیل می‌دهیم و برای یافتن E_y، دوباره روی x انتگرال می‌گیریم. با استفاده از مؤلفه‌های E_x و E_y، بزرگی E و جهت $\vec{E}$ را به روش مرسوم به دست می‌آوریم.



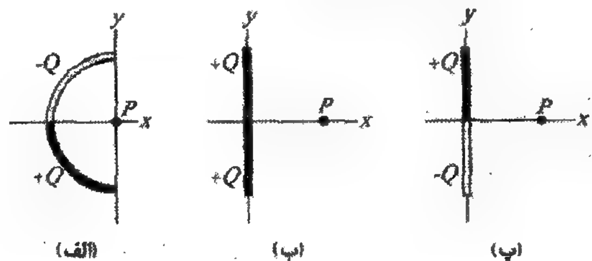




شکل ۱۸-۱۲ (الف) نقطهٔ P در امتداد خط بار واقع است. (ب) P روی خط تقارن خط بار در فاصلهٔ عمودی y از آن خط قرار دارد. (پ) همانند (ب) با این تفاوت که P روی خط تقارن واقع نیست.

مرحلهٔ ۶. آرایشی از حدود انتگرالگیری نتیجه‌ای مثبت به دست می‌دهد. آرایش وارون آن، همان نتیجه را با علامت منفی به دست می‌دهد؛ علامت منفی را نادیده می‌گیریم. اگر قرار باشد نتیجه برحسب بار کل توزیع شدهٔ Q بیان شود، λ را با Q/L جایگزین می‌کنیم که در آن L طول توزیع بار است. برای یک حلقه، L برابر با پیرامون حلقه است.

✔ نکتهٔ وارسی ۲ شکل زیر، سه میلهٔ نارسانا را نشان می‌دهد، که یکی دایره‌ای و دو تای دیگر خط راست هستند. هر یک از میله‌ها دارای بار یکنواخت با بزرگی Q روی نیمهٔ بالایی و بار دیگری روی نیمهٔ پایین آن است. برای هر میله، جهت میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ P چگونه است؟



۱۸-۷ میدان الکتریکی ناشی از یک قرص باردار

شکل ۱۸-۱۳، یک قرص پلاستیکی دایره‌ای به شعاع R را نشان می‌دهد که دارای بار سطحی مثبت با چگالی σ روی سطح خارجی آن است (به جدول ۱۸-۲ نگاه کنید). میدان الکتریکی در نقطهٔ P، به فاصلهٔ z از قرص، در امتداد محور مرکزی آن چیست؟

روش کار این است که قرص را به حلقه‌های هم‌مرکز تخت تقسیم و سپس میدان الکتریکی در نقطهٔ P را با جمع کردن (یعنی، با انتگرالگیری) سهم تمام حلقه‌ها محاسبه می‌کنیم. شکل ۱۸-۱۳، یکی از این حلقه‌ها را به شعاع r و پهنای شعاعی dr نشان می‌دهد. چون σ، بار الکتریکی در یکای سطح است، بار روی حلقه برابر است با

$$dq=\sigma\, dA=\sigma(2\pi r\, dr) \qquad (۱۸-۲۲)$$

که در آن dA مساحت عنصر دیفرانسیلی حلقه است.

مسئلهٔ مربوط به میدان الکتریکی ناشی از یک حلقهٔ باردار را پیشتر حل کرده‌ایم. با قراردادن dq از معادلهٔ ۱۸-۲۲ به جای q در معادلهٔ ۱۸-۱۶، و جایگزینی R در معادلهٔ ۱۸-۱۶ با r، میدان الکتریکی dE در نقطهٔ P ناشی از حلقهٔ تخت به دست می‌آید

$$dE=\frac{z\sigma 2\pi r\, dr}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+r^2)^{3/2}}$$

که می‌توان آن را چنین نوشت

$$dE=\frac{\sigma z}{4\varepsilon_0}\frac{2r\, dr}{(z^2+r^2)^{3/2}} \qquad (۱۸-۲۳)$$

حال E را با انتگرالگیری روی سطح قرص، یعنی با انتگرالگیری نسبت به متغیر r از $r=0$ تا $r=R$، به دست می‌آوریم. توجه کنید که z در این انتگرالگیری ثابت می‌ماند. از آنجا به دست می‌آوریم

$$E=\int dE=\frac{\sigma z}{4\varepsilon_0}\int_0^R (z^2+r^2)^{-3/2}(2r)\,dr \qquad (۱۸-۲۴)$$

برای حل این انتگرال، آن را با قراردادن $X=(z^2+r^2)$ ، $m=-\frac{3}{2}$ و $dX=(2r)dr$ به شکل $\int X^m dX$ می‌نویسیم. برای این انتگرال داریم

$$\int X^m\, dX=\frac{X^{m+1}}{m+1}$$

و بنابراین معادلهٔ ۱۸-۲۴ چنین می‌شود

$$E=\frac{\sigma z}{4\varepsilon_0}\left[\frac{(z^2+r^2)^{-1/2}}{-\frac{1}{2}}\right]_0^R \qquad (۱۸-۲۵)$$

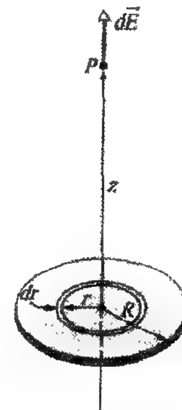
با قرار دادن حدود انتگرال در معادلهٔ ۱۸-۲۵ و مرتب کردن آن، به دست می‌آوریم

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right) \quad \text{(قرص باردار)} \qquad (۱۸-۲۶)$$

که بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک قرص تخت باردار دایره‌ای، در نقطه‌هایی روی محور مرکزی آن است. (در محاسبهٔ انتگرال، فرض کردیم که $z \geq 0$).

اگر در حالی که z را متناهی نگه داشته‌ایم، R را به سمت بینهایت میل دهیم ($R \to \infty$) ، جملهٔ دوم درون پرانتز معادلهٔ ۱۸-۲۶ به سمت صفر میل می‌کند، و معادله به صورت زیر ساده می‌شود

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad \text{(ورقه نامتناهی)} \qquad (۱۸-۲۷)$$



شکل ۱۸-۱۳ قرصی به شعاع R و بار مثبت یکنواخت. شعاع حلقهٔ نشان داده شده r و پهنای شعاعی آن dr است. این حلقه، میدان الکتریکی دیفرانسیلی $d\vec{E}$ را در نقطهٔ P واقع بر محور مرکزی ایجاد می‌کند.

این، میدان الکتریکی حاصل از یک ورقهٔ باردار یکنواخت نامتناهی است که در یک طرف نارسانایی از قبیل پلاستیک قرار گرفته است. خطهای میدان الکتریکی برای چنین وضعیتی در شکل ۱۸-۳ نشان داده شده است.

همچنین اگر در حالی که R را متناهی نگهداشته‌ایم در معادلهٔ ۱۸-۲۶ مقدار z را به سمت صفر میل دهیم ($z \to 0$)، به همان معادلهٔ ۱۸-۲۷ می‌رسیم. این نشان می‌دهد که در نقطه‌های بسیار نزدیک به قرص، میدان الکتریکی ایجاد شده توسط قرص همان میدان حاصل از قرصی است که به طور نامتناهی گسترش یافته است.

۱۸-۸ بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی

در چهار بخش گذشته به یکی از دو کار پیش روی خود پرداختیم: *با داشتن یک توزیع بار معین، میدان الکتریکی حاصل* از آن را در فضای پیرامون به دست آوردیم. در اینجا به کار دوم می‌پردازیم: تعیین اینکه برای یک ذرهٔ باردار وقتی که در میدان الکتریکی ایجاد شده توسط بارهای ساکن یا در حال حرکت آهسته‌ای قرار گیرد، چه رخ می‌دهد؟

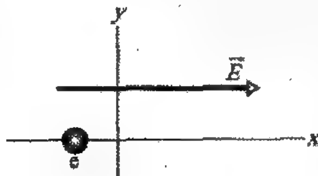
آنچه رخ می‌دهد این است که بر ذرهٔ باردار یک نیروی الکترواستاتیکی اثر می‌کند که با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$\vec{F}=q\vec{E} \qquad (۱۸-۲۸)$$

که در آن q بار ذره (شامل علامت آن) و $\vec{E}$ میدان الکتریکی است که ذره‌های دیگر در محل ذرهٔ مورد نظر ایجاد کرده‌اند. (این میدان، میدان الکتریکی ایجاد شده توسط خود ذره نیست)؛ برای تمایز این دو میدان، میدان وارد بر ذره در معادلهٔ ۱۸-۲۸، اغلب میدان *خارجی* نامیده می‌شود. معادلهٔ ۱۸-۲۸ حاکی از آن است که

> **نیروی الکترواستاتیکی $\vec{F}$ وارد بر یک ذرهٔ باردار که در میدان خارجی $\vec{E}$ قرار گرفته، در صورتی که بار q ذره مثبت باشد در جهت $\vec{E}$ و در صورتی که q منفی باشد، در جهت مخالف آن است.**

✔ ***نکتهٔ وارسی ۳*** (الف) در شکل زیر، جهت نیروی الکتروستاتیکی وارد بر الکترون ناشی از میدان الکتریکی خارجی نشان داده شده چگونه است؟ (ب) اگر الکترون پیش از روبه رو شدن با میدان خارجی، در جهت موازی محور y حرکت کند، در چه جهتی شتاب خواهد گرفت؟ (پ) حال اگر الکترون در ابتدا رو به سمت راست در حرکت باشد، آیا تندی آن افزایش می‌یابد یا کاهش، یا ثابت می‌ماند؟



اندازه‌گیری بار بنیادی

معادلهٔ ۱۸-۲۸ در اندازه‌گیری بار بنیادی e در سالهای ۱۹۱۰ تا ۱۹۱۳ توسط فیزیکدان آمریکایی *رابرت. ای. میلیکان*[1]، نقشی اساسی داشته است. شکل ۱۸-۱۴ شمایی از دستگاه اوست. وقتی قطره‌هایی ریز روغن به داخل اتاقک A افشانده شوند، برخی از آنها در حین این فرایند، باردار مثبت یا منفی می‌شوند. قطره‌ای را در نظر می‌گیریم که رو به پایین از میان حفرهٔ کوچکی در صفحهٔ P_1 وارد اتاقک C می‌شود. فرض می‌کنیم که این قطره بار منفی q دارد.

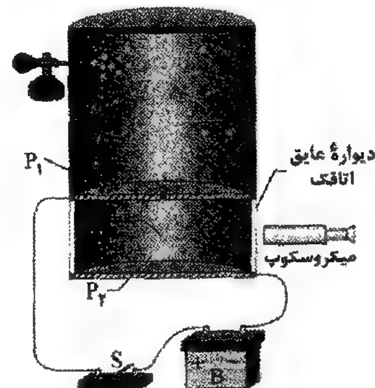
اگر کلید S، همان گونه که در شکل ۱۸-۱۴ نشان داده شده، باز باشد آنگاه *باتری B هیچ اثر الکتریکی روی اتاقک C ندارد*. ولی وقتی کلید بسته شود (در این صورت اتصال بین اتاقک C و پایانهٔ مثبت باتری کامل می‌شود) باتری، بار مثبت اضافی روی

1. Robert A.Millikan

صفحهٔ رسانای P_1 و بار منفی اضافی روی صفحهٔ رسانای P_2 ایجاد می‌کند. این صفحه‌های باردار، یک میدان الکتریکی رو به پایین در اتاقک C به وجود می‌آورند. بنابر معادلهٔ ۱۸-۲۸، این میدان بر هر قطرهٔ بارداری که به داخل اتاقک می‌افتد یک نیروی الکتروستاتیکی وارد می‌کند و بر حرکت آن تأثیر می‌گذارد. در این حالت خاص، ذرهٔ باردار منفی رو به سمت بالا کشیده خواهد شد.

میلیکان با قطع و وصل کردن کلید، زمان حرکت قطره‌های روغن را اندازه گرفت و از آنجا با تعیین بار q، کشف کرد که مقدارهای q همواره با رابطهٔ زیر داده می‌شوند

$$q=ne, \quad \text{برای} \quad n=0,\pm1,\pm2,\pm3,... \qquad (۱۸-۲۹)$$

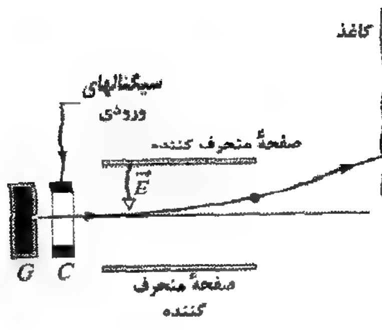


شکل ۱۸-۱۴ دستگاه قطرهٔ روغن میلیکان برای اندازه‌گیری بار بنیادی e. وقتی یک قطرهٔ روغن باردار از طریق سوراخ واقع در صفحهٔ P_1 به داخل اتاقک C وارد شود، حرکت آن می‌تواند با باز و بسته کردن کلید S کنترل و در نتیجه در اتاقک C یک میدان الکتریکی برقرار یا حذف شود. برای دیدن قطره، به منظور اندازه‌گیری زمان حرکت آن، از یک میکروسکوپ استفاده می‌شود.

که در آن e یک ثابت بنیادی است که *بار بنیادی* نامیده می‌شود و مقدارش برابر $1/60\times10^{-19}$ C است. آزمایش میلیکان دلیلی متقاعد کننده برای کوانتیده بودن بار است، و او به خاطر این کار در سال ۱۹۲۳/۱۳۰۲ جایزهٔ نوبل فیزیک را به دست آورد. اندازه‌گیریهای جدید بار بنیادی بر آزمایشهای گوناگون و به هم پیوسته‌ای متکی است، که همهٔ آنها دقیقتر از آزمایش پیشگامانهٔ میلیکان هستند.

چاپ جوهرافشان

نیاز به چاپ کردن با کیفیت بالا و سرعت زیاد باعث شده است تا تلاشهایی برای جایگزین کردن چاپهای تماسی، از قبیل ماشینهای تحریر متداول، صورت بپذیرد. یکی از روشهای جایگزین، ثبت حروف با پاشاندن قطره‌های جوهر روی کاغذ است.



شکل ۱۸-۱۵ اساس کار یک چاپگر جوهر افشان. قطره‌ها از مولد G پرتاب و در واحد تولید بار C، باردار می‌شوند. سیگنال ورودی از یک رایانه، بار داده شده به هر قطره و در نتیجه اثر میدان $\vec{E}$ روی قطره و مکان برخورد قطره با کاغذ را کنترل می‌کند. حدود ۱۰۰ قطرهٔ ریز برای ثبت یک حرف تنها لازم است.

شکل ۱۸-۱۵ یک قطرهٔ باردار منفی را نشان می‌دهد که میان دو صفحهٔ رسانای منحرف کننده که بین آنها میدان الکتریکی یکنواخت و رو به پایین $\vec{E}$ برقرار است، حرکت می‌کند. قطره بنا بر معادلهٔ ۱۸-۲۸ رو به بالا منحرف می‌شود و آنگاه در مکانی که با بزرگی $\vec{E}$ و اندازهٔ بار q قطره تعیین می‌شود، با کاغذ برخورد می‌کند.

در عمل، E ثابت نگه داشته می‌شود و مکان قطره، با بار q که در واحد تولید بار به قطره داده می‌شود، جایی که باید پیش از ورود به دستگاه منحرف کننده از آن عبور کند، تعیین می‌شود. واحد باردار کننده به نوبهٔ خود با سیگنالهای الکترونیکی که مادهٔ آمادهٔ چاپ را رمزگذاری می‌کنند، فعال می‌شود.

فروریزش الکتریکی و جرقه‌زنی

اگر بزرگی میدان الکتریکی در هوا از مقدار حدی معین E_C تجاوز کند، هوا دستخوش *فرو ریزش الکتریکی* می‌شود، فرایندی که به موجب آن، میدان الکترونها را از اتمها در هوا جدا می‌کند. آنگاه هوا شروع به رسانش جریان الکتریکی می‌کند، زیرا الکترونهای آزاد شده توسط این میدان به حرکت درمی‌آیند. وقتی آنها حرکت کنند، با هر اتمی در مسیرشان برخورد می‌کنند



شکل ۱۸-۱۶ سیمهای فلزی به حدی باردار شده‌اند که میدان الکتریکی حاصل از آن در فضای اطراف باعث فروریزش الکتریکی هوا در آنجا شده است.

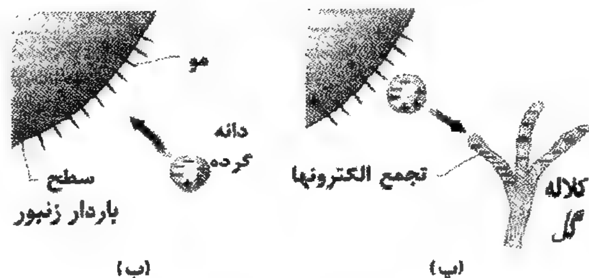
و بدین ترتیب باعث می‌شوند که آن اتمها نور گسیل کنند. مسیرهای الکترونهای آزاد را، که عموماً جرقه نامیده می‌شوند، به دلیل نور گسیل شده می‌توان دید. شکل ۱۸–۱۶ جرقه‌های بالای سیمهای فلزی بارداری را نشان می‌دهد که در آنجا میدانهای الکتریکی حاصل از سیمها باعث فرو ریزش الکتریکی هوا شده‌اند.

گرده افشانی و الکتروستاتیک

توانایی یک زنبور برای حمل گرده از گلی به گل دیگر به دو ویژگی بستگی دارد. (۱) زنبورها هنگام پرواز در هوا باردار می‌شوند. (۲) بساک گل (شکل ۱۸–۱۷ الف) به لحاظ الکتریکی از زمین جداست ولی کلاله به لحاظ الکتریکی به زمین متصل است. وقتی زنبوری نزدیکی بساک پر می‌زند، میدان الکتریکی ناشی از بار روی زنبور روی یک دانهٔ گردهٔ خنثی بار القا می‌کند، که موجب زیاد شدن بار منفی در قسمت نزدیک نسبت به قسمت دورتر می‌شود (شکل ۱۸–۱۷ ب). بارهای دو قسمت مساوی است ولی فاصلهٔ آنها از زنبور مساوی نیست، و نیروی ربایشی در قسمت نزدیک اندکی بیشتر از نیروی رانشی قسمت دور است. در نتیجه دانهٔ گرده به طرف زنبور کشیده می‌شود، که ضمن پرواز زنبور به سمت بساک گل به آن می‌چسبد.

وقتی زنبور در گل دیگر به کلاله نزدیکی می‌شود، بار روی زنبور، و بار القا شده در دانه الکترونهای رسانش را تا نوک کلاله می‌آورد (شکل ۱۸–۱۷ پ) چون کلاله به لحاظ الکتریکی به زمین متصل است. این الکترونها به قسمت نزدیکتر دانه جذب شده و از طرف دورتر رانده می‌شود. اگر دانه به اندازهٔ کافی به کلاله نزدیک باشد، نیروی خالص موجب می‌شود که دانه به کلاله بچسبد و گل را بارور کند. مهندسان کشاورزی این فرایند را با افشاندن دانه‌های گردهٔ باردار روی گیاهان انجام می‌دهند، طوری که دانه‌ها به جای افتادن بیهوده روی زمین روی کلاله جمع می‌شوند.

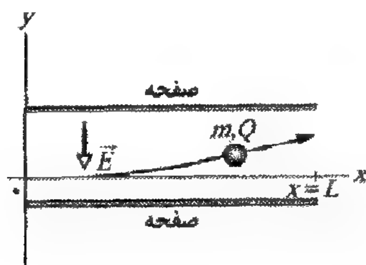




شکل ۱۸–۱۷ (الف) قسمتهای بساک و کلاله یک گل (ب) دانهٔ گرده در بساک توسط زنبور به طور القایی باردار شده است. (پ) الکترونهای جمع شده در نوک کلاله دانه را جذب می‌کنند.

مسئلهٔ نمونهٔ ۱۸-۴

شکل ۱۸–۱۸ صفحه‌های منحرف کنندهٔ یک چاپگر جوهرافشان را با محورهای مختصات روی آن نشان می‌دهد. قطرهٔ جوهری به جرم $m=1/3\times10^{-10}$ kg و بار منفی به بزرگی $Q=1/5\times10^{-13}$C، که در آغاز در امتداد محور x با تندی $v_x=18$ m/s حرکت می‌کند، وارد ناحیهٔ میان صفحه‌ها می‌شود. طول هر یک از صفحه‌ها L، برابر 1/6 cm است. صفحه‌ها باردار می‌شوند و بنابراین، در تمام نقطه‌ها میان آنها یک میدان الکتریکی ایجاد می‌شود. فرض کنید که میدان الکتریکی $\vec{E}$ رو به پایین، یکنواخت و دارای بزرگی $1/4\times10^{6}$ N/C باشد. انحراف قائم قطره در لبهٔ دور صفحه‌ها چقدر است؟ (نیروی گرانشی وارد بر قطره نسبت به نیروی الکتروستاتیکی وارد بر آن کوچک است و می‌توان آن را نادیده گرفت.)



شکل ۱۸–۱۸ یک قطرهٔ جوهر به جرم m و بزرگی بار Q در میدان الکتریکی یک چاپگر جوهر افشان منحرف می‌شود.

نکتهٔ کلیدی قطره باردار منفی و جهت میدان الکتریکی رو به پایین است. بنابر معادلهٔ ۱۸–۲۸، یک نیروی الکتروستاتیکی ثابت با بزرگی QE رو به بالا بر قطرهٔ باردار وارد می‌شود. بنابراین، وقتی قطره با تندی ثابت v_x موازی با محور x حرکت کند، با شتاب تقریباً ثابت a_y رو به بالا شتاب می‌گیرد.

محاسبه‌ها: با به کاربردن قانون دوم نیوتون ($F=ma$) برای مؤلفه‌های در امتداد محور y، خواهیم داشت

$$a_y=\frac{F}{m}=\frac{QE}{m} \qquad (۱۸–۳۰)$$

زمان لازم برای عبور قطره از ناحیهٔ میان صفحه‌ها را t در نظر می‌گیریم. در زمان t، جابه‌جاییهای قائم و افقی قطره به ترتیب عبارت اند از

$$y=\frac{1}{2}a_y t^2 \quad و \quad L=v_x t \qquad (۱۸–۳۱)$$

با حذف t بین این دو معادله و قراردادن معادلهٔ ۱۸–۳۰ به جای a_y، داریم

$$y=\frac{QEL^{2}}{2mv_x^{2}}$$

$$=\frac{(1/5\times10^{-13}\,C)\,(1/4\times10^{6}\,N/C)(1/6\times10^{-2}\,m)^{2}}{(2)(1/3\times10^{-10}\,kg)(18m/s)^{2}}$$

$$=6/4\times10^{-4}\,m$$

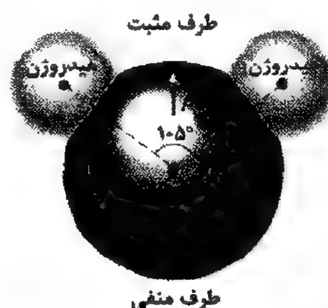
$$=0/64\,mm$$ (پاسخ)

۱۸-۹ دوقطبی در میدان الکتریکی

گشتاور دوقطبی الکتریکی $\vec{p}$ یک دوقطبی الکتریکی را به صورت برداری تعریف کردیم که جهت آن از سرمنفی دوقطبی به سر مثبت آن است. همان‌طور که خواهیم دید، رفتار یک دوقطبی در میدان الکتریکی یکنواخت خارجی $\vec{E}$ را می‌توان به طور کامل برحسب بردارهای $\vec{E}$ و $\vec{p}$ توصیف کرد، بدون آنکه هیچ نیازی به جزئیات دربارهٔ ساختار دوقطبی باشد.

مولکول آب (H_2O) یک دوقطبی الکتریکی است؛ شکل ۱۸-۱۹ این امر را نشان می‌دهد. در این شکل نقطه‌های سیاه نشان دهندهٔ هستهٔ اکسیژن (دارای هشت پروتون) و دو هستهٔ هیدروژن(هریک دارای یک پروتون) هستند. ناحیه‌های خاکستری که آنها را در بر گرفته‌اند، ناحیه‌هایی هستند که در آنجا الکترونها می‌توانند اطراف هسته قرار گیرند.

در مولکول آب، دو اتم هیدروژن و یک اتم اکسیژن بر یک خط مستقیم قرار ندارند، بلکه به ترتیبی که در شکل ۱۸-۱۹ نشان داده شده است، با هم زاویه‌ای در حدود 105° می‌سازند. بنابراین،مولکول‌آب،یک «طرف اکسیژن» و یک «طرف هیدروژن» مشخص دارد. افزون بر این، ۱۰ الکترون مولکول آب مایل‌اند به هستهٔ اکسیژن نزدیکتر باشند تا هسته‌های هیدروژن. این باعث می‌شود که طرف اکسیژن مولکول کمی بیشتر از طرف هیدروژن آن منفی شود و بدین ترتیب یک گشتاور دوقطبی الکتریکی $\vec{p}$ ایجاد می‌شود که جهت آن، همان گونه که نشان داده شده است، در امتداد محور تقارن مولکول است. اگر مولکول آب در میدان الکتریکی خارجی قرار گیرد، رفتار آن همان‌طور که انتظار می‌رود مشابه دوقطبی الکتریکی منفرد شکل ۱۸-۸ خواهد بود.



شکل ۱۸-۱۹ مولکول H_2O، که سه هسته (نمایش داده شده با نقطه‌ها) و ناحیه‌هایی را نشان می‌دهد که در آنجا الکترونها می‌توانند قرار داشته باشند. جهت گشتاور دو قطبی الکتریکی $\vec{p}$ از طرف اکسیژن (منفی) به طرف هیدروژن (مثبت) مولکول است.

برای بررسی *این رفتار*، یک دوقطبی الکتریکی منفردی را، همان‌گونه که در شکل ۱۸-۲۰ الف نشان داده شده است، در میدان الکتریکی خارجی یکنواخت $\vec{E}$ در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که این دوقطبی ساختار صلبی دارد که شامل دو مرکز با بارهای مخالف، هر یک به بزرگی q است که به فاصلهٔ d از هم قرارگرفته‌اند.گشتاور دو قطبی $\vec{p}$ با میدان $\vec{E}$ زاویه θ می‌سازد.

نیروهای الکتروستاتیکی بر دو انتهای باردار دوقطبی وارد می‌شوند. چون میدان الکتریکی یکنواخت است، این نیروها در جهتهای مخالف (همان گونه که در شکل ۱۸-۲۰ الف نشان داده شده است) و با بزرگی یکسان $F=qE$ وارد می‌شوند، بنابراین، چون *میدان الکتریکی یکنواخت است*، نیروی خالص وارد بر دو قطبی از سوی میدان برابر با صفر است و مرکز جرم دوقطبی حرکت نمی‌کند. ولی، نیروهای وارد بر دو انتهای باردار، گشتاور خالص $\vec{\tau}$ را بر دوقطبی حول مرکز جرم آن وارد می‌کنند. مرکز جرم دوقطبی روی خط واصل دو انتهای باردار، به فاصلهٔ x از یک انتها و به فاصلهٔ $d-x$ از انتهای دیگر قرار دارد. با استفاده از معادلهٔ ۱۰-۳۹ ($\tau=rF\sin\theta$) بزرگی این گشتاور نیروی خالص $\vec{\tau}$ را می‌توانیم چنین بنویسیم

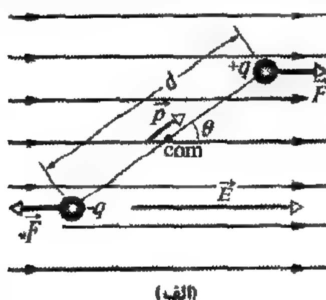
$$\tau=Fx\sin\theta+F(d-x)\sin\theta=Fd\sin\theta \qquad (۱۸-۳۲)$$

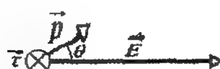
همچنین بزرگی $\vec{\tau}$ را می‌توانیم برحسب بزرگیهای میدان الکتریکی E و گشتاور دوقطبی $p=qd$ بنویسیم. برای این کار، در معادلهٔ ۱۸-۳۲، qE را به جای F و p/q را به جای d قرار می‌دهیم و از آنجا بزرگی τ برابر است با

$$\tau=pE\sin\theta \qquad (۱۸-۳۳)$$

این معادله را می‌توانیم به شکل برداری تعمیم دهیم

$$\vec{\tau}=\vec{p}\times\vec{E} \quad \text{(گشتاور وارد بر یک دو قطبی)} \qquad (۱۸-۳۴)$$





شکل ۱۸-۲۰ (الف) یک دو قطبی الکتریکی در میدان الکتریکی خارجی و یکنواخت $\vec{E}$. بار دو مرکز، یکسان ولی با علامت مخالف است و به اندازهٔ d از هم فاصله دارند. خط واصل آنها، اتصال صلب آنها را نشان می‌دهد. (ب) میدان $\vec{E}$ گشتاور نیروی $\vec{\tau}$ بر دو قطبی وارد می‌کند. جهت $\vec{\tau}$ به داخل صفحه است که با نماد ⊗ نمایش داده شده است.

بردارهای $\vec{P}$ و $\vec{E}$ در شکل ۱۸-۲۰ ب نشان داده شده‌اند. گشتاور نیرویی که بر دو قطبی اثر می‌کند بردار $\vec{P}$ (و در نتیجه دو قطبی) را در جهت $\vec{E}$ می‌چرخاند و بدین ترتیب θ را کاهش می‌دهد. در شکل ۱۸-۲۰، چنین چرخشی ساعتگرد است. همان‌طور که در فصل ۱۰ دیدیم، می‌توانیم گشتاور نیروی ناشی از چرخش ساعتگرد را با قراردادن یک علامت منفی در کنار بزرگی گشتاور نیرو نشان دهیم. با این نمادگذاری، رابطهٔ مربوط به گشتاور نیرو از شکل ۱۸-۲۰ چنین می‌شود

$$\tau = -pE\sin\theta \qquad (۱۸-۳۵)$$

انرژی پتانسیل یک دو قطبی الکتریکی

انرژی پتانسیل می‌تواند به چگونگی سمتگیری دوقطبی الکتریکی در میدان الکتریکی وابسته باشد. دوقطبی کمترین انرژی پتانسیل خود را هنگامی دارد که در وضعیت سمتگیری متعادل خود باشد، یعنی هنگامی که گشتاور دو قطبی $\vec{p}$ با میدان $\vec{E}$ در یک جهت باشد (در نتیجه $\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E} = 0$). در تمام سمتگیریهای دیگر، دوقطبی انرژی پتانسیل بیشتری دارد. بنابراین، دو قطبی شبیه یک آونگ است که کمترین انرژی پتانسیل گرانشی را در وضعیت سمتگیری تعادل یعنی در پایینترین نقطه دارد. برای چرخاندن دو قطبی یا آونگ به هر سمتگیری دیگری، به انجام کار توسط یک عامل خارجی نیاز داریم.

در هر وضعیتی که به انرژی پتانسیل مربوط باشد، مجازیم که پیکربندی انرژی پتانسیل صفر را کاملاً اختیاری تعریف کنیم، زیرا فقط اختلاف انرژی پتانسیل مفهوم فیزیکی دارد. این نشان می‌دهد که اگر انرژی پتانسیل را هنگامی که زاویهٔ θ در شکل ۱۸-۲۰ برابر $90°$ است، صفر اختیار کنیم آنگاه عبارت انرژی پتانسیل دو قطبی الکتریکی در میدان الکتریکی خارجی به ساده‌ترین شکل در می‌آید. در این صورت می‌توانیم انرژی پتانسیل U دوقطبی را در هر مقداری از θ با معادلهٔ ۸ ۱ ($\Delta U = -W$) و با محاسبهٔ کار W انجام شدهٔ میدان روی دو قطبی هنگامی که دو قطبی از $90°$ تا آن مقدار θ چرخیده است، پیدا کنیم. به کمک معادلهٔ ۱۰-۵۳ ($W = \int \tau\, d\theta$) و معادلهٔ ۱۸-۳۵، درمی‌یابیم که انرژی پتانسیل U در هر زاویهٔ θ چنین است

$$U = -W = -\int_{90°}^{\theta} \tau\, d\theta = \int_{90°}^{\theta} pE\sin\theta\, d\theta \qquad (۱۸-۳۶)$$

محاسبهٔ این انتگرال به رابطهٔ زیر می‌انجامد

$$U = -pE\cos\theta \qquad (۱۸-۳۷)$$

این معادله را می‌توانیم به شکل برداری چنین تعمیم دهیم

$$U = -\vec{p}\cdot\vec{E} \quad \text{(انرژی پتانسیل دو قطبی)} \qquad (۱۸-۳۸)$$

معادله‌های ۱۸-۳۷ و ۱۸-۳۸ نشان می‌دهند که انرژی پتانسیل دو قطبی هنگامی که $\theta = 0$ باشد کمترین است ($U = -pE$)، و این در هنگامی است که $\vec{p}$ و $\vec{E}$ در یک جهت‌اند؛ وقتی $\theta = 180°$ باشد، انرژی پتانسیل بیشترین است ($U = pE$)، و این در هنگامی است که $\vec{p}$ و $\vec{E}$ در جهتهای مخالف‌اند.

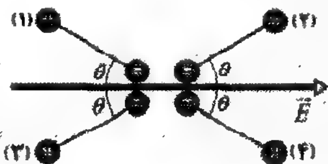
وقتی یک دو قطبی از سمتگیری اولیهٔ θ_i به سمتگیری بعدی θ_f می‌چرخد، کار W انجام شده روی دو قطبی توسط میدان الکتریکی برابر است با

$$W = -\Delta U = -(U_f - U_i) \qquad (۱۸-۳۹)$$

که در آن U_f و U_i با معادلهٔ ۱۸-۳۸ محاسبه می‌شوند. اگر تغییر در سمتگیری بر اثر یک گشتاور نیروی خارجی باشد (که عموماً گفته می‌شود ناشی از یک عامل خارجی است)، آنگاه کار W_a انجام شده توسط این گشتاور نیروی خارجی روی دو قطبی، منفیِ کار انجام شده توسط میدان روی دو قطبی است؛ یعنی

$$W_a = -W = (U_f - U_i) \qquad (۱۸-۴۰)$$

✔ نکتهٔ وارسی ۴ شکل زیر، چهار سمتگیری یک دو قطبی الکتریکی را در یک میدان خارجی نشان می‌دهد. این سمتگیریها را بنا بر (الف) بزرگی گشتاور نیروی وارد بر دوقطبی و (ب) انرژی پتانسیل دوقطبی، از بیشترین تا کمترین مقدار مرتب کنید.



پخت و پز با میکروموج

اگر غذا محتوی آب باشد می‌تواند با یک اجاق میکروموج گرم و پخته شود چون مولکولهای آب به صورت دوقطبیهای الکتریکی هستند. وقتی اجاق را روشن می‌کنید، چشمهٔ میکروموج خیلی سریع میدان الکتریکی $\vec{E}$ را در داخل اجاق و هم چنین در داخل غذا برقرار می‌کند. از معادلهٔ ۱۸-۳۴، می‌توان دید که هر میدان الکتریکی $\vec{E}$ گشتاوری را بر یک گشتاور دوقطبی الکتریکی $\vec{p}$ اعمال می‌کند تا $\vec{p}$ در راستای $\vec{E}$ قرار گیرد. چون $\vec{E}$ اجاق نوسان می‌کند، مولکولهای آب به طور پیوسته در جهت خنثی کردن سمتگیری با $\vec{E}$ جست و خیز می‌کنند.

انرژی از میدان الکتریکی به انرژی گرمایی آب (و غذا) منتقل می‌شود و در آن سه مولکول آب به یکدیگر پیوند خورده و یک گروه تشکیل می‌دهند. جست و خیز برخی از پیوندها را می‌شکنند. وقتی مولکولها دوباره پیوند تشکیل می‌دهند، انرژی به

حرکت کاتوره‌ای گروه و سپس مولکولهای اطراف تبدیل می‌شود. گاهی گرمایش شگفت‌انگیز می‌شود. مثلاً اگر یک دونات ژله‌ای را گرم کنید، ژله (که مقدار زیادی آب دارد) از ماده دونات (که آب کمتری دارد) خیلی بیشتر گرم می‌شود. هرچند که بیرون دونات گرم نیست، اگر به ژله دست بزنید دستتان می‌سوزد. اگر مولکولهای آب دو قطبیهای الکتریکی نبودند، اجاقهای میکرو موج وجود نداشتند.

مسئلهٔ نمونهٔ ۱۸-۵

مولکول آب خنثی (H_2O) در حالت بخار خود دارای یک گشتاور دوقطبی الکتریکی به بزرگی $6/2\times10^{-30}$ C.m است.
(الف) مرکزهای بار مثبت و بار منفی مولکول در چه فاصله‌ای از هم قرار دارند؟

نکتهٔ کلیدی گشتاور دوقطبی مولکول به بزرگی q بار مثبت یا منفی مولکول و فاصلهٔ d میان بارها، بستگی دارد.

محاسبه‌ها: در یک مولکول آب خنثی، ۱۰ الکترون و ۱۰ پروتون وجود دارد؛ در نتیجه، بزرگی گشتاور دو قطبی آن برابر است با

$$p=qd(10e)(d)$$

که در آن d فاصلهٔ مورد نظر و e بار بنیادی است. بنابراین، داریم

$$d=\frac{p}{10e}=\frac{6/2\times10^{-30}\ \text{C.m}}{(10)(1/60\times10^{-19}\ \text{C})}$$
$$=3/9\times10^{-12}\text{m}=3/9\text{pm} \quad \text{(پاسخ)}$$

این فاصله نه تنها کوچک است، بلکه در واقع از شعاع اتم هیدروژن نیز کوچکتر است.

(ب) اگر این مولکول در میدان الکتریکی $1/5\times10^{4}$ N/C قرار گیرد، گشتاور بیشینه‌ای که این میدان می‌تواند بر آن وارد کند چقدر است؟ (چنین میدانی را می‌توان به آسانی در آزمایشگاه ایجاد کرد.)

نکتهٔ کلیدی گشتاور نیروی وارد بر دو قطبی هنگامی بیشینه است که زاویهٔ θ میان $\vec{p}$ و $\vec{E}$ برابر $90°$ باشد.

محاسبه‌ها: قراردادن این مقدار در معادلهٔ ۱۸-۳۳ چنین به دست می‌دهد

$$\tau=pE\sin\theta$$
$$=(6/2\times10^{-30}\ \text{C.m})(1/5\times10^{4}\ \text{N/C})(\sin 90°)$$
$$=9/3\times10^{-26}\ \text{N.m}$$

(پ) یک *عامل خارجی* چقدر کار باید انجام دهد تا این مولکول با شروع از وضعیت هم‌خط بودن کامل با میدان، که در آن $\theta=0°$ است، به اندازهٔ $180°$ بچرخد؟

نکتهٔ کلیدی کار انجام شده توسط عامل خارجی (بر اثر گشتاوری که به مولکول وارد شده است) برابر با تغییر انرژی پتانسیل مولکول براثر تغییر سمتگیری آن است.

محاسبه‌ها: از معادلهٔ ۱۸-۴۰ در می‌یابیم

$$W_a=U_{180°}-U_0$$
$$=(-pE\cos 180°)-(-pE\cos 0°)$$
$$=2pE=(2)(6/2\times10^{-30}\ \text{C.m})(1/5\times10^{4}\ \text{N/C})$$
$$=1/9\times10^{-25}\ \text{J} \quad \text{(پاسخ)}$$

بازنگری و خلاصهٔ درس

میدان الکتریکی یک راه برای توضیح نیروی الکتروستاتیکی میان دو بار این است که فرض کنیم هر بار در فضای پیرامون خود یک میدان الکتریکی ایجاد می‌کند. آنگاه نیروی الکتروستاتیکی که به هر یک از دوبار وارد می‌شود، ناشی از میدان الکتریکی ایجاد شده توسط بار دیگر در محل آن است.

تعریف میدان الکتریکی *میدان الکتریکی* $\vec{E}$ در هر نقطه برحسب نیروی الکتروستاتیکی $\vec{F}$ که بر بار آزمون مثبت q_0 واقع در آن نقطه اثر می‌کند، تعریف می‌شود

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0} \qquad (18-1)$$

خطهای میدان الکتریکی *خطهای میدان الکتریکی* وسیله‌ای برای تجسم جهت و بزرگی میدانهای الکتریکی است. بردار میدان الکتریکی در هر نقطه، مماس بر خط میدانی است که از آن نقطه می‌گذرد. چگالی خطهای میدان در هر ناحیه متناسب با بزرگی میدان الکتریکی در آن ناحیه است. خطهای میدان از بارهای مثبت شروع و به بارهای منفی ختم می‌شوند.

میدان ناشی از یک بار نقطه‌ای بزرگی میدان الکتریکی $\vec{E}$ ناشی از یک بار نقطه‌ای در فاصلهٔ r از آن بار برابر است با

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad (18-3)$$

جهت $\vec{E}$، اگر بار مثبت باشد به سمت دور شدن از بار نقطه‌ای، و اگر بار منفی باشد به سمت نزدیک شدن به آن است.

میدان ناشی از دوقطبی الکتریکی *دوقطبی الکتریکی* شامل دو ذره با بارهایی با بزرگی یکسان q ولی با علامت مخالف است که به فاصلهٔ کوچک d از هم قرار گرفته‌اند. **گشتاور دوقطبی الکتریکی** $\vec{p}$ دارای بزرگی qd و جهت آن از بار منفی به طرف بار مثبت است. بزرگی میدان الکتریکی ناشی از دو قطبی در نقطه‌ای واقع بر محور دوقطبی (که از هر دو بار می‌گذرد) برابر است با

$$E=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{p}{z^3} \qquad (18-9)$$

که در آن z فاصلهٔ میان آن نقطه و مرکز دو قطبی است.

میدان ناشی از توزیع بار پیوسته میدان الکتریکی ناشی از *توزیع بار* پیوسته با در نظر گرفتن عنصرهای دیفرانسیلی

بار به صورت بارهای نقطه‌ای و سپس با جمع کردن بردارهای میدان الکتریکی ناشی از همهٔ آن عنصرهای بار، با انتگرالگیری، به دست می‌آید.

نیروی وارد بر یک بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی

وقتی بار نقطه‌ای q در میدان الکتریکی خارجی $\vec{E}$ که توسط بارهای دیگر ایجاد شده است، قرار گیرد نیروی الکتروستاتیکی که بر آن بار وارد می‌شود برابر است با

$$\vec{F}=q\vec{E} \qquad (۲۸-۱۸)$$

نیروی $\vec{F}$ در همان جهت $\vec{E}$ است اگر q مثبت باشد، و در خلاف جهت $\vec{E}$ است اگر q منفی باشد.

دو قطبی در میدان الکتریکی هرگاه یک دو قطبی الکتریکی با گشتاور دو قطبی $\vec{p}$ در میدان الکتریکی $\vec{E}$ قرار گیرد، میدان گشتاوری بر دو قطبی وارد می‌کند که برابر است؛

$$\vec{\tau}=\vec{p}\times\vec{E} \qquad (۳۴-۱۸)$$

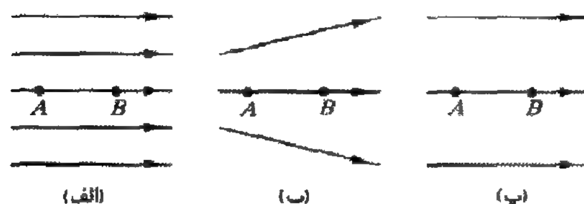
دو قطبی دارای انرژی پتانسیل U است که به سمتگیری آن در میدان وابسته است

$$U=-\vec{p}.\vec{E} \qquad (۳۸-۱۸)$$

هر گاه $\vec{p}$ عمود بر $\vec{E}$ باشد، این انرژی پتانسیل صفر در نظر گرفته می‌شود؛ هرگاه $\vec{p}$ هم جهت با $\vec{E}$ باشد، انرژی پتانسیل دارای کمترین مقدار $(U=-pE)$ و هرگاه $\vec{p}$ در خلاف جهت $\vec{E}$ باشد، انرژی پتانسیل دارای بیشترین $(U=pE)$ مقدار است.

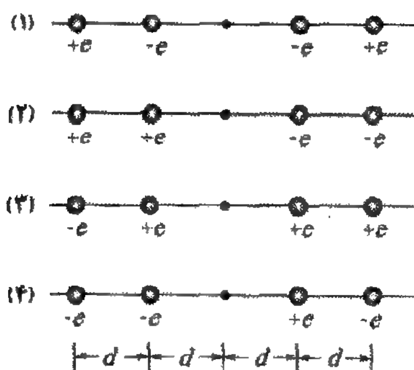
پرسشها

۱- شکل ۱۸-۲۱ سه آرایش از خطهای میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. در هر آرایش، یک پروتون از حالت سکون در نقطهٔ A رها می‌شود و سپس توسط میدان الکتریکی تا نقطهٔ B شتاب می‌گیرد. نقطه‌های A و B در هر سه آرایش به فاصلهٔ یکسانی از یکدیگر قرار دارند. این آرایشها را بنابر اندازه حرکت خطی پروتون در نقطهٔ B به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین در ابتدا باشد.



شکل ۱۸-۲۱ پرسش ۱

۲- شکل ۱۸-۲۲ چهار وضعیت را برای چهار ذرهٔ باردار نشان می‌دهد که به فاصله‌های مساوی در چپ و راست یک بار نقطه‌ای قرار گرفته‌اند. مقدارهای بار روی شکل مشخص شده‌اند. وضعیتها را بنابر بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ مرکزی، از بزرگ به کوچک مرتب کنید.



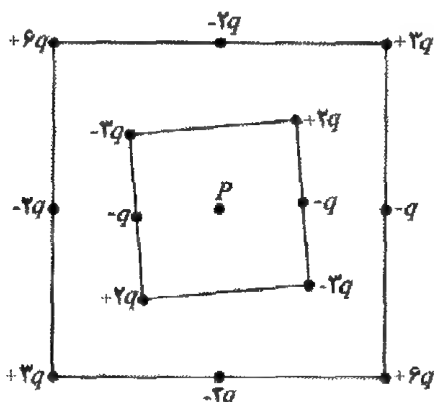
شکل ۱۸-۲۲ پرسش ۲

۳- شکل ۱۸-۲۳ دو ذرهٔ باردار را که در مکانهای خود روی محور ثابت شده‌اند نشان می‌دهد. (الف) در کجای این محور (غیر از فاصلهٔ نامتناهی) نقطه‌ای وجود دارد که در آنجا میدان الکتریکی خالص آنها صفر باشد: میان بارها، در سمت چپ، یا در سمت راست آنها؟ (ب) آیا نقطه‌ای *خارج* از محور (غیر از فاصلهٔ نامتناهی) وجود دارد که در آن نقطه میدان الکتریکی صفر باشد؟



شکل ۱۸-۲۳ پرسش ۳

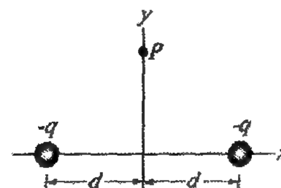
۴- شکل ۱۸-۲۴ دو آرایهٔ مربعی از ذره‌های باردار را نشان می‌دهد. مربعها که مرکز آنها در نقطهٔ P قرار دارد هم‌ردیف نیستند. ذره‌ها در پیرامون مربعها به فاصلهٔ d یا $d/۲$ از هم قرار گرفته‌اند. بزرگی و جهت میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ P چیست؟



شکل ۱۸-۲۴ پرسش ۴

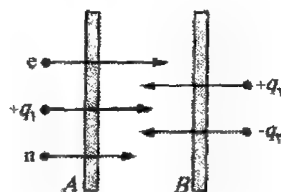
۵- درشکل ۱۸-۲۵، دو ذره با بار q- به طور متقارن نسبت بـه محور y قرار گرفته‌اند و هر کدام یک میدان الکتریکی در نقطهٔ P واقع بر محور y ایجاد مـی‌کننـد. (الـف) آیـا بزرگیهـای ایـن میـدانها در نقطـهٔ P برابـر اسـت؟ (ب) آیـا جهـت هـر میـدان الکتریکی به سمت بار ایجاد کنندهٔ آن اسـت یـا بـه سـمت دور شدن از آن؟ (پ) آیا بزرگی نیروی الکتریکی خالص در نقطهٔ P

برابر با مجموع بزرگیهای دو بردار میدان (یعنی برابر با $2E$) است؟ (ت) آیا مؤلفه‌های x این دو بردار میدان با هم جمع می‌شوند یا یکدیگر را خنثی می‌کنند؟ (ث) در مورد مؤلفه‌های y آنها چطور؟ (ج) آیا میدان خالص در نقطهٔ P در جهت مؤلفه‌های جمع شونده است یا خنثی کننده؟ (چ) جهت میدان خالص چگونه است؟



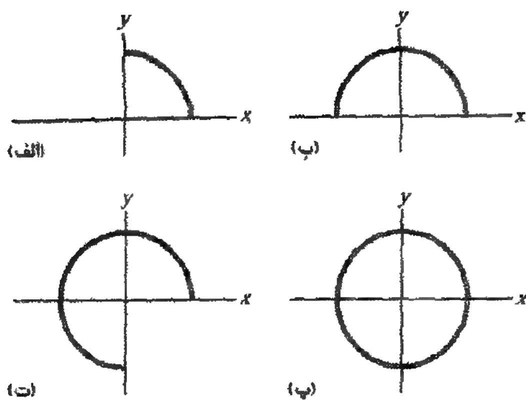
شکل ۱۸-۲۵ پرسش ۵

۶- در شکل ۱۸-۲۶، الکترون e از روزنهٔ کوچکی در صفحهٔ A می‌گذرد و به سوی صفحهٔ B حرکت می‌کند. میدان الکتریکی یکنواخت موجود در ناحیهٔ میان صفحه‌ها، بدون آنکه الکترون را منحرف کند، حرکت آن را آهسته می‌کند. (الف) جهت این میدان چگونه است؟ (ب) چهار ذرهٔ دیگر به همین ترتیب از میان روزنه‌های کوچک در صفحهٔ A یا صفحهٔ B می‌گذرند و وارد ناحیهٔ میان صفحه‌ها می‌شوند. بار سه تای آنها $+q_1$ ، $+q_2$ و $-q_3$ است. چهارمین ذره (که با n نشان داده شده است) یک نوترون است که از نظر الکتریکی خنثاست. آیا تندی هر یک از این چهار ذرهٔ دیگر در فضای میان صفحه‌ها افزایش می‌یابد یا کاهش، یا بدون تغییر می‌ماند؟



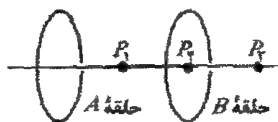
شکل ۱۸-۲۶ پرسش ۶

۷- در شکل ۱۸-۲۷ الف، یک میلهٔ پلاستیکی دایره‌ای با بار یکنواخت $+Q$ یک میدان الکتریکی به بزرگی E در مرکز خمیدگی (در مبدأ) ایجاد می‌کند. در شکلهای ۱۸-۲۶ ب، پ و ت، میله‌های دایره‌ای دیگری، هر یک با بار یکنواخت و یکسان $+Q$ ، اضافه می‌شوند تا دایره کامل شود. آرایش پنجم (که می‌تواند با ث نشان داده شود) شبیه آرایش ت است با این تفاوت که میلهٔ ربع چهارم آن بار $-Q$ دارد. این پنج آرایش را بنا بر بزرگی میدان الکتریکی در مرکز خمیدگی، از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.



شکل ۱۸-۲۷ پرسش ۷

۸- در شکل ۱۸-۲۸، مرکزهای دو حلقهٔ نارسانای دایره‌ای مشابه روی یک‌خط واقع‌اند. برای سه وضعیت، بارهای یکنواخت روی حلقه‌های A و B به ترتیب عبارت‌اند از (۱) q_0 و q_0 ، (۲) $-q_0$ و $-q_0$ ، و (۳) $-q_0$ و q_0 . این سه وضعیت را بنابر بزرگی میدان الکتریکی خالص در (الف) نقطهٔ P_1 در وسط حلقه‌ها، (ب) نقطهٔ P_2 در مرکز حلقهٔ B ، و (پ) نقطهٔ P_3 در سمت راست حلقهٔ B ، از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.

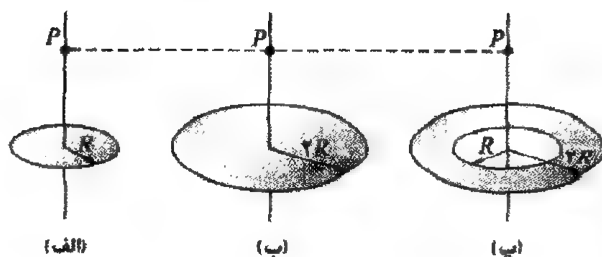


شکل ۱۸-۲۸ پرسش ۸

۹- انرژیهای پتانسیل وابسته به چهار سمتگیری دوقطبی الکتریکی در یک میدان الکتریکی عبارت‌اند از (۱) $-5U_0$ ، (۲) $-7U_0$ ، (۳) $3U_0$ ، و (۴) $5U_0$ ، که در آنها U_0 مقداری مثبت است. این سمتگیریها را بنا بر (الف) زاویهٔ میان گشتاور دوقطبی الکتریکی $\vec{p}$ و میدان الکتریکی $\vec{E}$ و (ب) بزرگی گشتاور وارد بر دوقطبی الکتریکی، از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.

۱۰- در نکتهٔ وارسی ۴ ، اگر دوقطبی از سمتگیری ۱ به سمتگیری ۲ بچرخد، آیا کار انجام شده روی دوقطبی توسط میدان الکتریکی، مثبت است یا منفی، یا صفر است؟ (ب) اگر، به جای این، دو قطبی از سمتگیری ۱ به سمتگیری ۴ بچرخد، آیا کار انجام شده توسط میدان بیشتر از (الف) است یا کمتر، یا مساوی با آن است؟

۱۱- شکل ۱۸-۲۹ دو قرص و یک حلقهٔ تخت را نشان می‌دهد که هر یک دارای بار یکنواخت و یکسان Q است. آنها را بنا بر بزرگی میدان الکتریکی که در نقطهٔ P (واقع در ارتفاع قائم یکسان) ایجاد می‌کنند از بیشترین تا کوچکترین مرتب کنید.



شکل ۱۸-۲۹ پرسش ۱۱

مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

●●●-● تعداد نقطه‌ها درجهٔ دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرندهٔ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۱۸-۳ خطهای میدان الکتریکی

●۱- در شکل ۱۸-۳۰، فاصلهٔ خطهای میدان الکتریکی در سمت چپ، دو برابر فاصلهٔ آنها در سمت راست است. (الف) اگر بزرگی میدان در نقطهٔ A برابر ۴۰N/C باشد، بزرگی نیروی وارد بر یک پروتون در نقطهٔ A چقدر است؟ (ب) بزرگی میدان در نقطهٔ B چقدر است؟



شکل ۱۸-۳۰ مسئلهٔ ۱

●۲- خطهای میدان الکتریکی را هم در میان دو پوستهٔ کروی رسانای هم‌مرکز و هم در بیرون آنها هنگامی که بار مثبت یکنواخت q_1 روی پوستهٔ داخلی و بار منفی یکنواخت $-q_2$ روی پوستهٔ خارجی قرار دارد، به طور کیفی رسم کنید. حالتهای $q_1>q_2$ ، $q_1=q_2$ ، $q_1<q_2$ را در نظر بگیرید.

بخش ۱۸-۴ میدان ناشی از یک بار نقطه‌ای

●۳- بزرگی یک بار نقطه‌ای را که میدان الکتریکی ناشی از آن در فاصلهٔ ۵۰cm از آن برابر ۲/۰N/C است، پیدا کنید. SSM

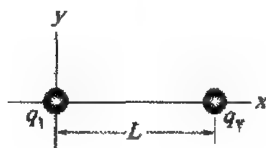
●۴- بزرگی یک بار نقطه‌ای که میدان الکتریکی ۱/۰۰N/C در نقطه‌هایی به فاصلهٔ ۱/۰۰m از آن ایجاد می‌کند، چقدر است؟

●۵- هستهٔ اتم پلوتونیم -۲۳۹ شامل ۹۴ پروتون است. فرض کنید این هسته، کره‌ای به شعاع ۶/۶۴fm است و بار پروتونها به طور یکنواخت در این کره پخش شده‌اند. در سطح هسته، (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طور شعاعی، رو به داخل یا رو به خارج) میدان الکتریکی ناشی از پروتونها چگونه است؟ SSM

●۶- دو ذره روی محور x قرار دارند: ذرهٔ ۱ با بار $-۲/۰۰\times۱۰^{-۷}$ C در $x=۶/۰۰$cm و ذرهٔ ۲ با بار $+۲/۰۰\times۱۰^{-۷}$ C در $x=۲۱/۰$cm . میدان الکتریکی خالص آنها در وسط ذره‌ها، برحسب نمادگذاری بردار یکه چگونه است؟

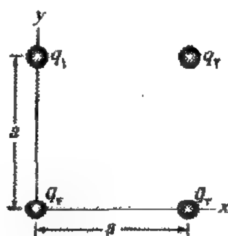
●●۷- دو ذره روی محور x قرار دارند: ذرهٔ ۱ با بار $q_1=۲/۱\times۱۰^{-۸}$C در $x=۲۰$cm و ذرهٔ ۲ با بار $q_2=-۴/۰۰q_1$ در $x=۷۰$cm. در چه مختصه‌ای روی محور x، میدان الکتریکی خالص دو ذره برابر صفر است؟ SSM

●●۸- در شکل ۱۸-۳۱، ذرهٔ ۱ با بار $q_1=-۵/۰۰q$ و ذرهٔ ۲ با بار $q_2=+۲/۰۰q$ روی محور x قرار دارند. (الف) برحسب مضربی از فاصلهٔ L ، در چه مختصه‌ای روی محور x ، میدان الکتریکی خالص دو ذره برابر صفر است، (ب) خطهای میدان الکتریکی خالص را رسم کنید.



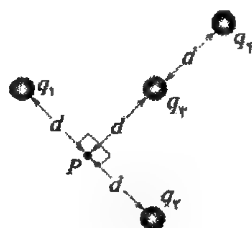
شکل ۱۸-۳۱ مسئلهٔ ۸

●●۹- در شکل ۱۸-۳۲، چهار ذره با بارهای $q_1=+۱۰/۰$nC ، $q_2=-۲۰/۰$nC ، $q_3=+۲۰/۰$nC ، و $q_4=-۱۰/۰$nC تشکیل مربعی به ضلع $a=۵/۰۰$cm را داده‌اند. میدان الکتریکی خالصی که این چهار ذره در مرکز مربع ایجاد می‌کنند، برحسب نمادگذاری بردارهای یکه، چگونه است؟ SSM ILW WWW



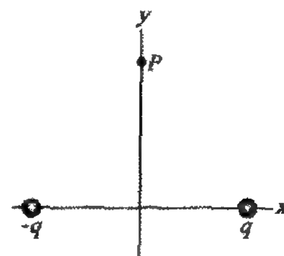
شکل ۱۸-۳۲ مسئلهٔ ۹

●●۱۰- در شکل ۱۸-۳۳، چهار ذره در مکانهایی ثابت شده‌اند و دارای بارهای $q_1=q_2=+۵e$ ، $q_3=+۳e$ و $q_4=-۱۲e$ هستند. فاصلهٔ d برابر با ۵/۰μm است. بزرگی میدان الکتریکی خالص ناشی از ذره‌ها در نقطهٔ P چقدر است؟



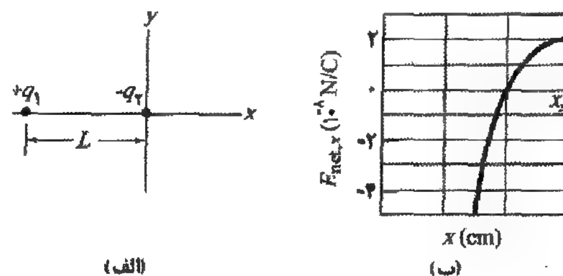
شکل ۱۸-۳۳ مسئلهٔ ۱۰

••۱۱- شکل ۱۸-۳۴، دو ذرهٔ باردار را روی محور x نشان می‌دهد $-q=-۳/۲۰\times۱۰^{-۱۹}C$ در $x=-۳/۰۰m$ و $q=۳/۲۰\times۱۰^{-۱۹}C$ در $x=+۳/۰۰m$. (الف) بزرگی و (ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور x) میدان الکتریکی ایجاد شده در نقطهٔ P واقع بر $y=۴/۰۰m$ چگونه است؟



شکل ۱۸-۳۴ مسئلهٔ ۱۱

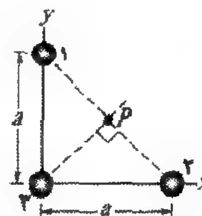
••۱۲- شکل ۱۸-۳۵ الف، دو ذرهٔ باردار را نشان می‌دهد که در مکانهایی روی محور x به فاصلهٔ L ثابت شده‌اند. نسبت $q_۱/q_۲$ بزرگیهای بار آنها برابر با ۴/۰۰ است. شکل ۱۸-۳۵ ب، $E_{net,x}$، مؤلفهٔ x میدان الکتریکی آنها را در امتداد محور x برای سمت راست ذرهٔ ۲ نشان می‌دهد. مقیاس محور x با $x_s=۳۰/۰cm$ مشخص شده است. (الف) به ازای چه مقدار $x>۰$، $E_{net,x}$ بیشینه است؟ (ب) اگر بار ذرهٔ ۲ برابر با $-q_۲=-۳e$ باشد، مقدار آن بیشینه چقدر است؟



(الف) (ب)

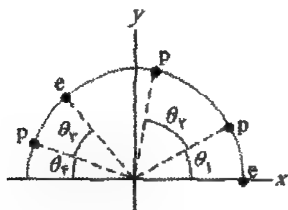
شکل ۱۸-۳۵ مسئلهٔ ۱۲

••۱۳-در شکل ۱۸-۳۶، سه ذره در مکانهای خود ثابت شده‌اند و دارای بارهای $q_۱=q_۲=+e$ و $q_۳=+۲e$ هستند. فاصلهٔ a برابر $۶/۰۰\mu m$ است. (الف) بزرگی و (ب) جهت میدان الکتریکی خالص ناشی از ذره‌ها در نقطهٔ P چگونه است؟



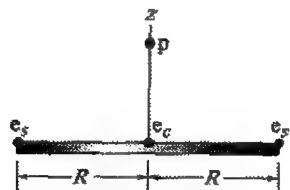
شکل ۱۸-۳۶ مسئلهٔ ۱۳

••۱۴- شکل ۱۸-۳۷ آرایش نامنظمی از الکترونها (e) و پروتونها (p) را نشان می‌دهد که روی کمانی دایره‌ای به شعاع $r=۲/۰۰cm$ با زاویه‌های $\theta_۱=۳۰/۰°$، $\theta_۲=۵۰/۰°$، $\theta_۳=۳۰/۰°$، و $\theta_۴=۲۰/۰°$ قرار گرفته‌اند. (الف) بزرگی و (ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور x) میدان الکتریکی خالص ایجاد شده در مرکز کمان چیست؟



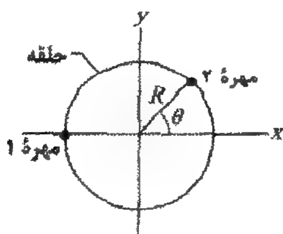
شکل ۱۸-۳۷ مسئلهٔ ۱۴

••۱۵- شکل ۱۸-۳۸، یک پروتون (p) را روی محور مرکزی یک قرص با چگالی بار یکنواخت ناشی از الکترونهای اضافی نشان می‌دهد. سه تا از این الکترونها نشان داده شده‌اند: الکترون e_c در مرکز قرص و الکترونهای e_s در دو سوی مخالف قرص به شعاع R از مرکز. پروتون در ابتدا در فاصلهٔ $z=R=۲/۰۰cm$ از قرص قرار دارد. در این مکان، بزرگیهای (الف) میدان الکتریکی $\vec{E}_c$ ناشی از الکترون e_c، و (ب) میدان الکتریکی *خالص* $\vec{E}_{s,net}$ ناشی از الکترونهای e_s چقدر است؟ سپس پروتون به $z=R/۱۰/۰$ حرکت می‌کند. در این صورت بزرگیهای (پ) $\vec{E}_c$ و (ت) $\vec{E}_{s,net}$ در محل پروتون چقدر است؟ (ث) از (الف) و (پ) درمی‌یابیم که وقتی پروتون به قرص نزدیکتر شود، بزرگی $\vec{E}_c$ افزایش می‌یابد. چرا آنطور که از (ب) و (ت) دیده می‌شود، بزرگی $\vec{E}_{s,net}$ کاهش می‌یابد؟



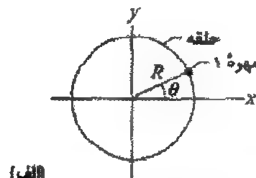
شکل ۱۸-۳۸ مسئلهٔ ۱۵

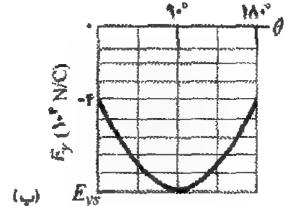
•••۱۶- شکل ۱۸-۳۹، حلقه‌ای پلاستیکی به شعاع $R=۵۰/۰cm$ را نشان می‌دهد. دو مهرهٔ باردار کوچک روی حلقه قرار دارند: مهرهٔ ۱ با بار $+۲/۰۰\mu C$ در مکان خود در سمت چپ ثابت شده است؛ مهرهٔ ۲ با بار $+۶/۰۰\mu C$ می‌تواند روی حلقه جابه جا شود. دو مهره، میدان الکتریکی خالصی به بزرگی E را در مرکز حلقه ایجاد می‌کنند. مهرهٔ ۲ دو باید در چه زاویهٔ θ (الف) مثبت و (ب) منفی قرار داده شود تا $E=۲/۰۰\times۱۰^۵ N/C$ باشد؟

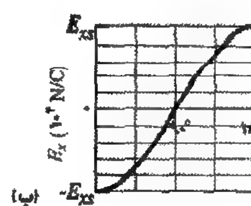


شکل ۱۸-۳۹ مسئلهٔ ۱۶

●●●۱۷– دو مهرهٔ باردار روی حلقهٔ پلاستیکی شکل ۱۸–۴۰ الف قرار دارند. مهرهٔ ۲، که نشان داده نشده است، در مکانی روی حلقه به شعاع $R=۶۰/۰\text{cm}$ ثابت شده است. مهرهٔ ۱ در ابتدا روی محور x در زاویهٔ $\theta=۰^\circ$ واقع است. سپس این مهره با عبور از ربعهای اول و دوم دستگاه مختصات xy به سمت مقابل با زاویهٔ $\theta=۱۸۰^\circ$ حرکت می‌کند. شکل ۱۸–۴۰ ب مؤلفهٔ x میدان الکتریکی خالص حاصل از دو مهره را برحسب تابعی از θ در مبدأ، و شکل ۱۸–۴۰ پ مؤلفهٔ y همان میدان را به دست می‌دهند. مقیاسهای محور قائم با $E_{xs}=۵/۰\times۱۰^۴$ و $E_{ys}=-۹/۰\times۱۰^۴\ \text{N/C}$ مشخص شده‌اند: (الف) مهرهٔ ۲ در چه زاویهٔ θ قرار گرفته است؟ بارهای (ب) مهرهٔ ۱ و (پ) مهرهٔ ۲ چقدرند؟





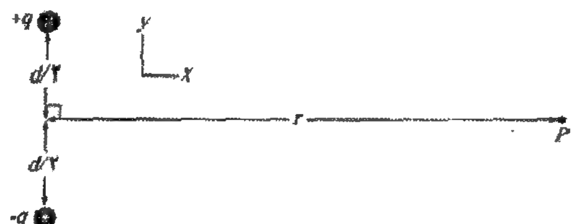


شکل ۱۸–۴۰ مسئلهٔ ۱۷

بخش ۱۸–۵ میدان الکتریکی ناشی از یک دوقطبی الکتریکی

●●۱۸– معادله‌های ۱۸–۸ و ۱۸–۹ تقریبهایی برای بزرگی میدان الکتریکی یک دوقطبی، در نقطه‌هایی روی محور دوقطبی هستند. نقطهٔ P را روی آن محور به فاصلهٔ $z=۵/۰۰d$ از مرکز دوقطبی در نظر بگیرید (d فاصلهٔ میان ذره‌های دو قطبی است). فرض کنید $E_{\text{تقریبی}}$ بزرگی میدان در نقطهٔ P باشد که با معادله‌های ۱۸–۸ و ۱۸–۹ تقریب زده شده است. بزرگی واقعی میدان را $E_{\text{واقعی}}$ در نظر بگیرید. نسبت $E_{\text{تقریبی}}/E_{\text{واقعی}}$ چقدر است؟

●●۱۹– شکل ۱۸–۴۱، یک دوقطبی الکتریکی را نشان می‌دهد. (الف) بزرگی و (ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور x) میدان الکتریکی دو قطبی در نقطهٔ P واقع در فاصلهٔ $r \gg d$ چگونه است؟



شکل ۱۸–۴۱ مسئلهٔ ۱۹

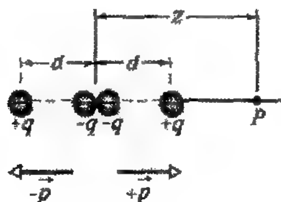
●●●۲۰– میدان الکتریکی یک دوقطبی الکتریکی روی محور آن تقریباً با معادله‌های ۱۸–۸ و ۱۸–۹ داده می‌شود. اگر یک بسط دوجمله‌ای از معادلهٔ ۱۸–۷ صورت گیرد، جملهٔ بعدی در عبارت میدان الکتریکی دوقطبی در امتداد محور x چه خواهد بود؟ یعنی در عبارت زیر $E_{\text{بعدی}}$ چیست؟

$$E=\frac{۱}{۲\pi\varepsilon_0}\frac{qd}{z^۳}+E_{\text{بعدی}}$$

●●●۲۱– *چهارقطبی الکتریکی.* شکل ۱۸–۴۲، یک چهارقطبی الکتریکی را نشان می‌دهد، که شامل دو دوقطبی است که بزرگی گشتاورهای دوقطبی آنها برابر ولی جهت آنها مخالف یکدیگر است. نشان دهید که مقدار E روی محور چهارقطبی برای نقطهٔ P به فاصلهٔ z از مرکز آن (با فرض $z \gg d$) با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$E=\frac{۳Q}{۴\pi\varepsilon_0 z^۴}$$

که در آن $Q(=۲qd^۲)$ *گشتاور چهار قطبی* توزیع بار نامیده می‌شود. SSM

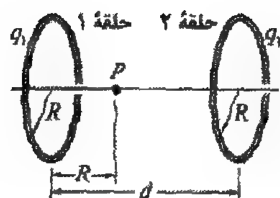


شکل ۱۸–۴۲ مسئلهٔ ۲۱

بخش ۱۸–۶ میدان الکتریکی ناشی از یک خط باردار

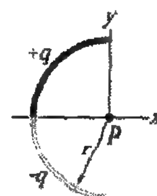
●۲۲– *چگالی، چگالی، چگالی.* (الف) بار $-۳۰۰e$ روی کمانی دایره‌ای به شعاع ۴/۰۰cm در یک زاویهٔ ۴۰°، به طور یکنواخت توزیع شده است. چگالی بار خطی روی کمان چقدر است؟ (ب) بار $-۳۰۰e$ روی یک طرف قرصی دایره‌ای به شعاع ۲/۰۰cm به طور یکنواخت توزیع شده است. چگالی بار سطحی روی این وجه چقدر است؟ (پ) بار $-۳۰۰e$ روی سطح کره‌ای به شعاع ۲/۰۰cm به طور یکنواخت توزیع شده است. چگالی بار سطحی روی این سطح چقدر است؟ (ت) بار $-۳۰۰e$ در حجم کره‌ای به شعاع ۲/۰۰cm به طور یکنواخت پخش شده است. چگالی بار حجمی در این کره چقدر است؟

●۲۳– شکل ۱۸–۴۳، دو حلقهٔ نارسانای موازی را نشان می‌دهد که محورهای مرکزی آنها روی یک خط مشترک قرار دارند. حلقهٔ ۱ با باریکنواخت q_1 و شعاع R؛ حلقهٔ ۲ با بار یکنواخت q_2 و همان شعاع R. حلقه‌ها به فاصلهٔ $d=۳/۰۰R$ از یکدیگر قرار گرفته‌اند. میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ P روی خط مشترک، در فاصلهٔ R از حلقهٔ ۱ برابر با صفر است. نسبت q_1/q_2 چقدر است؟



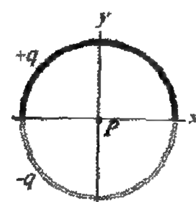
شکل ۱۸-۴۳ مسئلهٔ ۲۳

●●۲۴- در شکل ۱۸-۴۴، یک میلهٔ شیشه‌ای باریک به شکل نیمدایره‌ای به شعاع $r=5/00\text{cm}$ درآمده است. بار $+q=4/50\text{pC}$ به طور یکنواخت روی نیمهٔ بالایی، و بار $-q=-4/50\text{pC}$ به طور یکنواخت روی نیمهٔ پایینی توزیع شده است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور x) میدان الکتریکی در نقطهٔ P، واقع در مرکز نیمدایره چگونه است؟



شکل ۱۸-۴۴ مسئلهٔ ۲۴

●●۲۵- در شکل ۱۸-۴۵، دو میلهٔ پلاستیکی خمیده، یکی دارای بار $+q$ و دیگری $-q$، در صفحهٔ xy دایره‌ای به شعاع $R=8/50\text{cm}$ را تشکیل داده‌اند. محور x از هر دو نقطهٔ اتصال می‌گذرد، و بار به طور یکنواخت روی هر دو میله توزیع شده است. اگر $q=15/0\text{pC}$ باشد، (الف) بزرگی و (ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور x) میدان الکتریکی $\vec{E}$ ایجاد شده در نقطهٔ P، واقع در مرکز دایره چگونه است؟



شکل ۱۸-۴۵ مسئلهٔ ۲۵

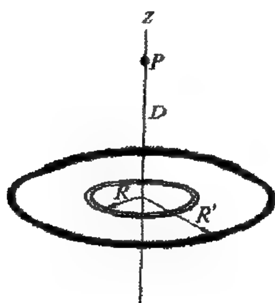
●●۲۶- بار به طور یکنواخت به دور حلقه‌ای به شعاع $R=2/40\text{cm}$ توزیع شده‌است، و بزرگی E میدان الکتریکی ناشی از آن روی محور مرکزی حلقه (عمود بر صفحهٔ آن) اندازه‌گیری می‌شود. در چه فاصله‌ای از مرکز حلقه، E بیشینه است؟

●●۲۷- در شکل ۱۸-۴۶، یک میلهٔ نارسانا به طول $L=8/15\text{cm}$ دارای بار $-q=-4/23\text{fC}$ است که به طور یکنواخت در طول آن توزیع شده است. (الف) چگالی خطی بار میله چقدر است؟ (ب) بزرگی و (پ) جهت (نسبت به جهت مثبت محور x) میدان الکتریکی ایجاد شده در نقطهٔ P، واقع در فاصلهٔ $a=12/0\text{cm}$ از میله، چگونه است؟ بزرگی میدان الکتریکی ایجاد شده در فاصلهٔ $a=50\text{cm}$ توسط (ت) میله و (ث) ذره‌ای دارای بار $-q=-4/23\text{fC}$ که به جای میله قرار داده شود، چقدر است؟ SSM ILW WWW



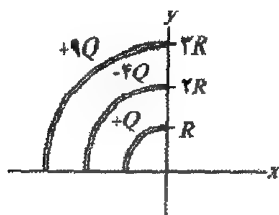
شکل ۱۸-۴۶ مسئلهٔ ۲۷

●●۲۸- شکل ۱۸-۴۷، دو حلقهٔ هم‌مرکز را یکی به شعاع R و دیگری به شعاع $R'=3/00R$ نشان می‌دهد که در سطح یکسانی قرار دارند. نقطهٔ P روی محور z مرکزی و به فاصلهٔ $D=2/00R$ از مرکز حلقه واقع است. حلقهٔ کوچکتر دارای بار $+Q$ است که به طور یکنواخت توزیع شده است. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ P برابر صفر باشد، برحسب Q چه باری به طور یکنواخت روی حلقهٔ بزرگتر توزیع شده است؟



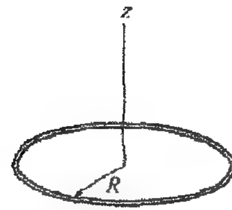
شکل ۱۸-۴۷ مسئلهٔ ۲۸

●●۲۹- شکل ۱۸-۴۸، سه کمان دایره‌ای را به مرکز مبداء یک دستگاه‌مختصات نشان می‌دهد. روی هر کمان، بارهایی برحسب $Q=2/00\mu C$ به طور یکنواخت توزیع شده‌اند. شعاعها برحسب $R=10/0\text{cm}$ داده شده‌اند. (الف) بزرگی و (ب) جهت (نسبت به جهت مثبت x) میدان الکتریکی خالص ناشی از کمانها در مبدأ چگونه است؟



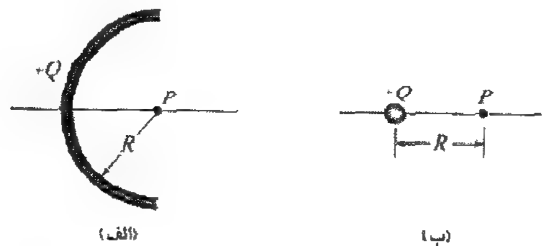
شکل ۱۸-۴۸ مسئلهٔ ۲۹

●●۳۰- یک میلهٔ نارسانای باریک با توزیع یکنواخت بار مثبت Q به شکل دایره‌ای به شعاع R درآمده است (شکل ۱۸-۴۹). محور عمودی در مرکز حلقه محور z است که مبداء آن بر مرکز حلقه قرار دارد. بزرگی میدان الکتریکی ناشی از میله در (الف) $z=0$ و (ب) $z=\infty$ چقدر است؟ (پ) برحسب R، در چه مقدار مثبتی از z، این بزرگی بیشینه است؟ (ت) اگر $R=2/00\text{cm}$ و $Q=4/00\mu C$ باشد، آن مقدار بیشینه چقدر است؟



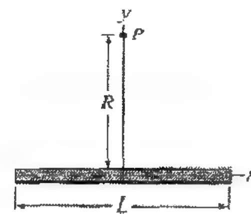
شکل ۱۸-۴۹ مسئلهٔ ۳۰

●●۳۱- شکل ۱۸-۵۰ الف، میلهٔ نارسانایی را نشان می‌دهد که روی آن بار $+Q$ به طور یکنواخت توزیع شده است. میله به شکل یک نیمدایره به شعاع R درآمده است و میدانی الکتریکی به بزرگی $E_{کمان}$ را در مرکز خمیدگی P ایجاد می‌کند. اگر این کمان به نقطه‌ای در فاصلهٔ R از P فشرده شود (شکل ۱۸-۵۰ ب)، بزرگی میدان الکتریکی در نقطهٔ P در چه عاملی باید ضرب شود؟



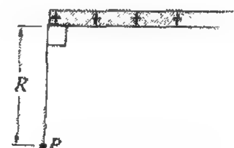
شکل ۱۸-۵۰ مسئلهٔ ۳۱

●●●۳۲- در شکل ۱۸-۵۱، بار مثبت q=۷/۸۱pC روی میلهٔ نارسانای باریکی به طول L=۱۴/۵cm به طور یکنواخت توزیع شده است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور x) میدان الکتریکی ایجاد شده در نقطهٔ P، به فاصلهٔ R=۶/۰۰cm از میله و در امتداد عمود منصف آن، چگونه است؟



شکل ۱۸-۵۱ مسئلهٔ ۳۲

●●●۳۳- در شکل ۱۸-۵۲، یک میلهٔ نارسانای «نیم- نامتناهی» (یعنی، فقط از یک طرف نامتناهی است) دارای چگالی خطی بار λ است. نشان دهید که میدان الکتریکی $\vec{E}_p$ در نقطهٔ P با میله زاویهٔ °۴۵ می‌سازد و این نتیجه مستقل از فاصلهٔ R است. (راهنمایی: جداگانه مؤلفهٔ $\vec{E}_p$ موازی با میله و مؤلفهٔ عمود بر میله را بیابید.)



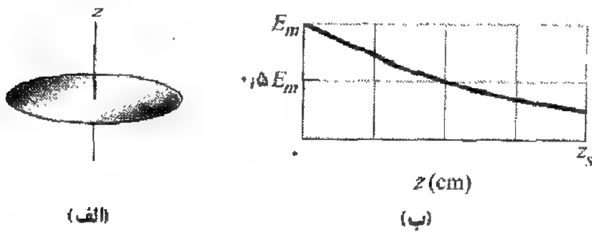
شکل ۱۸-۵۲ مسئلهٔ ۳۳

بخش ۱۸-۷ میدان الکتریکی ناشی از یک قرص باردار

●۳۴- قرصی به شعاع ۲/۵cm دارای چگالی سطحی بار ۵/۳μC/m^2 روی وجه بالایی خود است. بزرگی میدان الکتریکی ایجاد شده توسط قرص در نقطه‌ای روی محور مرکزی و به فاصلهٔ z=۱۲cm از آن، چگونه است؟

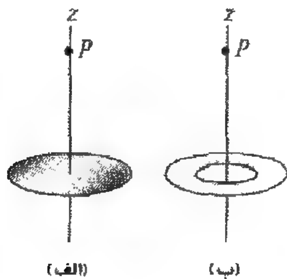
●۳۵- در چه فاصله‌ای روی محور عمود در مرکز یک قرص پلاستیکی باردار یکنواخت به شعاع ۰/۶۰۰m، بزرگی میدان الکتریکی برابر با نصف بزرگی این میدان در مرکز سطح قرص است؟ SSM WWW

●●۳۶- شکل ۱۸-۵۳ الف، قرصی دایره‌ای با بار یکنواخت را نشان می‌دهد. مبداء محور مرکزی z که عمود بر صفحهٔ قرص است، روی آن قرار دارد. شکل ۱۸-۵۳ ب، بزرگی میدان الکتریکی را روی آن محور برحسب بزرگی بیشینهٔ E_m روی سطح قرص نشان می‌دهد. مقیاس محور z با z_s = ۸/۰cm مشخص شده است؟ شعاع قرص چقدر است؟



شکل ۱۸-۵۳ مسئلهٔ ۳۶

●●۳۷- فرض کنید شما قرار است وسیله‌ای را طراحی کنید که در آن یک قرص باردار یکنواخت به شعاع R، میدانی الکتریکی ایجاد کند. بزرگی این میدان در امتداد محور عمود در مرکز، در نقطهٔ P به فاصلهٔ ۲/۰۰R از قرص (شکل ۱۸-۵۴ الف) بیشترین اهمیت را دارد. برآورد هزینه‌ها شما را بر آن می‌دارد که قرص را با حلقه‌ای با همان شعاع خارجی R ولی با شعاع داخلی R/۲/۰۰ (شکل ۱۸-۵۴ ب) جایگزین کنید. فرض کنید حلقه همان چگالی سطحی بار قرص اولیه را دارد. با این حلقه، بزرگی میدان الکتریکی در نقطهٔ P با چه درصدی کاهش می‌یابد؟



شکل ۱۸-۵۴ مسئلهٔ ۳۷

●●۳۸- یک قرص پلاستیکی دایره‌ای به شعاع R=۲/۰۰cm دارای بار Q=+(۲/۰۰×۱۰^6)e است که به طور یکنواخت روی

یک سطح آن توزیع شده است. حلقه‌ای دایره‌ای به پهنای $30\mu m$ هم‌مرکز با قرص و با شعاع $r=0/50cm$ روی آن سطح قرار گرفته است. برحسب کولن، چه باری در پهنای حلقه قرار دارد؟

بخش ۱۸-۸ بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی

•۳۹- الکترونی از حالت سکون در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $2/00\times10^4$ N/C رها می‌شود. شتاب الکترون را محاسبه کنید. (گرانش را نادیده بگیرید.) SSM

•۴۰- الکترونی توسط یک میدان الکتریکی رو به شرق، شتاب $1/80\times10^9 m/s^2$ می‌گیرد. (الف) بزرگی و (ب) جهت میدان الکتریکی را تعیین کنید.

•۴۱- الکترونی روی محور یک دوقطبی الکتریکی در فاصلهٔ 25nm از مرکز دوقطبی قرار دارد. در صورتی که گشتاور دو قطبی $3/6\times10^{-29}$ C.m باشد، بزرگی نیروی الکترواستاتیکی وارد بر الکترون چقدر است؟ فرض کنید که 25nm از فاصلهٔ بارهای دوقطبی خیلی بیشتر است.

•۴۲- ذرهٔ آلفا (هستهٔ اتم هلیوم) دارای جرمی برابر با $6/64\times10^{-27}$kg و بار $+2e$ است. (الف) بزرگی و (ب) جهت میدان الکتریکی که با نیروی گرانشی وارد بر ذره موازنه کند، چیست؟

•۴۳- یک سامانهٔ ابر باردار در هوای نزدیک سطح زمین، میدان الکتریکی ایجاد می‌کند. وقتی ذره‌ای دارای بار $-2/0\times10^{-9}$ C در این میدان قرار گیرد، نیروی الکترواستاتیکی رو به پایینی به بزرگی $3/0\times10^{-6}$ N برآن وارد می‌شود. (الف) بزرگی میدان الکتریکی چقدر است؟ (ب) بزرگی و (پ) جهت نیروی الکتروستاتیکی $\vec{F}_{el}$ وارد بر پروتونی که در این میدان قرار گیرد، چگونه است؟ (ت) بزرگی نیروی گرانشی $\vec{F}_g$ وارد بر پروتون چقدر است؟ (ث) نسبت F_{el}/F_g در این حالت چیست؟ SSM

•۴۴- هوای مرطوب در میدان الکتریکی $3/0\times10^6$N/C دچار فروریزش الکتریکی می‌شود (مولکولهایش یونیده می‌شوند.) در این میدان، بزرگی نیروی الکتروستاتیکی وارد بر (الف) الکترون و (ب) یونی با کمبود یک الکترون، چقدر است؟

•۴۵- باریکه‌هایی از پروتونهای پرسرعت را می‌توان در «تفنگها» با استفاده از میدانهای الکتریکی که پروتونی را شتاب می‌دهند، ایجاد کرد. (الف) اگر میدان الکتریکی تفنگ برابر $2/00\times10^4$ N/C باشد، شتابی که یک پروتون خواهد داشت چقدر است؟ (ب) اگر این میدان، به پروتون در مسافت 1/00cm شتاب دهد، تندی حاصل در پروتون چقدر خواهد بود؟ SSM

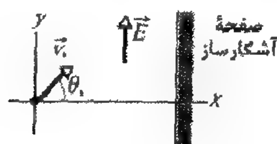
•۴۶- الکترونی با تندی $5/00\times10^8$cm/s وارد میدانی الکتریکی به بزرگی $1/00\times10^3$N/C می‌شود و در طول خط میدان در جهتی پیش می‌رود که حرکتش را کند می‌کند. (الف) این الکترون پیش از توقف لحظه‌ای چه مسافتی را می‌پیماید؟ و (ب) زمان سپری شده چقدر است؟ (پ) اگر طول ناحیه‌ای که میدان الکتریکی را در بردارد برابر 8/00mm باشد (که برای توقف الکترون در داخل آن بسیار کوچک است)، چه کسری از انرژی جنبشی اولیهٔ الکترون در این ناحیه از دست می‌رود؟

•۴۷- در آزمایش میلیکان، وقتی میدان الکتریکی رو به پایین وارد بر قطرهٔ روغنی به شعاع $1/64\mu m$ و چگالی $0/851 g/cm^3$ برابر با $1/92\times10^5$ N/C باشد، قطره در اتاقک C معلق می‌ماند (شکل ۱۸-۱۴). بار روی قطره را برحسب e بیابید.

••۴۸- در لحظهٔ معینی، مؤلفه‌های سرعت یک الکترون در حال حرکت میان دو صفحهٔ باردار عبارت‌اند از $v_x=1/5\times10^5$ m/s و $v_y=3/0\times10^3$ m/s. فرض کنید که میدان الکتریکی میان صفحه‌ها با $\vec{E}=(120 N/C)\hat{j}$ داده شود. برحسب نمادگذاری بردارهای یکه (الف) شتاب الکترون در میدان و (ب) سرعت الکترون، وقتی مختصهٔ x آن به اندازهٔ 2/0cm تغییر کند، چیست؟

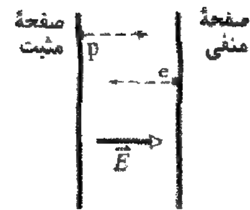
••۴۹- در ناحیه‌ای میان دو صفحهٔ باردار با علامت مخالف، یک میدان الکتریکی یکنواخت برقرار است. الکترونی از حالت سکون از سطح صفحهٔ باردار منفی رها می‌شود و با سطح صفحهٔ مقابل که به فاصلهٔ 2/0cm از آن است پس از مدت زمان $1/5\times10^{-8}$ s برخورد می‌کند. (الف) تندی الکترون هنگام برخورد با صفحهٔ دوم چقدر است؟ (ب) بزرگی میدان الکتریکی $\vec{E}$ چیست؟ ILW

••۵۰- در شکل ۱۸-۵۵، الکترونی با تندی اولیهٔ $v_0=2/00\times10^6$ m/s، در زاویهٔ $\theta_0=40/0°$ نسبت به محور x شلیک می‌شود و در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}=(5/00 N/C)\hat{j}$ حرکت می‌کند. صفحه‌ای برای آشکار ساختن الکترونها، موازی محور y در فاصلهٔ $x=3/00m$ قرار داده شده است. وقتی الکترون به این صفحه برخورد کند، سرعت آن برحسب نمادگذاری بردار یکه چیست؟



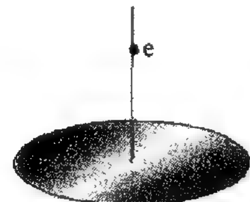
شکل ۱۸-۵۵ مسئلهٔ ۵۰

••۵۱- میان دو صفحهٔ مسی موازی بزرگ که به فاصلهٔ 5/0cm از هم قراردارند، میدان الکتریکی یکنواختی، به ترتیبی که در شکل ۱۸-۵۶ نشان داده شده، برقرار است. الکترونی، درست در همان لحظه‌ای که یک پروتون از صفحهٔ مثبت رها شود، از صفحهٔ منفی رها می‌گردد. با چشم‌پوشی از نیرویی که دو ذره بر یکدیگر وارد می‌کنند، فاصلهٔ آنها را از صفحهٔ مثبت، وقتی از کنار هم می‌گذرند، بیابید. (آیا از اینکه برای حل این مسئله نیازی به دانستن میدان الکتریکی ندارید، شگفت زده می‌شوید؟)



شکل ۱۸-۵۶ مسئلهٔ ۵۱

●●۵۲- در شکل ۱۸-۵۷ ، الکترونی (e) از حالت سکون روی محور مرکزی قرص باردار یکنواختی به شعاع R رها می‌شود. چگالی سطحی بار روی قرص برابر $+۴/۰۰\mu C/m^2$ است. بزرگی شتاب اولیهٔ الکترون در صورتی که از فاصلهٔ (الف) R ، (ب) $R/۱۰۰$ ، و (پ) $R/۱۰۰۰$ از مرکز قرص رها شود، چقدر است؟ (ت) چرا هنگامی که نقطهٔ رهاشدن را به قرص نزدیکتر می‌کنیم، بزرگی شتاب فقط اندکی افزایش می‌یابد؟



شکل ۱۸-۵۷ مسئلهٔ ۵۲

●●۵۳ - قطعه‌ای به جرم $۱۰/۰g$ و بار $+۸/۰۰\times۱۰^{-۵}C$ در میدان الکتریکی $\vec{E}=(۳۰۰۰\hat{i}-۶۰۰\hat{j})N/C$ قرار گرفته است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (نسبت به جهت مثبت محور x) نیروی الکتروستاتیکی وارد بر قطعه چیست؟ اگر قطعه از حالت سکون در مبدأ و در زمان $t=۰$ رها شود، مؤلفه‌های (پ) x و (ت) y آن در $t=۳/۰۰s$ چیست؟

●●۵۴- الکترونی وارد ناحیهٔ میدان الکتریکی یکنواختی که دارای بزرگی $E=۵۰N/C$ است، می‌شود. سرعت اولیهٔ الکترون $۴۰km/s$ و در همان جهت میدان الکتریکی است. (الف) تندی الکترون $۱/۵ns$ پس از ورود به این ناحیه چقدر است؟ (ب) در طی این $۱/۵ns$، الکترون چه مسافتی را می‌پیماید؟

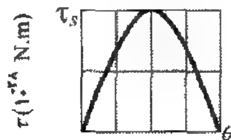
●●۵۵- فرض کنید که زنبور عسل کره‌ای به قطر $۱/۰۰۰cm$ با بار $+۴۵/۰pC$ است که روی سطح آن به طور یکنواخت پخش شده است. همچنین فرض کنید که دانهٔ گرده کره‌ای شکل به قطر $۴۰/۰\mu m$ است که به علت بار زنبور، $-۱/۰۰pC$ بار در طرف نزدیک کره و بار $+۱/۰۰pC$ در طرف دورتر آن القا می‌شود. (الف) بزرگی نیروی الکتروستاتیکی وارد بر دانه از طرف زنبور چقدر است؟ سپس فرض کنید که زنبور دانه را تا فاصلهٔ $۱/۰۰۰mm$ از نوک کلالهٔ گل ببرد و بار نوک $-۴۵/۰pC$ باشد. (ب) بزرگی نیروی الکتروستاتیک خالص وارد بر دانه از طرف کلاله چقدر است؟ (پ) آیا دانه روی زنبور می‌ماند یا به طرف کلاله حرکت می‌کند؟

بخش ۱۸-۹ دوقطبی در میدان الکتریکی

●۵۶- یک دوقطبی الکتریکی از بارهای $+۲e$ و $-۲e$ تشکیل شده است که به فاصلهٔ $۰/۷۸nm$ از هم قرار دارند. این دوقطبی در میدانی الکتریکی به شدت $۳/۴\times۱۰^۶ N/C$ واقع است. بزرگی گشتاور وارد بر دوقطبی را وقتی گشتاور دوقطبی (الف) موازی با، (ب) عمود بر ، و (پ) پاد موازی با میدان الکتریکی است پیدا کنید.

●۵۷- یک دوقطبی الکتریکی از بارهایی به بزرگی $۱/۵۰nC$ که $۶/۲۰\mu m$ از هم فاصله دارند تشکیل شده است و در یک میدان الکتریکی به شدت $۱۱۰۰N/C$ قرار دارد. (الف) بزرگی گشتاور دوقطبی الکتریکی و (ب) اختلاف بین انرژیهای پتانسیل مربوط به سمتگیریهای موازی و پادموازی دوقطبی با میدان $\vec{E}$ چقدر است؟ **SSM**

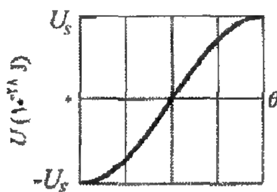
●●۵۸- یک دوقطبی الکتریکی معین در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ به بزرگی $۴۰N/C$ قرار دارد. شکل ۱۸-۵۸ بزرگی گشتاور τ وارد بر این دو قطبی را برحسب زاویهٔ θ میان میدان $\vec{E}$ و گشتاور دو قطبی $\vec{p}$ نشان می‌دهد. مقیاس محور عمودی با $\tau_s=۱۰۰\times۱۰^{-۲۸} N.m$ مشخص شده است بزرگی $\vec{p}$ چقدر است؟



شکل ۱۸-۵۸ مسئلهٔ ۵۲

●●۵۹- برای بسامد نوسانهای با دامنهٔ کوچک یک دوقطبی الکتریکی، با گشتاور دوقطبی $\vec{p}$ و لختی دورانی I ، حول مکان تعادل آن در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی E ، عبارتی پیدا کنید.

●●۶۰- یک دوقطبی الکتریکی معین در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ به بزرگی $۲۰N/C$ قرار دارد. شکل ۱۸-۵۹، انرژی پتانسیل U دوقطبی را برحسب زاویهٔ θ بین $\vec{E}$ و گشتاور دوقطبی $\vec{p}$ به دست می‌دهد. مقیاس محور عمودی با $U_s=۱۰۰\times۱۰^{-۲۸} J$ مشخص شده است. بزرگی $\vec{p}$ چقدر است؟



شکل ۱۸-۵۹ مسئلهٔ ۶۰

●●۶۱- برای آنکه یک دوقطبی الکتریکی به اندازهٔ $۱۸۰°$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $E=۴۶/۰N/C$ بچرخد،

چه‌مقدار کار لازم است در صورتی که $p=3.02\times10^{-25}$ C.m و زاویهٔ اولیه °۶۴ باشد؟

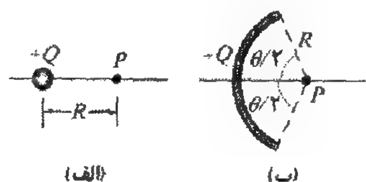
مسئله‌های اضافی

۶۲- میلیکان در یکی از آزمایشهای خود، بارهای اندازه‌گیری شدهٔ آمده در جدول را در زمانهای مختلف روی یک قطرهٔ تنها مشاهده کرد

19.71×10^{-19}C	13.13×10^{-19}C	6.563×10^{-19}C
22.89×10^{-19}C	16.48×10^{-19}C	8.204×10^{-19}C
26.13×10^{-19}C	18.08×10^{-19}C	11.50×10^{-19}C

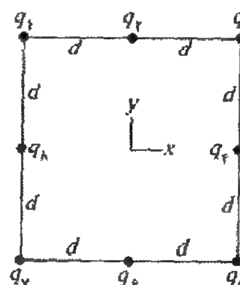
براساس این داده‌ها، مقدار بار بنیادی e چقدر است؟

۶۳- در شکل ۱۸-۶۰ الف، ذره‌ای با بار $+Q$ میدانی الکتریکی به بزرگی $E_{\text{ذره}}$ در نقطهٔ P در فاصلهٔ R از ذره ایجاد می‌کند. در شکل ۱۸-۶۰ ب، همان مقدار بار به طور یکنواخت روی کمانی دایره‌ای به شعاع R و زاویهٔ θ توزیع شده است. بار روی کمان، میدانی الکتریکی به بزرگی $E_{\text{کمان}}$ در مرکز خمیدگی P آن ایجاد می‌کند. به ازای چه مقداری از θ، $E_{\text{کمان}}=0.500\,E_{\text{ذره}}$ است؟ (*راهنمایی*: شما احتمالاً به یک حل ترسیمی روی می‌آورید.)



شکل ۱۸-۶۰ مسئلهٔ ۶۳

۶۴- در شکل ۱۸-۶۱، هشت ذره مربعی را تشکیل داده‌اند که در آن $d=2.0$ cm است. بارها عبارت‌اند از: $q_1=+3e$، $q_2=+e$، $q_3=-5e$، $q_4=-2e$، $q_5=+3e$، $q_6=+e$، $q_7=-5e$، و $q_8=+e$. برحسب نمادگذاری بردار یکه، میدان الکتریکی خالص ناشی از ذره‌ها در مرکز مربع چیست؟



شکل ۱۸-۶۱ مسئلهٔ ۶۴

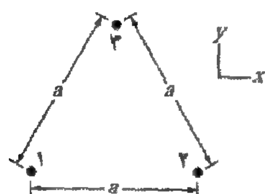
۶۵- دو ذره، هر یک با باری به بزرگی ۱۲ nC در دو گوشهٔ مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۲/۰m قرار دارند. مطلوب است بزرگی میدان الکتریکی در صورتی که (الف) هر دو بار مثبت باشند و (ب) یکی مثبت و دیگری منفی باشد.

۶۶- سه ذره، هر یک با بار مثبت Q، تشکیل مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع d را می‌دهند. بزرگی میدان الکتریکی ناشی از ذره‌ها در وسط هر ضلع چقدر است؟

۶۷- ذره‌ای با بار $-q_1$ در مبداء محور x قرار دارد. (الف) ذره‌ای با بار $-4q_1$ در چه مکانی از محور باید قرار گیرد تا میدان الکتریکی خالص در $x=2.0$mm واقع بر آن محور برابر صفر باشد؟ اگر ذره‌ای با بار $+4q_1$ در آن مکان قرار گیرد، جهت میدان الکتریکی خالص (نسبت به جهت محور x) چه خواهد بود؟

۶۸- یک پروتون و یک الکترون دو گوشهٔ یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع 2.0×10^{-6}m را تشکیل داده‌اند. بزرگی میدان الکتریکی خالص ناشی از این دو ذره در گوشهٔ سوم چقدر است؟

۶۹- در شکل ۱۸-۶۲، ذرهٔ ۱ (با بار $+1.00\mu$C)، ذرهٔ ۲ (با بار $+1.00\mu$C)، و ذرهٔ ۳ (با بار Q) یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a را تشکیل می‌دهند. به ازای چه مقداری از Q (هم از لحاظ علامت و هم از لحاظ بزرگی) میدان الکتریکی ناشی از این ذره‌ها، در مرکز مثلث برابر صفر است؟

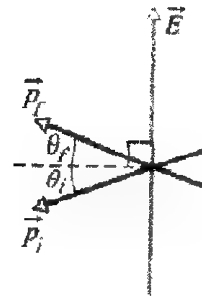


شکل ۱۸-۶۲ مسئله‌های ۶۹ و ۸۲

۷۰- (الف) قرص شکل ۱۸-۱۳ چه بار کلی (اضافی) q باید داشته باشد تا میدان الکتریکی E روی سطح قرص در مرکز آن دارای بزرگی 3.0×10^6 N/C باشد، میدانی که باعث فروریزش الکتریکی هوا و ایجاد جرقه‌ها می‌شود؟ شعاع قرص را ۲/۵cm در نظر بگیرید و از مورد مربوط به هوا در جدول ۱۸-۱ استفاده کنید. (ب) فرض کنید هر اتم سطحی دارای سطح مقطع مؤثر 0.015nm^2 باشد. برای ایجاد سطح قرص به چند اتم نیاز است؟ (پ) بار محاسبه شده در (الف) ناشی از آن اتمهای سطحی است که یک الکترون اضافی دارند. چه کسری از این اتمها باید این چنین باردار شده باشند؟

۷۱- یک قطرهٔ آب کروی به قطر 1.20μm بر اثر میدان الکتریکی جوی رو به پایین به بزرگی $E=462$N/C، در هوای آرام معلق مانده است. (الف) بزرگی نیروی گرانشی وارد بر قطره چقدر است؟ قطره چه تعداد الکترون اضافی دارد؟

۷۲- در شکل ۱۸-۶۳، یک دوقطبی الکتریکی از سمتگیری اولیهٔ i ($\theta_i=20.0°$) تا سمتگیری نهایی f ($\theta_f=20.0°$) در میدان الکتریکی یکنواخت خارجی $\vec{E}$ جابه جا می‌شود. گشتاور دوقطبی الکتریکی 1.60×10^{-27} C.m، و بزرگی میدان 3.00×10^6 N/C است. تغییر در انرژی پتانسیل دوقطبی چقدر است؟



شکل ۱۸-۶۳ مسئلهٔ ۷۲

۷۳- بار ۲۰nC به طور یکنواخت در امتداد میلهٔ راستی به طول ۴/۰m که به شکل کمانی دایره‌ای به شعاع ۲/۰m خم شده، توزیع شده است. بزرگی میدان الکتریکی در مرکز انحنای کمان چقدر است؟

۷۴- (الف) بزرگی شتاب یک الکترون در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $۱/۴۰\times۱۰^{۶}$ N/C چقدر است؟ (ب) با شروع از حالت سکون، چقدر طول می‌کشد تا تندی الکترون به $\frac{۱}{۱۰}$ تندی نور برسد؟ (پ) در این بازهٔ زمانی، الکترون چقدر حرکت کرده است؟

۷۵- یک صفحهٔ ساعت دارای بارهای نقطه‌ای منفی $-q$، $-۲q$، $-۳q$، ...، $-۱۲q$ است که در مکانهای مربوط به عددها قراردارند. عقربه‌های ساعت، میدان الکتریکی خالص ناشی از بارهای نقطه‌ای را برهم نمی‌زنند. در چه زمانی عقربهٔ ساعت شمار در همان جهت بردار میدان الکتریکی در مرکز صفحهٔ ساعت است؟

۷۶- الکترونی در امتداد محور عمودی مرکزی یک حلقهٔ باردار به شعاع R در شکل ۱۸-۱۰ با $z \ll R$ مقید شده است. نشان دهید که نیروی الکتروستاتیکی وارد بر الکترون می‌توانند باعث نوسان آن در مرکز حلقه با بسامد زاویه‌ای زیر شود

$$\omega=\sqrt{\frac{eq}{۴\pi\varepsilon_۰ mR^۳}}$$

که در آن q بار حلقه و m جرم الکترون است.

۷۷- در جو نزدیک سطح زمین، بزرگی متوسط میدان الکتریکی $\vec{E}$ حدود ۱۵۰N/C رو به پایین است. می‌خواهیم یک کرهٔ گوگردی به وزن ۴/۴N را با باردار کردن آن، در این میدان «شناور» کنیم. (الف) از چه باری (هم از لحاظ علامت و هم از لحاظ بزرگی) باید استفاده شود؟ (ب) چرا این آزمایش نشدنی است؟

•۷۸- گشتاور دوقطبی الکتریکی یک الکترون و یک پروتون را که به فاصلهٔ ۴/۳۰nm از هم قرار دارند محاسبه کنید. **SSM**

۷۹- میدان الکتریکی در صفحهٔ xy ناشی از یک ذرهٔ باردار مثبت، در نقطهٔ (۳/۰،۳/۰)cm برابر با $۷/۲(۴/۰\hat{i}+۳/۰\hat{j})$ N/C و در نقطهٔ (۲/۰،۰)cm برابر $۱۰۰\hat{i}$ N/C است. (الف) مؤلفهٔ x و (ب) مؤلفهٔ y ذره چیست؟ (پ) بار ذره چقدر است؟

۸۰- روی یک میلهٔ دایره‌ای به شعاع انحنای R=۹/۰۰cm که در زاویهٔ θ=۲/۴۰rad محدود است، بار مثبت Q=۶/۲۵pC به طور یکنواخت توزیع شده است، بزرگی میدان الکتریکی که Q در مرکز انحنا ایجاد می‌کند چقدر است؟

۸۱- یک دوقطبی الکتریکی با گشتاور دوقطبی

$$\vec{p}=(۳/۰۰\hat{i}+۴/۰۰\hat{j})(۱/۲۴\times۱۰^{-۳۰}\,\text{C.m})$$

در میدان الکتریکی $\vec{E}=(۴۰۰۰\,\text{N/C})\hat{i}$ قرار دارد. (الف) انرژی پتانسیل دوقطبی الکتریکی چیست؟ (ب) گشتاور وارد بر آن چیست؟ (پ) اگر یک عامل خارجی، دوقطبی را تا گشتاور دوقطبی الکتریکی زیر بچرخاند

$$\vec{p}=(-۴/۰۰\hat{i}+۳/۰۰\hat{j})(۱/۲۴\times۱۰^{-۳۰}\,\text{C.m})$$

چقدر کار توسط آن عامل خارجی صورت گرفته است؟

۸۲- در شکل ۱۸-۶۱ب ذرهٔ ۱ (با بار ۲/۰۰pC+)، ذرهٔ ۲ (با بار ۲/۰۰pC-)، و ذرهٔ ۳ (با بار ۵/۰۰pC+) تشکیل مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع a=۹/۵۰cm را می‌دهند. (الف) نسبت به جهت مثبت محور x، جهت نیروی $\vec{F}_۳$ وارد بر ذرهٔ ۳ ناشی از دو ذرهٔ دیگر را با رسم خطهای میدان الکتریکی آن دو ذره، تعیین کنید. (ب) بزرگی نیروی $\vec{F}_۳$ را محاسبه کنید.

۸۳- بار (با چگالی خطی یکنواخت ۹/۰ nC/m) روی تاری که بر محور x از x=۰ تا x=۳/۰m امتداد یافته است، قرار دارد. بزرگی میدان الکتریکی را در x=۴/۰m روی محور x تعیین کنید.

۸۴- دو ذره، هر یک با بار مثبت q، روی محور y یکی در $y=d$ و دیگری در $y=-d$ قرار دارند. (الف) عبارتی بنویسید که بزرگی E میدان الکتریکی خالص را در نقطه‌هایی روی محور x که با $x=\alpha d$ داده می‌شوند، به دست دهد. (ب) برای گسترهٔ $۰<\alpha<۴$، E را برحسب α رسم کنید. از روی این نمودار، مقدارهایی از α را تعیین کنید که (پ) مقدار بیشینهٔ E و (ت) مقدار نیم بیشینهٔ E را به دست دهند.

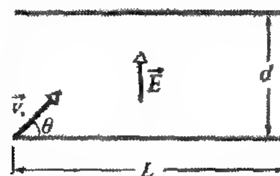
۸۵- در شکل ۱۸-۶۴، ذرهٔ ۱ با بار $q_۱$=۱/۰۰pC و ذرهٔ ۲ با بار $q_۲$=۲/۰۰pC در فاصلهٔ d=۵/۰۰cm از یکدیگر، ثابت شده‌اند. میدان الکتریکی خالص در نقطه‌های (الف) A، (ب) B، و (پ) C برحسب نمادگذاری بردار یکه چگونه است؟ (ت) خطهای میدان الکتریکی را رسم کنید؟



شکل ۱۸-۶۴ مسئلهٔ ۸۵

۸۶- در شکل ۱۸-۶۴، میدان الکتریکی رو به بالای یکنواخت $\vec{E}$ به بزرگی $۲/۰۰\times۱۰^{۳}$ N/C با باردارکردن دو صفحهٔ افقی، پایینی به طور مثبت و بالایی به طور منفی، بین آنها ایجاد شده است. طول صفحه‌ها L=۱۰/۰cm و فاصلهٔ آنها d=۲/۰۰cm است. سپس الکترونی از لبهٔ چپ صفحهٔ پایینی، میان دو صفحه پرتاب می‌شود. سرعت اولیه $\vec{v}_۰$ الکترون که با صفحهٔ پایینی زاویهٔ θ=۴۵/۰° می‌سازد دارای بزرگی $۶/۰۰\times۱۰^{۶}$ m/s است.

(الف) آیا الکترون به یکی از صفحه‌ها برخورد می‌کند؟ (ب) اگر بلی، با کدامیک از صفحه‌ها و در چه فاصلهٔ افقی از لبهٔ چپ؟



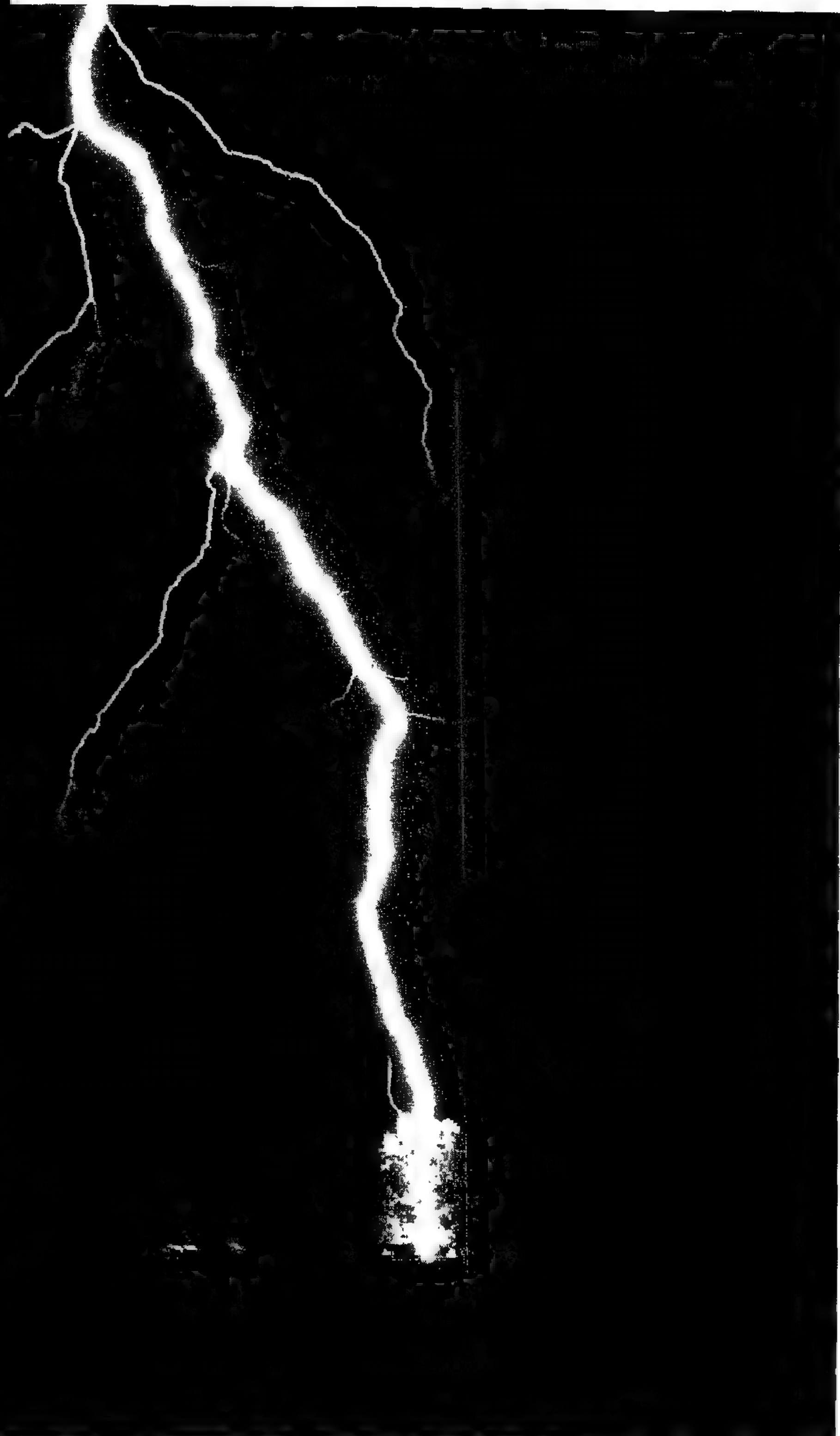
شکل ۱۸–۶۵ مسئلهٔ ۸۶

۸۷- با داده‌های مسئلهٔ ۶۲، فرض کنید که بار q روی قطره با $q = ne$ داده شده است که در آن n یک عدد درست و e بار بنیادی است. (الف) n را برای هر مقدار داده شدهٔ q بیابید. (ب) یک برازش *بازگشتی خطی* از مقدارهای q برحسب مقدارهای n انجام دهید و سپس با استفاده از آن برازش، e را پیدا کنید.

۸۸- در شکل ۱۸–۸، هر دو بار را مثبت در نظر بگیرید. با فرض آنکه $z \gg d$ باشد، نشان دهید که در این صورت E درنقطهٔ P در آن شکل با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2q}{z^2}$$

۱۹ قانون گاؤس



یورشهای آذرخش به چند دلیل خطرناک‌اند: (۱) اگر آذرخش به شما یا چیزی که در تماس با شماست برخورد کند، شارش بار مرگباری در بدن شما ایجاد می‌کند. (۲) اگر به جسمی در نزدیکی شما برخورد کند، بخشی از شارش بار می‌تواند از طریق هوا به شما منتقل شود (اثری که به نام جرقهٔ فرعی شناخته می‌شود.) (۳) اگر آذرخش با زمینِ مجاور شما برخورد کند، بخشیِ ازباری‌که در زمین شارش می‌کند می‌تواند از طریق بدن شما تغییر جهت دهد. اخیراً خطرچهارمی‌برای‌یورش آذرخش شناخته شده است. تصویر، که در آن آذرخش با یک درخت برخورد کرده است، در بر دارندهٔ یک راهنمایی از این مورد است.

یورش آذرخش چه خطر دیگری دارد؟

پاسخ در همین فصل.

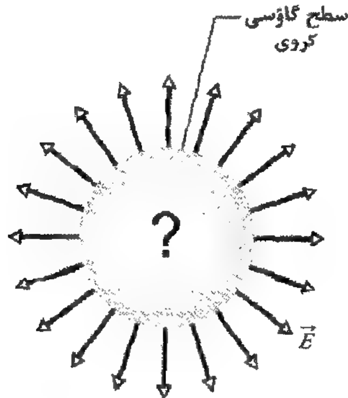
۱۹-۱ فیزیک چیست؟

یکی از هدفهای بنیادین فیزیک، یافتن راههای ساده‌ای برای حل مسئله‌های به ظاهر پیچیده است. یکی از ابزارهای اصلی فیزیک در نیل به این هدف، استفاده از تقارن است. مثلاً، در یافتن میدان الکتریکی $\vec{E}$ حلقهٔ باردار شکل ۱۸-۱۰ و میلهٔ باردار شکل ۱۸-۹، میدانهای $d\vec{E}\,(=k\,dq/r^2)$ عنصرهای دیفرانسیلی بار در حلقه و میله را در نظر گرفتیم. آنگاه محاسبهٔ $\vec{E}$ را با استفاده از تقارن، با کنار گذاشتن مؤلفه‌های عمود بردارهای $d\vec{E}$ ساده کردیم و بدین ترتیب از مقدار محاسبه‌ها کاسته شد.

برای توزیع‌های بار معینی که متقارن‌اند، می‌توانیم با استفاده از قانون گاؤس به مقدار زیادی از محاسبه‌ها کم کنیم. این قانون توسط ریاضیدان و فیزیکدان آلمانی *کارل فردریک گاؤس*[1] (۱۲۳۴- ۱۱۵۶/ ۱۸۵۵- ۱۷۷۷) توسعه یافته است. به جای در نظر گرفتن میدانهای $d\vec{E}$ عنصرهای دیفرانسیلی بار در یک توزیع بار معین، قانون گاؤس یک سطح بستهٔ فرضی (مجازی) را در نظر می‌گیرد که آن توزیع بار را در بر دارد. این سطح که به نام **سطح گاؤسی** خوانده می‌شود، می‌تواند هر شکلی داشته باشد، ولی شکلی که محاسبه‌های میدان الکتریکی را به حداقل می‌رساند آن شکلی است که با تقارن توزیع بار سازگار باشد. مثلاً، اگر بار روی کره‌ای به طور یکنواخت توزیع شده باشد، آن کره را با یک سطح گاؤسی کروی، مشابه آنچه در شکل ۱۹-۱ نشان داده شده است محصور می‌کنیم و سپس آن گونه که در این فصل توضیح می‌دهیم، میدان الکتریکی را روی این سطح با استفاده از این واقعیت به دست می‌آوریم:

> قانون گاؤس، میدانهای الکتریکی در نقطه‌های واقع بر سطح گاؤسی (بسته) را به بار خالص محصور در آن سطح مربوط می‌کند.

همچنین می‌توانیم از قانون گاؤس به طور وارونه نیز استفاده کنیم: اگر میدان الکتریکی را بر یک سطح گاؤسی بدانیم، آنگاه می‌توانیم بار خالص محصور در آن سطح را بیابیم. به عنوان یک مثال مشروط، فرض کنید که بزرگی همهٔ بردارهای میدانهای الکتریکی در شکل ۱۹-۱ یکسان و جهت آنها به طور شعاعی از مرکز کره به طرف بیرون باشد. قانون گاؤس بی‌درنگ بیان می‌دارد که سطح کروی باید یک بار مثبت خالص را در بر گرفته باشد که آن بار می‌تواند یک ذره یا یک توزیع بار کروی باشد. البته برای محاسبهٔ اینکه چه *مقدار* بار محصور شده است به روشی برای محاسبهٔ اینکه چه مقدار میدان الکتریکی توسط سطح گاؤسی شکل ۱۹-۱ قطع شده است، نیاز داریم. این مقدار میدان قطع شده، *شار* نامیده می‌شود، که بعداً مورد بحث قرار می‌گیرد.



شکل ۱۹-۱ یک سطح گاؤسی کروی. اگر تمام بردارهای میدان الکتریکی دارای بزرگی یکسان و جهت آنها در تمام نقطه‌های روی سطح به طور شعاعی به طرف بیرون باشد، آنگاه می‌توانید نتیجه بگیرید که یک توزیع بار مثبت خالص باید درون سطح و با تقارن کروی وجود داشته باشد.

۱۹-۲ شار

فرض کنید، مطابق شکل ۱۹-۲ الف، جریان هوای گسترده‌ای با سرعت یکنواخت $\vec{v}$ از قاب مربعی کوچکی به مساحت A بگذرد. Φ نشان‌دهندهٔ *آهنگ شارش* حجمی است (حجم در یکای زمان) که هوا با آن از میان قاب می‌گذرد. این آهنگ، به زاویهٔ میان $\vec{v}$ و صفحهٔ قاب بستگی دارد. اگر $\vec{v}$ عمود بر صفحه باشد، آهنگ Φ برابر با vA است.

اگر $\vec{v}$ موازی با صفحهٔ قاب باشد، هیچ هوایی از میان قاب عبور نخواهد کرد و بنابراین، Φ برابربا صفر است. برای زاویهٔ میانی θ، آهنگ Φ به آن مؤلفه‌ای از $\vec{v}$ **که عمود بر صفحه است**، بستگی دارد (شکل ۱۹-۲ ب). چون این مؤلفه $v\cos\theta$ است، آهنگ شارش حجمی که از قاب می‌گذرد چنین است

$$\Phi = (v\cos\theta)A \qquad (۱۹-۱)$$

این آهنگ شارش از میان یک سطح، مثالی از **شار** است، در این حالت، یک *شار حجمی*.

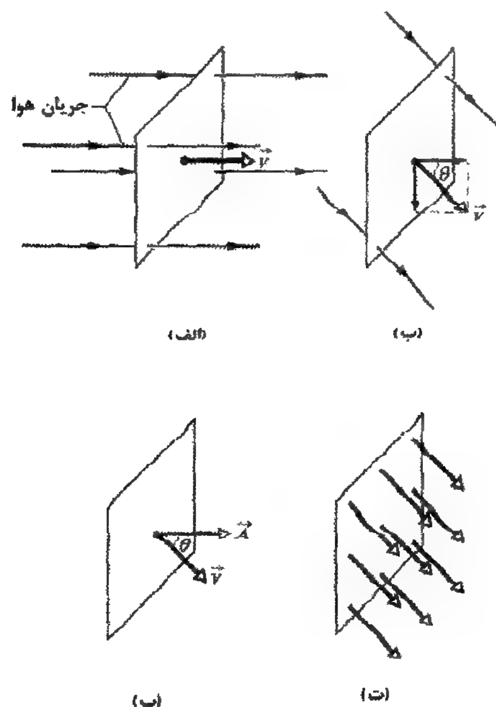
پیش از آنکه دربارهٔ شار در الکتروستاتیک بحث کنیم، لازم است که معادلهٔ ۱۹-۱ را برحسب بردارها بازنویسی کنیم. برای انجام این کار، نخست *بردار سطح* $\vec{A}$ را به صورت برداری تعریف می‌کنیم که بزرگی آن برابر با مساحت یک سطح (اینجا مساحت قاب) و جهت آن عمود بر صفحهٔ آن سطح است (شکل ۱۹-۲ پ). آنگاه معادلهٔ ۱۹-۱ را به صورت ضرب نرده‌ای (یا نقطه‌ای) بردار سرعت $\vec{v}$ جریان هوا و بردار سطح $\vec{A}$ قاب، بازنویسی می‌کنیم

$$\Phi = vA\cos\theta = \vec{v}\cdot\vec{A} \qquad (۱۹-۲)$$

که در آن θ زاویهٔ میان $\vec{v}$ و $\vec{A}$ است.

---
1. Carl Friedrich Gauss

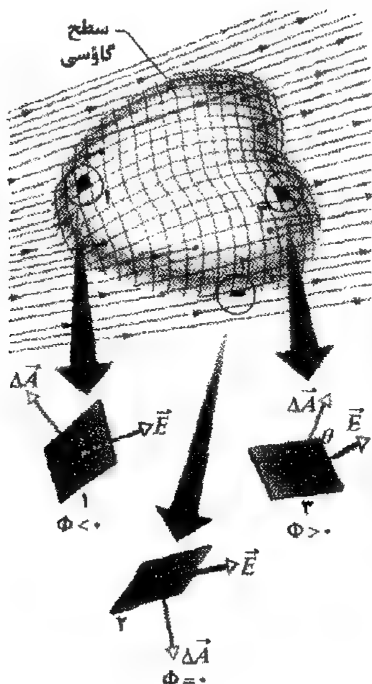
واژهٔ flux به معنی "شار" از واژه‌ای لاتین به معنای "جاری شدن" گرفته شده است. وقتی دربارهٔ شارش حجمی هوا از یک قاب صحبت کنیم، مفهوم آن روشن خواهد بود. ولی معادلهٔ ۱۹-۲ را می‌توان به روش مجردتری نیز در نظر گرفت. برای درک این روش متفاوت، توجه کنید که می‌توانیم یک بردار سرعت را به هر نقطهٔ جریان عبوری هوا از قاب نسبت دهیم (شکل ۱۹-۲ ت). چون ترکیب همهٔ این بردارها یک *میدان* سرعت است، معادلهٔ ۱۹-۲ را می‌توانیم به صورت *شار میدان سرعت عبوری از قاب* تعبیر کنیم. به این ترتیب، شار دیگر به معنی شارش واقعی چیزی از میان یک سطح نیست، بلکه به معنی حاصلضرب مساحت یک سطح در میدانی است که از آن سطح می‌گذرد.



شکل ۱۹-۲ (الف) جریان یکنواخت هوا با سرعت $\vec{v}$ عمود بر صفحهٔ قابی مربع شکل به مساحت A است. (ب) مؤلفهٔ $\vec{v}$ عمود بر صفحهٔ قاب، $v\cos\theta$ است که در آن θ زاویهٔ میان $\vec{v}$ و بردار عمود بر صفحه است. (پ) بردار مساحت $\vec{A}$، عمود بر صفحهٔ قاب است و با $\vec{v}$ زاویهٔ θ می‌سازد. (ت) میدان سرعت توسط سطح قاب قطع شده است.

۱۹-۳ شار میدان الکتریکی

برای تعریف شار میدان الکتریکی، شکل ۱۹-۳ را در نظر بگیرید که یک سطح گاؤسی (نامتقارن) دلخواه را که در یک میدان الکتریکی نایکنواخت قرار گرفته است، نشان می‌دهد. سطح را به مربعهای کوچکی به مساحت ΔA تقسیم کنید، که هر یک از آنها به قدری کوچک‌اند که می‌توان از انحنای هر یک



شکل ۱۹-۳ یک سطح گاؤسی به شکل دلخواه که در یک میدان الکتریکی قرار گرفته است. این سطح به مربعهای کوچکی به مساحت ΔA تقسیم شده است. بردارهای میدان الکتریکی $\vec{E}$ و بردارهای سطح $\Delta\vec{A}$ برای سه مربع نوعی که با ۱، ۲ و ۳ مشخص شده‌اند، نشان داده شده است.

چشمپوشی کرد و هر مربع مجزا را به صورت تخت در نظر گرفت. هر یک از این عنصرهای سطح را با بردار سطح $\Delta\vec{A}$ نمایش می‌دهیم که بزرگی آن برابر مساحت ΔA است. هر بردار $\Delta\vec{A}$ عمود بر سطح گاؤسی و جهت آن به طرف بیرون سطح است.

چون مربعها به طور دلخواه کوچک در نظر گرفته شده‌اند، می‌توان میدان الکتریکی $\vec{E}$ بالای هر یک از مربعها را ثابت فرض کرد. آنگاه بردارهای $\Delta\vec{A}$ و $\vec{E}$ مربوط به هر مربع، زاویهٔ θ با یکدیگر می‌سازند. شکل ۱۹-۳ نمای بزرگ شده از سه مربع روی سطح گاؤسی و زاویهٔ θ برای هر یک را نشان می‌دهد.

یک تعریف موقت برای شار میدان الکتریکی سطح گاؤسی شکل ۱۹-۳ عبارت است از

$$\Phi = \sum \vec{E}\cdot\Delta\vec{A} \qquad (۱۹\text{-}۳)$$

این معادله بر آن دلالت دارد که با توجه به هر یک از مربعهای روی سطح گاؤسی، باید ضرب نرده‌ای $\vec{E}\cdot\Delta\vec{A}$ را برای بردارهای $\vec{E}$ و $\Delta\vec{A}$ محاسبه کنیم و سپس نتایج را به طور جبری (یعنی با در نظر گرفتن علامتها) برای همهٔ مربعهایی که آن سطح را می‌سازند، جمع کنیم. مقدار هر ضرب نرده‌ای (مثبت، منفی، یا صفر) تعیین می‌کند که آیا شاری که از آن مربع می‌گذرد مثبت است یا منفی، یا صفر است. مربعهایی مانند مربع ۱ در شکل ۱۹-۳، که برای آنها $\vec{E}$ به طرف داخل است، سهمی منفی در

جمع معادلهٔ ۱۹-۳ دارند. سهم مربعهایی مانند مربع ۲، که برای آنها $\vec{E}$ روی سطح قرار دارد، صفر است. مربعهایی مانند مربع ۳، که برای آنها $\vec{E}$ به طرف خارج است، سهمی مثبت دارند.

تعریف دقیق شار میدان الکتریکی که از یک سطح بسته عبور می‌کند، با کوچکتر و کوچکتر کردن مساحت مربعهای نشان داده شده در شکل ۱۹-۳ تا حد دیفرانسیلی dA، به دست می‌آید. در این صورت، بردارهای سطح به حد دیفرانسیلی $d\vec{A}$ میل می‌کنند. بنابراین، جمع معادلهٔ ۱۹-۳، به یک انتگرال تبدیل می‌شود و برای تعریف شار الکتریکی خواهیم داشت

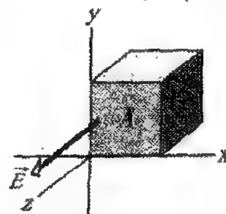
$$\Phi = \oint \vec{E}.d\vec{A} \quad \text{(شار الکتریکی عبوری از یک سطح گاؤسی)} \quad (۱۹-۴)$$

دایرهٔ روی علامت انتگرال مبین آن است که انتگرال باید روی کل سطح (بسته) گرفته شود. شار میدان الکتریکی یک کمیت نرده‌ای، و یکای SI آن نیوتون- متر مربع بر کولن $(N.m^2/C)$ است.

معادلهٔ ۱۹-۴ را می‌توانیم این‌گونه توجیه کنیم: نخست به یاد آورید که می‌توانیم از چگالی خطهای میدان الکتریکی که از سطحی عبور می‌کند به عنوان معیاری متناسب با بزرگی میدان الکتریکی $\vec{E}$ در آنجا استفاده کنیم. یعنی، بزرگی E متناسب با تعداد خطهای میدان الکتریکی در یکای سطح است. پس، ضرب نرده‌ای $\vec{E}.d\vec{A}$ در معادلهٔ ۱۹-۴ متناسب با تعداد خطهای میدان الکتریکی است که از سطح dA عبور می‌کند. بنابراین، چون در معادلهٔ ۱۹-۴ انتگرال روی کل سطح گاؤسی، که بسته است، گرفته می‌شود، درمی‌یابیم که

> شار الکتریکی Φ که از یک سطح گاؤسی عبور می‌کند متناسب با تعداد خالص خطهای میدان الکتریکی است که از آن سطح می‌گذرد.

✔ نکتهٔ وارسی ۱ شکل زیر، یک مکعب گاؤسی را که مساحت هر وجه آن A است نشان می‌دهد که در یک میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ که جهت آن در جهت مثبت محور z است قرار دارد. شار عبوری از (الف) وجه جلویی (که در صفحهٔ xy است)، (ب) وجه عقبی، (پ) وجه بالایی، و (ت) کل مکعب، برحسب E و A چقدر است؟

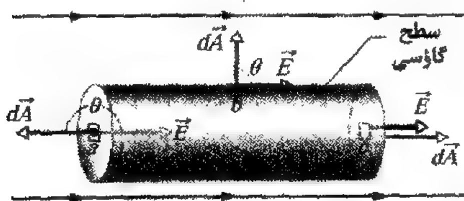


مسئلهٔ نمونهٔ ۱۹-۱

شکل ۱۹-۴ یک سطح گاؤسی استوانه‌ای به شعاع R را نشان می‌دهد که در یک میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ که موازی با محور استوانه است، قرار دارد. شار Φ میدان الکتریکی که از این سطح بسته عبور می‌کند چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی شار Φ عبوری از سطح گاؤسی را می‌توانیم با انتگرالگیری از $\vec{E}.d\vec{A}$ روی این سطح به دست آوریم.

محاسبه‌ها: این کار با نوشتن شار به صورت مجموعی از سه جمله انجام می‌گیرد: انتگرالهای روی قاعدهٔ سمت چپ استوانه a، روی سطح استوانه‌ای b، و روی قاعده سمت راست c. بنابراین، از معادلهٔ ۱۹-۴ خواهیم داشت



شکل ۱۹-۴ یک سطح گاؤسی استوانه‌ای که با دو قاعدهٔ انتهایی بسته شده و در یک میدان الکتریکی یکنواخت قرار گرفته است. محور استوانه موازی با راستای میدان الکتریکی است.

$$\Phi = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A}$$
$$= \int_a \vec{E}\cdot d\vec{A} + \int_b \vec{E}.d\vec{A} + \int_c \vec{E}.d\vec{A} \qquad (۱۹-۵)$$

برای تمام نقطه‌های روی قاعدهٔ سمت چپ، زاویهٔ θ میان $\vec{E}$ و $d\vec{A}$ برابر با $۱۸۰°$ و بزرگی E میدان، ثابت است. در نتیجه

$$\int_a \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int E(\cos ۱۸۰°)\,dA = -E\int dA = -EA$$

که در آن $\int dA$ مساحت قاعده $A(=\pi R^2)$ را به دست می‌دهد. به همین ترتیب، برای قاعدهٔ سمت راست که برای تمام نقطه‌های آن $\theta = ۰$ است، خواهیم داشت

$$\int_c \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int E(\cos ۰)\,dA = EA$$

سرانجام، برای سطح جانبی استوانه که در تمام نقطه‌های آن زاویهٔ θ برابر $۹۰°$ است، داریم

$$\int_b \vec{E}.d\vec{A} = \int E(\cos ۹۰°)\,dA = ۰$$

با قرار دادن این نتایج در معادلهٔ ۱۹-۵، خواهیم داشت

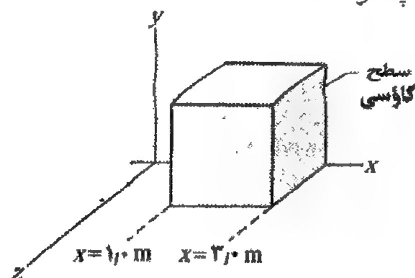
$$\Phi = -EA + ۰ + EA = ۰ \qquad \text{(پاسخ)}$$

این نتیجهٔ شگفت انگیزی نیست، زیرا خطهای میدان نشان‌دهندهٔ میدان الکتریکی با ورود به قاعدهٔ سمت چپ و خروج از قاعدهٔ سمت راست، همگی به طور کامل از سطح گاؤسی می‌گذرند و در نتیجه شار خالص برابر صفر است.

مسئلهٔ نمونه ۱۹-۲ مهارت خود را تقویت کنید

یک میدان الکتریکی *نایکنواخت* که با $\vec{E} = ۳/۰x\hat{i} + ۴/۰\hat{j}$ داده شده است از مکعب گاؤسی نشان داده شده در شکل ۱۹-۵ می‌گذرد. (E برحسب نیوتون بر کولن و x برحسب متر است).

شار الکتریکی عبوری از وجه سمت راست، وجه سمت چپ، و وجه بالایی چقدر است؟



شکل ۱۹-۵ یک مکعب گاؤسی با یک ضلع واقع بر محور x که در یک میدان الکتریکی نایکنواخت قرار دارد.

نکتهٔ کلیدی شار Φ عبوری از سطح را می‌توانیم با انتگرالگیری از حاصلضرب نرده‌ای $\vec{E}\cdot d\vec{A}$ روی هر وجه به دست آوریم.

وجه سمت راست: بردار سطح $\vec{A}$ همواره بر این سطح عمود و از سطح گاؤسی به طرف خارج است. بنابراین، بردار $d\vec{A}$ برای وجه سمت راست مکعب باید در سوی جهت مثبت محور x باشد. یعنی، برحسب بردارهای یکه داریم

$$d\vec{A}=dA\hat{\mathrm{i}}$$

آنگاه با استفاده از معادلهٔ ۱۹-۴، شار Φ عبوری از وجه سمت راست چنین است

$$\begin{aligned}\Phi_r &= \int \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int (۳/۰ x\hat{\mathrm{i}}+۴/۰\hat{\mathrm{j}}).(dA\hat{\mathrm{i}})\\ &= \int [(۳/۰ x)(dA)\hat{\mathrm{i}}.\hat{\mathrm{i}}+(۴/۰)dA\hat{\mathrm{j}}.\hat{\mathrm{i}}]\\ &= \int (۳/۰ x\, dA+۰)=۳/۰\int x\,dA\end{aligned}$$

در محاسبهٔ انتگرال روی وجه سمت راست باید توجه کنیم که مقدار x در همه جای این وجه مقدار یکسانی دارد- یعنی $x=۳/۰\ \mathrm{m}$. این بدان معنی است که این مقدار ثابت را می‌توانیم به جای x قرار دهیم. در نتیجه داریم

$$\Phi_r = ۳/۰\int (۳/۰)dA = ۹/۰\int dA$$

انتگرال $\int dA$ صرفاً مساحت وجه سمت راست، $A=۴/۰\ \mathrm{m}^۲$ را به دست می‌دهد؛ بنابراین

$$\Phi_r = (۹/۰\ \mathrm{N/C})(۴/۰\ \mathrm{m}^۲)=۳۶\ \mathrm{N.m^۲/C} \qquad \text{(پاسخ)}$$

وجه سمت چپ: روش یافتن شار عبوری از وجه سمت چپ همان روش مربوط به وجه سمت راست است؛ ولی دو عامل تغییر می‌کنند. (۱) بردار سطح دیفرانسیلی $d\vec{A}$ در جهت منفی محور x است، و بنابراین $d\vec{A}=-dA\hat{\mathrm{i}}$. (۲) دوباره جملهٔ x در انتگرال ظاهر می‌شود، و باز هم روی وجه مورد نظر ثابت است. ولی، روی وجه سمت چپ $x=۱/۰\ \mathrm{m}$ است. با این دو تغییر درمی‌یابیم که شار Φ عبوری از وجه سمت چپ برابر است با

$$\Phi_l = -۱۲\ \mathrm{N.m^۲/C} \qquad \text{(پاسخ)}$$

وجه بالایی: بردار سطح دیفرانسیلی $d\vec{A}$ در جهت مثبت محور y است، و بنابراین، $d\vec{A}=dA\hat{\mathrm{j}}$. پس، شار عبوری Φ_t از وجه بالایی برابر است با

$$\begin{aligned}\Phi_t &= \int (۳/۰ x\hat{\mathrm{i}}+۴/۰\hat{\mathrm{j}}).(dA\hat{\mathrm{j}})\\ &= \int [(۳/۰\, x)(dA)\hat{\mathrm{i}}.\hat{\mathrm{j}}+(۴/۰)(dA)\hat{\mathrm{j}}.\hat{\mathrm{j}}]\\ &= \int (۰+۴/۰\, dA)=۴/۰\int dA\\ &= ۱۶\ \mathrm{N.m^۲/C} \qquad \text{(پاسخ)}\end{aligned}$$

۱۹-۴ قانون گاؤس

قانون گاؤس، شار خالص Φ میدان الکتریکی عبوری از یک سطح بسته (یک سطح گاؤسی) را به بار خالص q_{enc} که توسط این سطح *محصور شده است*، مربوط می‌کند. این قانون حاکی از آن است که

$$\varepsilon_۰\Phi = q_{\mathrm{enc}} \qquad \text{(قانون گاؤس)} \qquad (۱۹-۶)$$

با قرار دادن معادلهٔ ۱۹-۴، تعریف شار، قانون گاؤس را می‌توان چنین نوشت

$$\varepsilon_۰\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = q_{\mathrm{enc}} \qquad \text{(قانون گاؤس)} \qquad (۱۹-۷)$$

معادله‌های ۱۹-۶ و ۱۹-۷ تنها وقتی برقرارند که بار خالص در خلأ یا (آنچه که برای اغلب موارد عملی یکسان است) در هوا قرار داشته باشد. در فصل ۲۱، قانون گاؤس را اصلاح می‌کنیم تا شامل حالتهایی که در آنها موادی از قبیل میکا، روغن، یا شیشه وجود دارد نیز بشود.

در معادله‌های ۱۹-۶ و ۱۹-۷، بار خالص q_{enc} جمع جبری تمام بارهای مثبت و منفی محصور شده است، و می‌تواند مثبت، منفی، یا صفر باشد. چون علامت بار چیزهایی راجع به شار خالص عبوری از سطح گاؤسی به دست می‌دهد، به جای آنکه صرفاً از بزرگی بار محصور شده استفاده کنیم، علامت بار را نیز وارد می‌کنیم: اگر q_{enc} مثبت باشد، شار خالص *به طرف بیرون*، و اگر q_{enc} منفی باشد، شار خالص *به طرف درون* است.

بار الکتریکی بیرون از سطح، بدون توجه به میزان بزرگی یا میزان نزدیکی آن به سطح، در جملهٔ q_{enc} در قانون گاؤس وارد نمی‌شود. شکل یا محل دقیق بارها در داخل سطح گاؤسی نیز اهمیت ندارد؛ تنها چیزهایی که در سمت راست معادله‌های ۱۹-۶ و ۱۹-۷ اهمیت دارند، بزرگی و علامت بار خالص محصور شده است. ولی، کمیت $\vec{E}$ در سمت چپ معادلهٔ ۱۹-۷، میدان الکتریکی ناشی از *تمام* بارها، چه در داخل و چه در خارج سطح گاؤسی است. این ممکن است متناقض به نظر برسد، ولی آنچه را که از مسئلهٔ نمونهٔ ۱۹-۱ آموختیم، به خاطر داشته باشید: میدان الکتریکی ناشی از یک بار در بیرون سطح گاؤسی هیچ سهمی در شار خالص عبوری از آن سطح ندارد، زیرا خطهای

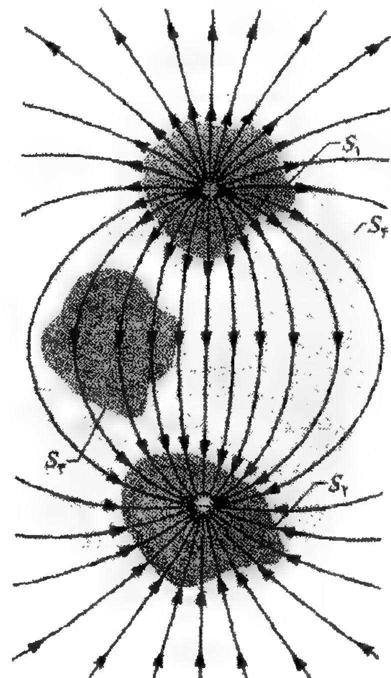
میدان ناشی از بار که وارد این سطح می‌شوند برابر با تعداد خطهای میدانی است که از آن خارج می‌شوند.

حال این نقطه نظرها را برای شکل ۱۹-۶ به کار می‌گیریم که دو بار نقطه‌ای، با بزرگی یکسان ولی علامت مخالف، و خطهای میدانی که میدانهای الکتریکی ناشی از این بارها را در فضای اطراف توصیف می‌کند، نشان می‌دهد. مقطع چهار سطح گاؤسی نیز نشان داده شده است. هر یک را به نوبت بررسی می‌کنیم.

سطح S_1 . جهت میدان الکتریکی برای تمام نقطه‌های روی این سطح به طرف بیرون است. بنابراین، شار میدان الکتریکی عبوری از این سطح مثبت، و همان گونه که از قانون گاؤس برمی‌آید، بار خالص داخل این سطح نیز مثبت است (یعنی، در معادلهٔ ۱۹-۶ ، اگر Φ مثبت باشد، q_{enc} نیز مثبت است.)

سطح S_2 . جهت میدان الکتریکی برای تمام نقطه‌های روی این سطح به طرف درون است. بنابراین، شار میدان الکتریکی منفی، و همان‌گونه که از قانون گاؤس بر می‌آید، بار محصور شده نیز منفی است.

سطح S_3. این سطح هیچ باری را محصور نمی‌کند و بنابراین، $q_{enc} = 0$ است. قانون گاؤس (معادلهٔ ۱۹-۶) ایجاب می‌کند که شار خالص میدان الکتریکی عبوری از این سطح برابر با صفر باشد. این نتیجه‌ای معقول است، زیرا تمام خطهای میدان به طور کامل از این سطح می‌گذرند، از بالای آن وارد و از پایین آن خارج می‌شوند.

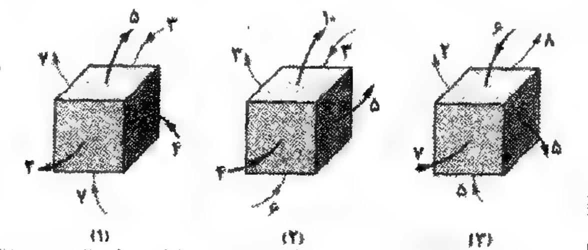


شکل ۱۹-۶ دو بار نقطه‌ای، با بزرگی یکسان ولی علامت مخالف، و خطهای میدانی که میدان الکتریکی خالص آنها را نمایش می‌دهد. مقطع چهار سطح گاؤسی، نشان داده شده است. سطح S_1 بار مثبت و سطح S_2 بار منفی در بر دارد. سطح S_3 هیچ باری در بر ندارد. سطح S_4 هر دو بار را در بر دارد و بنابراین بار خالصی ندارد.

سطح S_4 . این سطح هیچ بار *خالصی* را محصور نمی‌کند، زیرا بزرگی بارهای مثبت و منفی محصور شده برابر است. قانون گاؤس حاکی از آن است که شار خالص میدان الکتریکی عبوری از این سطح باید برابر با صفر باشد. این نتیجه‌ای معقول است، زیرا تعداد خطهای میدانی که از سطح S_4 خارج می‌شوند برابر تعداد خطهایی است که به آن وارد می‌شوند.

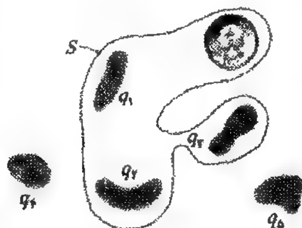
اگر بار بسیار بزرگ Q را به سطح S_4 در شکل ۱۹-۶ نزدیک کنیم چه روی می‌دهد؟ نقش خطهای میدان به یقین تغییر می‌کند، ولی شار خالص مربوط به هر یک از چهار سطح گاؤسی تغییری نمی‌کند. این موضوع قابل درک است، زیرا خطهای میدان وابسته به اضافه شدن بار Q به طور کامل از میان هر چهار سطح گاؤسی می‌گذرند، بی آنکه سهمی در شار خالص عبوری از هر یک داشته باشند. چون Q در بیرون هر چهار سطح گاؤسی در نظر گرفته شده قرار دارد، مقدار Q به هیچ عنوان در قانون گاؤس وارد نمی‌شود.

✓ ***نکتهٔ وارسی ۲*** شکل زیر، سه وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها یک مکعب گاؤسی در میدان الکتریکی قرار دارد. پیکانها و عددها، جهتهای خطهای میدان و بزرگیهای شار عبوری (برحسب $N.m^2/C$) از شش وجه هر مکعب را نشان می‌دهد. (پیکانهای کم رنگتر مربوط به وجه‌های ناپیداست.) مکعب در کدام حالت یک بار خالص مثبت، (ب) یک بار خالص منفی، و (پ) بار خالص صفر را در بر دارد؟



مسئلهٔ نمونهٔ ۱۹-۳

شکل ۱۹-۷ ، پنج تکه پلاستیک باردار و یک سکهٔ خنثی از لحاظ الکتریکی را نشان می‌دهد. مقطع سطح گاؤسی S در شکل نشان داده شده است. اگر $q_1 = q_4 = -3/1\,nC$ ، $q_2 = q_5 = -5/9\,nC$ ، و $q_3 = -3/1\,nC$ باشد، شار الکتریکی خالصی که از این سطح می‌گذرد چقدر است؟



شکل ۱۹-۷ پنج جسم پلاستیکی، هر یک با بار الکتریکی و یک سکه، که هیچ بار خالصی ندارد. مقطع سطح گاؤسی که سه جسم پلاستیکی، و سکه را در بر گرفته، نشان داده شده است.

نکتهٔ کلیدی شار *خالص* Φ که از سطح S می‌گذرد به بار *خالص* محصور شده در آن بستگی دارد. سکه سهمی در Φ ندارد، زیرا خنثی است و بنابراین، دارای مقدارهای بار مثبت و منفی یکسانی است. بارهای $q_۴$ و $q_۵$ نیز سهمی در شار ندارند، زیرا آنها بیرون سطح S قرار دارند. بنابراین، q_{enc} برابر با $q_۱+q_۲+q_۳$ است و معادلهٔ ۱۹-۶ چنین به دست می‌دهد

$$\Phi=\frac{q_{enc}}{\varepsilon_۰}=\frac{q_۱+q_۲+q_۳}{\varepsilon_۰}$$

$$=\frac{+۳/۱\times۱۰^{-۹}\,C-۵/۹\times۱۰^{-۹}\,C-۳/۱\times۱۰^{-۹}\,C}{۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\,C^۲/N.m^۲}$$

$$=-۶۷۰\ N.m^۲/C \qquad \text{(پاسخ)}$$

علامت منفی نشان می‌دهد که شار خالصی که از این سطح می‌گذرد به طرف داخل است و بنابراین، بار خالص داخل این سطح منفی است.

مسئلهٔ نمونه ۱۹-۴ مهارت خود را تقویت کنید

بار خالص محصور در مکعب گاؤسی مسئلهٔ نمونهٔ ۱۹-۲ و شکل ۱۹-۵ چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی بار خالص احاطه شده توسط یک سطح مسدود (آرمانی یا ریاضی) از طریق قانون گاؤس با معادلهٔ ۱۹-۶ $(\varepsilon_۰\phi=q_{enc})$ به شار الکتریکی کل مربوط می‌شود.

شار: برای استفاده از معادلهٔ ۱۹-۶ لازم است شار عبوری از شش وجه مکعب را بدانیم. قبلاً دیدیم که شار عبوری از وجه راست $(\phi_r=۳۶N.m^۲/C)$، وجه چپ $(\phi_l=-۱۲N.m^۲/C)$ و وجه بالایی $(\phi_t=۱۶N.m^۲/C)$ است.

در مورد وجه پایینی، محاسبه‌ها درست مانند وجه بالایی است به جز این که بردار مساحت دیفرانسیلی $d\vec{A}$ در راستای محور y به سمت پایین است (از سطح گاؤسی به طرف بیرون درنظر بگیرید) . پس داریم $d\vec{A}=-dA\hat{j}$ و پیدا می‌کنیم

$$\Phi_b=-۱۶N.m^۲/C$$

در مورد وجه جلویی داریم $d\vec{A}=dA\hat{k}$ ، و در مورد وجه عقبی $d\vec{A}=-dA\hat{k}$. وقتی ضرب نقطه‌ای میدان الکتریکی $\vec{E}=۳/۰x\hat{i}+۴/۰\hat{j}$ را با هریک از جمله‌های $d\vec{A}$ محاسبه می‌کنیم، جواب صفر به دست می‌آید، یعنی هیچ شاری از این صفحه‌ها نمی‌گذرد. اکنون شار کل عبوری از شش وجه مکعب را پیدا می‌کنیم:

$$\phi=(۳۶-۱۲+۱۶-۱۶+۰+۰)N.m^۲/C$$

$$=۲۴N.m^۲/C$$

بار محصور شده: حال برای پیدا کردن بار q_{enc} محصور توسط مکعب از قانون گاؤس استفاده می‌کنیم.

$$q_{enc}=\varepsilon_۰\phi=(۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\,C^۲/N.m^۲)(۲۴N.m^۲/C)$$

$$=۲/۱\times۱۰^{-۱۰}\,C \qquad \text{(پاسخ)}$$

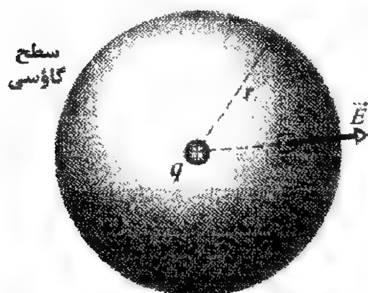
بنابراین، مکعب محتوی بار خالص مثبت است.

۱۹-۵ قانون گاؤس و قانون کولن

چون قانون گاؤس و قانون کولن روشهای متفاوتی برای توصیف رابطهٔ میان بار الکتریکی و میدان الکتریکی در حالتهای ایستا هستند، باید بتوانیم هر یک را از دیگری به دست آوریم. در اینجا قانون کولن را از قانون گاؤس، با توجه به برخی از ملاحظات تقارنی به دست می‌آوریم.

شکل ۱۹-۸ یک بار نقطه‌ای مثبت q را نشان می‌دهد که به دور آن یک سطح گاؤسی کروی هم‌مرکز به شعاع r رسم شده است. این سطح را به مساحتهای دیفرانسیلی dA تقسیم می‌کنیم. بنا بر تعریف، بردار سطح $d\vec{A}$ در هر نقطه بر این سطح عمود و جهت آن از سطح به طرف بیرون است. از تقارن شکل درمی‌یابیم که در هر نقطه، میدان الکتریکی $\vec{E}$ نیز بر سطح عمود و جهت آن به طرف بیرون است. بنابراین، چون زاویهٔ θ میان $\vec{E}$ و $d\vec{A}$ برابر صفر است، معادلهٔ ۱۹-۷ را می‌توانیم به صورت زیر برای قانون گاؤس بازنویسی کنیم

$$\varepsilon_۰\oint\vec{E}\cdot d\vec{A}=\varepsilon_۰\oint E\,dA=q_{enc} \qquad (۱۹-۸)$$



شکل ۱۹-۸ یک سطح گاؤسی کروی به مرکز بار نقطه‌ای q.

که در اینجا $q_{enc}=q$ است. اگر چه E به طور شعاعی با فاصله از q تغییر می‌کند، با این حال مقدار آن در هر نقطه روی سطح کروی یکسان است. چون انتگرال در معادلهٔ ۱۹-۸ روی کل سطح گرفته می‌شود، E در انتگرالگیری مقداری ثابت است و می‌توانیم آن را از زیر علامت انتگرال بیرون بیاوریم. از آنجا خواهیم داشت

$$\varepsilon_۰E\oint dA=q \qquad (۱۹-۹)$$

حال انتگرال صرفاً جمع همهٔ مساحتهای دیفرانسیلی dA روی کره است و بنابراین، درست برابر با مساحت این سطح، یعنی $۴\pi r^۲$، است. با قرار دادن این، خواهیم داشت

$$\varepsilon_۰E(۴\pi r^۲)=q$$

یا

$$E=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{q}{r^۲} \qquad (۱۹-۱۰)$$

که این دقیقاً معادلهٔ ۱۹-۳ است که آن را با استفاده از قانون کولن به دست آوردیم.

نکتهٔ وارسی ۳ شار خالص معین Φ_i از یک کرهٔ گاؤسی به شعاع r که یک ذرهٔ باردار منزوی را در بر گرفته است، عبور می‌کند. فرض کنید این سطح گاؤسی به (الف) یک کرهٔ گاؤسی بزرگتر، (ب) یک مکعب گاؤسی با طول ضلعی برابر r، و (پ) یک مکعب گاؤسی با طول ضلعی برابر با $2r$ تغییر کند. در هر حالت، آیا شار خالصی که از سطح گاؤسی جدید می‌گذرد، بزرگتر، کوچکتر، یا برابر Φ_i است؟

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۱: انتخاب سطح گاؤسی

چون به دست آوردن معادلهٔ ۱۹-۱۰ با استفاده از قانون گاؤس تمرینی برای به دست آوردن میدانهای الکتریکی ناشی از سایر پیکربندیهای بار است، مرحله‌هایی را که طی کردیم مرور می‌کنیم.

با بار نقطه‌ای مثبت معین q شروع کردیم؛ می‌دانیم که خطهای میدان الکتریکی با یک نقش متقارن کروی به طور شعاعی از q به طرف بیرون است.

برای یافتن بزرگی E میدان الکتریکی در فاصلهٔ r با استفاده از قانون گاؤس (معادلهٔ ۱۹-۷)، یک سطح گاؤسی بستهٔ فرضی را پیرامون نقطه‌ای به فاصلهٔ r از q به دور q در نظر گرفتیم. سپس مجموع مقدارهای $\vec{E}.d\vec{A}$ را روی کل سطح گاؤسی با انتگرالگیری به دست آوردیم. برای آنکه این انتگرالگیری تا آنجا که ممکن است ساده باشد، یک سطح گاؤسی کروی را (مشابه با تقارن کروی میدان الکتریکی) برگزیدیم. این انتخاب از سه نظر ساده کننده بود: (۱) حاصلضرب نقطه‌ای $\vec{E}.d\vec{A}$ ساده می‌شد، زیرا در تمام نقطه‌های روی سطح گاؤسی زاویهٔ میان $\vec{E}$ و $d\vec{A}$ برابر با صفر است، و از این رو در تمام نقطه‌ها $\vec{E}.d\vec{A} = E\,dA$. (۲) بزرگی میدان الکتریکی E در تمام نقطه‌های روی سطح گاؤسی کروی یکسان است؛ بنابراین، E در انتگرالگیری مقدار ثابتی بود و می‌توانستیم آن را از زیر علامت انتگرال بیرون بیاوریم. (۳) نتیجه، یک انتگرالگیری بسیار ساده بود - جمع مساحتهای دیفرانسیلی کره - که بی‌درنگ می‌توانستیم آن را به صورت $4\pi r^2$ بنویسیم.

توجه کنید که قانون گاؤس صرفنظر از آنکه شکل سطح گاؤسی که به دور بار q_{enc} انتخاب می‌کنیم چه باشد، برقرار است. با این حال، اگر، مثلاً، یک سطح گاؤسی مکعبی را برگزیده بودیم، سه مورد ساده کننده از بین می‌رفت و انتگرالگیری $\vec{E}.d\vec{A}$ روی سطح مکعبی بسیار مشکل می‌شد. منظور این است که انتخاب سطح گاؤسی باید به گونه‌ای باشد که انتگرالگیری در قانون گاؤس به ساده‌ترین شکل درآید.

۱۹-۶ رسانای باردار منزوی

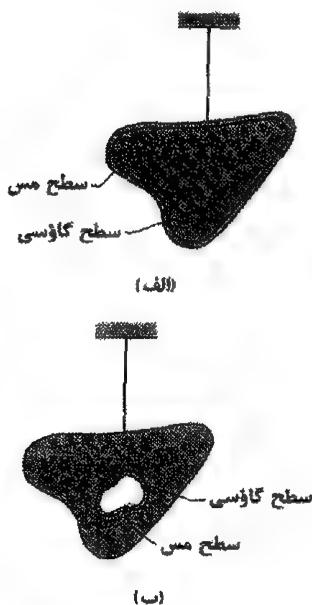
قانون گاؤس به ما در اثبات قضیهٔ مهمی دربارهٔ رساناها کمک می‌کند:

> اگر یک بار اضافی روی رسانایی منزوی قرار داده شود، آن مقدار بار به طور کامل روی سطح رسانا حرکت خواهد کرد. هیچ گونه بار اضافی در داخل جسم رسانا وجود نخواهد داشت.

با توجه به اینکه بارهای هم‌علامت، یکدیگر را می‌رانند، این نتیجه منطقی به نظر می‌رسد. می‌توان چنین تصور کرد که با حرکت بارهای اضافه شده به سطح، این بارها تا جایی که بتوانند از هم دور می‌شوند. برای تأیید این موضوع از قانون گاؤس بهره می‌گیریم.

شکل ۱۹-۹ الف، مقطعی از یک قطعهٔ مسی منزوی را نشان می‌دهد که دارای بار اضافی q است و از نخی عایق آویزان شده است. یک سطح گاؤسی را درست از داخل سطح واقعی رسانا می‌گذرانیم.

میدان الکتریکی داخل این رسانا باید صفر باشد. اگر این طور نباشد، این میدان نیروهایی را بر الکترونهای (آزاد) رسانش، که همواره در رسانا وجود دارند، وارد می‌کند و بنابراین، همواره جریانی درون رسانا وجود خواهد داشت. (یعنی، بار در داخل رسانا، از جایی به جایی دیگر حرکت می‌کند.) معلوم است که در یک رسانای منزوی چنین جریانهای دائمی وجود ندارد، و بنابراین، میدان الکتریکی داخلی برابر با صفر است.



شکل ۱۹-۹ (الف) یک قطعهٔ مسی با بار q از نخی عایق آویزان است. یک سطح گاؤسی در داخل فلز، درست زیر سطح واقعی، رسم شده است. (ب) اکنون در داخل قطعهٔ مسی، کاواکی وجود دارد. یک سطح گاؤسی در داخل فلز، نزدیک به سطح کاواک قرار دارد.

(میدان الکتریکی داخلی، هنگامی که رسانا در حال باردار شدن است *ظاهر می‌شود*. ولی، بار اضافه شده بی‌درنگ به گونه‌ای توزیع می‌شود که میدان الکتریکی داخلی خالص- جمع برداری میدانهای الکتریکی ناشی از کلیهٔ بارها، هم در داخل و هم در خارج- برابر با صفر است. در این حالت چون نیروی خالص وارد به هر بار برابر با صفر است، حرکت بارها متوقف می‌شود؛ در نتیجه بارها در *تعادل الکتروستاتیکی* هستند.)

اگر $\vec{E}$ در هر جایی داخل رسانای مسی صفر باشد، باید برای تمام نقطه‌های روی سطح گاؤسی هم صفر باشد؛ زیرا هر قدر هم این سطح به سطح رسانا نزدیک باشد، باز هم یقیناً در داخل رسانا واقع است. این بدان معنی است که شاری که از سطح گاؤسی می‌گذرد باید صفر باشد. در نتیجه، چون بارهای اضافی داخل سطح گاؤسی نیستند، پس باید بیرون این سطح باشند و این به معنی آن است که باید روی سطح واقعی رسانا قرار بگیرند.

رسانای منزوی با کاواک

شکل ۱۹-۹ ب همان رسانای آویخته را نشان می‌دهد، با این تفاوت که اکنون کاواکی به طور کامل درون آن قرار دارد. شاید این منطقی باشد که فرض کنیم وقتی بخشی از یک مادهٔ خنثی از نظر الکتریکی را برای ساختن یک کاواک جدا کنیم، توزیع بار یا نقش میدان الکتریکی موجود در شکل ۱۹-۹ الف تغییر نمی‌کند. دوباره باید برای اثبات کمّی به قانون گاؤس برگردیم.

یک سطح گاؤسی به دور کاواک، نزدیک به سطح آن ولی داخل جسم رسانا، رسم می‌کنیم. چون داخل رسانا $\vec{E}=0$ است، هیچ شاری نمی‌تواند از میان این سطح گاؤسی جدید بگذرد. بنابراین، از قانون گاؤس نتیجه می‌گیریم که این سطح نمی‌تواند بار خالصی را در بر گیرد. در نتیجه، هیچ بار خالصی روی دیواره‌های کاواک وجود ندارد؛ همهٔ بارهای اضافی، مثل شکل ۱۹-۹ الف، روی سطح خارجی رسانا باقی می‌مانند.

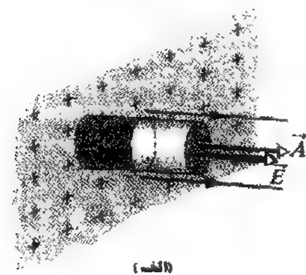
رسانا برداشته می‌شود

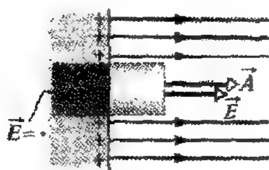
فرض کنید، بتوان به طریقی بارهای اضافی روی رسانا را مثلاً با قرار دادن آنها روی یک پوشش پلاستیکی نازک «جدا کرد» و رسانا را به طور کامل برداشت. انجام این کار، معادل این است که کاواک شکل ۱۹-۹ ب را تا حدی که تمام رسانا حذف شود و فقط بارها باقی بمانند بزرگ کنیم. در این صورت، میدان الکتریکی به هیچ وجه تغییر نمی‌کند؛ میدان در داخل پوستهٔ نازکی از بارها صفر است و برای تمام نقطه‌های خارجی نیز بدون تغییر می‌ماند. این امر نشان می‌دهد که میدان الکتریکی توسط بار ایجاد می‌شود، نه رسانا. رسانا فقط مسیر اولیه‌ای را برای آنکه بارها مکانهای خود را اشغال کنند، فراهم می‌آورد.

میدان الکتریکی خارجی

دیدیم که بار الکتریکی اضافی روی یک رسانای منزوی به طور کامل به سطح رسانا منتقل می‌شود. با این حال اگر رسانا کروی نباشد، بار به طور یکنواخت توزیع نمی‌شود. به عبارت دیگر، چگالی بار سطحی σ (بار در یکای سطح) روی سطح رسانای غیر کروی متغیر است. به طور کلی، این تغییر، تعیین میدان الکتریکی ناشی از بارهای سطحی را بسیار دشوار می‌کند.

با این حال، میدان الکتریکی درست در بیرون سطح یک رسانا به سادگی با استفاده از قانون گاؤس تعیین می‌شود. برای این منظور، بخشی از سطح را که به قدر کافی کوچک است در نظر می‌گیریم تا بتوانیم از هر خمیدگی چشمپوشی کنیم و آن بخش را تخت فرض کنیم. حال یک سطح گاؤسی استوانه‌ای باریک را مانند شکل ۱۹-۱۰ در این مقطع در نظر می‌گیریم؛ یک سرِ این استوانه به طور کامل درون رسانا، و سرِ دیگر آن به طور کامل در بیرون رسانا قرا دارد و استوانه عمود بر سطح رساناست.





شکل ۱۹-۱۰ (الف) نمای کلی و (ب) نمای جانبی بخش کوچکی از یک رسانای منزوی بزرگ با بار مثبت اضافی روی سطح آن. یک سطح گاؤسی استوانه‌ای (بسته) که به طور عمود در رسانا فرو رفته است مقداری بار در بر دارد. خطهای میدان الکتریکی از قاعدهٔ خارجی این استوانه می‌گذرند، ولی از قاعدهٔ داخلی آن عبور نمی‌کنند. مساحت قاعدهٔ خارجی A و بردار سطح آن $\vec{A}$ است.

میدان الکتریکی $\vec{E}$ روی سطح رسانا و درست بیرون آن نیز باید بر این سطح عمود باشد. اگر چنین نباشد، آنگاه این میدان باید روی سطح رسانا *مؤلفه‌ای داشته باشد* و به بارهای سطحی نیرو وارد کند، و بدین ترتیب آنها را حرکت دهد. ولی، چنین حرکتی فرض اساسی *ما دربارهٔ تعادل الکتروستاتیکی* را بر هم می‌زند. بنابراین، $\vec{E}$ عمود بر سطح رساناست.

اکنون شارهای عبوری از این سطح گاؤسی را جمع می‌کنیم. چون میدان الکتریکی در داخل رسانا صفر است، هیچ شاری از آن سری که در داخل رساناست عبور نمی‌کند. همچنین هیچ شاری از سطح خمیدهٔ استوانه نمی‌گذرد، زیرا هیچ گونه میدان الکتریکی در بخش داخلی آن (در رسانا) وجود ندارد و میدان الکتریکی در بخش خارجی آن موازی با بخش خمیدهٔ این سطح گاؤسی است. تنها شار عبور از این سطح گاؤسی مربوط به سرِ خارجی آن می‌شود، که در آنجا $\vec{E}$ عمود بر صفحهٔ قاعده است. فرض می‌کنیم که مساحت قاعدهٔ A به قدر کافی کوچک است تا بزرگی میدان E روی این قاعده ثابت باشد. آنگاه، شار عبوری از این قاعده برابر با EA است، و این همان شار خالص Φ عبوری از سطح گاؤسی است.

بار q_{enc} که توسط سطح گاؤسی محصور شده است، روی سطح رسانا به مساحت A قرار دارد. اگر σ بار در یکای سطح باشد، آنگاه q_{enc} برابر با σA است. وقتی σA را به جای q_{enc} و EA را به جای Φ قرار دهیم، قانون گاؤس (معادلهٔ ۱۹-۶) چنین می‌شود

$$\varepsilon_0 EA = \sigma A$$

و از آنجا، داریم

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad \text{(سطح رسانا)} \qquad (۱۹-۱۱)$$

بنابراین، بزرگی میدان الکتریکی درست در بیرون یک رسانا متناسب با چگالی بار سطحی روی رساناست. اگر بار روی رسانا مثبت باشد، میدان الکتریکی مانند شکل ۱۹-۱۰ به طرف بیرون رساناست. اگر بار منفی باشد، میدان به طرف داخل رساناست.

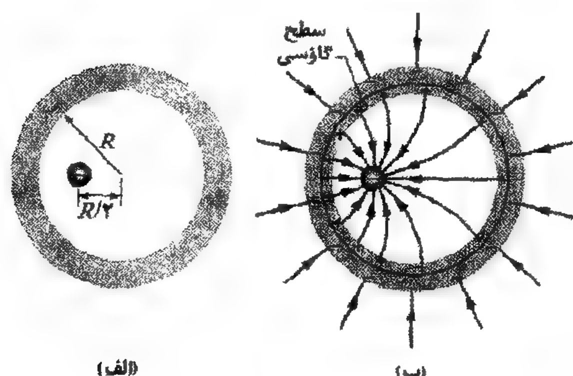
خطهای میدان در شکل ۱۹-۱۰ باید در جایی از محیط پیرامون به بارهای منفی ختم شوند. اگر این بارها را به رسانا نزدیک کنیم، در هر نقطه از سطح رسانا چگالی بار و در نتیجه بزرگی میدان الکتریکی تغییر می‌کند. با این حال، رابطهٔ میان σ و E باز هم به صورت معادلهٔ ۱۹-۱۱ است.

مسئلهٔ نمونهٔ ۱۹-۵

شکل ۱۹-۱۱ الف سطح مقطعی از یک پوستهٔ فلزی کروی با شعاع داخلی R را نشان می‌دهد. بار نقطه‌ای $-5/0\,\mu C$ در فاصلهٔ $R/2$ از مرکز پوسته قرار گرفته است. اگر پوسته از لحاظ الکتریکی خنثی باشد، بارهای (القا شده) روی سطحهای داخلی و خارجی آن چقدر است؟ آیا این بارها به طور یکنواخت توزیع شده‌اند؟ نقش میدان در داخل و خارج این پوسته چگونه است؟

نکته‌های کلیدی شکل ۱۹-۱۱ ب مقطع یک سطح گاؤسی کروی را داخل فلز، درست بیرون دیوارهٔ داخلی پوسته نشان می‌دهد. میدان الکتریکی باید در داخل فلز (و در نتیجه روی سطح گاؤسی داخل فلز) صفر باشد. این بدان معنی است که شار الکتریکی عبوری از سطح گاؤسی نیز باید صفر باشد. آنگاه قانون گاؤس بیان می‌دارد که بار *خالص* محصور شده توسط سطح گاؤسی نیز باید صفر باشد.

استدلال: به‌ازای یک بار نقطه‌ای $-5/0\,\mu C$ داخل پوسته، یک بار $+5/0\,\mu C$ باید روی دیوارهٔ داخلی پوسته قرار داشته باشد تا بار محصور شدهٔ خالص صفر باشد. اگر بار نقطه‌ای در مرکز واقع باشد، این بار مثبت به طور یکنواخت روی دیوارهٔ داخلی توزیع می‌شود. ولی، چون بار نقطه‌ای در خارج از مرکز قرار دارد، توزیع بار مثبت همان گونه که در شکل ۱۹-۱۱ ب نشان داده شده است به یک طرف متمایل می‌شود، زیرا بار مثبت تمایل دارد در آن بخشی از دیوارهٔ داخلی که در نزدیکترین فاصله به بار نقطه‌ای (منفی) است جمع شود.



شکل ۱۹-۱۱ (الف) یک بار نقطه‌ای منفی داخل یک پوستهٔ فلزی کروی که از لحاظ الکتریکی خنثی است، قرار دارد. (ب) در نتیجه، بار مثبت به طور نایکنواخت روی دیوارهٔ داخل پوسته، و به همان مقدار بار منفی به طور یکنواخت روی دیوارهٔ خارجی توزیع می‌شود.

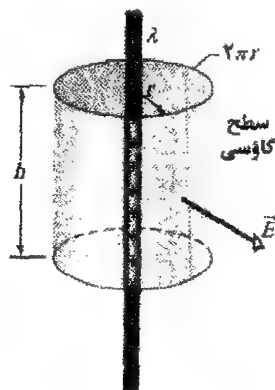
چون پوسته از لحاظ الکتریکی خنثی است، دیوارهٔ داخلی آن تنها در صورتی می‌تواند بار $+5/0\,\mu C$ داشته باشد که الکترونها، با بار کل $-5/0\,\mu C$، دیوارهٔ داخلی را به طرف دیوارهٔ خارجی ترک کنند. در آنجا آنها، همان‌گونه که در شکل ۱۹-۱۱ ب نیز نشان داده شده است، به طور یکنواخت پخش می‌شوند. این توزیع بار از آن رو یکنواخت است که پوسته کروی است و نیز توزیع متمایل شدهٔ بار مثبت به یک طرف روی دیوارهٔ داخلی، نمی‌تواند یک میدان الکتریکی در پوسته ایجاد کند که بر توزیع بار روی دیوارهٔ خارجی اثر بگذارد.

خطهای میدان در داخل و خارج پوسته، به طور تقریبی در شکل ۱۹-۱۱ ب نشان داده شده‌اند. تمام خطهای میدان، پوسته و بار نقطه‌ای را به طور عمود قطع می‌کنند. در داخل پوسته، خطهای میدان به دلیل نایکنواختی توزیع بار مثبت، به یک طرف متمایل شده‌اند. نقش خطهای میدان در خارج پوسته همان نقشی است که گویی بار نقطه‌ای در مرکز قرار دارد و پوسته حذف شده است. در واقع، بدون توجه به آنکه بار نقطه‌ای در کجای داخل پوسته واقع شده، این گفته صحیح است.

۱۹-۷ کاربرد قانون گاؤس: تقارن استوانه‌ای

شکل ۱۹-۱۲ بخشی از یک میلهٔ پلاستیکی استوانه‌ای به طول نامتناهی، با چگالی بار خطی مثبت یکنواخت λ را نشان می‌دهد. می‌خواهیم عبارتی برای بزرگی میدان الکتریکی $\vec{E}$ به فاصلهٔ r از محور میله به دست آوریم.

سطح گاؤسی ما باید با تقارن استوانه‌ای مسئله سازگار باشد. استوانه‌ای کروی به شعاع r و طول h را هم‌محور با میله در نظر می‌گیریم. چون سطح گاؤسی باید بسته باشد، دو قاعدهٔ انتهایی را به عنوان بخشی از این سطح در نظر می‌گیریم.



شکل ۱۹-۱۲ یک سطح گاؤسی به شکل استوانه‌ای بسته که بخشی از یک میلهٔ پلاستیکی استوانه‌ای خیلی بلند با توزیع بار یکنواخت را در برگرفته است.

حال تصور کنید، بی آنکه شما متوجه شوید، شخصی میلهٔ پلاستیکی را حول محور طولی آن بچرخاند یا دو سر آن را با هم جابه‌جا کند. وقتی دوباره به میله نگاه می‌کنید، نمی‌توانید هیچ تغییری را مشاهده کنید. از این تقارن نتیجه می‌گیریم که تنها راستای مشخص در مسئله، امتداد خط شعاعی است. بنابراین، در هر نقطه از بخش استوانه‌ای سطح گاؤسی، $\vec{E}$ باید دارای همان بزرگی E و جهت آن (برای یک میلهٔ باردار مثبت) به طور شعاعی به طرف بیرون باشد.

چون $2\pi r$ محیط استوانه و h ارتفاع آن است، مساحت A سطح استوانه‌ای برابر با $2\pi r h$ است. پس، شار $\vec{E}$ عبوری از این سطح استوانه‌ای برابر می‌شود با

$$\Phi = EA\cos\theta = E(2\pi r h)\cos 0 = E(2\pi r h)$$

چون سمتگیری $\vec{E}$ شعاعی، و با هر نقطه‌ای از دو قاعدهٔ انتهایی موازی است، هیچ شاری از این دو قاعده نمی‌گذرد.

بار محصور شده توسط این سطح λh است که با استفاده از آن، قانون گاؤس

$$\varepsilon_0 \Phi = q_{enc}$$

به رابطهٔ زیر تبدیل می‌شود

$$\varepsilon_0 E(2\pi r h) = \lambda h$$

و از آنجا، داریم

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 r} \qquad \text{(خط باردار)} \qquad (۱۹-۱۲)$$

این میدان الکتریکی ناشی از یک خط باردار مستقیم و به طول نامتناهی در نقطه‌ای به فاصلهٔ شعاعی r از این خط است. اگر بار مثبت باشد، جهت $\vec{E}$ به طور شعاعی به طرف بیرون، و اگر بار منفی باشد، جهت آن به طور شعاعی به طرف درون است. معادلهٔ ۱۹-۱۲ مقدار تقریبی میدان یک خط باردار *متناهی* را در نقطه هایی که خیلی به دو انتهای خط باردار نزدیک نیستند (در مقایسه با فاصله از خط) به دست می‌دهد.

مسئلهٔ نمونه ۱۹-۶

ستون نور رو به بالا در یک یورش آذرخش. شکل ۱۹-۱۳، زنی را نشان می‌دهد که به هنگام عبور یک ابر تندری بزرگ از بالای سرش، روی سکوی بلندی در *پارک ملی سکویا*[1] ایستاده است. برخی از الکترونهای رسانش در بدن او توسط پایین ابر که به طور منفی باردار شده است، به زمین رانده شده (شکل ۱۹-۱۴ الف) و او بار مثبت پیدا کرده است. می‌توان گفت او به میزان زیادی بار پیدا کرده است، زیرا موهای سیخ شده‌اش یکدیگر را رانده‌اند و در امتداد خطهای میدان الکتریکی ناشی از بار از او دور شده‌اند.

آذرخش به زن اصابت نکرد، ولی او در وضعیت بسیار خطرناکی بوده است؛ زیرا میدان الکتریکی در آستانهٔ ایجاد فرو ریزش الکتریکی در هوای اطراف قرار داشته است. چنین فرو ریزشی می‌توانست در امتداد مسیری که از او امتداد می‌یابد و به نام *ستون نور رو به بالا* خوانده می‌شود، رخ دهد. می‌توان ستون نور رو به بالای درخشانی را در نزدیکی نوک درخت عکس آغازین این فصل مشاهده کرد. ستون نور رو به بالا خطرناک است، زیرا بر اثر یونش مولکولهای هوا، تعداد فوق العاده زیادی از این مولکولها به طور ناگهانی آزاد می‌شوند. اگر برای زن شکل ۱۹-۱۳ یک ستون نور رو به بالا به وجود می‌آمد، الکترونهای آزاد در هوا برای خنثی کردن او به حرکت می‌افتادند (شکل ۱۹-۱۴ ب) و موجب یک شارش بار بزرگ، و احتمالاً کشنده‌ای، در بدن او می‌شدند.

بدن او را به صورت یک استوانهٔ قائم به بلندی $L = 1/8\ \text{m}$ و شعاع $R = 0/10\ \text{m}$ (شکل ۱۹-۱۴ پ) در نظر می‌گیریم. فرض کنید که بار Q به طور یکنواخت روی این استوانه توزیع شده باشد و فروریزش الکتریکی در صورتی رخ دهد که بزرگی میدان الکتریکی روی بدن او از مقدار حدی $E_c = 2/4\ \text{MN/C}$ تجاوز کند. چه مقداری از Q، هوای اطراف بدن او را در آستانهٔ فروریزش الکتریکی قرار می‌دهد؟

1 . Sequoia National Park



شکل ۱۹-۱۳ این زن بر اثر ابر توفانی بالای سرش بار مثبت زیادی پیدا کرده است.



شکل ۱۹-۱۴ (الف) برخی از الکترونهای رسانش در بدن زن به طرف زمین رانده شده‌اند و بدین ترتیب او بار مثبت پیدا کرده است. (ب) ستون نور رو به بالا در صورتی ظاهر می‌شود که هوا فروریزش الکتریکی پیدا کند، که این مسیری را برای حرکت الکترونهای آزاد شده از مولکولهای هوا به سوی بدن زن فراهم می‌آورد. (پ) استوانه، زن را نمایش می‌دهد.

نکتهٔ کلیدی چون $R \ll L$، توزیع بار را می‌توانیم تقریباً به صورت یک خط بلند بار در نظر بگیریم. به علاوه، چون فرض می‌کنیم که بار به طور یکنواخت روی این خط توزیع شده است، بزرگی میدان الکتریکی در اطراف بدن او را می‌توانیم تقریباً با معادلهٔ ۱۹-۱۲ $(E = \lambda / 2\pi\varepsilon_0 r)$ نشان دهیم.

محاسبه‌ها: با قرار دادن مقدار حدی E_c به جای E، شعاع استوانه R به جای فاصلهٔ شعاعی r، و نسبت Q/L به جای چگالی بار خطی λ، خواهیم داشت

$$E_c = \frac{Q/L}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

یا

$$Q = 2\pi\varepsilon_0 R L E_c$$

با قرار دادن مقدارهای معلوم، مقدار Q به دست می‌آید

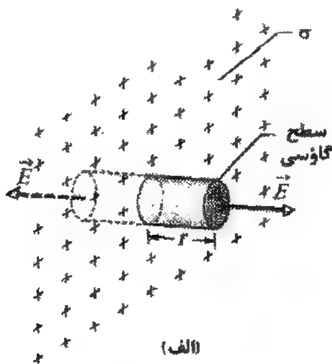
$$Q = (2\pi)(8.85\times10^{-12}\ C^2/N.m^2)(0.10\ m)$$
$$\times(1.8\ m)(2.4\times10^6\ N/C)$$
$$= 2.402\times10^{-5}\ C \approx 24\,\mu C \quad \text{(پاسخ)}$$

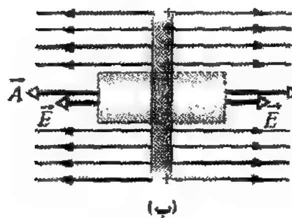
۱۹-۸ کاربرد قانون گاؤس: تقارن صفحه‌ای

برگهٔ نارسانا

شکل ۱۹-۱۵ بخشی از یک برگهٔ نارسانای نامتناهی و نازک را با چگالی بار سطحی (مثبت) یکنواخت σ نشان می‌دهد. یک برگهٔ نازک پلاستیکی را که بار روی یک طرف آن به طور یکنواخت توزیع شده است می‌توان به عنوان یک مدل ساده از این مثال در نظر گرفت. می‌خواهیم میدان الکتریکی $\vec{E}$ را در فاصلهٔ r جلوی این برگه به دست آوریم.

سطح گاؤسیِ مناسب، یک استوانهٔ بسته با دو قاعده به مساحت A است، که همان‌گونه که نشان داده شده طوری قرار داده می‌شود که برگه را عمودی قطع کند. از تقارن درمی‌یابیم





شکل ۱۹-۱۵ (الف) نمای کلی و (ب) نمای جانبی از بخشی از یک برگهٔ پلاستیکی نازک و خیلی بزرگ که بار به طور یکنواخت روی یک طرف آن با چگالی بار سطحی σ توزیع شده است. یک سطح گاؤسی بسته از میان برگه و عمود بر آن می‌گذرد.

که $\vec{E}$ باید بر برگه و در نتیجه بر دو قاعدهٔ انتهایی عمود باشد. به علاوه، چون بار مثبت است، جهت $\vec{E}$ در راستای *دور شدن* از برگه است، و بنابراین خطهای میدان الکتریکی از دو قاعدهٔ گاؤسی خارج می‌شوند. چون خطهای میدان، سطح خمیده را قطع نمی‌کنند، هیچ شاری از این بخش سطح گاؤسی عبور نمی‌کند. بنابراین، $\vec{E}.d\vec{A}$ به طور ساده برابر $E\,dA$ است، پس قانون گاؤس

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = q_{enc}$$

چنین می‌شود

$$\varepsilon_0 (EA + EA) = \sigma A$$

که در آن σA بار محصور شده توسط سطح گاؤسی است. از آنجا به دست می‌آوریم

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad \text{(برگهٔ باردار)} \qquad (۱۳-۱۹)$$

چون یک برگهٔ نامتناهی با چگالی بار یکنواخت را در نظر گرفته‌ایم، این نتیجه برای هر نقطه‌ای در فاصلهٔ متناهی از این برگهٔ برقرار است. معادلهٔ ۱۹-۱۳ با معادلهٔ ۱۸-۲۷ سازگار است که آن را با انتگرالگیری از مؤلفه‌های میدان الکتریکی ناشی از بارهای مجزا به دست آوردیم. (به آن انتگرالگیری وقت‌گیر و پرزحمت دوباره نگاه کنید، و توجه کنید که به چه سادگی توانستیم با استفاده از قانون گاؤس به همان نتیجه برسیم. این یکی از دلایلی است که تمام یک فصل را به این قانون اختصاص داده‌ایم. برای آرایشهای بار متقارن معینی، استفاده از این قانون به مراتب ساده‌تر از انتگرالگیری از مؤلفه‌های میدان الکتریکی است.)

دو ورقهٔ رسانا

شکل ۱۹-۱۶ الف مقطعی از یک ورقهٔ رسانای نازک نامتناهی با بار اضافی مثبت را نشان می‌دهد. از بخش ۱۹-۶ می‌دانیم که این بار اضافی روی سطح ورقه قرار دارد. چون ورقه نازک و بسیار بزرگ است، می‌توانیم فرض کنیم که همهٔ بارهای اضافی عمدتاً روی دو وجه بزرگ این ورقه قرار دارند.

اگر هیچ میدان خارجی‌ای نباشد که باعث شود بار مثبت توزیع خاصی به خود گیرد، این بار روی دو وجه با چگالی بار سطحی یکنواختی به بزرگی σ_1 پخش می‌شود. از معادلهٔ ۱۹-۱۱ می‌دانیم که این بار، درست در بیرون ورقه، میدانی الکتریکی به بزرگی $E = \sigma_1/\varepsilon_0$ ایجاد می‌کند. چون این بار اضافی مثبت است، جهت میدان به طرف دور شدن از ورقه است.

شکل ۱۹-۱۶ ب ورقهٔ مشابهی با بار اضافی منفی را نشان می‌دهد که دارای همان بزرگی چگالی بار سطحی σ_1 است. تنها تفاوت این است که اکنون جهت میدان الکتریکی به طرف ورقه است.

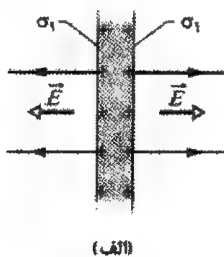
فرض کنید ورقه‌های شکلهای ۱۹-۱۶ الف و ب را به طور موازی به یکدیگر نزدیک کنیم (شکل ۱۹-۱۶ پ). چون ورقه‌ها رسانا هستند، وقتی آنها را به صورت این آرایش درآوریم، بار اضافی روی یک ورقه، بار اضافی روی ورقهٔ دیگر را جذب می‌کند، و همهٔ بارهای اضافی، همان گونه که در شکل ۱۹-۱۶ پ نشان داده شده است، به وجه‌های داخلی ورقه‌ها منتقل می‌شوند. اکنون با دو برابر شدن بار روی هر وجه داخلی، چگالی بار سطحی جدید (که آن را σ می‌نامیم) روی هر وجه داخلی دو برابر σ_1 می‌شود. بنابراین، میدان الکتریکی در هر نقطه‌ای میان ورقه‌ها دارای بزرگی زیر است

$$E = \frac{2\sigma_1}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad (۱۴-۱۹)$$

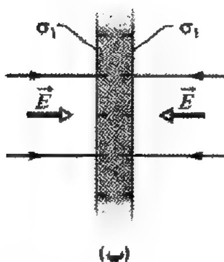
جهت این میدان از ورقهٔ باردار مثبت به طرف ورقهٔ باردار منفی است. چون هیچ بار اضافی روی وجه‌های خارجی باقی نمی‌ماند، میدان الکتریکی در سمت چپ و راست ورقه‌ها برابر با صفر است.

چون وقتی که ورقه‌ها را نزدیک یکدیگر می‌آوریم بارهای روی ورقه‌ها حرکت می‌کنند، شکل ۱۹-۱۶ پ حاصل برهم نهی شکلهای ۱۹-۱۶ الف و ب *نیست*؛ یعنی توزیع بار این دستگاه دو ورقه‌ای صرفاً مجموع توزیعهای بار ورقه‌های مجزا نیست.

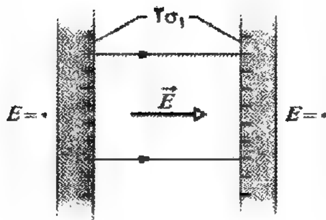
شاید تعجب کنید که چرا ما دربارهٔ چنین حالتهای به ظاهر غیر واقعی مانند میدان ناشی از یک خط بار نامتناهی، یک برگهٔ بار نامتناهی، یا یک جفت ورقهٔ بار نامتناهی بحث می‌کنیم. یک دلیل این است که تحلیل چنین حالتهایی با استفاده از قانون گاؤس ساده است. اما دلیل مهمتر این است که تحلیل حالتهای "نامتناهی" با تقریبهای خوبی، برای بسیاری از مسئله‌های دنیای



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۱۹-۱۶ (الف) یک ورقهٔ رسانای نازک خیلی بزرگ با بار اضافی مثبت. (ب) یک ورقهٔ مشابه با بار اضافی منفی. (پ) دو ورقه کنار هم قرار گرفته‌اند، به طوری که موازی و نزدیک هم‌اند.

واقعی به کار می‌آیند. بنابراین، معادلهٔ ۱۹-۱۳ برای یک برگهٔ نارسانای متناهی، تا وقتی که با نقطه‌های نزدیک به برگه و نه خیلی نزدیک به لبه‌ها سر و کار داریم، برقرار است. معادلهٔ ۱۹-۱۴ نیز برای یک جفت ورقه‌های رسانای متناهی، تا وقتی که نقطه‌های مورد نظر ما خیلی نزدیک به لبه‌ها نباشند، به خوبی برقرار است.

مشکل لبه‌های یک برگه یا یک ورقه، و دلیل اینکه از این نقطه‌ها پرهیز می‌کنیم این است که در نزدیکی لبه‌ها، دیگر نمی‌توانیم از تقارن صفحه‌ای برای یافتن عبارتهایی برای میدانهای الکتریکی استفاده کنیم. در واقع، خطهای میدان در این نقطه‌ها خمیده‌اند (که به آن *اثر لبه‌ها* یا *فریز شدن* می‌گویند)، و این میدانها را با دشواری فراوان می‌توان به صورت عبارتی جبری بیان کرد.

مسئلهٔ نمونهٔ ۱۹-۷

شکل ۱۹-۱۷ الف بخشهایی از دو برگهٔ نارسانای موازی بزرگ را نشان می‌دهد که هر یک دارای بار ثابت یکنواخت روی یک طرف آن است. بزرگی چگالیهای بار سطحی عبارت‌اند از $\sigma_{(+)} = ۶/۸\ \mu C/m^۲$ برای برگهٔ باردار مثبت و $\sigma_{(-)} = ۴/۳\ \mu C/m^۲$ برای برگهٔ باردار منفی.

میدان الکتریکی $\vec{E}$ را (الف) برای سمت چپ برگه‌ها، (ب) میان برگه‌ها، و (پ) سمت راست برگه‌ها، به دست آورید.

نکتهٔ کلیدی با بارهای ثابت شده در مکان خود (آنها روی نارساناها هستند) میدان الکتریکی ورقه‌های شکل ۱۹-۱۷ الف را می‌توان با (۱) یافتن میدان هر یک از برگه‌ها به شرطی که آن برگه منزوی باشد و (۲) جمع جبری میدانهای برگه‌های منزوی با استفاده از اصل بر هم نهی به دست آورد. (میدانها را می‌توانیم به طور جبری جمع کنیم زیرا آنها با یکدیگر موازی‌اند.)

محاسبه‌ها: در هر نقطه، جهت میدان الکتریکی $\vec{E}_{(+)}$ ناشی از برگهٔ مثبت به طرف *دور شدن* از این برگه است و بزرگی آن با استفاده از معادلهٔ ۱۹-۱۳ چنین می‌شود

$$E_{(+)} = \frac{\sigma_{(+)}}{۲\varepsilon_۰} = \frac{۶/۸\times ۱۰^{-۶}\ C/m^۲}{(۲)(۸/۸۵\times ۱۰^{-۱۲}\ C^۲/N.m^۲)}$$

$$= ۳/۸۴\times ۱۰^۵\ N/C$$

به همین ترتیب، در هر نقطه، جهت میدان الکتریکی $\vec{E}_{(-)}$ ناشی از برگهٔ منفی به طرف *نزدیک شدن* به این برگه و دارای بزرگی زیر است

$$E_{(-)} = \frac{\sigma_{(-)}}{۲\varepsilon_۰} = \frac{۴/۳\times ۱۰^{-۶}\ C/m^۲}{(۲)(۸/۸۵\times ۱۰^{-۱۲}\ C^۲/N.m^۲)}$$

$$= ۲/۴۳\times ۱۰^۵\ N/C$$

شکل ۱۹-۱۷ ب میدانهای ایجاد شده توسط این برگه‌ها را در سمت چپ برگه‌ها (L)، میان آنها (B)، و سمت راست آنها (R) نشان می‌دهد.

میدانهای برایند در این سه ناحیه از اصل برهم‌نهی به دست می‌آیند. بزرگی میدان در سمت چپ برابر است با

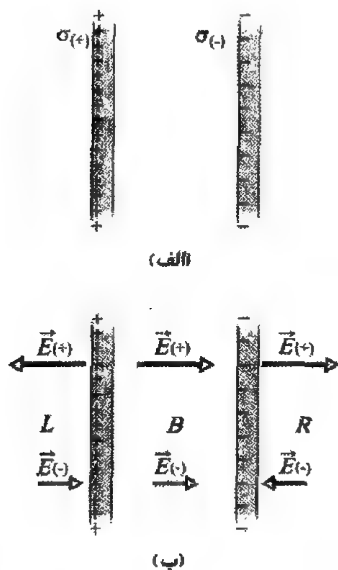
$$E_L = E_{(+)} - E_{(-)}$$
$$= ۳/۸۴\times ۱۰^۵\ N/C - ۲/۴۳\times ۱۰^۵\ N/C$$
$$= ۱/۴\times ۱۰^۵\ N/C \quad \text{(پاسخ)}$$

چون $E_{(+)}$ بزرگتر از $E_{(-)}$ است، میدان الکتریکی خالص $\vec{E}_L$ در این ناحیه، همان‌گونه که شکل ۱۹-۱۷ پ نشان می‌دهد، به طرف چپ است. در طرف راست این برگه‌ها، میدان الکتریکی $\vec{E}_R$ همان مقدار را دارد، ولی همان‌گونه که شکل ۱۹-۱۷ پ نشان می‌دهد، جهت آن به طرف راست است.

در میان برگه‌ها، دو میدان با هم جمع می‌شوند و داریم

$$E_B = E_{(+)} - E_{(-)}$$
$$= ۳/۸۴\times ۱۰^۵\ N/C + ۲/۴۳\times ۱۰^۵\ N/C$$
$$= ۶/۳\times ۱۰^۵\ N/C \quad \text{(پاسخ)}$$

جهت میدان الکتریکی $\vec{E}_B$ به طرف راست است.



شکل ۱۹-۱۷ (الف) دو برگهٔ موازی بزرگ که بار روی یک طرف آنها به طور یکنواخت توزیع شده است. (ب) میدانهای الکتریکی مجزای ناشی از دو برگهٔ باردار. (پ) میدان خالص ناشی از دو برگهٔ باردار که با استفاده از اصل برهم‌نهی به دست آمده است.

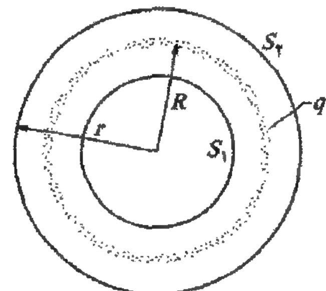
۱۹-۹ کاربرد قانون گاؤس: تقارن کروی

در اینجا از قانون گاؤس برای اثبات دو قضیهٔ پوسته که در بخش ۱۷-۴ بدون اثبات بیان کردیم، استفاده می‌کنیم:

> ☜ یک پوستهٔ باردار یکنواخت، یک ذرهٔ باردار در بیرون پوسته را چنان جذب یا دفع می‌کند که گویی تمام بار پوسته در مرکز آن متمرکز شده است

> ☜ اگر یک ذرهٔ باردار، داخل یک پوستهٔ با بار یکنواخت قرار گیرد، هیچ نیروی الکتروستاتیکی از سوی پوسته بر ذره وارد نمی‌شود.

شکل ۱۹–۱۸ یک پوستهٔ کروی باردار با بار کل q و شعاع R و دو سطح گاؤسی هم مرکز S_1 و S_2 را نشان می‌دهد. اگر همان روش بخش ۱۹–۵ را پی بگیریم، وقتی قانون گاؤس را برای سطح S_2، که برای آن $r \geq R$ است، به کار بریم به این رابطه می‌رسیم



شکل ۱۹–۱۸ مقطع یک پوستهٔ کروی نازک با بار یکنواخت و بار کل q. سطح مقطع دو سطح گاؤسی S_1 و S_2 نیز نشان داده شده‌اند. سطح S_2 پوسته را در بر گرفته، و سطح S_1 فقط بخشی از ناحیهٔ داخلی خالی پوسته را در بر دارد.

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \quad (\text{پوستهٔ کروی، میدان در } r \geq R) \qquad (۱۹–۱۵)$$

این، همان میدانی است که توسط بار نقطه‌ای q واقع در مرکز پوستهٔ باردار، ایجاد می‌شود. بنابراین، نیرویی که یک پوسته با بار q روی یک ذرهٔ باردار واقع در خارج این پوسته وارد می‌کند برابر با همان نیرویی است که توسط یک بار نقطه‌ای q واقع در مرکز پوسته بر آن ذره وارد می‌شود. بدین ترتیب قضیهٔ اول پوسته ثابت می‌شود.

به کار بردن قانون گاؤس برای سطح S_1، که برای آن $r < R$ است، مستقیماً به رابطهٔ زیر می‌انجامد

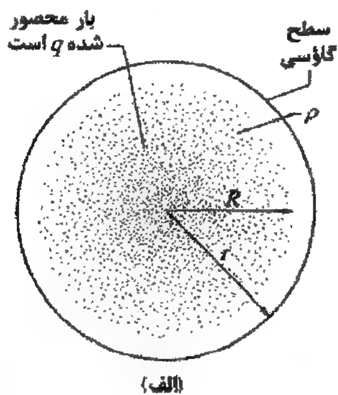
$$E = 0 \quad (\text{پوستهٔ کروی، میدان در } r < R) \qquad (۱۹–۱۶)$$

زیرا این سطح گاؤسی هیچ باری را در بر ندارد. بنابراین، اگر یک ذرهٔ باردار توسط پوسته در بر گرفته شود، این پوسته هیچ نیروی الکتروستاتیکی خالصی بر ذرهٔ باردار وارد نمی‌کند. بدین ترتیب قضیهٔ دوم نیز اثبات می‌شود.

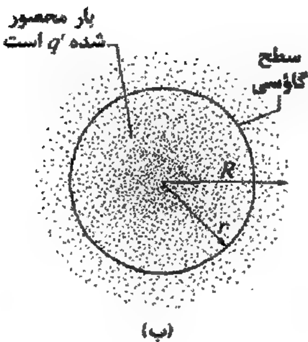
هر توزیع بار کروی متقارنی، از قبیل شکل ۱۹–۱۹، را می‌توان با داخلِ هم نهادن پوسته‌های کروی هم‌مرکز بنا کرد. به منظور به کارگیری دو قضیهٔ پوسته، چگالی بار حجمی ρ باید برای هر پوسته یک مقدار داشته باشد ولی لازم نیست مقدار آن از پوسته‌ای به پوستهٔ دیگر یکسان بماند. بنابراین، برای توزیع کلی بار، ρ می‌تواند تغییر کند، ولی تنها برحسب r، یعنی فاصلهٔ شعاعی از مرکز. پس می‌توانیم اثر توزیع بار را «پوسته به پوسته» بررسی کنیم.

در شکل ۱۹–۱۹ الف، به ازای $r > R$ کل بار در داخل یک سطح گاؤسی واقع است. این بار، یک میدان الکتریکی روی سطح گاؤسی ایجاد می‌کند، که گویی از یک بار نقطه‌ای واقع در مرکز به وجود آمده است و معادلهٔ ۱۹–۱۵ برقرار است.

شکل ۱۹–۱۹ ب، یک سطح گاؤسی را به ازای $r < R$ نشان می‌دهد. برای یافتن میدان الکتریکی در نقطه‌های روی سطح گاؤسی، دو پوستهٔ باردار را – یکی داخل سطح گاؤسی و دیگری خارج آن – در نظر می‌گیریم. معادلهٔ ۱۹–۱۶ بر آن دلالت دارد که بار واقع در *بیرون* سطح گاؤسی هیچ میدان الکتریکی خالصی



(الف)



(ب)

شکل ۱۹–۱۹ نقطه‌ها توزیع متقارن کروی بار به شعاع R را نمایش می‌دهند، که چگالی بار حجمی ρ آن تابعی از فقط فاصله از مرکز است. جسم باردار رسانا نیست، و بنابراین، فرض شده است که هر بار در مکان خود ثابت می‌ماند. یک سطح گاؤسی کروی هم‌مرکز با $r>R$ در (الف) نشان داده شده است. سطح گاؤسی مشابهی با $r<R$ در (ب) نشان داده شده است.

را روی سطح گاؤسی ایجاد نمی‌کند. بنا بر معادلهٔ ۱۹–۱۵ بار *محصور شده* در این سطح، میدانی الکتریکی ایجاد می‌کند، گویی از بار محصور شده در مرکز حاصل شده است. با نمایش بار محصور شده با q'، می‌توانیم معادلهٔ ۱۹–۱۵ را چنین بازنویسی کنیم

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q'}{r^2} \quad (\text{توزیع کروی، میدان در } r\le R) \qquad (۱۹-۱۷)$$

اگر توزیع بار کل q محصور شده در داخل شعاع R یکنواخت باشد، آنگاه q' محصور شده در داخل شعاع r شکل ۱۹-۱۹ ب متناسب با q است

$$\frac{\left(\text{بار محصور شده در کره‌ای به شعاع } r\right)}{\left(\text{حجم محصور شده در کره‌ای به شعاع } r\right)}=\frac{\text{بار کل}}{\text{حجم کل}}$$

یا

$$\frac{q'}{\frac{4}{3}\pi r^3}=\frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \qquad (۱۹-۱۸)$$

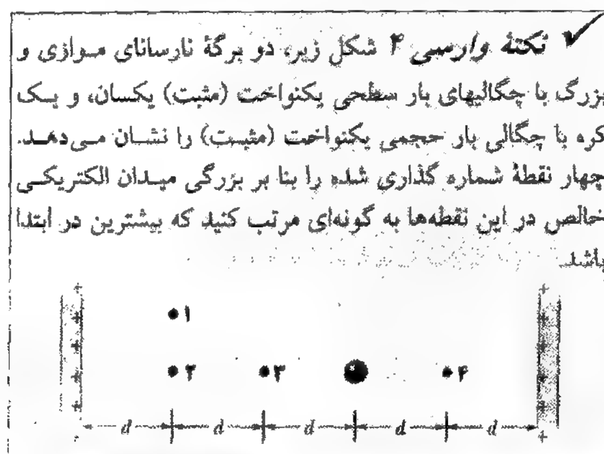
که به دست می‌دهد

$$q'=q\frac{r^3}{R^3} \qquad (۱۹-۱۹)$$

با قرار دادن این رابطه در معادلهٔ ۱۹-۱۷، خواهیم داشت

$$E=\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\right)r \quad (\text{بار یکنواخت، میدان در } r\le R) \qquad (۱۹-۲۰)$$

✔ **نکتهٔ وارسی ۴** شکل زیر، دو برگهٔ نارسانای موازی و بزرگ با چگالیهای بار سطحی یکنواخت (مثبت) یکسان، و یک کره با چگالی بار حجمی یکنواخت (مثبت) را نشان می‌دهد. چهار نقطهٔ شماره گذاری شده را بنا بر بزرگی میدان الکتریکی خالص در این نقطه‌ها به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین در ابتدا باشد.



بازنگری و خلاصهٔ درس

قانون گاؤس *قانون گاؤس* و قانون کولن راههای متفاوتی برای توصیف رابطهٔ میان بار و میدان الکتریکی در حالتهای استاتیک هستند. قانون گاؤس عبارت است از

$$\varepsilon_0\Phi=q_{enc} \quad (\text{قانون گاؤس}) \qquad (۱۹-۶)$$

که در آن q_{enc} بار خالص درون یک سطح فرضی بسته (یک *سطح گاؤسی*) و Φ *شار* خالص میدان الکتریکی عبوری از این سطح است

$$\Phi=\oint\vec{E}\cdot d\vec{A} \quad (\text{شار الکتریکی عبوری از یک سطح گاؤسی}) \qquad (۱۹-۴)$$

قانون کولن را می‌توان از قانون گاؤس به دست آورد.

کاربردهای قانون گاؤس با استفاده از قانون گاؤس، در بعضی موارد، بنا به دلایل مبتنی بر تقارن، چندین نتیجهٔ مهم در حالتهای الکتروستاتیکی را می‌توان به دست آورد. برخی از آنها عبارت‌اند از

۱. بار اضافی روی یک *رسانای منزوی*، به طور کامل روی سطح خارجی آن رسانا قرار می‌گیرد.

۲. میدان الکتریکی خارجی نزدیک *سطح* یک *رسانای باردار*، عمود بر این سطح، و دارای بزرگی زیر است

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad (\text{سطح رسانا}) \qquad (۱۹-۱۱)$$

در داخل رسانا، $E=0$ است.

۳. میدان الکتریکی ناشی از یک *خط باردار* نامتناهی با چگالی بار خطی یکنواخت λ، در هر نقطه عمود بر خط بار و بزرگی آن عبارت است از

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \quad (\text{خط باردار}) \qquad (۱۹-۱۲)$$

که در آن r فاصلهٔ عمودی نقطهٔ مورد نظر از خط بار است.

۴. میدان الکتریکی ناشی از یک *برگهٔ نارسانای نامتناهی* با چگالی بار سطحی یکنواخت σ عمود بر برگه و دارای بزرگی زیر است

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad (\text{برگهٔ بار}) \qquad (۱۹-۱۳)$$

۵. میدان الکتریکی در *بیرون* یک *پوستهٔ کروی* به شعاع R و بار کلی q در راستای شعاع و دارای بزرگی زیر است

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \quad (\text{پوستهٔ کروی، برای } r\ge R) \qquad (۱۹-۱۵)$$

که در اینجا r فاصله از مرکز پوسته تا نقطه‌ای است که E در آنجا اندازه‌گیری می‌شود. (بار برای نقطه‌های خارجی به گونه‌ای رفتار می‌کند که گویی در مرکز کره قرار گرفته است.) میدان در *داخل* یک پوستهٔ کروی با بار یکنواخت دقیقاً برابر صفر است

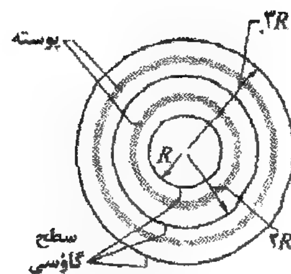
$$E=0 \quad (\text{پوستهٔ کروی، برای } r<R) \qquad (۱۹-۱۶)$$

۶. میدان الکتریکی *داخل* یک کره *با بار یکنواخت* در راستای شعاع و دارای بزرگی زیر است

$$E=\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\right)r \qquad (۱۹-۲۰)$$

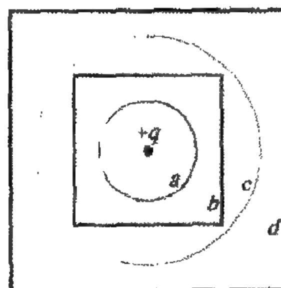
پرسشها

۱- شکل ۱۹-۲۰، مقطع مرکزی یک گوی فلزی، دو پوستهٔ فلزی کروی، و سه سطح گاؤسی کروی به شعاعهای R، $2R$، و $3R$ را که همگی هم‌مرکزند، نشان می‌دهد. بارهای یکنواخت روی این سه جسم عبارت‌اند از: گوی، Q؛ پوستهٔ کوچکتر، $3Q$ و پوستهٔ بزرگتر، $5Q$. سطحهای گاؤسی را بنابر بزرگی میدان الکتریکی در هر نقطه روی سطح، از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.



شکل ۱۹-۲۰ پرسش ۱

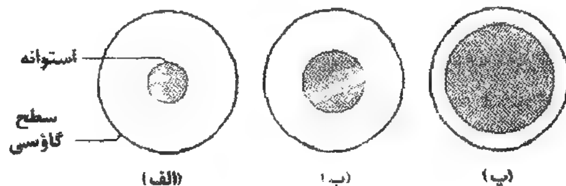
۲- شکل ۱۹-۲۱ ، سطح مقطع دو کرهٔ گاؤسی و دو مکعب گاؤسی را نشان می‌دهد که در مرکز آنها یک ذرهٔ باردار مثبت قرار گرفته است. (الف) شار خالص عبوری از این چهار سطح گاؤسی را از بیشترین تا کمترین مرتب کنید. (ب) بزرگی میدانهای الکتریکی روی این سطحها را از بیشترین تا کمترین مرتب، و مشخص کنید که آیا این بزرگیها، روی هر سطح یکنواخت است یا متغیر؟



شکل ۱۹-۲۱ پرسش ۲

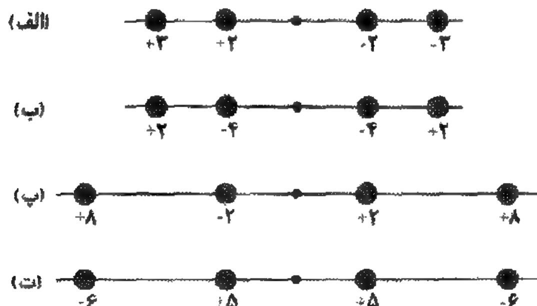
۳- سطحی دارای بردار سطح $\vec{A} = (2\hat{i} + 3\hat{j})\,\mathrm{m}^2$ است. شار میدان الکتریکی یکنواخت عبوری از آن چقدر است، در صورتی که میدان (الف) $\vec{E} = 4\hat{i}$ N/C و (ب) $E = 4\hat{k}$ N/C باشد؟

۴- شکل ۱۹-۲۲، مقطع سه استوانهٔ توپر هریک به طول L و بار یکنواخت Q را نشان می‌دهد. یک سطح گاؤسی استوانه‌ای با هر یک از آنها هم‌مرکز است و شعاع این سه سطح همگی با هم برابرند. این سطحهای گاؤسی را بنا بر میدان الکتریکی در هر نقطه روی سطح از بیشترین تا کمترین مقدار مرتب کنید.



شکل ۱۹-۲۲ پرسش ۲

۵- شکل ۱۹-۲۳، چهار وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها چهار میلهٔ بسیار بلند، رو به درون و بیرون صفحهٔ کاغذ امتداد دارند (ما فقط مقطع آنها را می‌بینیم.) مقدارهای زیر هر مقطع، چگالی باریکنواخت‌مخصوص به هر میله را برحسب میکروکولن به دست می‌دهد. میله‌ها همان‌گونه که رسم شده است به فاصلهٔ d یا $2d$ از هم قرار گرفته‌اند، و یک بار نقطه‌ای در میانهٔ فاصلهٔ دو میلهٔ داخلی نشان داده شده است. وضعیتها را بنابر بزرگی میدان‌الکتریکی خالص در نقطهٔ مرکزی از بزرگترین تا کوچکترین مرتب کنید.



شکل ۱۹-۲۳ پرسش ۵

۶- یک گوی باردار کوچک درون یک پوستهٔ کروی فلزی به شعاع R قرار دارد. برای سه وضعیت، بارهای خالص روی گوی و پوسته به ترتیب عبارت‌اند از: (۱) $+4q$ ، ۰ ؛ (۲) $-6q$ ، $+10q$ ؛ (۳) $+16q$ ، $-12q$. این وضعیتها را بنا بر بار روی (الف) سطح داخلی پوسته و (ب) سطح خارجی پوسته، به ترتیب از مثبت‌ترین مرتب کنید.

۷- وضعیتهای پرسش ۶ را بنابر بزرگی میدان الکتریکی در (الف) میانهٔ پوسته و (ب) در نقطهٔ $2R$ از مرکز پوسته از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.

۸- سه برگهٔ نارسانای نامتناهی، با چگالیهای بار سطحی مثبت و یکنواخت σ و 2σ ، و 3σ ، مانند دو برگهٔ شکل ۱۹-۱۷ الف به طور موازی قرار گرفته‌اند. اگر میدان الکتریکی $\vec{E}$ ناشی از این آرایش در ناحیه‌ای از فضا دارای بزرگی $E = 0$ و در ناحیه‌ای دیگر دارای بزرگی $E = 2\sigma/\varepsilon_0$ باشد، ترتیب این برگه‌ها از چپ به راست چگونه است؟

۹- شکل ۱۹-۲۴، دو برگهٔ نارسانای نامتناهی افقی را با چگالیهای بار سطحی یکنواخت $\sigma_{(+)}$ و $\sigma_{(-)}$ نشان می‌دهد که در فضای میان آنها الکترونی رها شده است. الکترون، تحت تأثیر سه وضعیت جدول که شامل چگالیهای بار سطحی و فاصلهٔ بین برگه‌هاست، قرار می‌گیرد. بزرگی شتابهای الکترون را از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.

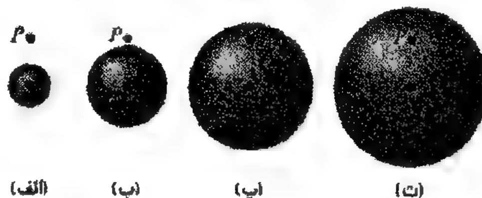




شکل ۱۹-۲۴ پرسش ۹

وضعیت	$\sigma_{(+)}$	$\sigma_{(-)}$	فاصلهٔ برگه‌ها
۱	$+4\sigma$	-4σ	d
۲	$+7\sigma$	$-\sigma$	$4d$
۳	$+3\sigma$	-5σ	$9d$

۱۰- شکل ۱۹-۲۵ چهار کرهٔ توپر را با بار Q که به طور یکنواخت در حجم آنها توزیع شده است، نشان می‌دهد. (الف) کره‌ها را بنا بر چگالی بار حجمی آنها از بیشترین تا کمترین مرتب کنید. این شکل همچنین یک نقطهٔ P را برای هر کره نشان می‌دهد که همگی در فاصلهٔ یکسانی از مرکز کره‌ها قرار دارند. (ب) کره‌ها را بنا بر میدان الکتریکی که هر یک در نقطهٔ P ایجاد می‌کنند از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.



شکل ۱۹-۲۵ پرسش ۱۰

مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

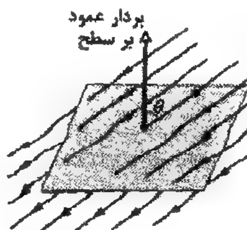
ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

●●● تعداد نقطه‌ها درجهٔ دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرندهٔ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۱۹-۳ شار میدان الکتریکی

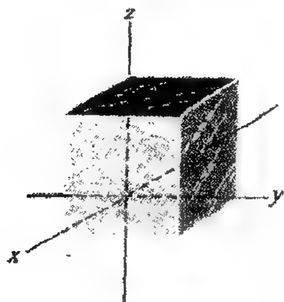
●۱- طول هر ضلع مربع نشان داده شده در شکل ۱۹-۲۶ برابر ۳/۲ mm است. این مربع در میدان الکتریکی یکنواختی با بزرگی $E = 1800$ N/C قرار دارد. خطهای این میدان با بردار عمود بر سطح، همان گونه که در شکل نشان داده شده است، زاویه $\theta = 35°$ می‌سازند. جهت بردار عمود بر سطح، با فرض آنکه این سطح روی یک وجه جعبه‌ای باشد، «رو به بیرون» است. شار الکتریکی عبوری از این سطح را محاسبه کنید. SSM



شکل ۱۹-۲۶ مسئلهٔ ۱

●●۲- یک میدان الکتریکی که با $\vec{E} = 4/0\hat{i} - 3/0(y^2 + 2/0)\hat{j}$ داده شده است، از مکعب گاؤسی شکل ۱۹-۵ به ضلع ۲/۰m می‌گذرد. (E برحسب نیوتون بر کولن و x برحسب متر است.) شار الکتریکی عبوری از (الف) وجه بالایی، (ب) وجه پایینی، (پ) وجه سمت چپ، و (ت) وجه عقبی چقدر است؟ (ث) شار الکتریکی خالص عبوری از مکعب چقدر است؟

●●۳- طول هر ضلع مکعب شکل ۱۹-۲۷ برابر ۱/۴۰ m است و این مکعب همان گونه که نشان داده شده است در میدان الکتریکی یکنواختی قرار گرفته است. مطلوب است تعیین شار میدان الکتریکی عبوری از وجه سمت راست، در صورتی که میدان الکتریکی برحسب نیوتون بر کولن با (الف) $6/00\,\hat{i}$، (ب) $-2/00\,\hat{j}$، و (پ) $-3/00\hat{i} + 4/00\hat{k}$ داده شده باشد. (ت) شار کل عبوری از مکعب برای هر یک از این میدانها چقدر است؟



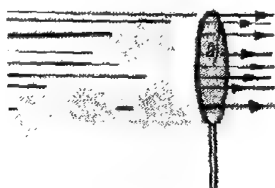
شکل ۱۹-۲۷ مسئله‌های ۳، ۴، و ۱۱

بخش ۱۹-۴ قانون گاؤس

●۴- در هر نقطه‌ای روی سطح مکعب نشان داده شده در شکل ۱۹-۲۷، میدان الکتریکی موازی محور z است. طول هر ضلع مکعب ۳/۰ m است. در وجه بالایی مکعب $\vec{E} = -34\hat{k}$ N/C، و در وجه پایینی $\vec{E} = +20\hat{k}$ N/C است. بار خالص محصور شده در داخل این مکعب را تعیین کنید.

●۵- بار نقطه‌ای $1/8\,\mu C$ در مرکز یک سطح گاؤسی مکعبی به ضلع ۵۵cm قرار دارد. شار الکتریکی خالص عبوری از این سطح چقدر است؟

●۶- در شکل ۱۹-۲۸، یک تور پروانه‌گیری در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $E = 3/0$mN/C قرار دارد. قاب تور، دایره‌ای به شعاع $a = 11$cm و عمود بر این میدان الکتریکی قرار گرفته است. تور دارای بار خالصی نیست. شار الکتریکی عبوری از تور را پیدا کنید.



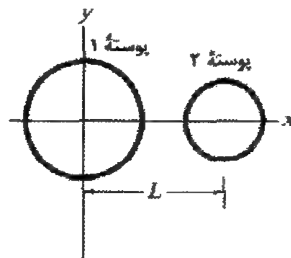
شکل ۱۹-۲۸ مسئلهٔ ۶

●۷- در شکل ۱۹-۲۹، یک پروتون به طور مستقیم به فاصلهٔ $d/2$ بالای مرکز مربعی به ضلع d قرار دارد. بزرگی شار الکتریکی عبوری از مربع چقدر است؟ (*راهنمایی*: فرض کنید این مربع، یک وجه از مکعبی به ضلع d است.)



شکل ۱۹-۲۹ مسئلهٔ ۷

●●۸- شکل ۱۹-۳۰ دو پوستهٔ کروی نارسانا را نشان می‌دهد که در مکان خود ثابت شده‌اند. پوستهٔ ۱ دارای چگالی بار سطحی یکنواخت $+6/0\ \mu C/m^2$ روی سطح خارجی خود و شعاع ۳/۰ cm است؛ پوستهٔ ۲ دارای چگالی بار سطحی یکنواخت $+4/0\ \mu C/m^2$ روی سطح خارجی خود و شعاع ۲/۰ cm است؛ مرکز پوسته‌ها به فاصلهٔ $L = 10$ cm از هم قرار گرفته‌اند. میدان الکتریکی خالص در $x = 2/0$ cm ، برحسب نماد گذاری بردار یکه چیست؟



شکل ۱۹-۳۰ مسئلهٔ ۸

●●۹- به طور تجربی معلوم شده است که میدان الکتریکی در ناحیهٔ معینی از جو زمین به طور قائم رو به پایین است. بزرگی میدان الکتریکی در ارتفاع ۳۰۰ m برابر با ۶۰/۰ N/C، و در ارتفاع ۲۰۰m برابر با ۱۰۰ N/C است. مقدار بار خالص محصور شده در مکعبی به ضلع ۱۰۰ m که وجوه افقی آن در ارتفاعهای ۲۰۰ و ۳۰۰ متر قرار دارند، چقدر است؟ SSM

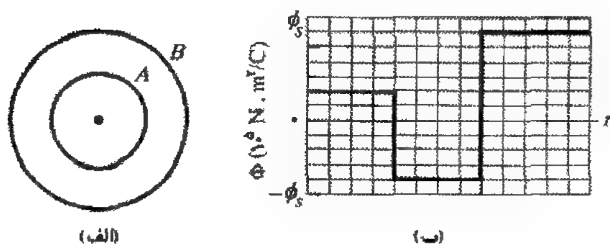
●●۱۰- وقتی شیر دوش حمامِ دربسته‌ای را باز می‌کنیم، ترشح آب از وان خالی می‌تواند هوای داخل حمام را با یونهای باردار شدهٔ منفی پر کند و یک میدان الکتریکی به بزرگی ۱۰۰۰ N/C درهوابه‌وجودآورد. حمامی را به ابعاد ۲/۵ m×۳/۰m×۲/۰ m در نظر بگیرید. میدان الکتریکی را در امتداد سقف، کف و چهار دیواره ، یکنواخت و عمود بر این سطحها و بزرگی آن را ۶۰۰ N/C بگیرید. همچنین فرض کنید که این سطحها یک سطح گاؤسی بسته را به دور هوای حمام تشکیل می‌دهند. (الف) چگالی بار حجمی ρ و (ب) تعداد بارهای بنیادی اضافی e بر متر مکعب را در هوای حمام محاسبه کنید.

●●۱۱- شکل ۱۹-۲۷ یک سطح گاؤسی به شکل مکعب و به طول ضلع ۱/۴۰ m را نشان می‌دهد. اگر $\vec{E}(=3/00\,y\,\hat{j})$ N/C باشدکه در آن y برحسب متر است، (الف) شار خالص Φ عبوری از این سطح و (ب) بار خالص q_{enc} محصور شده توسط این سطح چقدر است؟ اگر

$$\vec{E}=[-4/00\hat{i}+(6/00+3/00y)\hat{j}]\text{N/C}$$

باشد، (پ) Φ و (ت) q_{enc} چقدر است؟ ILW

●●۱۲- *شار و پوسته‌های نارسانا*. یک ذرهٔ باردار در مرکز دو پوستهٔ کروی هم‌مرکز که بسیار نازک و از جنس ماده‌ای نارسانا هستند، معلق شده است. شکل ۱۹-۳۱ الف سطح مقطع آنها را نشان می‌دهد. شکل ۱۹-۳۱ ب شار خالص Φ عبوری از یک کرهٔ گاؤسی به مرکز ذرهٔ باردار را برحسب تابعی از شعاع r کره به دست می‌دهد. مقیاس محور عمودی با $\phi_s = 5/0\times10^5\ \text{N.m}^2/\text{C}$ مشخص شده است. (الف) بار ذرهٔ مرکزی چقدر است؟ بارخالص (ب) پوستهٔ A و (پ) پوستهٔ B چقدر است؟



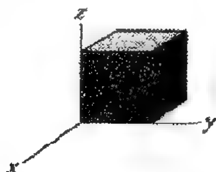
شکل ۱۹-۳۱ مسئلهٔ ۱۲

●●۱۳- ذره‌ای به بار $+q$ در یکی از گوشه‌های یک مکعب گاؤسی قرار گرفته است. برحسب مضربی از q/ε_0 ، مطلوب است شار عبوری از (الف) هر وجه مکعب که آن گوشه را می‌سازد و (ب) هر یک از وجوه دیگر مکعب.

●●۱۴- شکل ۱۹-۳۲ سطح گاؤسی بسته‌ای به شکل مکعب با طول ضلع ۲/۰۰ m را نشان می‌دهد. این مکعب در ناحیه‌ای که میدان الکتریکی در آنجا با

$$\vec{E}=(3/00\,x+4/00)\hat{i}+6/00\hat{j}+7/00\hat{k}\ \text{N/C}$$

داده می‌شود، قرار دارد که در آن x برحسب متر است. چه بار خالصی توسط مکعب در بر گرفته شده است؟

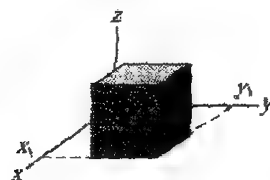


شکل ۱۹-۳۲ مسئلهٔ ۱۴

●●۱۵- شکل ۱۹-۳۳ سطح گاؤسی بسته‌ای به شکل مکعب با طول ضلع ۲/۰۰m را نشان می‌دهد که یکی از گوشه‌های آن در $x_1 = 5/00$m ، $y_1 = 4/00$m قرار دارد. این مکعب در ناحیه‌ای که میدان الکتریکی در آنجا با

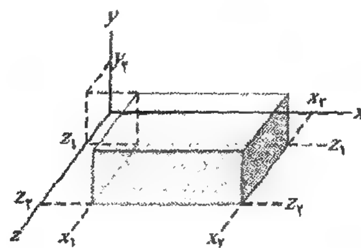
$$\vec{E}=-3/00\hat{i}-4/00y^2\hat{j}+3/00\hat{k}\ \text{N/C}$$

داده می‌شود، قرار دارد که در آن y برحسب متر است. چه بار خالصی توسط مکعب در برگرفته شده است؟



شکل ۱۹-۳۳ مسئلهٔ ۱۵

●●●۱۶- سطح گاؤسی جعبه مانند شکل ۱۹-۳۴ بار خالص $+۲۴/۰\,\varepsilon_0 C$ را در بر دارد و در میدان الکتریکی یک الکترون که با $\vec{E}=[(۱۰/۰+۲/۰۰x)\hat{i}-۳/۰۰\hat{j}+bz\hat{k}]$ N/C داده می‌شود قرار دارد، x و z برحسب متر و b یک ثابت است. وجه پایینی در صفحهٔ xz و وجه بالایی در صفحهٔ افقی است و از $y_2 = ۱/۰۰$ m می‌گذرد. به ازای $x_1 = ۱/۰۰$ m ، $x_2 = ۴/۰۰$ m ، $z_1 = ۱/۰۰$ m ، و $z_2 = ۳/۰۰$ m ، b چقدر است؟

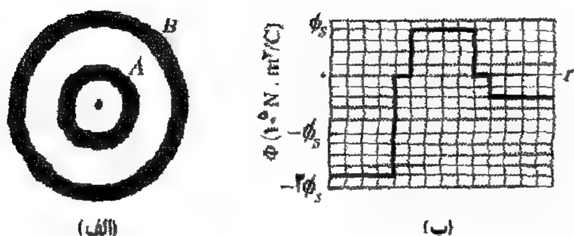


شکل ۱۹-۳۴ مسئلهٔ ۱۶

بخش ۱۹-۶ رسانای باردار منزوی

●۱۷- فضاپیماهایی که از کمربندهای تابشی زمین می‌گذرند ممکن است با تعداد قابل توجهی از الکترونها برخورد کنند. زیاد شدن بار ایجاد شده بر اثر این برخوردها می‌تواند به اجزای الکترونیکی فضا پیما آسیب برساند و عملکردهای آن را مختل کند. فرض کنید یک ماهوارهٔ فلزی کروی به قطر ۱/۳ m در یک چرخش مداری، بار ۲/۴μC را به دست آورد. (الف) چگالی بار سطحی حاصل را به دست آورید. (ب) بزرگی میدان الکتریکی حاصل از این بار سطحی را درست بیرون سطح ماهواره محاسبه کنید.

●۱۸- *شار و پوسته‌های رسانا.* ذرهٔ بارداری در مرکز دو پوستهٔ کروی رسانای هم‌مرکز قرار داده شده است. شکل ۱۹-۳۵ الف سطح مقطع آنها را نشان می‌دهد. شکل ۱۹-۳۵ ب شار خالص Φ عبوری از یک سطح گاؤسی به مرکز ذرهٔ باردار را برحسب تابعی از شعاع r کره به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با $\Phi_s = ۵/۰\times۱۰^۵$ N.m²/C مشخص شده است. (الف) بار ذرهٔ مرکزی و بارهای خالص (ب) پوستهٔ A و (پ) پوستهٔ B چقدر است؟



شکل ۱۹-۳۵ مسئلهٔ ۱۸

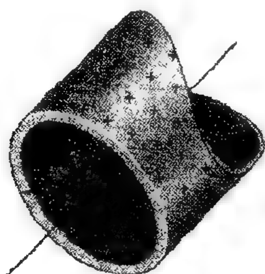
●۱۹- یک کرهٔ رسانای باردار یکنواخت به قطر ۱/۲ m دارای چگالی بار سطحی ۸/۱ μC/m² است. (الف) بار خالص روی کره را پیدا کنید. (ب) شار الکتریکی کلی که از سطح این کره خارج می‌شود، چقدر است؟ SSM

●۲۰- میدان الکتریکی بالای سطح غلتک باردار دستگاه فتوکپی دارای بزرگی E برابر با $۲/۳\times۱۰^۵$ N/C است. چگالی بار سطحی روی غلتک، با فرض آنکه غلتک رسانا باشد، چقدر است؟

●●۲۱- یک رسانای منزوی با شکلی دلخواه دارای بار خالص $+۱۰\times۱۰^{-۶}$ C است. داخل رسانا، کاواکی است که در داخل آن بار نقطه‌ای $q=+۳/۰\times۱۰^{-۶}$ C قرار دارد. بار (الف) روی دیوارهٔ کاواک و (ب) روی سطح خارجی رسانا چقدر است؟

بخش ۱۹-۷ کاربرد قانون گاؤس: تقارن استوانه‌ای

●۲۲- شکل ۱۹-۳۶ مقطعی از یک لولهٔ فلزی نازک و بلند به شعاع $R=۳/۰۰$ cm را نشان می‌دهد که دارای بار در یکای طول $\lambda=۲/۰۰\times۱۰^{-۸}$ C/m است. بزرگی E میدان الکتریکی در فاصلهٔ شعاعی (الف) $r=R/۲/۰۰$ و (ب) $r=۲/۰۰R$ چقدر است؟ (پ) تغییرات E را برحسب r در گسترهٔ $r=۰$ تا $۲/۰۰R$ رسم کنید.



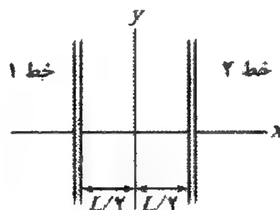
شکل ۱۹-۳۶ مسئلهٔ ۲۲

●۲۳- یک خط بار نامتناهی، میدانی به بزرگی $۴/۵\times۱۰^۴$ N/C را در فاصلهٔ ۲/۰ m ایجاد می‌کند. چگالی بار خطی را محاسبه کنید. SSM

●۲۴- الکترونی از حالت سکون، در فاصلهٔ عمودی ۹/۰ cm از یک خط بار روی یک میلهٔ نارسانای بسیار بلند، رها می‌شود. این بار به طور یکنواخت با بزرگی ۶/۰ μC بر متر توزیع شده است. بزرگی شتاب اولیهٔ الکترون چقدر است؟

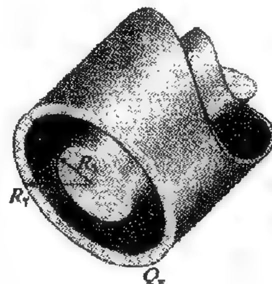
●۲۵- (الف) غلتک دستگاه فتوکپی دارای طول ۴۲cm و قطر ۱۲cm است. میدان الکتریکی در بالای سطح غلتک $۲/۳\times۱۰^{۵}$ N/C است. بار کل روی غلتک چقدر است؟ (ب) تولید کننده‌ای می‌خواهد یک نمونهٔ رومیزی از این دستگاه تولید کند. لازمهٔ این کار این است که طول غلتک به ۲۸cm و قطر آن به ۸/۰ cm کاهش یابد. میدان الکتریکی روی سطح این غلتک نباید تغییر کند. بار روی این غلتک جدید باید چقدر باشد؟

●●۲۶- در شکل ۱۹-۳۷، مقطع کوتاهی از دو خط بار بسیار بلند موازی که در مکانهای خود، به فاصلهٔ $L = ۸/۰$ cm از یکدیگر ثابت شده‌اند، نشان داده شده است. چگالیهای بار خطی یکنواخت عبارت‌اند از $+۶/۰\ \mu$C/m برای خط ۱ و $-۲/۰\ \mu$C/m برای خط ۲. میدان الکتریکی خالص ناشی از دو خط بار در کجای محور x نشان داده شده برابر با صفر است؟



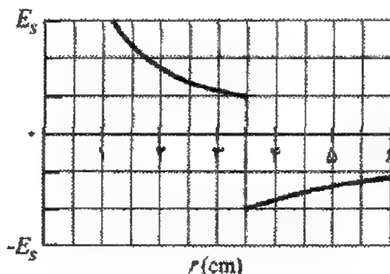
شکل ۱۹-۳۷ مسئلهٔ ۲۶

●●۲۷- شکل ۱۹-۳۸ مقطعی از یک میلهٔ رسانا با شعاع $R_1 = ۱/۳۰$ mm و طول $L = ۱۱/۰۰$ m را در داخل یک پوستهٔ هم‌محور استوانه‌ای رسانا و نازک به شعاع $R_2 = ۱۰/۰ R_1$ و (همان) طول L نشان می‌دهد. بار خالص روی میله $Q_1 = +۳/۴۰\times۱۰^{-۱۲}$ C، و روی پوسته $Q_2 = -۲/۰۰ Q_1$ است. (الف) بزرگی E و (ب) جهت (به طور شعاعی رو به درون یا رو به بیرون) میدان الکتریکی در فاصلهٔ شعاعی $r = ۲/۰۰ R_2$ چیست؟ (پ) E و (ت) جهت میدان در $r = ۵/۰۰ R_1$ چیست؟ بار روی (ث) سطح داخلی و (ج) سطح خارجی پوسته چقدر است؟ SSM WWW



شکل ۱۹-۳۸ مسئلهٔ ۲۷

●●۲۸- شکل ۱۹-۳۹ الف، استوانهٔ توپر باردار و باریکی را نشان می‌دهد که با یک پوستهٔ استوانه‌ای باردار بزرگتر، هم محور است. هر دو نارسانا و نازک‌اند و دارای چگالی بار سطحی یکنواخت روی سطحهای خارجی خود هستند. شکل ۱۹-۳۹ ب مؤلفهٔ شعاعی E میدان الکتریکی را برحسب فاصلهٔ شعاعی r از محور مشترک نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $E_s = ۳/۰\times۱۰^{۳}$ N/C مشخص شده است چگالی بار خطی پوسته چقدر است؟



شکل ۱۹-۳۹ مسئلهٔ ۲۸

●●۲۹- دو پوستهٔ استوانه‌ای هم محور، نازک، باردار و بلند دارای شعاعهای ۳/۰ و ۶/۰ سانتی‌متر هستند. بار بر یکای طول روی پوستهٔ داخلی $۵/۰\times۱۰^{-۶}$ C/m و روی پوستهٔ خارجی $-۷/۰\times۱۰^{-۶}$ C/m است. (الف) بزرگی E و (ب) جهت (به طور شعاعی رو به درون یا رو به بیرون) میدان الکتریکی در فاصلهٔ شعاعی $r = ۴/۰$ cm چیست؟ (پ) E و (ت) جهت در $r = ۸/۰$ cm چیست؟ ILW

●●۳۰- باری با چگالی خطی یکنواخت ۲/۰ nC/m روی میلهٔ نارسانا، نازک و بلندی توزیع شده است. میله با پوستهٔ استوانه‌ای رسانای بلندی (به شعاع داخلی ۵/۰ cm و شعاع خارجی ۱۰ cm) هم‌محور است. بار خالص روی پوسته برابر صفر است. (الف) بزرگی میدان الکتریکی به فاصلهٔ ۱۵cm از محور پوسته چقدر است؟ چگالی بار سطحی روی (ب) سطح داخلی و (پ) سطح خارجی پوسته چقدر است؟

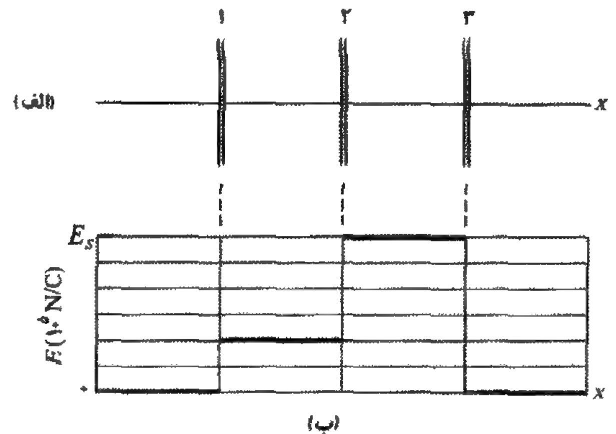
●●۳۱- سیم مستقیم و بلندی دارای باری منفی با چگالی بار خطی ۳/۶ nC/m است. این سیم، توسط یک پوستهٔ استوانه‌ای نارسانای نازک و هم‌محور به شعاع ۱/۵ cm، در بر گرفته شده است. پوسته دارای بار مثبت با چگالی بار سطحی σ روی سطح خارجی خود است که باعث می شود میدان الکتریکی خارجی خالص برابر با صفر باشد. σ را محاسبه کنید.

●●●۳۲- استوانهٔ توپر، نارسانا و بلندی به شعاع ۴/۰cm دارای چگالی بار حجمی نایکنواخت ρ است. ρ تابعی از فاصلهٔ شعاعی r از محور استوانه است: $\rho = Ar^{۲}$. به‌ازای $A = ۲/۵\ \mu$C/m^{۵}، بزرگی میدان الکتریکی در (الف) $r = ۳/۰$ cm و (ب) $r = ۵/۰$ cm چقدر است؟

بخش ۱۹-۸ کاربرد قانون گاؤس: تقارن صفحه‌ای

●۳۳- شکل ۱۹-۴۰ الف، سه برگهٔ پلاستیکی بزرگ و موازی را نشان می‌دهد که به طور یکنواخت باردار شده‌اند. شکل ۱۹-۴۰ ب، مؤلفهٔ میدان الکتریکی خالص در امتداد محور x از برگه‌ها را

نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با N/C $۶/۰×۱۰^۵$ مشخص شده است نسبت چگالی بار روی برگهٔ ۳ به مقدار آن روی برگهٔ ۲ چقدر است؟



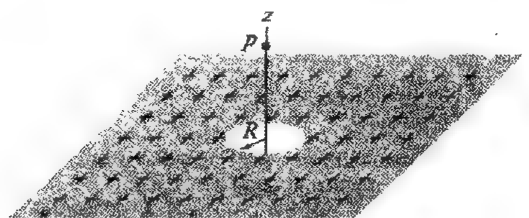
شکل ۱۹-۴۰ مسئلهٔ ۳۳

•۳۴- شکل ۱۹-۴۱ مقطع دو برگهٔ نارسانا، موازی و بزرگ را با توزیع یکسان بار مثبت با چگالی بار سطحی $\sigma = ۱/۷۷×۱۰^{-۲۲} C/m^۲$ نشان می‌دهد. برحسب نماد گذاری بردارهای یکه، $\vec{E}$ در نقطه‌های (الف) بالای برگه‌ها، (ب) میان آنها، و (پ) پایین آنها، چگونه است؟

شکل ۱۹-۴۱ مسئلهٔ ۳۴

•۳۵- یک صفحهٔ فلزی مربعی شکل به طول ضلع $۸/۰ cm$ و ضخامت ناچیز، دارای بار کل $۶/۰×۱۰^{-۶} C$ است. (الف) با فرض آنکه بار به طور یکنواخت روی دو طرف این صفحه پخش شده باشد، بزرگی E میدان الکتریکی را درست خارج از مرکز صفحه (مثلاً در فاصلهٔ $۰/۵۰ mm$ از مرکز صفحه) محاسبه کنید. (ب) با فرض آنکه صفحه یک بار نقطه‌ای باشد، E را در فاصلهٔ $۳۰ m$ (که نسبت به اندازهٔ صفحه بزرگ است) محاسبه کنید. SSM WWW

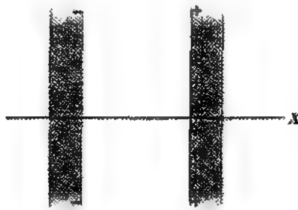
•۳۶- در شکل ۱۹-۴۲، یک حفرهٔ دایره‌ای کوچک به شعاع $R = ۱/۸۰ cm$ در وسط یک سطح نارسانای تخت و نامتناهی که دارای چگالی بار یکنواخت $\sigma = ۴/۵۰ pC/m^۲$ است، کنده شده است. محور z که مبداء آن بر مرکز حفره قرار دارد، عمود



شکل ۱۹-۴۲ مسئلهٔ ۳۶

بر این سطح است. برحسب نماد گذاری بردارهای یکه، میدان الکتریکی در نقطهٔ P واقع در $z = ۲/۵۶ cm$ چگونه است؟ (*راهنمایی*: معادلهٔ ۱۸-۲۶ را ببینید و از برهم‌نهی استفاده کنید.)

•۳۷- در شکل ۱۹-۴۳، دو صفحهٔ فلزی نازک و بلند، موازی و نزدیک یکدیگرند. در وجه‌های داخلی آنها، صفحه‌ها دارای چگالی بار سطحی اضافی به بزرگی $۷/۰۰×۱۰^{-۲۲} C/m^۲$ و علامت مخالف اند. برحسب نماد گذاری بردارهای یکه، میدان الکتریکی در نقطه‌های (الف) سمت چپ صفحه‌ها، (ب) سمت راست صفحه‌ها، و (پ) میان آنها چگونه است؟

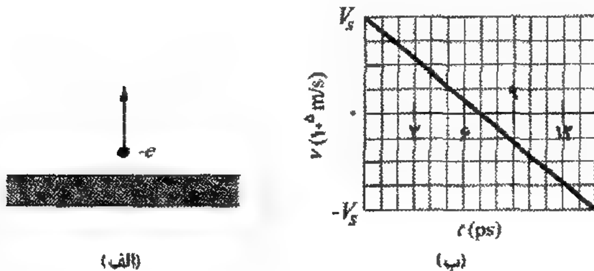


شکل ۱۹-۴۳ مسئلهٔ ۳۷

••۳۸- دو صفحهٔ فلزی بزرگ به مساحت $۱/۰ m^۲$ موازی یکدیگرند. فاصلهٔ آنها از یکدیگر $۵/۰ cm$، و روی سطحهای داخلی خود بارهای مساوی و مخالف دارند. اگر بزرگی E میدان الکتریکی در میان صفحه‌ها $۵۵ N/C$ باشد، بزرگی بار روی هر یک از صفحه‌ها چقدر است؟ از اثر لبه‌ها چشمپوشی کنید.

••۳۹- الکترونی به طور مستقیم به سوی مرکز یک صفحهٔ فلزی بزرگ که دارای چگالی بار سطحی $-۲/۰×۱۰^{-۶} C/m^۲$ است، پرتاب می‌شود. اگر انرژی جنبشی اولیهٔ الکترون $۱/۶۰×۱۰^{-۱۷} J$ باشد و الکترون درست در لحظهٔ رسیدن به صفحه (بر اثر دافعهٔ الکتروستاتیکی صفحه) متوقف شود، نقطهٔ پرتاب در چه فاصله‌ای از صفحه باید قرار داشته باشد؟

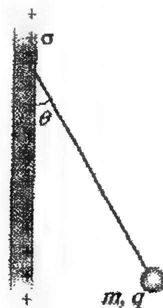
••۴۰- در شکل ۱۹-۴۴ الف، الکترونی به طور مستقیم از یک ورقهٔ پلاستیکی باردار یکنواخت، با تندی $۲/۰×۱۰^۵ m/s$، رو به بیرون پرتاب شده است. این ورقه، نارسانا، تخت و بسیار بزرگ است. شکل ۱۹-۴۴ ب، مؤلفهٔ قائم v سرعت الکترون را برحسب زمان t تا هنگام برگشت الکترون به نقطهٔ پرتاب، به دست می‌دهد. چگالی بار سطحی ورقه چقدر است؟



شکل ۱۹-۴۴ مسئلهٔ ۴۰

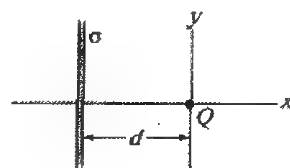
••۴۱- در شکل ۱۹-۴۵، یک گوی نارسانای کوچک به جرم $m = ۱/۰ mg$ و بار $q = ۲/۰×۱۰^{-۸} C$ (که به طور یکنواخت در حجم آن توزیع شده است) از یک نخ عایق آویزان است و با یک ورقهٔ نارسانای قائم با بار یکنواخت (سطح مقطع آن نشان داده شده) زاویهٔ $\theta = ۳۰°$ می‌سازد. با درنظر گرفتن نیروی

گرانشی وارد به گوی و با فرض اینکه ورقه به طور قائم و به سمت داخل و خارج صفحه تا فاصله‌های دور امتداد یابد، چگالی بار سطحی σ ورقه را محاسبه کنید. SSM



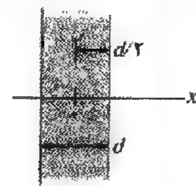
شکل ۱۹-۴۵ مسئلهٔ ۴۱

●●۴۲- شکل ۱۹-۴۶ یک برگهٔ نارسانای خیلی بزرگ را نشان می‌دهد که دارای چگالی بار سطحی یکنواخت $\sigma = -۲/۰۰\ \mu C/m^2$ است؛ همچنین این شکل ذره‌ای با بار $Q = ۶/۰۰\ \mu C$ را نشان می‌دهد که در فاصلهٔ d از برگه قرار دارد. هر دو در مکانهای خود ثابت شده‌اند. اگر $d = ۰/۲۰۰\ m$ باشد، در چه مختصهٔ (الف) مثبت و (ب) منفی روی محور x (غیر از بینهایت)، میدان الکتریکی خالص $\vec{E}_{net}$ ناشی از برگه و ذره برابر با صفر است؟ (پ) اگر $d = ۰/۸۰۰\ m$ باشد، در چه مختصه‌ای روی محور x، $E_{net} = ۰$ است؟



شکل ۱۹-۴۶ مسئلهٔ ۴۲

●●●۴۳- شکل ۱۹-۴۷ مقطع یک قطعهٔ نارسانای خیلی بزرگ را نشان می‌دهد که دارای ضخامت $d = ۹/۴۰\ mm$ و چگالی بار حجمی یکنواخت $\rho = ۵/۸۰\ fC/m^3$ است. مبداء محور x روی مرکز قطعه قرار دارد. بزرگی میدان الکتریکی قطعه در مختصهٔ x (الف) ۰، (ب) $۲/۰۰\ mm$، (پ) $۴/۷۰\ mm$، و (ت) $۲۶/۰\ mm$، چقدر است؟



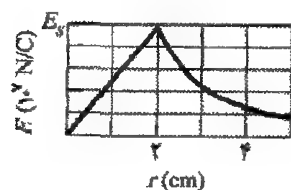
شکل ۱۹-۴۷ مسئله ۴۳

بخش ۱۹-۹ کاربرد قانون گاؤس: تقارن کروی

●۴۴ یک بار نقطه‌ای باعث می‌شود که شار الکتریکی $-۷۵۰\ N.m^2/C$ از یک سطح گاؤسی کروی با شعاع $۱۰/۰\ cm$ و به مرکز آن بار، عبور کند. (الف) اگر شعاع سطح گاؤسی دو برابر شود، چقدر شار از این سطح می‌گذرد؟ (ب) مقدار بار نقطه‌ای چقدر است؟

●۴۵- یک بار نامعلوم روی کرهٔ توپر رسانایی به شعاع $۱۰\ cm$ قرار دارد. اگر میدان الکتریکی در فاصلهٔ $۱۵\ cm$ از مرکز کره دارای بزرگی $۳/۰ \times ۱۰^3\ N/C$ و جهت آن به طور شعاعی به طرف درون باشد، بار خالص روی کره چقدر است؟ SSM

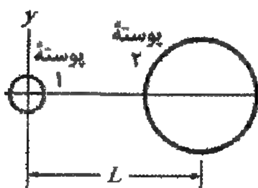
●۴۶- شکل ۱۹-۴۸ بزرگی میدان الکتریکی در داخل و خارج کره‌ای را به دست می‌دهد که بار مثبت به طور یکنواخت در سرتا سر حجم آن توزیع شده است. مقیاس محور قائم با $E_s = ۵/۰ \times ۱۰^7\ N/C$ مشخص شده است. بار روی کره چقدر است؟



شکل ۱۹-۴۸ مسئلهٔ ۴۶

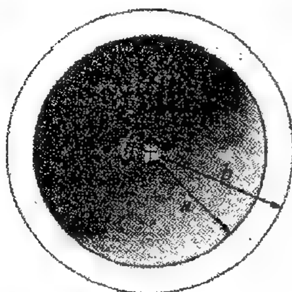
●۴۷- دو پوستهٔ کروی باردار هم‌مرکز دارای شعاعهای $۱۰/۰\ cm$ و $۱۵/۰\ cm$ هستند. بار روی پوستهٔ داخلی $۴/۰۰ \times ۱۰^{-8}\ C$، و روی پوستهٔ خارجی $۲/۰۰ \times ۱۰^{-8}\ C$ است. میدان الکتریکی را (الف) در $r = ۱۲/۰\ cm$ و (ب) در $r = ۲۰/۰\ cm$ پیدا کنید.

●●۴۸- شکل ۱۹-۴۹، دو پوستهٔ کروی نارسانا را نشان می‌دهد که در مکانهای خود روی محور x ثابت شده‌اند. پوستهٔ ۱ دارای شعاع $۰/۵۰\ cm$ و چگالی بار سطحی یکنواخت $+۴/۰\ \mu C/m^2$ روی سطح خارجی‌خود، و پوستهٔ ۲ دارای شعاع $۲/۰\ cm$ و چگالی بار سطحی یکنواخت $-۲/۰\ \mu C/m^2$ روی سطح خارجی خود است. مرکز پوسته‌ها به فاصلهٔ $L = ۶/۰\ cm$ از هم قرار دارند. به جز در $x = \infty$، میدان الکتریکی خالص در کجای محور x برابر صفر است؟



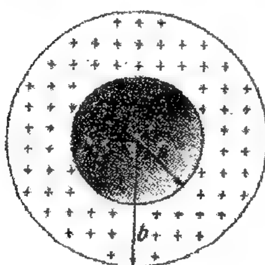
شکل ۱۹-۴۹ مسئلهٔ ۴۸

●●۴۹- در شکل ۱۹-۵۰، یک پوستهٔ کروی نارسانا به شعاع داخلی $a = ۲/۰۰cm$ و شعاع خارجی $b = ۲/۴۰cm$، دارای چگالی بار حجمی مثبت $\rho = A/r$ (درون ضخامتش) است که در آن A ثابت و r فاصله از مرکز پوسته است. به‌علاوه، گوی کوچکی با بار $q = ۴۵/۰fC$ در مرکز آن قرار گرفته است. A باید چقدر باشد تا میدان الکتریکی در پوسته $(a \le r \le b)$ یکنواخت باشد؟ WWW SSM



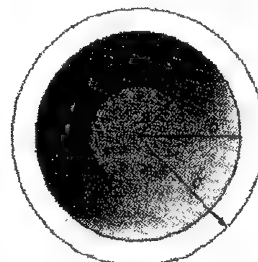
شکل ۱۹-۵۰ مسئلهٔ ۴۹

●●●۵۰- شکل ۱۹-۵۱ یک پوستهٔ کروی با چگالی بار حجمی یکنواخت $\rho = ۱/۸۴\ nC/m^3$، شعاع داخلی $a = ۱۰/۰\ cm$، و شعاع خارجی $b = ۲/۰۰\ a$ را نشان می‌دهد. بزرگی میدان الکتریکی در فاصله‌های شعاعی (الف) $r = ۰$، (ب) $r = a/۲/۰۰$، (پ) $r = a$، (ت) $r = ۱/۵۰\ a$، (ث) $r = b$، و (ج) $r = ۳/۰۰\ b$، چقدر است؟



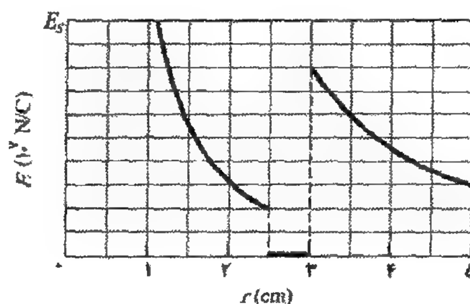
شکل ۱۹-۵۱ مسئلهٔ ۵۰

●●۵۱- در شکل ۱۹-۵۲، یک کرهٔ توپر به شعاع $a = ۲/۰۰\ \text{cm}$ با یک پوستهٔ رسانای کروی به شعاع داخلی $b = ۲/۰۰\,a$ و شعاع خارجی $c = ۲/۴۰\,a$ هم‌مرکز است. کره دارای بار خالص و یکنواخت $q_1 = +۵/۰۰\ \text{fC}$ و پوسته دارای بار خالص $q_2 = -q_1$ است. بزرگی میدان الکتریکی در فاصله‌های شعاعی (الف) $r = ۰$، (ب) $r = a/۲/۰۰$، (پ) $r = a$، (ت) $r = ۱/۵۰\,a$، (ث) $r = ۲/۳۰\,a$، و (ج) $r = ۳/۵۰\,a$ چقدر است؟ بار خالص روی (چ) سطح داخلی و (ح) سطح خارجی پوسته چقدر است؟



شکل ۱۹-۵۲ مسئلهٔ ۵۱

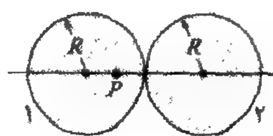
●●۵۲- ذرهٔ بارداری در مرکز یک پوستهٔ کروی قرار داده شده است. شکل ۱۹-۵۳ بزرگی E میدان الکتریکی را برحسب فاصلهٔ شعاعی r به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با $E_s = ۱۰/۰ \times ۱۰^{۷}\ \text{N/C}$ مشخص شده است به طور تقریبی، چقدر بار خالص روی پوسته قرار دارد؟



شکل ۱۹-۵۳ مسئلهٔ ۵۲

●●●۵۳- یک توزیع بار متقارن کروی که به طور شعاعی نایکنواخت است، میدانی الکتریکی به بزرگی $E = Kr^{۴}$ را که جهت آن به طور شعاعی از مرکز کره به طرف بیرون است، ایجاد می‌کند. در اینجا r فاصلهٔ شعاعی از مرکز کره و K ثابت است. چگالی حجمی ρ توزیع بار چیست؟

●●●۵۴- شکل ۱۹-۵۴، مقطعی از دو کرهٔ توپر را نشان می‌دهد که بار یکنواخت در سرتاسر حجم آنها توزیع شده است. شعاع هر کدام برابر با R است. نقطهٔ P روی خط واصل مرکز کره‌ها و در فاصلهٔ شعاعی $R/۲/۰۰$ از مرکز کرهٔ ۱ قرار دارد. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ P برابر با صفر باشد، نسبت q_2/q_1 بار کل q_2 در کرهٔ ۲ به بار کل q_1 در کرهٔ ۱ چقدر است؟



شکل ۱۹-۵۴ مسئلهٔ ۵۴

●●●۵۵- یک کرهٔ نارسانای توپر به شعاع $R = ۵/۶۰\ \text{cm}$ دارای توزیع بار نایکنواختی با چگالی بار حجمی $\rho = (۱۴/۱\ \text{pC/m}^{۳})r/R$ است که در آن r فاصلهٔ شعاعی از مرکز کره است. (الف) بار کل کره چقدر است؟ بزرگی E میدان الکتریکی در (ب) $r = ۰$، (پ) $r = R/۲/۰۰$، و (ت) $r = R$ چقدر است؟ (ث) نمودار E برحسب r را رسم کنید. ILW

مسئله‌های اضافی

۵۶- *معمای خرده‌های شکلات.* انفجارهایی که به واسطهٔ تخلیهٔ بارهای الکتروستاتیکی (جرقه‌ها) رخ می‌دهند باعث خطرهایی جدی در دستگاههایی می‌شوند که با دانه‌ها و گردها کار می‌کنند. یک چنین انفجاری در گرد خرده‌های شکلات یک کارخانهٔ بیسکویت‌سازی در ۱۹۷۰/۱۳۴۹ رخ داد. کارگران بسته‌های گردی را که تحویل می‌گرفتند به داخل یک سطل بارگیری خالی می‌کردند که از آنجا نیز گردها از طریق لوله‌های پلاستیکی متصل به زمین به یک سیلو جهت نگهداری و انبار دمیده می‌شدند. در قسمتی از این مسیر، دو شرط برای وقوع انفجار وجود داشت: (۱) وقتی بزرگی میدان الکتریکی برابر یا بزرگتر از $۳/۰ \times ۱۰^{۶}\ \text{N/C}$ می‌شد، فروریزش الکتریکی و در نتیجه جرقهٔ الکتریکی می‌توانست رخ دهد. (۲) انرژی جرقه برابر یا بزرگتر از $۱۵۰\ \text{mJ}$ می‌شد که می‌توانست گرد را تا حد انفجار آتش بزند. حال نخستین شرط وقوع انفجار در گردهای داخل لوله‌های پلاستیکی را بررسی می‌کنیم:

جریانی از گرد *باردار منفی* را در نظر بگیرید که به داخل یک لولهٔ استوانه‌ای به شعاع $R = ۵/۰\ \text{cm}$ دمیده می‌شود. فرض کنید که گرد و بار آن با چگالی بار حجمی ρ به طور یکنواخت در طول لوله پخش می‌شوند. (الف) با استفاده از قانون گاؤس عبارتی برای بزرگی میدان الکتریکی $\vec{E}$ در لوله برحسب تابعی از فاصلهٔ شعاعی r از مرکز لوله به دست آورید. (ب) آیا E با افزایش r، بزرگتر می‌شود یا کوچکتر؟ (پ) آیا جهت $\vec{E}$ به طور شعاعی به طرف درون است یا به طرف بیرون؟ (ت) به ازای $\rho = ۱/۱ \times ۱۰^{-۳}\ \text{C/m}^{۳}$ (یک مقدار نوعی در کارخانه)، بیشینهٔ E را بیابید و تعیین کنید که این میدان بیشینه در کجا رخ می‌دهد؟ (ث) آیا جرقه می‌توانست رخ دهد؟ و اگر ممکن بود، در کجا؟ (این داستان با مسئلهٔ ۶۸ در فصل ۲۰ ادامه می‌یابد.)

۵۷- بار Q به طور یکنواخت روی کره‌ای به شعاع R توزیع شده است. (الف) چه کسری از این بار داخل شعاع $r = R/۲/۰۰$ قرار گرفته است؟ (ب) نسبت بزرگی میدان الکتریکی در $r = R/۲/۰۰$ به مقدار آن روی سطح کره چقدر است؟

۵۸- باری با چگالی حجمی یکنواخت $\rho = ۳/۲\ \mu\text{C/m}^{۳}$، کرهٔ توپر نارسانایی به شعاع $۵/۰\ \text{cm}$ را پر کرده است. بزرگی میدان الکتریکی در (الف) $۳/۵\ \text{cm}$ و (ب) $۸/۰\ \text{cm}$ از مرکز کره چقدر است؟

۵۹- میدان الکتریکی در نقطهٔ P درست بیرون سطح خارجی یک رسانای کروی توخالی به شعاع داخلی $۱۰\ \text{cm}$ و شعاع

خارجی ۲۰ cm، دارای بزرگی ۴۵۰ N/C و جهت آن به طرف بیرون است. وقتی بار نقطه‌ای نامعلوم Q در مرکز کره قرار داده شود، میدان الکتریکی در نقطهٔ P هنوز به طرف بیرون است، ولی بزرگی آن اکنون ۱۸۰ N/C است. (الف) پیش از آنکه Q در مرکز کره قرار داده شود، چه بار خالصی توسط سطح خارجی کره محصور شده است؟ (ب) بار Q چقدر است؟ پس از آنکه Q قرار داده شود، بار روی سطحهای (الف) داخلی و (ب) خارجی رسانا چقدر است؟

۶۰- فرض کنید گویی باردار دارای چگالی بار منفی است که به طور یکنواخت به جز در مجرای شعاعی باریکی که با عبور از مرکز آن، سطح یک طرف را به سطح طرف مقابل وصل می‌کند، توزیع شده است. همچنین فرض کنید که می‌توانیم یک پروتون را در هر جایی داخل مجرا یا خارج گوی قرار دهیم. F_R را بزرگی نیروی الکتروستاتیکی در نظر می‌گیریم که وقتی پروتون روی سطح گوی به شعاع R قرار گیرد، بر آن وارد می‌شود. برحسب مضربی از R، در چه فاصله‌ای از سطح کره نقطه‌ای وجود دارد که اگر پروتون را (الف) از گوی دور کنیم و (ب) به داخل مجرا ببریم، بزرگی نیروی وارد بر آن برابر $0/50\, F_R$ شود؟

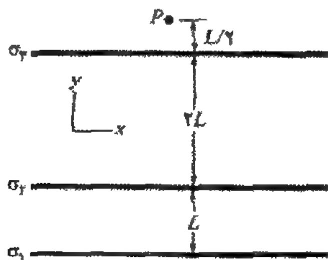
۶۱- باری با چگالی حجمی یکنواخت $\rho = 1/2\ \text{nC/m}^3$، قطعه‌ای نامتناهی میان $x = -5/0\ \text{cm}$ و $x = +5/0\ \text{cm}$ را پر می‌کند. بزرگی میدان الکتریکی در نقطه‌ای با مختصهٔ (الف) $x = 4/0\ \text{cm}$ و (ب) $x = 6/0\ \text{cm}$ چقدر است؟

۶۲- چگالی بار سطحی یکنواخت $8/0\ \text{nC/m}^2$ روی تمام صفحهٔ xy توزیع شده است. شار الکتریکی عبوری از یک سطح گاؤسی کروی به مرکز مبداء دستگاه مختصات و به شعاع ۵/۰ cm چقدر است؟

۶۳- یک پوستهٔ کروی فلزی و نازک دارای شعاع ۲۵/۰ cm و بار $2/00 \times 10^{-7}\ \text{C}$ است. E را برای نقطه‌ای (الف) در داخل پوسته، (ب) درست خارج پوسته، و (پ) ۳/۰۰ m از مرکز پوسته، به دست آورید.

۶۴- میدان الکتریکی در فضای خاصی برابر با $\vec{E} = (x+2)\hat{i}\ \text{N/C}$ است، که در آن x برحسب متر است. یک سطح گاؤسی استوانه‌ای به شعاع ۲۰ cm را که هم‌محور با محور x است در نظر بگیرید. یک سر استوانه در $x = 0$ قرار دارد. (الف) بزرگی شار الکتریکی عبوری از سر دیگر استوانه در $x = 2/0\ \text{m}$، چقدر است؟ (ب) بار خالص محصور شده در داخل استوانه چقدر است؟

۶۵- شکل ۱۹-۵۵، مقطع سه برگهٔ نارسانای بزرگ نامتناهی را نشان می‌دهد که روی آنها بار به طور یکنواخت پخش شده است. چگالیهای بار سطحی عبارت‌اند از: $\sigma_1 = +2/00\ \mu\text{C/m}^2$، $\sigma_2 = +4/00\ \mu\text{C/m}^2$، و $\sigma_3 = -5/00\ \mu\text{C/m}^2$، و فاصلهٔ L برابر است با $L = 1/50\ \text{cm}$. برحسب نمادگذاری بردارهای یکه، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ P چیست؟



شکل ۱۹-۵۵ مسئلهٔ ۶۵

۶۶- بزرگی شار الکتریکی خالص عبوری از هر وجه یک تاس مضربی از $10^3\ \text{N.m}^2/\text{C}$ است که این مضرب دقیقاً برابر با تعداد نقطه‌های N روی هر وجه (۱ تا ۶) است. برای N های فرد، شار به طرف درون و برای N های زوج، شار به طرف بیرون است. بار خالص داخل تاس چقدر است؟

۶۷- یک سطح گاؤسی به شکل نیمکره‌ای به شعاع $R = 5/68\ \text{cm}$ در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی ۲/۵۰ N/C قرار دارد. این سطح، هیچ بار خالصی را در بر ندارد. در قاعدهٔ (تخت) این سطح، میدان عمود و به طرف این سطح است. شار عبوری از (الف) قاعده و (ب) بخش خمیدهٔ سطح چقدر است؟

۶۸- بار نقطه‌ای $q = 1/0 \times 10^{-7}\ \text{C}$ در مرکز یک کاواک کروی به شعاع ۳/۰ cm در یک قطعهٔ فلزی قرار دارد. با استفاده از قانون گاؤس، میدان الکتریکی را در (الف) ۱/۵ cm از مرکز کاواک و (ب) نقطه‌ای داخل فلز، به دست آورید.

۶۹- یک پوستهٔ کروی فلزی نازک به شعاع a دارای بار q_a است. این کره با پوستهٔ کروی فلزی نازک دیگری به شعاع $b > a$ و بار q_b هم‌مرکز است. میدان الکتریکی را در نقطه‌هایی به فاصلهٔ r از مرکز مشترک به دست آورید که در آنها (الف) $r < a$، (ب) $a < r < b$، و (پ) $r > b$ است. (ت) دربارهٔ معیاری که با استفاده از آن چگونگی توزیع بار روی سطحهای داخلی و خارجی پوسته‌ها را تعیین می‌کنید، بحث کنید.

۷۰- چه بار خالصی توسط مکعب گاؤسی مسئلهٔ ۲ در بر گرفته شده است؟

۷۱- پروتونی با تندی $v = 3/00 \times 10^5\ \text{m/s}$ درست بیرون کرهٔ بارداری به شعاع $r = 1/00\ \text{cm}$، می‌چرخد. بار روی کره چقدر است؟

۷۲- معادلهٔ ۱۹-۱۱ $(E = \sigma/\varepsilon_0)$ میدان الکتریکی را در نقطه‌های نزدیک به سطح رسانای بارداری به دست می‌دهد. این معادله را برای یک کرهٔ رسانا به شعاع r و بار q به کار ببرید، و نشان دهید که میدان الکتریکی در بیرون این کره همان میدان ناشی از یک بار نقطه‌ای است که در مرکز کره قرار گرفته باشد.

۷۳- شکل ۱۹-۵۶ یک شمارندهٔ گایگر[1] را نشان می‌دهد که برای آشکارسازی تابشهای یونیده (تابشهایی که باعث یونیده شدن اتمها می‌شود) به کار می‌رود. این شمارنده، شامل یک سیم مرکزی باردار مثبت است که توسط یک پوستهٔ استوانه‌ای رسانا

1 . Geiger

و هم‌مرکز با بار منفی یکسان احاطه شده است. بنابراین، یک میدان الکتریکی شعاعی قوی در داخل این پوسته ایجاد می‌شود. پوسته دارای یک گاز خنثی با فشار پایین است. یک ذرهٔ تابشی که از طریق دیوارهٔ پوسته وارد دستگاه شود، چند اتم گاز را یونیده می‌کند. در نتیجه، الکترونهای آزاد (e) به سوی سیم مثبت کشیده می‌شوند. ولی، میدان الکتریکی به حدی قوی است که در بین برخورد اتمهای گاز، الکترونهای آزاد انرژی کافی برای یونیده کردن اتمهای دیگر را نیز به دست می‌آورند و بدین ترتیب الکترونهای آزاد بیشتری ایجاد می‌شوند و این فرایند تا هنگامی که الکترونها به سیم برسند، ادامه می‌یابد. "بهمن" حاصل از الکترونها توسط سیم جمع‌آوری می‌شود و سیگنالی به وجود می‌آید که برای ثبت کردن‌عبور ذرهٔ اصلی تابش به کار می‌رود. فرض کنید که شعاع سیم مرکزی $۲۵\mu m$، شعاع‌داخلی‌پوسته ۱/۴ cm، و طول پوسته ۱۶ cm باشد. اگر میدان الکتریکی روی دیوارهٔ درونی پوسته $۲/۹\times۱۰^۴$ N/C باشد، بار مثبت کل در سیم مرکزی چقدر است؟



شکل ۱۹-۵۶ مسئلهٔ ۷۳

۷۴- باری به طور یکنواخت در سرتاسر حجم استوانه‌ای توپر به شعاع R و طول نامتناهی توزیع شده است. (الف) نشان دهید در فاصلهٔ $r < R$ از محور استوانه داریم

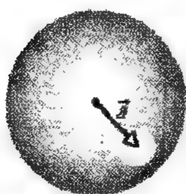
$$E = \frac{\rho r}{۲\varepsilon_۰}$$

که در آن ρ چگالی بار حجمی است. (ب) عبارتی برای E، وقتی $r > R$ است، بنویسید.

۷۵- آب در یک نهر آبیاری به پهنای $w = ۳/۲۲$ m و عمق $d = ۱/۰۴$ m، با تندی ۰/۲۰۷ m/s جاری می‌شود. *شار جرمی* آب عبوری از یک سطح فرضی برابر با حاصلضرب چگالی آب (۱۰۰۰ kg/m³) در شار حجمی عبوری آن از این سطح است. شار جرمی عبوری از سطحهای فرضی زیر را پیدا کنید: (الف) سطحی به مساحت wd، کاملاً داخل آب و عمود بر جریان؛ (ب) سطحی به مساحت $۳wd/۲$، که به اندازهٔ wd در آب فرو رفته است و عمود بر جریان؛ (پ) سطحی به مساحت $wd/۲$ که کاملاً داخل آب است و عمود برجریان؛ (ت) سطحی به مساحت wd که نیمی از آن داخل آب و نیمی دیگر در خارج آن است و عمود بر جریان؛ (ث) سطحی به مساحت wd که کاملاً داخل آب است و بردار عمود بر سطح آن با جهت جریان زاویهٔ $۳۴/۰^\circ$ می‌سازد.

۷۶- یک الکترون آزاد میان دو صفحهٔ نارسانای موازی و بزرگ افقی که به فاصلهٔ ۲/۳ cm از هم واقع‌اند، قرار دارد. یکی از صفحه‌ها دارای بار مثبت یکنواخت و دیگری دارای بار منفی یکنواخت است. نیروی وارد بر الکترون بر اثر میدان الکتریکی $\vec{E}$ میان صفحه‌ها با نیروی گرانشی وارد بر الکترون موازنه کرده است. (الف) بزرگی چگالی بار سطحی روی صفحه‌ها و (ب) جهت (رو به بالا یا رو به پایین) $\vec{E}$ چگونه است؟ SSM

۷۷- یک کره توپر نارسانا دارای چگالی بار حجمی یکنواخت ρ است. فرض کنید $\vec{r}$ برداری از مرکز کره به سوی نقطهٔ دلخواه P در داخل کره است. (الف) نشان دهید که میدان الکتریکی در نقطهٔ P با $\vec{E} = \rho\vec{r}/۳\varepsilon_۰$ داده می‌شود. (توجه کنید که این نتیجه مستقل از شعاع کره است.) (ب) یک کاواک کروی، آن گونه که در شکل ۱۹-۵۷ نشان داده شده، درون کره ایجاد شده است. با استفاده از مفاهیم برهم‌نهی نشان دهید که میدان الکتریکی در تمام نقطه‌های داخل کاواک، یکنواخت و برابر با $\vec{E} = \rho\vec{a}/۳\varepsilon_۰$ است که در آن $\vec{a}$ بردار مکان از مرکز کره به سوی مرکز کاواک است. (توجه کنید که این نتیجه به شعاع کره و شعاع کاواک بستگی ندارد.)



شکل ۱۹-۵۷ مسئلهٔ ۷۷

۷۸- چگالی بار یکنواخت ۵۰۰ nC/m³ در سرتاسر یک حجم کروی به شعاع ۶/۰۰ cm توزیع شده است. یک سطح گاؤسی مکعبی را در نظر بگیرید که مرکز آن بر مرکز کره واقع است. شار الکتریکی عبوری از این سطح مکعبی چقدر است، در صورتی که طول هر ضلع آن (الف) ۴/۰۰ cm و (ب) ۱۴/۰ cm باشد؟

۷۹- بار $۱۴\mu C$- روی سطح خارجی یک پوستهٔ رسانای کروی، و یک ذرهٔ باردار در داخل آن قرار دارد. اگر بار خالص روی پوسته $۱۰\mu C$- باشد، بار (الف) روی سطح داخلی پوسته و (ب) ذره، چقدر است؟

۸۰- بار ۶/۰۰ pC به طور یکنواخت در سر تا سر حجم کره‌ای به‌شعاع $r = ۴/۰۰$ cm پخش شده است. بزرگی میدان الکتریکی در فاصلهٔ شعاعی (الف) ۶/۰۰ cm و (ب) ۳/۰۰ cm چقدر است؟

۸۱- یک گوی کروی باردار دارای چگالی بار یکنواخت است. برحسب شعاع گوی R، در چه فاصله‌های شعاعی (الف) در داخل و (ب) در خارج گوی، بیشینهٔ میدان الکتریکی برابر با $\frac{۱}{۴}$ بزرگی بیشینهٔ میدان آن است؟

۸۲- باری با چگالی سطحی یکنواخت ۸/۰۰ nC/m² روی تمام صفحهٔ xy توزیع‌شده‌است؛ باری با چگالی سطحی یکنواخت ۳/۰۰ nC/m² روی صفحه‌ای موازی که با $z = ۲/۰۰$ m تعریف شده، توزیع شده است. بزرگی میدان الکتریکی را در نقطه‌ای با مختصهٔ z (الف) ۱/۰۰ m و (ب) ۳/۰۰ m، تعیین کنید.

۲۰ پتانسیل الکتریکی






اگر شخصی کت یا پلوور خود را هنگام کار با رایانه درآورد، ممکن است رایانه خراب شود. اگر بچه‌ای روی یک سرسرهٔ پلاستیکی سُر بخورد و به شخص دیگری برسد، ممکن است دردی ناگهانی را حس کند. اگر یک متخصص بیهوشی کفشهای مناسبی را در حین عمل جراحی نپوشیده باشد، بیمار ممکن است به طرز پرمخاطره‌ای صدمه ببیند، و اگر راننده‌ای در یک پمپ بنزین، خودْ باک ماشینش را پر کند و در همان حالی که باک در حال پر شدن است با خزیدن روی صندلی به ماشین بازگردد، وقتی برای کشیدن سر لولهٔ بنزین بازمی‌گردد، ممکن است آتش در دهانهٔ لوله زبانه کشد.

در این وضعیتها خطر ناشی از چیست؟

پاسخ در همین فصل.

۲۰-۱ فیزیک چیست؟

یک هدف فیزیک، شناسایی نیروهای اصلی در دنیای ماست، از قبیل نیروی الکتریکی که در فصل ۱۷ مورد بحث قرار گرفت. یک هدف وابسته به آن، تعیین این است که آیا نیرو پایستار است یا نه؟ به این معنی که آیا می‌توان انرژی پتانسیلی را به آن وابسته کرد؟ انگیزهٔ وابسته کردن انرژی پتانسیل به نیرو در این است که در این صورت می‌توانیم از اصل پایستگی انرژی مکانیکی در دستگاههای بسته‌ای که آن نیرو را در بر دارند، بهره گیریم. این اصل به‌شدت توانمند ما را قادر می‌سازد تا نتیجهٔ آزمایشهایی را که محاسبهٔ آنها تنها از روی نیرو بسیار مشکل است محاسبه کنیم. به طور تجربی، فیزیکدانان و مهندسان کشف کرده‌اند که نیروی الکتریکی پایستار است و از این‌رو یک انرژی پتانسیل الکتریکی وابسته به آن وجود دارد. در این فصل، نخست این نوع انرژی پتانسیل را تعریف می‌کنیم و سپس آن را به کار می‌بندیم.

۲۰-۲ انرژی پتانسیل الکتریکی

وقتی یک نیروی الکتروستاتیکی میان دو یا چند ذرهٔ باردار درون دستگاهی از ذره‌ها اثر می‌کند، می‌توانیم یک **انرژی پتانسیل الکتریکی** U را به آن دستگاه وابسته کنیم. اگر این دستگاه، پیکربندی خود را از حالت اولیهٔ i به حالت نهایی f تغییر دهد، نیروی الکتروستاتیکی روی ذره‌ها کار W را انجام می‌دهد. آنگاه از معادلهٔ ۸-۱ می‌دانیم که تغییر ΔU حاصل در انرژی پتانسیل دستگاه چنین است

$$\Delta U = U_f - U_i = -W \qquad (۲۰-۱)$$

مانند سایر نیروهای پایستار، کار انجام شده توسط نیروی الکتروستاتیکی *مستقل از* مسیر است. فرض کنید ذره‌ای باردار درون دستگاه، در حالی‌که یک نیروی الکتروستاتیکی میان آن و بقیهٔ دستگاه اثر می‌کند، از نقطهٔ i به نقطهٔ f جابه‌جا شود. در صورتی که بقیهٔ دستگاه تغییر نکند، کار W انجام شده توسط این نیرو روی ذره، برای *تمام* مسیرهای میان نقطه‌های i و f یکسان است.

برای راحتی کار، معمولاً *پیکربندی* مرجع دستگاهی شامل ذره‌های باردار را چنان در نظر می‌گیریم که در آن همهٔ ذره‌ها در فاصله‌ای نامتناهی از یکدیگر قرار گرفته باشند. همچنین، معمولاً *انرژی پتانسیل* مرجع مربوط به این پیکربندی را صفر اختیار می‌کنیم. فرض کنید چندین ذرهٔ باردار از فاصله‌های جدایی نامتناهی (حالت i) برای تشکیل دستگاهی از ذره‌های مجاور (حالت f) به کنار یکدیگر آورده شوند. انرژی پتانسیل اولیهٔ U_i را صفر در نظر می‌گیریم، و کار انجام شده توسط نیروهای الکتروستاتیکی میان ذره‌ها در زمان حرکت از بینهایت را با W_∞ نشان می‌دهیم. آنگاه با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۱، انرژی پتانسیل نهایی U دستگاه چنین است

$$U = -W_\infty \qquad (۲۰-۲)$$

✔ ***نکتهٔ وارسی ۱*** در شکل، پروتونی در میدان الکتریکی یکنواختی که جهت آن نشان داده شده است، از نقطهٔ i به نقطهٔ f می‌رود. (الف) آیا میدان الکتریکی، کاری مثبت یا منفی روی پروتون انجام می‌دهد؟ (ب) آیا انرژی پتانسیل الکتریکی پروتون افزایش می‌یابد یا کاهش؟



تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۱: انرژی پتانسیل الکتریکی؛ کار انجام شده توسط یک میدان

به هر دستگاهی شامل ذره‌های باردار، در مجموع یک انرژی پتانسیل الکتریکی وابسته است. با این حال، شما با عبارتهایی مواجه می‌شوید (در آغاز مسئلهٔ نمونهٔ ۲۰-۱) که آنها را فقط به یک ذرهٔ دستگاه وابسته می‌کنند. مثلاً ممکن است گفته شود "الکترونی در یک میدان الکتریکی دارای انرژی پتانسیل 10^{-7} J است." چنین عبارتهایی اغلب پذیرفتنی‌اند، ولی همیشه باید به خاطر داشته باشید که انرژی پتانسیل در واقع *به یک دستگاه*، در اینجا، الکترون بعلاوهٔ ذره‌های بارداری که میدان الکتریکی را ایجاد کرده‌اند، وابسته است. همچنین توجه کنید که نسبت دادن یک انرژی پتانسیل خاص، مثل 10^{-7} J در اینجا، به یک ذره یا حتی یک دستگاه *فقط* در صورتی معنا دارد که مقدار انرژی پتانسیل مرجع معلوم باشد.

اگر انرژی پتانسیل فقط به یک ذره از دستگاه وابسته باشد، می‌توان کار انجام شده روی آن ذره را *توسط میدان الکتریکی* در نظر گرفت. این بدان معناست که کار انجام شده توسط نیروی وارد بر ذره ناشی از بارهایی است که میدان را ایجاد کرده‌اند.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۰-۱

الکترونها به طور مداوم توسط ذره‌های پرتو کیهانی که از فضا می‌آیند، از مولکولهای هوای جو کنده می‌شوند. هر الکترون آزاد شده، تحت تأثیر نیروی الکتروستاتیکی $\vec{F}$ ناشی از میدان الکتریکی $\vec{E}$ قرار می‌گیرد که توسط ذره‌های باردار موجود در کرهٔ زمین، در جو ایجاد شده است. در نزدیکی سطح زمین، بزرگی میدان الکتریکی $E = 150$ N/C و جهت آن به طرف

پایین است. تغییر ΔU در انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون رها شده وقتی نیروی الکتروستاتیکی باعث حرکت قائم رو به بالای آن به اندازهٔ مسافت $d = ۵۲۰\,\mathrm{m}$ می‌شود (شکل ۲۰-۱) چقدر است؟

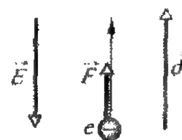
نکتهٔ کلیدی (۱) تغییر ΔU در انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون با کار W انجام شده روی الکترون توسط میدان الکتریکی رابطه دارد. معادلهٔ ۲۰-۱ ($\Delta U = -W$) این رابطه را به دست می‌دهد. (۲) کار انجام شده توسط نیروی ثابت $\vec{F}$ روی ذره‌ای که جابه‌جایی $\vec{d}$ را انجام می‌دهد برابر است با

$$W = \vec{F}.\vec{d} \qquad (۲۰\text{-}۳)$$

(۳) نیروی الکتروستاتیکی و میدان الکتریکی با رابطهٔ $\vec{F} = q\vec{E}$ به هم مربوط‌اند، که در آن q بار الکترون ($-۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\mathrm{C}=$) است.

محاسبه‌ها: با قراردادن $\vec{F}$ در معادلهٔ ۲۰-۳ و انجام ضرب نقطه‌ای، خواهیم داشت

$$W = q\vec{E}.\vec{d} = qEd\cos\theta \qquad (۲۰\text{-}۴)$$



شکل ۲۰-۱ الکترونی در جو، تحت تأثیر نیروی $\vec{F}$ ناشی از میدان الکتریکی $\vec{E}$، به اندازهٔ $\vec{d}$ به طرف بالا جابه‌جا شده است.

که در آن θ زاویهٔ میان جهتهای $\vec{E}$ و $\vec{d}$ است. میدان $\vec{E}$ به طرف پایین، وجابه‌جایی $\vec{d}$ به طرف بالاست؛ بنابراین، $\theta = ۱۸۰^\circ$ است. با قرار دادن این زاویه و سایر داده‌ها در معادلهٔ ۲۰-۴، داریم

$$W = (-۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\,\mathrm{C})(۱۵۰\,\mathrm{N/C})(۵۲۰\,\mathrm{m})\cos ۱۸۰^\circ$$
$$= ۱/۲\times۱۰^{-۱۴}\,\mathrm{J}$$

آنگاه معادلهٔ ۲۰-۱ چنین به دست می‌دهد

$$\Delta U = -W = -۱/۲\times۱۰^{-۱۴}\,\mathrm{J} \qquad \text{(پاسخ)}$$

این نتیجه حاکی از آن است که در حین ۵۲۰m حرکت به طرف بالا، انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون به اندازهٔ $۱/۲\times۱۰^{-۱۴}\,\mathrm{J}$ *کاهش می‌یابد*.

۲۰-۳ پتانسیل الکتریکی

همان‌طور که می‌توانید از مسئلهٔ نمونهٔ ۲۰-۱ دریابید، انرژی پتانسیل یک ذرهٔ باردار در میدان الکتریکی به بزرگی بار آن ذره وابسته است. با این حال، انرژی پتانسیل بر *یکای بار* در هر نقطه‌ای در میدان الکتریکی دارای مقدار یگانه‌ای است.

به عنوان مثال، فرض کنید یک ذرهٔ آزمون با بار مثبت $۱/۶۰\times۱۰^{-۱۹}\mathrm{C}$ را در نقطه‌ای واقع در یک میدان الکتریکی که در آنجا ذره دارای انرژی پتانسیل الکتریکی $۲/۴۰\times۱۰^{-۱۷}\mathrm{J}$ است، قرار دهیم. آنگاه، انرژی پتانسیل بر یکای بار چنین می‌شود

$$\frac{۲/۴۰\times۱۰^{-۱۷}\,\mathrm{J}}{۱/۶۰\times۱۰^{-۱۹}\,\mathrm{C}} = ۱۵۰\,\mathrm{J/C}$$

حال، فرض کنید این ذرهٔ آزمون را با ذره‌ای که دارای بار مثبتی دو برابر بار آن، یعنی $۳/۲۰\times۱۰^{-۱۹}\mathrm{C}$ است، جایگزین کنیم. درخواهیم یافت که انرژی پتانسیل الکتریکی ذرهٔ دوم $۴/۸۰\times۱۰^{-۱۷}\mathrm{J}$، یعنی دو برابر ذرهٔ اول است. ولی، انرژی پتانسیل بر یکای بار باز همان ۱۵۰J/C خواهد بود.

بنابراین، انرژی پتانسیل بر یکای بار، که می‌توان آن را به صورت U/q نشان داد، مستقل از بار q ذرهٔ به کار رفته، و *تنها مشخصه‌ای از میدان الکتریکی* مورد بررسی است. انرژی پتانسیل بر یکای بار در نقطه‌ای واقع در میدان الکتریکی، **پتانسیل الکتریکی** V (یا به طور ساده **پتانسیل**) در آن نقطه نامیده می‌شود. بنابراین، داریم

$$V = \frac{U}{q} \qquad (۲۰\text{-}۵)$$

توجه کنید که پتانسیل الکتریکی، نرده‌ای است نه برداری.

اختلاف پتانسیل الکتریکی ΔV میان هر دو نقطهٔ دلخواه i و f در یک میدان الکتریکی برابر با اختلاف انرژی پتانسیل بر یکای بار بین این دو نقطه است

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{U_f}{q} - \frac{U_i}{q} = \frac{\Delta U}{q} \qquad (۲۰\text{-}۶)$$

با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۱، با قراردادن $-W$ به جای ΔU در معادلهٔ ۲۰-۶، اختلاف پتانسیل میان نقطه‌های i و f را می‌توانیم چنین تعریف کنیم

$$\Delta V = V_f - V_i = -\frac{W}{q} \quad \text{(انرژی پتانسیل تعریف شده)} \qquad (۲۰\text{-}۷)$$

بنابراین، اختلاف پتانسیل میان دو نقطه برابر است با منفی کار انجام شده توسط نیروی الکتروستاتیکی برای حرکت دادن یکای بار از نقطه‌ای به نقطهٔ دیگر. اختلاف پتانسیل الکتریکی، بسته به علامتها و بزرگیهای q و W می‌تواند مثبت، منفی، یا صفر باشد.

اگر به عنوان انرژی پتانسیل مرجع، در بینهایت $U_i = ۰$ قرار دهیم، آنگاه از معادلهٔ ۲۰-۵ درمی‌یابیم که پتانسیل الکتریکی V نیز باید در آنجا صفر باشد. پس، با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۷ می‌توانیم پتانسیل الکتریکی را در هر نقطه‌ای واقع در میدان الکتریکی چنین تعریف کنیم

$$V = -\frac{W_\infty}{q} \quad \text{(پتانسیل تعریف شده)} \qquad (۲۰\text{-}۸)$$

که در آن W_∞ کار انجام شده توسط میدان الکتریکی روی یک ذرهٔ باردار در هنگامی است که آن ذره از بینهایت به نقطهٔ f حرکت کند. پتانسیل V، بسته به علامتها و بزرگیهای q و W_∞، می‌تواند مثبت، منفی، یا صفر باشد.

یکای SI پتانسیل الکتریکی که از معادلهٔ ۲۰-۸ پیروی می‌کند، ژول بر کولن است. این ترکیب به قدری کاربرد دارد که برای نشان دادن آن از یکای ویژه‌ای به نام *ولت* (با نماد V) استفاده می‌شود. بنابراین، داریم

(۹-۲۰) ۱ ژول بر کولن = ۱ ولت

این یکای جدید به ما امکان می‌دهد که یکای مناسبتری را برای میدان الکتریکی $\vec{E}$ برگزینیم، که تاکنون آن را برحسب نیوتون بر کولن اندازه می‌گرفتیم. با دو تبدیل یکا خواهیم داشت

$$1\text{N/C} = \left(1\frac{\text{N}}{\text{C}}\right)\left(\frac{1\text{V.C}}{1\text{J}}\right)\left(\frac{1\text{J}}{1\text{N.m}}\right)$$

$$=1\text{V/m} \qquad (۱۰-۲۰)$$

عامل تبدیل در پرانتز دوم از معادلهٔ ۲۰-۹ و در پرانتز سوم از تعریف ژول به دست آمده است. از حالا به بعد، مقدارهای میدان الکتریکی را به جای نیوتون بر کولن برحسب ولت بر متر بیان خواهیم کرد.

سرانجام، اکنون می‌توانیم یکای انرژی را که برای اندازه‌گیریهای انرژی در مقیاسهای اتمی و زیر اتمی مناسب است، تعریف کنیم: یک *الکترون- ولت* (eV) عبارت است از انرژی لازم برای انجام کار در حرکت دادن یک تک بار بنیادی e، از قبیل الکترون یا پروتون، در اختلاف پتانسیلی که دقیقاً برابر یک ولت است. معادلهٔ ۲۰-۷ مبین آن است که بزرگی این کار برابر با $q\Delta V$ است. بنابراین، داریم

$$1\text{eV} = e(1\text{V})$$
$$= (1/60 \times 10^{-19}\text{C})(1\text{J/C}) = 1/60 \times 10^{-19}\text{J}$$

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۲: پتانسیل الکتریکی و انرژی پتانسیل الکتریکی

پتانسیل الکتریکی V و انرژی پتانسیل الکتریکی U کمیتهایی کاملاً متفاوت‌اند و نباید با هم اشتباه شوند.

> *پتانسیل الکتریکی* یک ویژگی میدان الکتریکی است، بدون توجه به اینکه آیا جسمی باردار در آن میدان قرار گرفته است یا نه؛ و برحسب ژول بر کولن، یا ولت اندازه گرفته می‌شود.

> *انرژی پتانسیل الکتریکی* انرژی یک جسم باردار در میدان الکتریکی خارجی (یا دقیقتر، انرژی دستگاهی شامل جسم باردار و میدان الکتریکی خارجی) است؛ و برحسب ژول اندازه گرفته می‌شود.

کار انجام گرفته توسط نیروی وارد شده

فرض کنید در یک میدان الکتریکی ذره‌ای دارای بار q را با واردکردن نیرویی بر آن از نقطهٔ i به نقطهٔ f حرکت دهیم. در حین حرکت ذره، نیروی خارجی کار W_{app} را روی بار انجام می‌دهد، و در همان حال میدان الکتریکی کار W را روی آن انجام می‌دهد. با استفاده از قضیهٔ کار- انرژی جنبشی معادلهٔ ۷-۱۰، تغییر ΔK انرژی جنبشی ذره برابر است با

$$\Delta K = K_f - K_i = W_{\text{app}} + W \qquad (۱۱-۲۰)$$

حال فرض کنید که ذره در پیش و پس از حرکت ساکن باشد. پس، K_f و K_i هر دو صفرند، و معادلهٔ ۲۰-۱۱ به معادلهٔ زیر ساده می‌شود

$$W_{\text{app}} = -W \qquad (۱۲-۲۰)$$

به عبارت دیگر، در صورتی که انرژی جنبشی تغییر نکند، کار W_{app} انجام شده توسط نیروی خارجی در حین حرکت، برابر با منفی کار W انجام شده توسط میدان الکتریکی است.

با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۱۲ و با قراردادن W_{app} در معادلهٔ ۲۰-۱، می‌توانیم کار انجام شده توسط نیروی خارجی را به تغییر انرژی پتانسیل ذره در حین حرکت مربوط کنیم. در نتیجه داریم

$$\Delta U = U_f - U_i = W_{app} \qquad (۱۳-۲۰)$$

به همین ترتیب با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۱۲ و با قراردادن W_{app} در معادلهٔ ۲۰-۷، می‌توانیم کار W_{app} را به اختلاف پتانسیل الکتریکی ΔV میان مکانهای اولیه و نهایی ذره مربوط کنیم، و از آنجا داریم

$$W_{\text{app}} = q\Delta V \qquad (۱۴-۲۰)$$

W_{app} بسته به علامتها و بزرگیهای q و ΔV، می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد.

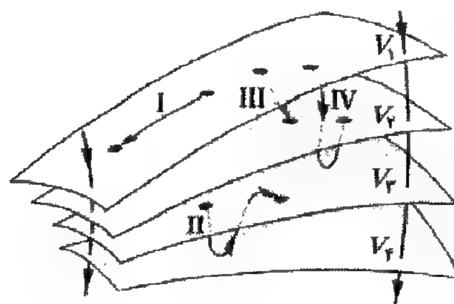
> ✔ ***نکتهٔ وارسی ۲*** در شکل مربوط به نکتهٔ وارسی ۱، پروتونی در میدان الکتریکی یکنواختی که جهت آن نشان داده شده است از نقطهٔ i به نقطهٔ f حرکت داده می‌شود. (الف) آیا نیروی وارد شده کاری مثبت انجام می‌دهد یا منفی؟ (ب) آیا پروتون به نقطه‌ای با پتانسیل بالاتر حرکت می‌کند یا پایینتر؟

۲۰-۴ سطحهای هم‌پتانسیل

نقطه‌های مجاوری که دارای پتانسیل الکتریکی یکسانی باشند تشکیل یک **سطح هم‌پتانسیل** را می‌دهند، که می‌تواند سطحی مجازی یا یک سطح فیزیکی واقعی باشد. وقتی ذرهٔ بارداری میان دو نقطهٔ i و f روی سطح هم‌پتانسیلی حرکت می‌کند، هیچ کار خالص W توسط میدان الکتریکی روی آن انجام نمی‌گیرد. این نتیجه از معادلهٔ ۲۰-۷ حاصل می‌شود که بیان می‌کند به‌ازای $V_f - V_i$، W باید برابر با صفر باشد. به دلیل مستقل از مسیر

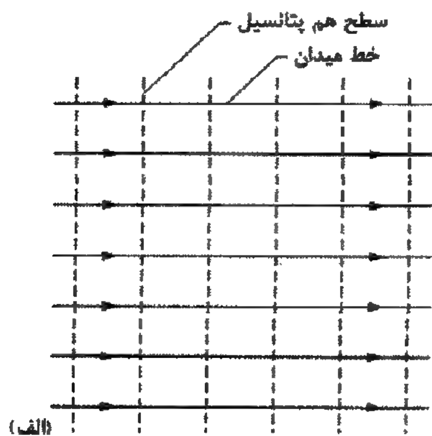
بودن کار (و در نتیجه انرژی پتانسیل و پتانسیل)، برای هر مسیری که نقطه‌های i و f را روی یک سطح هم‌پتانسیل معلوم به هم وصل می‌کند، صرفنظر از اینکه آیا آن مسیر به طور کامل روی سطح هم‌پتانسیل قرار دارد یا نه، $W = ۰$ است.

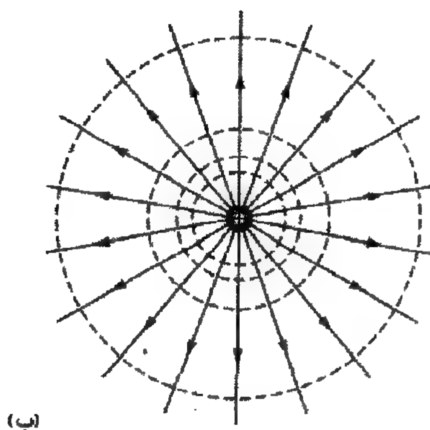
شکل ۲۰-۲، *دسته‌ای* از سطحهای هم‌پتانسیل را که به میدان الکتریکی حاصل از توزیع بارها وابسته است، نشان می‌دهد. کار انجام شده توسط میدان الکتریکی روی ذره‌ای باردار به هنگامی که آن ذره از یک سر مسیرهای I و II به سر دیگر آنها حرکت می‌کند برابر صفر است، زیرا هر یک از این مسیرها روی سطح هم‌پتانسیل یکسانی شروع می‌شوند و پایان می‌گیرند. کار انجام شده وقتی که ذرهٔ باردار از مسیرهای III و IV به سر دیگر آنها حرکت می‌کند برابر با صفر نیست، ولی برای هر دو مسیر مقدار یکسانی دارد، زیرا پتانسیلهای اولیه و نهایی برای هر دو این مسیرها یکسان‌اند؛ یعنی، مسیرهای III و IV زوج سطحهای هم‌پتانسیل یکسانی را به هم وصل می‌کنند.

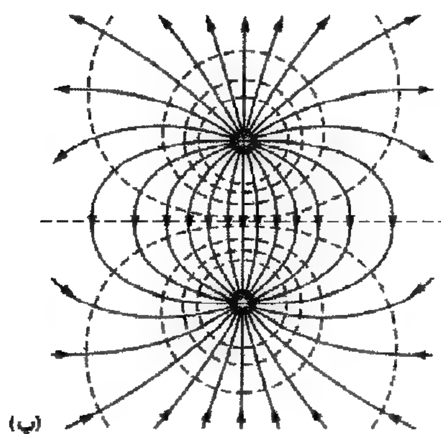


شکل ۲۰-۲ بخشهایی از چهار سطح هم پتانسیل واقع در پتانسیلهای الکتریکی $V_1 = ۱۰۰V$، $V_2 = ۸۰V$، $V_3 = ۶۰V$، $V_4 = ۴۰V$. چهار مسیری که یک بار آزمون می‌تواند در امتداد آنها حرکت کند، نشان داده شده‌اند. همچنین دو خط میدان الکتریکی مشخص شده‌اند.

از تقارن درمی‌یابیم که سطحهای هم‌پتانسیل مربوط به یک بار نقطه‌ای یا یک توزیع بار با تقارن کروی، دسته‌ای از کره‌های هم مرکزند. برای یک میدان الکتریکی یکنواخت، این سطحها دسته‌ای از صفحه‌های عمود بر خطهای میدان‌اند. در واقع، سطحهای هم‌پتانسیل همواره بر خطهای میدان الکتریکی و بنابراین بر $\vec{E}$ که همواره مماس بر این خطهاست عمودند. اگر $\vec{E}$ بر سطح هم‌پتانسیل عمود *نبود*، باید مؤلفه‌ای روی این سطح می‌داشت. در این صورت این مؤلفه، موقع حرکت ذرهٔ باردار روی سطح هم‌پتانسیل، روی آن کار انجام می‌داد. ولی، بنابر معادلهٔ ۲۰-۷، اگر سطح واقعاً یک سطح هم‌پتانسیل باشد، کاری نمی‌تواند انجام شده باشد: تنها نتیجهٔ ممکن این است که $\vec{E}$ باید در همه جا عمود بر این سطح باشد. شکل ۲۰-۳، خطهای میدان الکتریکی و مقطع سطحهای هم‌پتانسیل را برای میدان الکتریکی یکنواخت و برای میدانی که به یک بار نقطه‌ای و یک دوقطبی الکتریکی وابسته است، نشان می‌دهد.







شکل ۲۰-۳ خطهای میدان الکتریکی (توپر) و سطح مقطع سطحهای هم‌پتانسیل (خطچین) برای (الف) یک میدان الکتریکی یکنواخت، (ب) میدان حاصل از یک بار نقطه‌ای، (پ) میدان حاصل از یک دو قطبی الکتریکی.

۲۰-۵ محاسبهٔ پتانسیل از روی میدان

اختلاف پتانسیل الکتریکی میان هر دو نقطهٔ دلخواه i و f در یک میدان الکتریکی را در صورتی می‌توانیم محاسبه کنیم که بردار میدان الکتریکی $\vec{E}$ در امتداد هر مسیری که این نقطه‌ها را به

هم وصل می‌کند، معلوم باشد. برای انجام این محاسبه، ابتدا کار انجام شده توسط میدان الکتریکی روی یک بار آزمون مثبت را هنگامی که این بار از i به f می‌رود، می‌یابیم و سپس از معادلهٔ ۲۰-۷ استفاده می‌کنیم.

یک میدان الکتریکی دلخواه، با خطهای میدانی که در شکل ۲۰-۴ نمایش داده شده است، و بار آزمون مثبت q_0 را که در امتداد مسیر نشان داده شده از نقطهٔ i به نقطهٔ f می‌رود، در نظر می‌گیریم. در هر نقطه‌ای روی این مسیر، وقتی ذرهٔ باردار جابه‌جایی دیفرانسیلی $d\vec{s}$ را انجام می‌دهد، نیروی الکتروستاتیکی $q_0\vec{E}$ بر آن وارد می‌شود. از فصل ۷ می‌دانیم که کار دیفرانسیلی انجام شده روی یک ذره توسط نیروی $\vec{F}$، حین جابه‌جایی $d\vec{s}$ برابر است با

$$dW = \vec{F}.d\vec{s} \qquad (۲۰-۱۵)$$

برای وضعیت شکل ۲۰-۴ داریم $\vec{F}=q_0\vec{E}$ و معادلهٔ ۲۰-۱۵ چنین می‌شود

$$dW = q_0\vec{E}.d\vec{s} \qquad (۲۰-۱۶)$$

برای یافتن کار کل W انجام شده توسط میدان الکتریکی روی این ذره، هنگامی که ذره از نقطهٔ i به نقطهٔ f می‌رود، کارهای دیفرانسیلی انجام شده روی بار را روی تمام جابه‌جاییهای $d\vec{s}$ در امتداد این مسیر، از طریق انتگرالگیری جمع می‌کنیم

$$W = q_0\int_i^f \vec{E}.d\vec{s} \qquad (۲۰-۱۷)$$

اگر کار کل W را از معادلهٔ ۲۰-۱۷ در معادلهٔ ۲۰-۷ قرار دهیم، خواهیم داشت

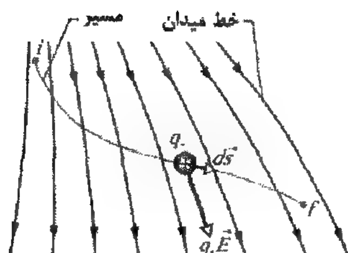
$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E}.d\vec{s} \qquad (۲۰-۱۸)$$

بنابراین، اختلاف پتانسیل $V_f - V_i$ میان هر دو نقطهٔ دلخواه i و f در یک میدان الکتریکی برابر است با منفی *انتگرال خطی* (یعنی انتگرال روی یک مسیر معین) $\vec{E}.d\vec{s}$ از i تا f. با این حال، چون نیروی الکتروستاتیکی پایستار است، همهٔ مسیرها (چه آنهایی که استفاده از آنها آسان است و چه آنهایی که مشکل‌اند) نتیجهٔ یکسانی به دست می‌دهند.

اگر میدان الکتریکی در سرتاسر ناحیهٔ معینی معلوم باشد، با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۱۸ می‌توانیم اختلاف پتانسیل الکتریکی میان هر دو نقطهٔ دلخواهی در این میدان را محاسبه کنیم. اگر پتانسیل V_i در نقطهٔ i را صفر اختیار کنیم، آنگاه معادلهٔ ۲۰-۱۸ چنین می‌شود

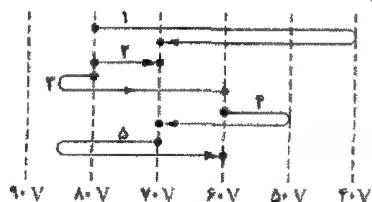
$$V = -\int_i^f \vec{E}.d\vec{s} \qquad (۲۰-۱۹)$$

که در آن شاخص پایین f را در V_f حذف کرده‌ایم. معادلهٔ ۲۰-۱۹، پتانسیل V را در هر نقطهٔ f واقع در میدان الکتریکی نسبت به *پتانسیل صفر* در نقطهٔ i، به دست می‌دهد. اگر نقطهٔ i را در بینهایت اختیار کنیم، آنگاه معادلهٔ ۲۰-۱۹، پتانسیل V را در هر نقطهٔ f نسبت به پتانسیل صفر در بینهایت به دست می‌دهد.



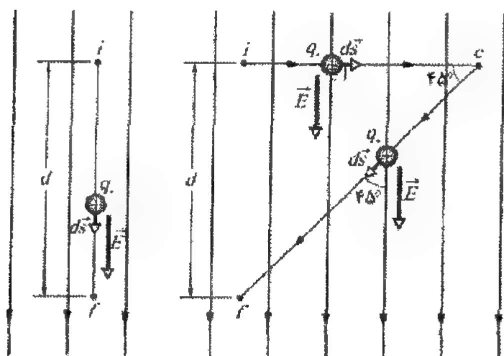
شکل ۲۰-۴ بار آزمون q_0 از نقطهٔ i به نقطهٔ f در طول مسیر نشان داده شده در یک میدان الکتریکی نایکنواخت حرکت می‌کند. در حین جابه‌جایی $d\vec{s}$، نیروی الکتروستاتیکی $q_0\vec{E}$ بر بار آزمون وارد می‌شود. جهت این نیرو در جهت خط میدان واقع در محل بار آزمون است.

✔ ***نکتهٔ وارسی ۳*** شکل زیر، (سطح مقطع) دسته‌ای از سطحهای هم‌پتانسیل موازی و پنج مسیر را نشان می‌دهد که در امتداد هر کدام، الکترونی از یک سطح به سطح دیگر حرکت می‌کند. (الف) جهت میدان الکتریکی وابسته به این سطحها چگونه است؟ (ب) برای هر مسیر، آیا کار انجام شده مثبت است یا منفی، یا صفر است؟ (پ) این مسیرها را بنا بر کاری که انجام می‌دهیم، از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.



مسئلهٔ نمونهٔ ۲۰-۲

(الف) شکل ۲۰-۵ الف دو نقطهٔ i و f را در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ نشان می‌دهد. این نقطه‌ها روی خط میدان الکتریکی یکسانی (در شکل نشان داده نشده است) واقع‌اند و به فاصلهٔ d از هم قرار گرفته‌اند. اختلاف پتانسیل $V_f - V_i$ را با حرکت دادن بار آزمون q_0 از i به f در امتداد مسیر نشان داده شده، که موازی جهت میدان است، پیدا کنید.



شکل ۲۰-۵ (الف) بار آزمون q_0 بر یک خط مستقیم، در جهت یک میدان الکتریکی یکنواخت خارجی، از نقطهٔ i به نقطهٔ f حرکت می‌کند. (ب) بار q_0 در همان میدان الکتریکی در طول مسیر icf حرکت می‌کند.

نکتهٔ کلیدی اختلاف پتانسیل الکتریکی میان هر دو نقطهٔ دلخواه در میدان الکتریکی را می‌توانیم با انتگرالگیری $\vec{E}.d\vec{s}$ در طول مسیری که این دو نقطه را به هم وصل می‌کند، با استفاده از معادلهٔ ۲۰–۱۸ پیدا کنیم.

محاسبه‌ها: برای این منظور، به طور ذهنی بار آزمون q_0 را در طول آن مسیر، از نقطهٔ اولیهٔ i به نقطهٔ نهایی f حرکت می‌دهیم. وقتی بار آزمون را در طول مسیر نشان داده شده در شکل ۲۰–۵ الف حرکت می‌دهیم، جابه‌جایی دیفرانسیلی $d\vec{s}$ همواره در همان جهت میدان $\vec{E}$ است. بنابراین، زاویهٔ θ میان $\vec{E}$ و $d\vec{s}$ برابر با صفر است و ضرب نقطه‌ای در معادلهٔ ۲۰–۱۸ چنین می‌شود

$$\vec{E}\cdot d\vec{s} = E\,ds\cos\theta = E\,ds \qquad (۲۰\text{–}۲۰)$$

آنگاه معادله‌های ۲۰–۱۸ و ۲۰–۲۰ چنین به دست می‌دهند

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_i^f E\,ds \qquad (۲۰\text{–}۲۱)$$

چون میدان یکنواخت است، E روی کل مسیر ثابت است و می‌توان آن را از انتگرال بیرون آورد؛ بدین ترتیب خواهیم داشت

$$V_f - V_i = -E\int_i^f ds = -Ed \qquad (\text{پاسخ})$$

که در آن مقدار انتگرال به طور ساده همان طول d مسیر است. علامت منفی در این نتیجه نشان می‌دهد که پتانسیل در نقطهٔ f در شکل ۲۰–۵ الف پایینتر از پتانسیل در نقطهٔ i است. این یک نتیجهٔ کلی است: پتانسیل همواره روی مسیری که در جهت خطهای میدان الکتریکی است، کاهش می‌یابد.

(ب) اکنون، اختلاف پتانسیل $V_f - V_i$ را با حرکت دادن بار آزمون مثبت q_0 از نقطهٔ i تا نقطهٔ f در طول مسیر icf نشان داده شده در شکل ۲۰–۵ ب، پیدا کنید.

محاسبه‌ها: **نکتهٔ کلیدی** قسمت (الف) در اینجا نیز برقرار است، با این تفاوت که اکنون بار آزمون را روی مسیری که شامل دو خط است حرکت می‌دهیم: ic و cf. در تمام نقطه‌های روی خط ic، جابه‌جایی $d\vec{s}$ بار آزمون عمود بر $\vec{E}$ است. بنابراین، زاویهٔ θ میان $\vec{E}$ و $d\vec{s}$ برابر با 90°، و ضرب نقطه‌ای $\vec{E}.d\vec{s}$ برابر با صفر است. معادلهٔ ۲۰–۱۸ مبین آن است که نقطه‌های i و c در پتانسیل یکسانی واقع‌اند: $V_c - V_i = 0$.

برای خط cf، $\theta = 45^\circ$ است و از معادلهٔ ۲۰–۱۸ داریم

$$V_f - V_i = -\int_c^f \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_c^f E(\cos 45^\circ)\,ds$$

$$= -E(\cos 45^\circ)\int_c^f ds$$

انتگرال در این معادله همان طول خط cf است: که این طول بنابر شکل ۲۰–۵ ب برابر با $d/\sin 45^\circ$ است. بنابراین، داریم

$$V_f - V_i = -E(\cos 45^\circ)\frac{d}{\sin 45^\circ} = -Ed \qquad (\text{پاسخ})$$

این همان نتیجه‌ای است که در قسمت (الف) به دست آوردیم، و چنین نیز باید می‌شد؛ اختلاف پتانسیل میان دو نقطه به مسیری که آن دو نقطه را به هم وصل می‌کند بستگی ندارد. نتیجه اینکه: وقتی می‌خواهید با حرکت دادن بار آزمون میان دو نقطه، اختلاف پتانسیل میان آنها را پیدا کنید، با انتخاب مسیری که استفاده از معادلهٔ ۲۰–۱۸ را آسان می‌کند، می‌توانید از زمان و مقدار محاسبهٔ خود کم کنید.

۲۰–۶ پتانسیل ناشی از یک بار نقطه‌ای

اکنون از معادلهٔ ۲۰–۱۸ برای به دست آوردن عبارتی برای پتانسیل الکتریکی V در فضای اطراف یک ذرهٔ باردار نسبت به پتانسیل صفر در بینهایت، استفاده می‌کنیم. نقطهٔ P را در فاصلهٔ R از ذره‌ای ثابت با بار مثبت q در نظر می‌گیریم (شکل ۲۰–۶). برای استفاده از معادلهٔ ۲۰–۱۸، فرض می‌کنیم که بار آزمون مثبت q_0 را از نقطهٔ P تا بینهایت حرکت دهیم. چون مسیر انتخاب شده اهمیتی ندارد، ساده‌ترین مسیر، خطی را که به طور شعاعی از ذرهٔ ثابت واقع در P تا بینهایت امتداد دارد، اختیار می‌کنیم.

برای استفاده از معادلهٔ ۲۰–۱۸، باید این ضرب نقطه‌ای را محاسبه کنیم

$$\vec{E}.d\vec{s} = E\cos\theta\,ds \qquad (۲۰\text{–}۲۲)$$

جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ در شکل ۲۰–۶ از ذرهٔ ثابت به طور شعاعی به طرف بیرون است. بنابراین، جابه‌جایی دیفرانسیلی $d\vec{s}$ ذرهٔ آزمون در طول مسیر آن نیز دارای همان جهت $\vec{E}$ است. این بدان معناست که در معادلهٔ ۲۰–۲۲، زاویهٔ $\theta = 0$ و $\cos\theta = 1$ است. چون مسیر شعاعی است، dr را به جای ds قرار می‌دهیم. آنگاه، با قراردادن حدود R و ∞، معادلهٔ ۲۰–۱۸ را می‌توانیم چنین بنویسیم

$$V_f - V_i = -\int_R^\infty E\,dr \qquad (۲۰\text{–}۲۳)$$

حال قرار می‌دهیم $V_f = 0$ (در ∞) و $V_i = V$ (در R) آنگاه، بزرگی میدان الکتریکی در محل بار آزمون با استفاده از معادلهٔ ۱۸–۳ چنین می‌شود

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad (۲۰\text{–}۲۴)$$

با این تغییرات، معادلهٔ ۲۰–۲۳ به دست می‌دهد

$$0 - V = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_R^\infty \frac{1}{r^2}\,dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_R^\infty$$

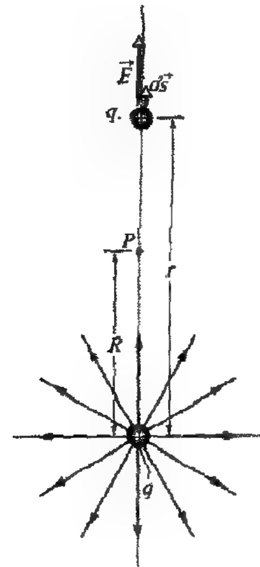
$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R} \qquad (۲۰\text{–}۲۵)$$

با حل آن برای V و قراردادن r به جای R خواهیم داشت

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \qquad (۲۰\text{–}۲۶)$$

که پتانسیل الکتریکی V ناشی از یک ذرهٔ باردار q در فاصلهٔ شعاعی r از آن ذره است.

اگرچه معادلهٔ ۲۰–۲۶ را برای یک ذرهٔ باردار مثبت به دست آوردیم، این نتیجه برای ذرهٔ باردار منفی، که در این حالت q

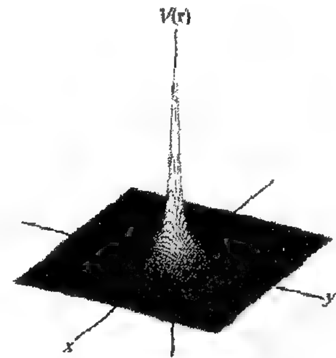


شکل ۲۰-۶ بار نقطه‌ای مثبت q، میدان الکتریکی $\vec{E}$ و پتانسیل الکتریکی V را در نقطهٔ P ایجاد می‌کند. پتانسیل را با حرکت دادن بار آزمون q_0 از P تا بینهایت، به دست می‌آوریم. بار آزمون نشان داده شده، در حین جابه‌جایی دیفرانسیلی ds، در فاصلهٔ r از بار نقطه‌ای است.

یک کمیت منفی است، نیز برقرار است. توجه کنید که علامت V همان علامت q است

> ذرهٔ باردار مثبت، پتانسیل الکتریکی مثبت و ذرهٔ باردار منفی، پتانسیل الکتریکی منفی ایجاد می‌کند.

شکل ۲۰-۷ نمودار رایانه‌ای معادلهٔ ۲۰-۲۶ را برای یک ذرهٔ باردار مثبت نشان می‌دهد؛ بزرگی V به طور قائم رسم شده است. توجه کنید که این بزرگی هنگامی که $r \to 0$ میل کند، افزایش می‌یابد. در واقع، بنابر معادلهٔ ۲۰-۲۶، V در $r=0$ نامتناهی است، اگر چه شکل ۲۰-۷ مقداری متناهی و تیز را در آنجا نشان می‌دهد.



شکل ۲۰-۷ نمودار رایانه‌ای پتانسیل الکتریکی $V(r)$ ناشی از بار نقطه‌ای مثبت که در مبداء مختصات صفحهٔ xy واقع شده است. پتانسیلها در نقطه‌های صفحهٔ xy به طور قائم رسم شده‌اند. (خطهای خمیده برای کمک به تجسم این نمودار، اضافه شده‌اند.) مقدار نامتناهی V که توسط معادلهٔ ۲۰-۲۶ برای $r=0$ پیش‌بینی می‌شود، رسم نشده است.

معادلهٔ ۲۰-۲۶ همچنین پتانسیل الکتریکی در *بیرون یا روی سطح خارجی* یک توزیع بار با تقارن کروی را به دست می‌دهد. این را می‌توان با استفاده از یکی از قضیه‌های پوسته در بخشهای ۱۷-۴ و ۱۹-۹ با جایگزین کردن توزیع بار کروی واقعی با یک بار برابر که در مرکز آن متمرکز شده است، ثابت کرد. آنگاه، در صورتی که نقطه را داخل توزیع واقعی درنظر نگیریم، این استنتاج به معادلهٔ ۲۰-۲۴ می‌انجامد.

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۳: یافتن اختلاف پتانسیل

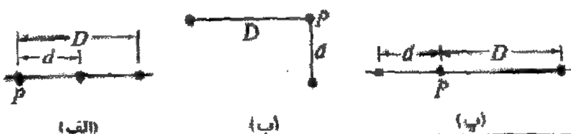
برای یافتن اختلاف پتانسیل ΔV میان دو نقطهٔ دلخواه از میدان الکتریکی یک بار نقطه‌ای منزوی، می‌توان معادلهٔ ۲۰-۲۶ را در هر دو نقطه محاسبه و سپس نتیجه‌ها را از هم کم کرد. مقدار ΔV برای هر انتخاب انرژی پتانسیل مرجع، یکسان خواهد بود زیرا آن انتخاب با عمل کم کردن حذف می‌شود.

۲۰-۷ پتانسیل ناشی از دسته‌ای بار نقطه‌ای

پتانسیل خالص ناشی از دسته‌ای بار نقطه‌ای را در یک نقطه می‌توان به کمک اصل برهم‌نهی به دست آورد. با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۲۶ و با درنظر گرفتن علامت بارها، پتانسیل ناشی از هر بار را به طور جداگانه در نقطهٔ موردنظر محاسبه و سپس پتانسیلها را با هم جمع می‌کنیم. برای n بار الکتریکی، پتانسیل خالص برابر است با

$$V=\sum_{i=1}^{n}V_i=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i} \qquad (\text{n بار نقطه‌ای}) \qquad (۲۰-۲۷)$$

در اینجا q_i مقدار iاُمین بار و r_i فاصلهٔ شعاعی نقطهٔ مورد نظر از این بار است. جمع مربوط به معادلهٔ ۲۰-۲۷، یک جمع *جبری است* و جمعی برداری شبیه جمعی که برای محاسبهٔ میدان الکتریکی ناشی از دسته‌ای بار نقطه‌ای استفاده کردیم، نیست. در اینجا مزیت محاسباتی مهمی نسبت به میدان الکتریکی نهفته است: جمع چند کمیت نرده‌ای به مراتب آسانتر از جمع چند کمیت برداری است که در آن جهتها و مؤلفه‌ها باید درنظر گرفته شوند.

> ✔ ***نکتهٔ وارسی ۴*** شکل زیر سه آرایش از دو پروتون را نشان می‌دهد. این آرایشها را بنابر پتانسیل الکتریکی خالص ایجاد شده در نقطهٔ P توسط پروتونها، از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.
>
> 
>

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۰-۳

پتانسیل الکتریکی در نقطهٔ P، واقع در مرکز مربع بارهای نقطه‌ای نشان داده شده در شکل ۲۰-۸ الف، چقدر است؟ فاصلهٔ d برابر با ۱/۳ m، و بارها عبارت‌اند از

$$q_1=+12\,nC\,,\quad q_2=+31\,nC$$
$$q_3=-24\,nC\,,\quad q_4=+17\,nC$$

نکتهٔ کلیدی پتانسیل الکتریکی V در نقطهٔ P برابر با جمع جبری پتانسیلهای الکتریکی ناشی از چهار بار نقطه‌ای است. (چون پتانسیل الکتریکی کمیتی نرده‌ای است، نحوهٔ قرارگرفتن بارهای نقطه‌ای اهمیتی ندارد.)

محاسبه‌ها: از معادلهٔ ۲۰-۲۷ داریم

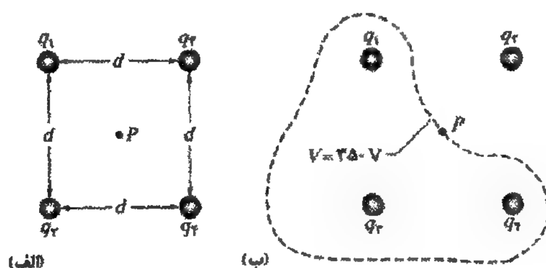
$$V=\sum_{i=1}^{4}V_i=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r}+\frac{q_2}{r}+\frac{q_3}{r}+\frac{q_4}{r}\right)$$

فاصلهٔ r برابر با $d/\sqrt{2}$ یا ۰/۹۱۹m است، و مجموع بارها عبارت است از

$$q_1+q_2+q_3+q_4=(12-24+31+17)\times10^{-9}\,C$$
$$=36\times10^{-9}\,C$$

بنابراین

$$V=\frac{(8/99\times10^9\,N.m^2/C^2)(36\times10^{-9}\,C)}{0/919\,m}$$
$$\approx 350\,V \qquad \text{(پاسخ)}$$



شکل ۲۰-۸ (الف) چهار بار نقطه‌ای در گوشه‌های یک مربع قرار دارند. (ب) منحنی بسته، سطح مقطعی در صفحهٔ شکل از سطح هم‌پتانسیلی است که نقطهٔ P را در بر دارد. (منحنی به صورت تقریبی رسم شده است.)

در نزدیکی هر یک از سه بار مثبت شکل ۲۰-۸ الف، پتانسیل دارای مقدار مثبت خیلی بزرگی است. در نزدیکی تنها بار منفی، پتانسیل دارای مقدار منفی خیلی بزرگی است. بنابراین، باید نقطه‌هایی درون مربع وجود داشته باشند که دارای همان پتانسیل میانی نقطهٔ P باشند. منحنی شکل ۲۰-۸ ب مقطع صفحهٔ شکل را با سطح هم‌پتانسیلی که شامل نقطهٔ P است، نشان می‌دهد. هر نقطه‌ای روی این منحنی دارای پتانسیل یکسانی با نقطهٔ P است.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۰-۴

(الف) در شکل ۲۰-۹ الف، ۱۲ الکترون (هر یک با بار $-e$) در فاصله‌هایی مساوی از یکدیگر روی دایره‌ای به شعاع R ثابت شده‌اند. نسبت به $V=0$ در بینهایت، پتانسیل الکتریکی و میدان الکتریکی ناشی از این الکترونها در مرکز C چگونه است؟

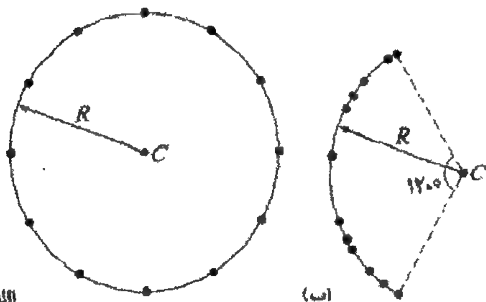
نکته‌های کلیدی (۱) پتانسیل الکتریکی V در نقطهٔ C جمع جبری پتانسیلهای الکتریکی ناشی از تمام الکترونهاست. (چون پتانسیل الکتریکی کمیتی نرده‌ای است، نحوهٔ قرار گرفتن الکترونها اهمیتی ندارد.) (۲) میدان الکتریکی در C یک کمیت برداری است و بنابراین سمتگیری الکترونها اهمیت دارد.

محاسبه‌ها: چون همهٔ الکترونها دارای بار منفی یکسان $-e$ هستند و همگی در فاصلهٔ یکسان R از C قرار دارند، معادلهٔ ۲۰-۲۷ چنین به دست می‌دهد

$$V=-12\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{R} \qquad (۲۰\text{-}۲۸)\quad \text{(پاسخ)}$$

به دلیل تقارن آرایش الکترونها در شکل ۲۰-۹ الف، بردار میدان الکتریکی ناشی از هر الکترون در C با بردار میدان الکتریکی ناشی از الکترونی که به طور قطری در نقطهٔ مقابل آن قرار گرفته است، خنثی می‌شود. بنابراین، در C داریم

$$\vec{E}=0 \qquad \text{(پاسخ)}$$



شکل ۲۰-۹ (الف) دوازده الکترون در فاصله‌های مساوی از هم روی دایره‌ای قرار گرفته‌اند. (ب) همان الکترونها در فاصله‌های نامساوی روی کمانی از همان دایره قرار گرفته‌اند.

(ب) اگر الکترونها روی دایره حرکت داده شوند تا در فاصله‌های نامساوی روی یک کمان ۱۲۰° قرار گیرند (شکل ۲۰-۹ ب)، در این صورت، پتانسیل در نقطهٔ C چقدر است؟ میدان الکتریکی (در صورت وجود) در نقطهٔ C چگونه تغییر می‌کند؟

استدلال: پتانسیل باز هم از معادلهٔ ۲۰-۲۸ به دست می‌آید، زیرا فاصلهٔ میان C و هر الکترون تغییر نکرده است ولی نحوهٔ قرار گرفتن الکترونها بی‌ارتباط با هم است. دراین حالت، میدان الکتریکی دیگر برابر با صفر نیست، زیرا این آرایش دیگر تقارن ندارد. اکنون یک میدان الکتریکی خالص، رو به سمت توزیع بار وجود دارد.

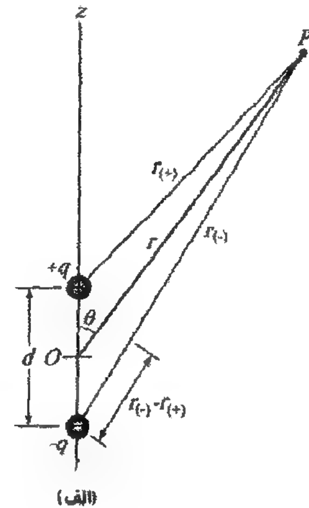
۲۰-۸ پتانسیل ناشی از دوقطبی الکتریکی

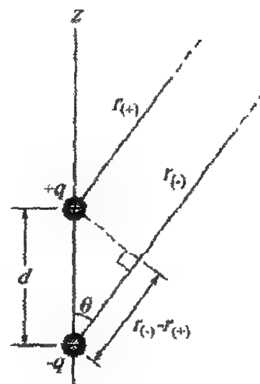
اکنون، برای یافتن پتانسیل در نقطهٔ دلخواه P در شکل ۲۰-۱۰ الف، معادلهٔ ۲۰-۲۷ را به کار می‌بریم. در نقطهٔ P، بار نقطه‌ای مثبت (در فاصلهٔ $r_{(+)}$) پتانسیل $V_{(+)}$ و بار نقطه‌ای منفی (در فاصلهٔ $r_{(-)}$) پتانسیل $V_{(-)}$ را ایجاد می‌کنند. در نتیجه، پتانسیل خالص در نقطهٔ P، با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۲۷ عبارت است از

$$V=\sum_{i=1}^{۲}V_i=V_{(+)}+V_{(-)}=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\left(\frac{q}{r_{(+)}}+\frac{-q}{r_{(-)}}\right)$$

$$=\frac{q}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{r_{(-)}-r_{(+)}}{r_{(-)}r_{(+)}} \qquad (۲۰-۲۹)$$

به طور طبیعی دوقطبیهای موجود، از قبیل آنهایی که بسیاری از مولکولها دارند، خیلی کوچک‌اند؛ همچنین معمولاً فقط به نقطه‌هایی علاقه‌مندیم که از دوقطبی به نسبت دورند، به طوری که $r >> d$ است، که در آن d فاصلهٔ میان بارهاست. در این





شکل ۲۰-۱۰ (الف) نقطهٔ P در فاصلهٔ r از نقطهٔ میانی دوقطبی قرار دارد. خط OP با محور دوقطبی زاویهٔ θ می‌سازد. (ب) اگر P دور از دوقطبی باشد، خطهای به طول $r_{(+)}$ و $r_{(-)}$ تقریباً با خط به طول r موازی‌اند، و خط‌چین تقریباً بر خط به طول $r_{(-)}$ عمود است.

شرایط، تقریبهای مربوط به شکل ۲۰-۱۰ ب عبارت‌اند از

$$r_{(-)}-r_{(+)}\approx d\cos\theta \quad , \quad r_{(-)}r_{(+)}\approx r^۲$$

اگر این کمیتها را در معادلهٔ ۲۰-۲۹ قرار دهیم، مقدار تقریبی V چنین به دست می‌آید

$$V=\frac{q}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{d\cos\theta}{r^۲}$$

که در آن θ نسبت به محور دوقطبی نشان داده در شکل ۲۰-۱۰ الف اندازه گرفته می‌شود. اکنون V را می‌توانیم چنین بنویسیم

$$V=\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{p\cos\theta}{r^۲} \qquad \text{(دوقطبی الکتریکی)} \qquad (۲۰-۳۰)$$

که در آن $p(=qd)$ بزرگی گشتاور دوقطبی الکتریکی $\vec{p}$ است که در بخش ۱۸-۵ تعریف شد. بردار $\vec{p}$ در امتداد محور دو قطبی، از بار منفی به طرف بار مثبت است. (بنابراین، θ نسبت به جهت $\vec{p}$ اندازه‌گیری می‌شود.)

> ✔ ***نکتهٔ وارسی ۵*** فرض کنید سه نقطه در فاصله‌های (بزرگ) یکسان r از دوقطبی شکل ۲۰-۱۰ قرار گرفته‌اند: نقطهٔ a روی محور دوقطبی بالای بار مثبت، نقطهٔ b روی همان محور زیر بار منفی، و نقطهٔ c روی عمود منصف خط واصل دو بار. این نقطه‌ها را بنابر پتانسیل الکتریکی دوقطبی در آنها از بیشترین (مثبت‌ترین) تا کمترین مرتب کنید.

گشتاور دو قطبی القایی

بسیاری از مولکولها، از قبیل آب، دارای گشتاورهای دوقطبی الکتریکی *دائمی* هستند. در سایر مولکولها (که *مولکولهای غیر قطبی* نامیده می‌شوند) و در هر اتم منزوی، مرکزهای بارهای



شکل ۲۰-۱۱ (الف) یک اتم، با هستهٔ باردار مثبت و الکترونهای با بار منفی (ناحیهٔ سایه‌دار) نشان داده شده است. مرکزهای بارهای مثبت و منفی برهم منطبق‌اند. (ب) اگر این اتم در میدان الکتریکی خارجی $\vec{E}$ قرار داده شود، مدارهای الکترونی به گونه‌ای واپیچیده می‌شوند که مرکزهای بارهای مثبت و منفی دیگر برهم منطبق نیستند و در نتیجه گشتاور دو قطبی القایی $\vec{p}$ ایجاد می‌شود. در اینجا، این واپیچیدگی به طور اغراق آمیزی نمایش داده شده است.

مثبت و منفی برهم منطبق‌اند (شکل ۲۰-۱۱ الف) و بنابراین، هیچ گشتاور دوقطبی الکتریکی ایجاد نمی‌شود. ولی، اگر یک اتم یا یک مولکول غیر قطبی را در میدان الکتریکی خارجی قرار دهیم، این میدان مدارهای الکترونی را وامی‌پیچاند و مرکزهای بارهای مثبت و منفی را از هم جدا می‌کند، (شکل ۲۰-۱۱ ب). چون الکترونها دارای بار منفی هستند، گرایش به حرکت در خلاف جهت میدان دارند. این حرکت، گشتاور دو قطبی $\vec{p}$ را ایجاد می‌کند که با میدان الکتریکی هم‌جهت است. گفته می‌شود که این دوقطبی الکتریکی توسط میدان *القا* و اتم یا مولکول توسط میدان *قطبیده شده است* (یعنی، یک طرف آن مثبت و طرف دیگر آن منفی است). وقتی میدان برداشته شود، گشتاور دوقطبی القایی و قطبیدگی از میان می‌روند.

۲۰-۹ پتانسیل ناشی از توزیع بار پیوسته

هرگاه توزیع بار q پیوسته باشد (مانند یک میلهٔ باریک یا قرص باردار یکنواخت)، برای یافتن پتانسیل V در یک نقطهٔ P نمی‌توانیم از جمع کردن در معادلهٔ ۲۰-۲۷ استفاده کنیم. به جای این، باید یک عنصر دیفرانسیلی بار dq را انتخاب و پتانسیل dV ناشی از dq در نقطهٔ P را تعیین کنیم، و سپس روی کل توزیع بار انتگرال بگیریم.

دوباره صفر پتانسیل را در بینهایت اختیار می‌کنیم. اگر با عنصر دیفرانسیلی بار dq به صورت یک بار نقطه‌ای رفتار کنیم، آنگاه می‌توانیم از معادلهٔ ۲۰-۲۶ برای بیان پتانسیل dV ناشی از dq در نقطهٔ P استفاده کنیم

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} \quad (\text{مثبت یا منفی } dq) \qquad (۲۰\text{-}۳۱)$$

در اینجا r فاصلهٔ میان P و dq است. برای یافتن پتانسیل کل V در نقطهٔ P، برای جمع کردن پتانسیلهای ناشی از تمام عنصرهای بار، انتگرال می‌گیریم؛ داریم

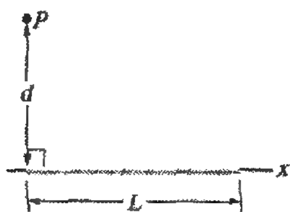
$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r} \qquad (۲۰\text{-}۳۲)$$

این انتگرال باید روی کل توزیع بار گرفته شود. توجه کنید که چون پتانسیل الکتریکی نرده‌ای است، *هیچ مؤلفهٔ برداری* برای درنظر گرفتن در معادلهٔ ۲۰-۳۲ وجود ندارد.

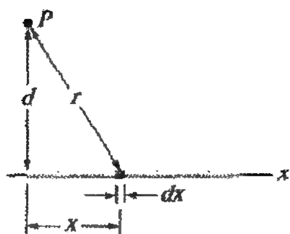
اکنون دو توزیع بار پیوسته، یک خط باردار و یک قرص باردار را بررسی می‌کنیم.

خط باردار

در شکل ۲۰-۱۲ الف، یک میلهٔ نارسانای باریک به طول L دارای بار مثبتی با چگالی خطی یکنواخت λ است. می‌خواهیم پتانسیل الکتریکی V ناشی از این میله را در نقطهٔ P، به فاصلهٔ عمودی d از انتهای چپ میله، تعیین کنیم.



(الف)



(ب)

شکل ۲۰-۱۲ (الف) یک میلهٔ باردار یکنواخت باریک، پتانسیل الکتریکی V را در نقطهٔ P ایجاد می‌کند. (ب) یک عنصر دیفرانسیلی بار، پتانسیل دیفرانسیلی dV را در نقطهٔ P تولید می‌کند.

عنصر دیفرانسیلی dx از میله را، همان‌گونه که در شکل ۲۰-۱۲ ب نشان داده شده است، در نظر می‌گیریم. این عنصر (یا هر عنصر دیفرانسیلی دیگری) از میله، دارای بار دیفرانسیلی زیر است

$$dq = \lambda\, dx \qquad (۲۰\text{-}۳۳)$$

این عنصر، پتانسیل الکتریکی dV را در نقطهٔ P که به فاصلهٔ $r = (x^2 + d^2)^{1/2}$ از این عنصر است، ایجاد می‌کند. اگر این عنصر را به صورت یک بار نقطه‌ای در نظر بگیریم، با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۳۱ می‌توانیم پتانسیل dV را چنین بنویسیم

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dx}{(x^2+d^2)^{1/2}} \qquad (۲۰\text{-}۳۴)$$

چون بار روی میله مثبت است و پتانسیل را در بینهایت $V = 0$ اختیار کرده‌ایم، از بخش ۲۰-۶ می‌دانیم که dV در معادلهٔ ۲۰-۳۴ باید مثبت باشد.

اکنون پتانسیل کل V ایجاد شده توسط میله در نقطهٔ P را با انتگرالگیری از معادلهٔ ۲۰-۳۴ روی طول میله، از $x = 0$ تا $x = L$، با استفاده از انتگرال شماره ۱۷ پیوست ث، پیدا می‌کنیم. از آنجا به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} V &= \int dV = \int_0^L \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{(x^2+d^2)^{1/2}}\,dx \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^L \frac{dx}{(x^2+d^2)^{1/2}} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\Big[\ln\big(x + (x^2+d^2)^{1/2}\big)\Big]_0^L \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\Big[\ln\big(L + (L^2+d^2)\big)^{1/2} - \ln d\Big] \end{aligned}$$

این نتیجه را می‌توانیم با استفاده از رابطهٔ کلی $\ln A - \ln B = \ln(A/B)$ ساده کنیم. آنگاه، خواهیم داشت

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left[\frac{L+(L^2+d^2)^{1/2}}{d}\right] \qquad (۲۰\text{-}۳۵)$$

چون V مجموع مقدارهای مثبت dV است، باید مثبت باشد، ولی آیا معادلهٔ ۲۰-۳۵ مقداری مثبت برای V به دست می‌دهد؟ چون شناسهٔ لگاریتم بزرگتر از ۱ است، این لگاریتم عددی مثبت و V در واقع مثبت است.

قرص باردار

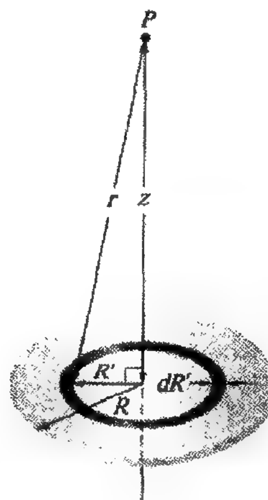
در بخش ۱۸-۷، بزرگی میدان الکتریکی را در نقطه‌هایی روی محور مرکزی یک قرص پلاستیکی به شعاع R که دارای چگالی بار یکنواخت σ روی یک سطح آن است، محاسبه کردیم. در اینجا می‌خواهیم عبارتی را برای $V(z)$، پتانسیل الکتریکی در هر نقطه روی محور مرکزی، به دست آوریم.

در شکل ۲۰-۱۳، یک عنصر دیفرانسیلی را که عبارت از یک حلقهٔ تخت به شعاع R' و پهنای شعاعی dR' است، در نظر می‌گیریم. بزرگی بار الکتریکی این حلقه برابر است با

$$dq = \sigma(2\pi R')(dR')$$

که در آن $(2\pi R')(dR')$ مساحت سطح بالایی این حلقه است. تمام بخشهای این عنصر باردار در فاصلهٔ یکسان r از نقطهٔ P روی محور حلقه قرار دارند. به کمک شکل ۲۰-۱۳ می‌توانیم با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۳۱ سهم این حلقه را در پتانسیل الکتریکی در نقطهٔ P چنین بنویسیم

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma(2\pi R')(dR')}{\sqrt{z^2+R'^2}} \qquad (۲۰\text{-}۳۶)$$



شکل ۲۰-۱۳ یک قرص پلاستیکی به شعاع R که سطح بالایی آن با چگالی بار سطحی یکنواخت σ باردار شده است. می‌خواهیم پتانسیل V را در نقطهٔ P واقع بر محور مرکزی قرص پیدا کنیم.

پتانسیل خالص در نقطهٔ P را با جمع کردن (از طریق انتگرالگیری) سهم تمام این حلقه‌ها از $R'=0$ تا $R'=R$، به دست می‌آوریم

$$V = \int dV = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{R'dR'}{\sqrt{z^2+R'^2}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{z^2+R^2}-z\right) \qquad (۲۰\text{-}۳۷)$$

توجه کنید که کمیت متغیر در انتگرال دوم معادلهٔ ۲۰-۳۷، R' است نه z، که در حین انتگرالگیری روی سطح قرص ثابت می‌ماند. (همچنین، توجه کنید که در محاسبهٔ انتگرال فرض کرده‌ایم $z \geq 0$ است.)

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۴: مشکل علامتها در پتانسیل الکتریکی

وقتی پتانسیل V ناشی از یک خط باردار یا هر پیکربندی بار پیوستهٔ دیگری را در نقطهٔ دلخواه P محاسبه می‌کنیم، علامتها ممکن است شما را به زحمت اندازند. در اینجا یک راهنمایی کلی برای انتخاب این علامتها ارائه می‌شود.

اگر بار الکتریکی منفی باشد، آیا نمادهای dq و λ باید نشان دهندهٔ کمیتهایی منفی باشند، یا باید این علامتها را با استفاده از $-dq$ و $-\lambda$ به روشنی مشخص کرد؟ شما تا هنگامی که مفهوم نمادگذاری را به خاطر داشته باشید می‌توانید از هر کدام اینها استفاده کنید، به طوری که وقتی به مرحلهٔ نهایی می‌رسید، بتوانید علامت V را به درستی بیان کنید.

روش دیگر، که می‌تواند به هنگامی که توزیع بار کلْ یک علامت داشته باشد مورد استفاده قرار گیرد، آن است که نمادهای dq و λ را فقط نشان دهندهٔ بزرگیها در نظر بگیریم. نتیجهٔ محاسبه، بزرگی V در نقطهٔ P را به دست می‌دهد. آنگاه بسته به علامت بار، علامت V را اضافه می‌کنیم. (اگر پتانسیل صفر واقع در بینهایت باشد، بار مثبتْ پتانسیلِ مثبتْ و بار منفی پتانسیلِ منفی را به دست می‌دهد.)

اگر حدود انتگرالی را که برای محاسبهٔ پتانسیل به کار رفته است وارونه کنیم، برای V مقداری منفی به دست خواهیم آورد. در این حالت، بزرگی پتانسیل درست است ولی علامت منها را حذف کنید. آنگاه، علامت مناسب V را از علامت بار تعیین کنید. به عنوان مثال، اگر حدود انتگرال در بالای معادلهٔ ۲۰-۳۵ را وارونه کرده‌بودیم به معادلهٔ ۲۰-۳۵ با علامت منفی می‌رسیدیم. بنابراین، علامت منفی را به کنار می‌گذاریم و باید توجه داشته باشیم که چون بار ایجاد کنندهٔ پتانسیل مثبت است، پتانسیل نیز مثبت خواهد بود.

۲۰-۱۰ محاسبهٔ میدان از روی پتانسیل

در بخش ۲۰-۵ دیدیم که اگر میدان الکتریکی در طول مسیری از نقطهٔ مرجع تا نقطهٔ f معلوم باشد، چگونه می‌توان پتانسیل در نقطهٔ f را به دست آورد. در این بخش، روش دیگری را ارائه می‌کنیم – یعنی، یافتن میدان الکتریکی در وقتی که پتانسیل معلوم باشد. همان‌طور که شکل ۲۰-۳ نشان می‌دهد، حل این مسئله به روش ترسیمی آسان است: اگر پتانسیل V در تمام نقطه‌های نزدیک به یک مجموعهٔ بار معلوم باشد، می‌توانیم دسته‌ای از سطحهای هم‌پتانسیل را رسم کنیم. خطهای میدان الکتریکی، که عمود بر این سطحها رسم می‌شوند، تغییر $\vec{E}$ را نشان می‌دهند. آنچه که ما در اینجا به دنبال آن هستیم، یافتن معادل ریاضی این روش ترسیمی است.

شکل ۲۰-۱۴ مقطع دسته‌ای از سطحهای هم‌پتانسیل را که به فاصلهٔ نزدیکی از هم قرار گرفته‌اند نشان می‌دهد، به گونه‌ای که اختلاف پتانسیل میان هر دو سطح مجاور dV است. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، میدان $\vec{E}$ در هر نقطهٔ دلخواه P عمود بر سطح هم پتانسیلی است که از P می‌گذرد.

فرض کنید که بار آزمون q_0 از یک سطح هم‌پتانسیل به سطح مجاور خود به اندازهٔ $d\vec{s}$ جابه‌جا شود. از معادلهٔ ۲۰-۷ دیده می‌شود کاری که میدان الکتریکی در حین این حرکت روی بار آزمون انجام می‌دهد برابر با $-q_0 dV$ است. از معادلهٔ ۲۰-۱۶ و شکل ۲۰-۱۴ درمی‌یابیم که کار انجام شده توسط میدان الکتریکی را می‌توان به صورت ضرب نرده‌ای $(q_0\vec{E})\cdot d\vec{s}$ یا $q_0E(\cos\theta)$ نیز نوشت. با برابر قراردادن این دو عبارتی که برای کار به دست آوردیم، داریم

$$-q_0 dV = q_0 E(\cos\theta)ds \qquad (۲۰-۳۸)$$

یا

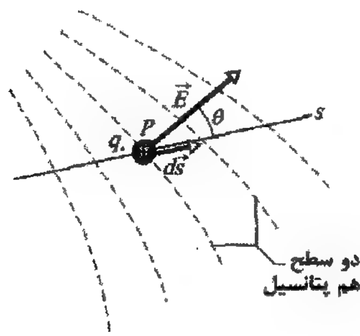
$$E\cos\theta = -\frac{dV}{ds} \qquad (۲۰-۳۹)$$

چون $E\cos\theta$ مؤلفهٔ $\vec{E}$ در جهت $d\vec{s}$ است، معادلهٔ ۲۰-۳۹ چنین نوشته می‌شود

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s} \qquad (۲۰-۴۰)$$

یک شاخص پایین را به E افزوده‌ایم و از نماد مشتق جزئی استفاده کرده‌ایم تا تأکید کنیم که معادلهٔ ۲۰-۴۰ فقط به تغییر V در امتداد یک محور معین (در اینجا آن را محور s نامیده‌ایم) و مؤلفهٔ $\vec{E}$ در امتداد این محور مربوط است. به عبارتی، معادلهٔ ۲۰-۴۰ (که در واقع وارون معادلهٔ ۲۰-۱۸ است) حاکی از آن است که

> مؤلفهٔ $\vec{E}$ در هر راستا، منفی آهنگی است که پتانسیل الکتریکی نسبت به فاصله در آن راستا، تغییر می‌کند.



شکل ۲۰-۱۴ بار آزمون q_0 مسافت $d\vec{s}$ را از یک سطح هم‌پتانسیل تا سطح هم‌پتانسیل دیگر طی می‌کند. (فاصلهٔ میان این سطحها برای روشنی بیشتر به طور اغراق آمیزی نشان داده شده است.) جابه‌جایی $d\vec{s}$ با میدان الکتریکی $\vec{E}$ زاویهٔ θ می‌سازد.

اگر محور s را، به نوبت، محورهای x و y و z اختیار کنیم، درمی‌یابیم که مؤلفه‌های x، y، و z میدان $\vec{E}$ در هر نقطهٔ دلخواهی عبارت‌اند از

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}\;;\quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}\;;\quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \qquad (۲۰-۴۱)$$

بنابراین، اگر V برای تمام نقطه‌های ناحیه‌ای در اطراف یک توزیع بار معلوم باشد، یعنی اگر تابع $V(x,y,z)$ را بشناسیم، مؤلفه‌های $\vec{E}$، و بنابراین خود $\vec{E}$ را می‌توانیم در هر نقطه با گرفتن مشتق جزئی به دست آوریم.

برای وضعیت ساده‌ای که میدان الکتریکی $\vec{E}$ یکنواخت است، معادلهٔ ۲۰-۴۰ چنین نوشته می‌شود

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta s} \qquad (۲۰-۴۲)$$

که در آن s بر سطحهای هم‌پتانسیل عمود است. مؤلفهٔ میدان الکتریکی در هر راستای موازی با سطحهای هم‌پتانسیل، صفر است.

> ✔ ***نکتهٔ وارسی ۶*** شکل زیر، سه زوج صفحهٔ موازی با فاصلهٔ جدایی یکسان، و پتانسیل الکتریکی هر صفحه را نشان می‌دهد. میدان الکتریکی میان صفحه‌ها، یکنواخت و بر صفحه‌ها عمود است. (الف) زوج صفحه‌ها را بنابر بزرگی میدان الکتریکی میان صفحه‌ها، از بیشترین تا کمترین مرتب کنید. (ب) برای کدام زوج صفحه‌ها، میدان الکتریکی به طرف راست است؟ (پ) اگر الکترونی در میانهٔ زوج صفحه‌های شمارهٔ ۳ رها شود، آیا در همانجا باقی می‌ماند، با تندی ثابت رو به طرف راست حرکت می‌کند، با تندی ثابت رو به طرف چپ حرکت می‌کند، به طرف راست شتاب می‌گیرد، یا به طرف چپ؟



مسئلهٔ نمونهٔ ۲۰-۵

پتانسیل الکتریکی در هر نقطه از محور مرکزی یک قرص باردار یکنواخت با معادلهٔ ۲۰-۳۷ داده می‌شود

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(\sqrt{z^2 + R^2} - z)$$

با شروع با این عبارت، رابطه‌ای برای میدان الکتریکی در هر نقطه از محور این قرص را به دست آورید.

نکته‌های کلیدی می‌خواهیم میدان الکتریکی $\vec{E}$ را به صورت تابعی از فاصلهٔ z روی محور قرص به دست آوریم. به ازای هر مقداری از z، جهت $\vec{E}$ باید در امتداد این محور باشد، زیرا قرص حول این محور دارای تقارن دایره‌ای است. بنابراین، به مؤلفهٔ E_z میدان $\vec{E}$ در جهت z نیاز داریم. در نتیجه، این مؤلفه برابر با منفی آهنگی است که با آن پتانسیل الکتریکی نسبت به فاصلهٔ z تغییر می‌کند.

محاسبه‌ها: با استفاده از آخرین معادلهٔ ۲۰-۴۱ خواهیم داشت

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{d}{dz}(\sqrt{z^2 + R^2} - z)$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}\right) \quad \text{(پاسخ)}$$

که این همان رابطه‌ای است که در بخش ۱۸-۷ با انتگرالگیری و با استفاده از قانون کولن به دست آوردیم.

۲۰-۱۱ انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاهی از بارهای نقطه‌ای

در بخش ۲۰-۲، انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذرهٔ باردار را هنگامی که یک نیروی الکتروستاتیکی روی آن کار انجام می‌دهد، بررسی کردیم. در آن بخش فرض کردیم بارهایی که آن نیرو را ایجاد می‌کنند در مکانهای خود ثابت باشند، به گونه‌ای که نه آن نیرو و نه میدان الکتریکی مربوط به آن نتوانند از حضور بار آزمون تأثیر بپذیرند. در این بخش برای یافتن انرژی پتانسیل الکتریکی *دستگاهی* از بارها ناشی از میدان الکتریکی که *توسط* همان بارها ایجاد شده است، می‌توانیم با دید گسترده‌تری به این موضوع نگاه کنیم.

به عنوان یک مثال ساده، فرض کنید دو جسم را که دارای بارهایی با علامتهای الکتریکی یکسانی هستند به یکدیگر نزدیک کنیم. کاری که باید انجام دهیم به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در دستگاه دو- جسمی ذخیره می‌شود (با این شرط که انرژی جنبشی دو جسم تغییر نکند). اگر بعداً این بارها را رها کنیم، تمام این انرژی ذخیره شده یا بخشی از آن را می‌توانیم به صورت انرژی جنبشی جسمهای باردار هنگامی که از یکدیگر دور می‌شوند، به دست آوریم.

انرژی پتانسیل الکتریکی *دستگاهی از بارهای نقطه‌ای* را که در مکانهای خود توسط نیروهای نامشخصی ثابت نگهداشته شده‌اند، به صورت زیر تعریف می‌کنیم

> ***انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاهی از بارهای نقطه‌ای ثابت*** **شده برابر است با کاری که باید توسط یک عامل خارجی انجام پذیرد تا هر بار از فاصله‌ای نامتناهی، به آن دستگاه گرد آورده شود.**

فرض می‌کنیم این بارها، هم در فاصلهٔ نامتناهی اولیه و هم در پیکربندی گردآوری شدهٔ نهایی خود ساکن باشند.

شکل ۲۰-۱۵، دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 را نشان می‌دهد که به فاصلهٔ r از هم قرار گرفته‌اند. برای یافتن انرژی پتانسیل الکتریکی این دستگاه شامل دو بار، باید به طور ذهنی دستگاهی ایجاد کنیم که در ابتدا هر دو بار آن در فاصله‌ای نامتناهی به حال سکون باشند. وقتی q_1 را از بینهایت می‌آوریم و در مکان خود قرار می‌دهیم، هیچ کاری انجام نمی‌دهیم؛ زیرا هیچ نیروی الکتروستاتیکی بر q_1 اثر نمی‌کند. ولی، هنگامی که پس از آن q_2 را از بینهایت می‌آوریم و در مکان خود قرار می‌دهیم، باید کار انجام دهیم؛ زیرا q_1 به هنگام حرکت q_2، یک نیروی الکتروستاتیکی بر آن وارد می‌کند.



شکل ۲۰-۱۵ دو بار در فاصلهٔ r از یکدیگر ثابت نگهداشته شده‌اند.

این کار را می‌توانیم از معادلهٔ ۲۰-۸ با حذف علامت منفی آن (تا آن معادله، کاری که *ما* انجام می‌دهیم را به جای کار میدان به دست دهد) و قراردادن q_2 به جای بار کلی q، محاسبه کنیم. در این صورت کار ما برابر q_2V است که در آن V پتانسیلی است که توسط q_1 در نقطه‌ای که q_2 را قرار می‌دهیم، ایجاد شده است. از معادلهٔ ۲۰-۲۶، مقدار این پتانسیل برابر است با

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}$$

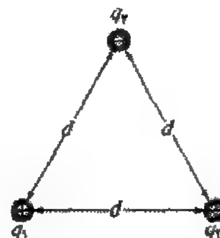
بنابراین، بنا بر تعریف، انرژی پتانسیل الکتریکی زوج بارهای نقطه‌ای شکل ۲۰-۱۵ برابر است با

$$U = W = q_2V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r} \quad (۲۰\text{-}۴۳)$$

اگر بارها هم‌علامت باشند، باید برای نزدیک کردن آنها به هم، کاری مثبت در برابر دافعهٔ متقابل آنها انجام دهیم. بنابراین، همان‌طور که از معادلهٔ ۲۰-۴۳ برمی‌آید، انرژی پتانسیل دستگاه مثبت است. اگر علامت بارها مخالف باشد، برای آنکه آنها را به حالت سکون در کنار هم قرار دهیم باید کاری منفی در برابر جاذبهٔ متقابل آنها انجام دهیم. در این صورت، انرژی پتانسیل دستگاه منفی است. مسئلهٔ نمونهٔ ۲۰-۶ نشان می‌دهد که چگونه این فرایند به بیش از دو بار تعمیم می‌یابد.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۰-۶

شکل ۲۰-۱۶ سه بار نقطه‌ای را نشان می‌دهد که توسط نیروهایی که نشان داده نشده‌اند در مکانهای خود ثابت شده‌اند. انرژی پتانسیل الکتریکی U این دستگاه بارها چقدر است؟ فرض کنید $d = 12\,\text{cm}$ و $q_1 = +q$ ، $q_2 = -4q$ ، $q_3 = +2q$ که در آنها $q = 150\,\text{nC}$ است.



شکل ۲۰-۱۶ سه بار در گوشه‌های یک مثلث متساوی الاضلاع ثابت شده‌اند. انرژی پتانسیل الکتریکی این دستگاه چیست؟

نکتهٔ کلیدی انرژی پتانسیل U دستگاه برابر با کاری است که باید انجام دهیم تا با آوردن هر یک از بارها از فاصلهٔ نامتناهی، این دستگاه را گرد آوریم.

محاسبه‌ها: فرض کنیم، به طور ذهنی با آوردن یکی از بارها، مثلاً q_1 ، در مکان خود، در حالی که بقیه در بینهایت واقع‌اند، شروع به تشکیل دستگاه شکل ۲۰-۱۶ می‌کنیم. سپس یکی دیگر، مثلاً q_2 را، از بینهایت می‌آوریم و در مکان خود قرار می‌دهیم. با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۴۳ که در آن به جای r، d را قرار می‌دهیم، انرژی پتانسیل U_{12} وابسته به زوج بارهای q_1 و q_2 چنین می‌شود

$$U_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{d}$$

آنگاه، آخرین بار نقطه‌ای q_3 را از بینهایت می‌آوریم و آن را در مکان خود قرار می‌دهیم. کاری که باید در این آخرین مرحله انجام دهیم برابر با مجموع کاری است که باید برای نزدیک کردن q_3 به q_1 و q_3 به q_2 انجام دهیم. از معادلهٔ ۲۰-۴۳، با قراردادن d به جای r ، این مجموع برابر است با

$$W_{13} + W_{23} = U_{13} + U_{23} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{d} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_3}{d}$$

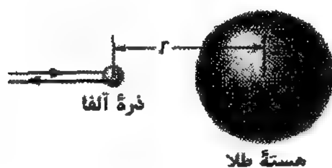
انرژی پتانسیل U دستگاه سه بار برابر با مجموع انرژیهای پتانسیل وابسته به سه زوج بار است. این مجموع (که در واقع مستقل از ترتیبی است که بارها کنار یکدیگر آورده می‌شوند) برابر است با

$$U = U_{12} + U_{13} + U_{23}$$
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{(+q)(-4q)}{d} + \frac{(+q)(+2q)}{d} + \frac{(-4q)(+2q)}{d}\right)$$
$$= -\frac{10q^2}{4\pi\varepsilon_0 d}$$
$$= -\frac{(8.99\times10^9\,\text{N.m}^2/\text{C}^2)(10)(150\times10^{-9}\,\text{C})^2}{0.12\,\text{m}}$$
$$= -1.7\times10^{-2}\,\text{J} = -17\,\text{mJ} \quad \text{(پاسخ)}$$

انرژی پتانسیل منفی به این معناست که برای گرد آوردن این مجموعه، با شروع از سه بار که در فاصله‌ای نامتناهی از یکدیگر و در حالت سکون قرار دارند، باید کاری منفی انجام داد. به عبارت دیگر، برای از هم گسیختگی کامل این ساختار، به گونه‌ای که این سه بار سرانجام به فاصلهٔ نامتناهی از یکدیگر قرار گیرند، باید یک عامل خارجی کاری برابر با ۱۷ mJ انجام دهد.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۰-۷ مهارت خود را تقویت کنید

یک ذرهٔ آلفا (دو پروتون و دو نوترون) به داخل اتم طلای ساکنی (۷۹ پروتون، ۱۱۸ نوترون) وارد می‌شود و از ناحیهٔ الکترونی که هستهٔ طلا را نظیر پوسته‌ای احاطه کرده است می‌گذرد و به طور مستقیم به طرف هسته می‌رود، (شکل ۲۰-۱۷). ذرهٔ آلفا کند می‌شود و وقتی مرکز آن در فاصلهٔ شعاعی $r = 9.23\,\text{fm}$ از مرکز هسته قرار گیرد به توقف لحظه‌ای می‌رسد. سپس، ذرهٔ آلفا در مسیر ورودی خود، رو به عقب بازمی‌گردد. (چون هستهٔ طلا بسیار سنگینتر از ذرهٔ آلفاست، می‌توانیم فرض کنیم که هستهٔ طلا حرکت نمی‌کند.) انرژی جنبشی K_i ذرهٔ آلفا وقتی در ابتدا در فاصله‌ای دور (و از این رو در خارج اتم طلا) قرار داشته، چقدر بوده است؟ فرض کنید که تنها نیرویی که میان ذرهٔ آلفا و هستهٔ طلا عمل می‌کند، نیروی کولنی (الکتروستاتیکی) است.



شکل ۲۰-۱۷ یک ذرهٔ آلفا، که به طور مستقیم به طرف مرکز یک هستهٔ طلا حرکت می‌کند، به طور لحظه‌ای متوقف (در آن زمان، تمام انرژی جنبشی آن به انرژی پتانسیل الکتریکی تبدیل شده است) و سپس مسیرش وارونه می‌شود.

نکتهٔ کلیدی در طی کل فرایند، انرژی مکانیکی دستگاه *ذرهٔ آلفا + اتم طلا* پایسته است.

استدلال: هنگامی که ذرهٔ آلفا بیرون اتم است، انرژی پتانسیل الکتریکی اولیهٔ U_i دستگاه صفر است، زیرا اتم دارای تعداد برابری از الکترونها و پروتونهاست، که میدان الکتریکی *خالص* صفر را ایجاد می‌کنند. ولی، وقتی که ذرهٔ آلفا در مسیر خود به سمت هسته، از ناحیهٔ الکترونی که هسته را در بر گرفته عبور می‌کند، میدان الکتریکی ناشی از الکترونها به صفر میل می‌کند. دلیل این امر آن است که الکترونها مثل یک پوستهٔ کروی بسته با بار منفی یکنواخت عمل می‌کنند، و همان‌طور که در بخش ۱۹-۹ مطرح شد، چنین پوسته‌ای در فضایی که آن را در بر گرفته است میدان الکتریکی صفر ایجاد می‌کند. ذرهٔ آلفا کماکان

تحت تأثیر میدان الکتریکی پروتونهای داخل هسته است، که نیرویی دافعه روی پروتونهای داخل ذرهٔ آلفا ایجاد می‌کنند.

وقتی ذرهٔ آلفای فرودی توسط این نیروی دافعه کند شود، انرژی جنبشی آن به انرژی پتانسیل دستگاه تبدیل می‌شود. وقتی ذرهٔ آلفا به طور لحظه‌ای متوقف و انرژی جنبشی $K_f = 0$ شود، این تبدیل به طور کامل صورت می‌پذیرد.

محاسبه‌ها: اصل پایستگی انرژی مکانیکی بیان می‌دارد که

$$K_i + U_i = K_f + U_f \qquad (۲۰\text{-}۴۴)$$

دو مقدار را می‌شناسیم: $U_i = 0$ و $K_f = 0$. همچنین می‌دانیم که انرژی پتانسیل U_f در نقطهٔ توقف لحظه‌ای با طرف راست معادلهٔ ۲۰-۴۳، به ازای $q_1 = 2e$ ، $q_2 = 79e$ (که در آن e بار بنیادی $1/60 \times 10^{-19}\,C$ است) و $r = 9/23\ fm$ داده می‌شود. بنابراین، معادلهٔ ۲۰-۴۴ را می‌توانیم چنین بازنویسی کنیم

$$K_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(2e)(79e)}{9/23 fm}$$

$$= \frac{(8/99 \times 10^{9}\,N.m^2/C^2)(158)(1/60 \times 10^{-19}\,C)^2}{9/23 \times 10^{-15}\,m}$$

$$= 3/94 \times 10^{-12}\,J = 24/6\ MeV \qquad \text{(پاسخ)}$$

۲۰-۱۲ پتانسیل رسانای باردار منزوی

در بخش ۱۹-۶، نتیجه گرفتیم که برای تمام نقطه‌های داخل یک رسانای منزوی $\vec{E} = 0$ است. سپس، از قانون گاؤس برای اثبات اینکه بار اضافی واقع بر یک رسانای منزوی کاملاً روی سطح آن قرار می‌گیرد، استفاده کردیم. (حتی اگر رسانا یک کاواک داخلی توخالی داشته باشد، این گفته درست است.) در اینجا از اولین واقعیت برای اثبات تعمیمی از واقعیت دوم استفاده می‌کنیم

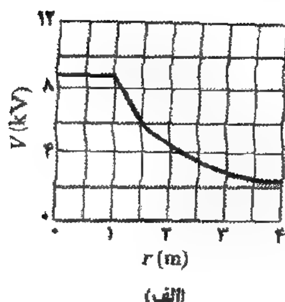
> بار اضافی واقع بر یک رسانای منزوی، به گونه‌ای خود را روی سطح رسانا توزیع می‌کند که تمام نقطه‌های رسانا - چه روی سطح و چه داخل آن - هم‌پتانسیل شوند. حتی اگر رسانا یک کاواک داخلی داشته باشد و حتی اگر این کاواک شامل بار خالصی باشد، این گفته درست است.

اثبات ما مستقیماً از معادلهٔ ۲۰-۱۸ که به این قرار است، نتیجه می‌شود

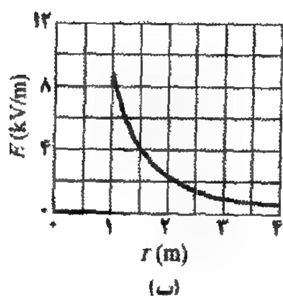
$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E}.d\vec{s}$$

چون برای تمام نقطه‌های داخل یک رسانا $\vec{E} = 0$ است، از اینجا مستقیماً نتیجه می‌گیریم که برای همهٔ زوج نقطه‌های ممکن i و f در رسانا، $V_f = V_i$ است.

شکل ۲۰-۱۸ الف، نموداری از تغییرات پتانسیل برحسب فاصلهٔ شعاعی r از مرکز یک پوستهٔ رسانای کروی منزوی به شعاع $1/0\,m$ است که $1/0\,\mu C$ بار دارد. برای نقطه‌های بیرون این پوسته، $V(r)$ را می‌توانیم از معادلهٔ ۲۰-۲۶ محاسبه کنیم،



(الف)



(ب)

شکل ۲۰-۱۸ (الف) نمودار تغییرات $V(r)$ هم برای داخل و هم خارج یک پوستهٔ کروی باردار به شعاع $1/0\ m$. (ب) نمودار تغییرات $E(r)$ برای همان پوسته.

زیرا بار q برای نقطه‌های بیرونی به گونه‌ای رفتار می‌کند که گویی این بار در مرکز پوسته قرار گرفته است. این معادله تا سطح پوسته هم برقرار می‌ماند. اکنون - با فرض اینکه حفرهٔ کوچکی در پوسته وجود دارد - بار آزمون کوچکی را در مرکز پوسته قرار می‌دهیم. برای انجام این عمل به هیچ کار اضافی نیاز نیست، زیرا هیچ نیروی الکتریکی خالصی بر بار آزمون واقع در داخل پوسته اثر نمی‌کند. بنابراین، همان‌طور که شکل ۲۰-۱۸ الف نشان می‌دهد، پتانسیل در تمام نقطه‌های داخل پوسته دارای مقدار یکسانی با پتانسیل روی سطح پوسته است.

شکل ۲۰-۱۸ ب، نمودار تغییرات میدان الکتریکی با فاصلهٔ شعاعی را برای همان پوسته نشان می‌دهد. توجه کنید که در همه جای داخل پوسته $E = 0$ است. منحنیهای شکل ۲۰-۱۸ ب را می‌توان از منحنی شکل ۲۰-۱۸ الف با مشتق‌گیری نسبت به r و با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۴۰ به دست آورد (به یاد آورید که مشتق هر ثابت برابر با صفر است). منحنی شکل ۲۰-۱۸ الف را می‌توان از منحنیهای شکل ۲۰-۱۸ ب با انتگرالگیری نسبت به r و با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۱۹ به دست آورد.

تخلیهٔ جرقه‌ای از رسانای باردار

در رساناهای غیر کروی، بار سطحی به طور یکنواخت روی سطح رسانا توزیع نمی‌شود. در نقطه‌های تیز یا لبه‌های تیز، چگالی بار سطحی - و بنابراین، میدان الکتریکی خارجی متناسب با آن - ممکن است به مقدارهای بسیار زیادی برسد. هوای اطراف چنین نقطه‌ها یا لبه‌های تیزی ممکن است یونیده شود و تخلیهٔ هاله‌ای ایجاد کند که گلف بازان و کوهنوردان آن را روی نوک بوته‌ها، چوبهای گلف، و چکشهای صخره‌نوردی

در موقع توفان تندری می‌بینند. تخلیه‌های هاله‌ای، مانند مویی که سیخ می‌شود، غالباً پیش‌درآمد آذرخشها هستند. در چنین رویدادهایی، توصیه این است که شخص خود را در محفظه‌ای داخل یک رویهٔ رسانا، که در آنجا میدان الکتریکی یقیناً برابر صفر است، محصور کند. در این مورد، یک اتومبیل (مگر آنکه اتومبیلی با سقف تاشو یا با بدنه‌ای از جنس پلاستیک باشد) کاملاً مناسب است، (شکل ۲۰-۱۹).

بدن شما یک رسانای نسبتاً خوب است و اگر به اطراف حرکت کنید یا لباستان را عوض کنید، می‌تواند به آسانی باردار شود. چنین عملی نقطه‌های تماس بسیار زیادی میان لباس و پوست شما ایجاد می‌کند. برای بسیاری از انواع لباسها، در چنین تماسی برخی از الکترونهای رسانش روی یک سطح به سوی سطح دیگر منتقل می‌شوند. برای مثال، وقتی شما لباس خود را درمی‌آورید، ممکن است الکترونهای رسانش به دست آورید.



شکل ۲۰-۱۹ جرقهٔ بزرگی که به بدنهٔ اتومبیلی اصابت کرده با حرکت در امتداد لاستیک عایق سمت چپ جلویی (به درخشش نور درآنجا توجه کنید) بی آنکه به سرنشین آن صدمه‌ای بزند، از آن خارج شده است.

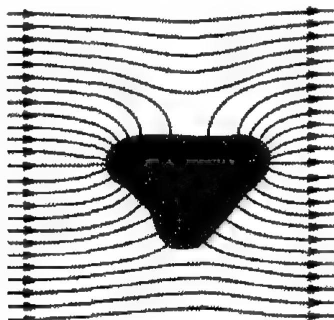
اگر رطوبت هوا بالا باشد، این الکترونها به‌سرعت از طریق قطره‌های موجود در هوا رانده می‌شوند. ولی اگر رطوبت هوا پایین باشد، ممکن است بار اضافی بسیار زیادی به دست آورید، به گونه‌ای که اختلاف پتانسیل بدن شما و محیط اطراف 5kV یا بیشتر شود. هنگامی که به این ترتیب بار پیدا می‌کنید، اگر به صفحهٔ کلید یک رایانه دست بزنید، این بار اضافی روی بدن شما می‌تواند از طریق تراشه‌های مدار رایانه شارش یابد و بدین ترتیب باعث اضافه بار و خرابی آنها شود.

مثالهای بی‌شماری وجود دارند که در آنها تماس میان یک شخص و نوع دیگری از ماده، شخص را آنقدر باردار می‌کند که ممکن است با یک جرقه تخلیه شود. محاسبه شده است بچه‌هایی که در یک روز خشک روی یک سرسرهٔ پلاستیکی سر می‌خورند، دارای پتانسیلی در حدود 60kV می‌شوند. اگر چنین بچه‌ای به هر جسم رسانای دیگری (مثلاً شخصی دیگر) دست بزند، ممکن است با یک جرقهٔ بسیار دردناک بار خود را در آن جسم تخلیه کند.

یک چنین تخلیهٔ جرقه‌ای در اتاق عمل جراحی که در آن گازی قابل اشتعال (از قبیل گاز بیهوشی) موجود است، می‌تواند خطرآفرین شود. برای خالی شدن باری که هنگام حرکت به اطراف روی اعضای گروه جراحی جمع می‌شود، آنها کفشهایی رسانا می‌پوشند و روی کفی رسانا می‌ایستند. تخلیه‌های جرقه‌ای همچنین هنگامی که یک راننده در پمپ بنزین با خزیدن روی صندلی به ماشین باز می‌گردد و منتظر پرشدن باک می‌ماند، باعث چندین آتش‌سوزی شده است. راننده بر اثر تماس با صندلی اتومبیل ممکن است به مقدار زیادی بار پیدا کند که این می‌تواند هنگامی که راننده برای بیرون آوردن لولهٔ بنزین بازمی‌گردد باعث پرش جرقه‌ای میان انگشتان او و لولهٔ بنزین شود. این جرقه می‌تواند بخار بنزین اطراف لوله را مشتعل کند.

رسانای منزوی در میدان الکتریکی خارجی

اگر یک رسانای منزوی، همان‌گونه که در شکل ۲۰-۲۰ نشان داده شده است، در *میدان الکتریکی خارجی* قرار داده شود، تمام نقطه‌های رسانا، صرفنظر از آنکه آیا رسانا بار اضافی دارد یا خیر، کماکان به پتانسیل یکسانی می‌رسند. الکترونهای رسانشی آزاد، روی سطح رسانا به گونه‌ای توزیع می‌شوند که میدان الکتریکی ایجاد شده در نقطه‌های داخلی، میدان الکتریکی خارجی را که در غیر این صورت در آنجا موجود بود، خنثی می‌کند. بعلاوه، این توزیع الکترونی در تمام نقطه‌های روی سطح، میدان الکتریکی خالصی را ایجاد می‌کند که عمود بر این سطح است. اگر رسانای شکل ۲۰-۲۰ را می‌شد به طریقی برداشت و بارهای سطحی در جای خود می‌ماند، نقش میدان الکتریکی هم برای نقطه‌های خارجی و هم برای نقطه‌های داخلی کاملاً بدون تغییر باقی می‌ماند.



شکل ۲۰-۲۰ رسانای بدون باری در میدان الکتریکی خارجی غوطه‌ور است. *الکترونهای آزاد در رسانا، همان‌طور که در شکل نشان داده شده است به گونه‌ای توزیع می‌شوند که میدان الکتریکی خالص* درون رسانا را به صفر کاهش دهند و میدان خالص عمود بر سطح رسانا باشد.

بازنگری و خلاصهٔ درس

انرژی پتانسیل الکتریکی تغییر ΔU در انرژی پتانسیل الکتریکی U یک بار نقطه‌ای به هنگامی که این بار در میدان الکتریکی از نقطهٔ اولیهٔ i به نقطهٔ نهایی f حرکت کند برابر است با

$$\Delta U = U_f - U_i = -W \qquad (۲۰-۱)$$

که در آن W کار انجام شده توسط نیروی الکتروستاتیکی (ناشی از میدان الکتریکی خارجی) روی بار نقطه‌ای در حین حرکت از i به f است. اگر انرژی پتانسیل در بینهایت را صفر بگیریم، **انرژی پتانسیل الکتریکی** U بار نقطه‌ای در یک نقطهٔ خاص برابر است با

$$U = -W_\infty \qquad (۲۰-۲)$$

که در اینجا W_∞ کار انجام شده توسط نیروی الکتروستاتیکی روی بار نقطه‌ای به هنگامی است که این بار از بینهایت به آن نقطهٔ خاص حرکت می‌کند.

اختلاف پتانسیل الکتریکی، و پتانسیل الکتریکی

اختلاف پتانسیل ΔV میان نقطه‌های i و f در یک میدان الکتریکی چنین تعریف می‌شود

$$\Delta V = V_f - V_i = -\frac{W}{q} \qquad (۲۰-۷)$$

که در آن q بار ذره‌ای است که توسط میدان روی آن کار انجام شده است. **پتانسیل** در یک نقطه عبارت است از

$$V = -\frac{W_\infty}{q} \qquad (۲۰-۸)$$

یکای SI پتانسیل *ولت* است: ۱ ژول بر کولن = ۱ ولت.

پتانسیل و اختلاف پتانسیل را می‌توان برحسب انرژی پتانسیل الکتریکی U ذره‌ای به بار q در میدان الکتریکی چنین نوشت

$$V = \frac{U}{q} \qquad (۲۰-۵)$$

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{U_f}{q} - \frac{U_i}{q} = \frac{\Delta U}{q} \qquad (۲۰-۶)$$

سطحهای هم‌پتانسیل همهٔ نقطه‌های روی یک **سطح هم پتانسیل** دارای پتانسیل الکتریکی یکسانی هستند. کار انجام شده روی یک بار آزمون به هنگام حرکت از چنین سطحی به سطحی دیگر مستقل از مکانهای اولیه و نهایی نقطه‌ها روی این دو سطح و مسیری است که آنها را به هم وصل می‌کند. میدان الکتریکی $\vec{E}$ همواره بر سطحهای هم پتانسیل مربوط به آن عمود است.

یافتن V از روی E اختلاف پتانسیل الکتریکی میان دو نقطهٔ i و f برابر است با

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{s} \qquad (۲۰-۱۸)$$

که در آن انتگرال روی هر مسیری که این نقطه‌ها را به هم وصل می‌کند گرفته می‌شود. به ازای $V_i = 0$، برای پتانسیل در یک نقطهٔ خاص خواهیم داشت

$$V = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{s} \qquad (۲۰-۱۹)$$

پتانسیل ناشی از بارهای نقطه‌ای پتانسیل الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای در فاصلهٔ r از آن بار برابر است با

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \qquad (۲۰-۲۶)$$

که در آن V دارای همان علامت q است. پتانسیل ناشی از مجموعه‌ای از بارهای نقطه‌ای برابر است با

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i} \qquad (۲۰-۲۷)$$

پتانسیل ناشی از دوقطبی الکتریکی در فاصلهٔ r از یک دوقطبی الکتریکی با گشتاور دوقطبی به بزرگی $p = qd$، پتانسیل الکتریکی دو قطبی برای $r \gg d$ برابر است با

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2} \qquad (۲۰-۳۰)$$

که زاویهٔ θ در شکل ۲۰-۱۰ مشخص شده است.

پتانسیل ناشی از توزیع بار پیوسته برای توزیع بار پیوسته، معادلهٔ ۲۰-۲۷ چنین می‌شود

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r} \qquad (۲۰-۳۲)$$

که در آن انتگرال روی کل توزیع بار گرفته می‌شود.

محاسبهٔ $\vec{E}$ از روی V مؤلفهٔ $\vec{E}$ در هر راستا برابر با منفی آهنگی است که با آن پتانسیل نسبت به فاصله در آن راستا تغییر می‌کند

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s} \qquad (۲۰-۴۰)$$

مؤلفه‌های x، y و z میدان $\vec{E}$ را می‌توان از رابطه‌های زیر به دست آورد

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}\ ;\ E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}\ ;\ E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \qquad (۲۰-۴۱)$$

وقتی $\vec{E}$ یکنواخت باشد، معادلهٔ ۲۰-۴۰ به معادلهٔ زیر تبدیل می‌شود

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta s} \qquad (۲۰-۴۲)$$

که در آن s عمود بر سطحهای هم‌پتانسیل است. میدان الکتریکی در راستای موازی با سطح هم‌پتانسیل برابر با صفر است.

انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاهی از بارهای نقطه‌ای

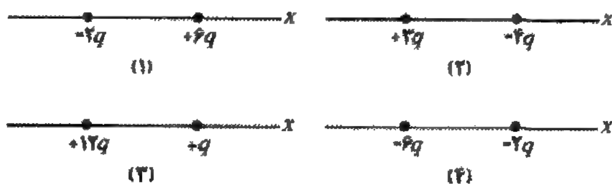
انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاهی از بارهای نقطه‌ای برابر با کار لازم برای گرد آوردن این دستگاه با بارهایی است که در ابتدا در فاصلهٔ بینهایت از یکدیگر قرار داشته‌اند. برای دو بار به فاصلهٔ r داریم

$$U = W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r} \qquad (۲۰-۴۳)$$

پتانسیل رسانای باردار بار اضافی واقع بر یک رسانا، در حالت تعادل، به طور کامل روی سطح خارجی رسانا قرار می‌گیرد. این بار چنان توزیع می‌شود، که کل رسانا، که شامل نقطه‌های داخلی نیز هست، در پتانسیل یکنواختی باشد.

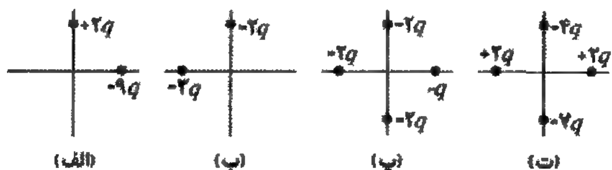
پرسشها

۱- شکل ۲۰-۲۱، چهار زوج ذرهٔ باردار را نشان می‌دهد. برای هر زوج فرض کنید در بینهایت $V = 0$ است و V_{net} را برای نقطه‌های روی محور x در نظر بگیرید. برای کدام زوج، نقطه‌ای وجود دارد که در آن (الف) میان ذره‌ها و (ب) سمت راست ذره‌ها $V_{net} = 0$ است؟ (پ) آیا در چنین نقطه‌ای $\vec{E}_{net}$ ناشی از ذره‌ها برابر با صفر است؟ (ت) برای کدام زوج، نقطه‌های خارج از محوری (غیر از بینهایت) وجود دارد که در آنجا $V_{net} = 0$ است؟



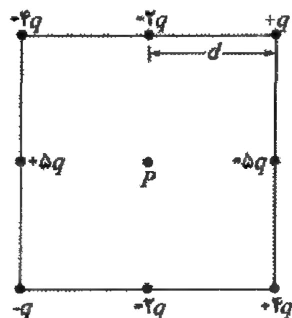
شکل ۲۰-۲۱ پرسشهای ۱ و ۷

۲- شکل ۲۰-۲۲، چهار آرایش از ذره‌های باردار را نشان می‌دهد. همهٔ آنها به فاصلهٔ یکسانی از مبدأ واقع‌اند. این وضعیتها را بنا بر پتانسیل الکتریکی خالص در مبدأ به گونه‌ای مرتب کنید که مثبت‌ترین در ابتدا باشد. فرض کنید پتانسیل در بینهایت برابر با صفر است.



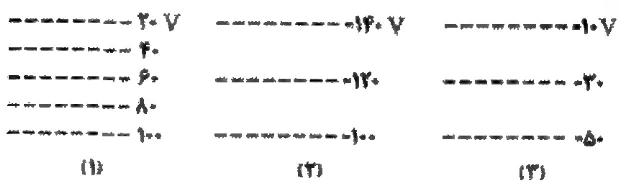
شکل ۲۰-۲۲ پرسش ۲

۳- در شکل ۲۰-۲۳، هشت ذره تشکیل مربعی را داده‌اند که فاصلهٔ بین ذره‌های مجاور آن برابر با d است. اگر پتانسیل الکتریکی در بینهایت صفر باشد، پتانسیل الکتریکی در نقطهٔ P واقع در مرکز مربع چقدر است؟



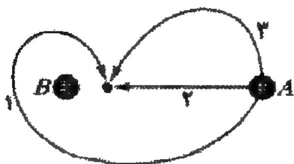
شکل ۲۰-۲۳ پرسش ۳

۴- شکل ۲۰-۲۴، سه دسته سطح مقطع از سطحهای هم پتانسیل را نشان می‌دهد؛ هر سه دسته، ناحیه‌ای با اندازهٔ یکسان از فضا را پوشانده‌اند. (الف) این آرایشها را بنا بر بزرگی میدان الکتریکی موجود در آن ناحیه به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین در ابتدا باشد. (ب) در کدامیک، جهت میدان الکتریکی به طرف پایین صفحه است؟



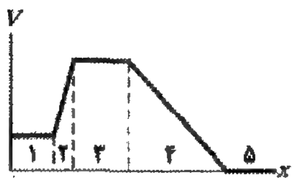
شکل ۲۰-۲۴ پرسش ۴

۵- شکل ۲۰-۲۵، سه مسیر را نشان می‌دهد که از طریق آنها می‌توانیم کرهٔ باردار مثبت A را به کرهٔ باردار مثبت B، که در جای خود ثابت شده است، نزدیکتر کنیم. (الف) آیا کرهٔ A به پتانسیل الکتریکی بالاتری حرکت می‌کند یا پایینتر؟ آیا کار انجام شده توسط (ب) نیروی ما و (پ) میدان الکتریکی ناشی از بار B، مثبت است یا منفی یا صفر است؟ (ت) این مسیرها را بنا بر کاری که نیروی ما انجام می‌دهد از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.



شکل ۲۰-۲۵ پرسش ۵

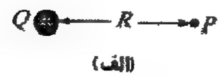
۶- شکل ۲۰-۲۶ انرژی پتانسیل الکتریکی V را برحسب تابعی از x به دست می‌دهد. (الف) پنج ناحیهٔ نشان داده شده را بنا بر بزرگی مؤلفهٔ x میدان الکتریکی داخل آنها به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین در ابتدا باشد. جهت میدان در راستای محور x در (ب) ناحیهٔ ۲ و (پ) ناحیهٔ ۴ چگونه است؟

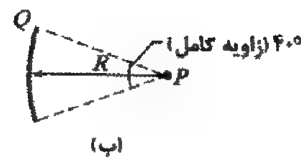


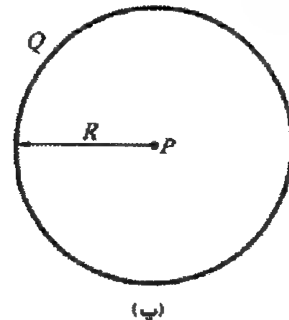
شکل ۲۰-۲۶ پرسش ۶

۷- شکل ۲۰-۲۱، چهار زوج ذرهٔ باردار را با فاصله‌های یکسان نشان می‌دهد. (الف) این زوجها را بنا بر انرژی پتانسیل الکتریکی آنها به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین (مثبت‌ترین) در ابتدا باشد. (ب) برای هر زوج، اگر فاصلهٔ میان ذره‌ها افزایش یابد، آیا انرژی پتانسیل آن زوج افزایش می‌یابد یا کاهش؟

۸- (الف) در شکل ۲۰-۲۷ الف، پتانسیل ناشی از بار Q در نقطهٔ P به فاصلهٔ R از آن، چقدر است؟ فرض کنید در بینهایت $V = 0$. (ب) در شکل ۲۰-۲۷ ب، همان بار Q به طور یکنواخت روی کمانی دایره‌ای به شعاع R و زاویهٔ مرکزی $40°$، پخش شده است. پتانسیل در نقطهٔ P واقع در مرکز خمیدگی کمان چقدر است؟ (پ) در شکل ۲۰-۲۷ پ، همان بار Q به طور یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع R پخش شده است. پتانسیل در نقطهٔ P واقع در مرکز دایره چقدر است؟ (ت) این سه وضعیت را بنابر بزرگی میدان الکتریکی ایجاد شده در P به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین در ابتدا باشد.

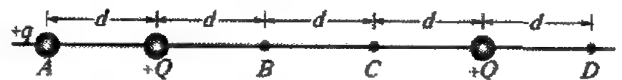






شکل ۲۰-۲۷ پرسش ۸

۹- شکل ۲۰-۲۸ دستگاهی شامل سه ذرهٔ باردار را نشان می‌دهد. اگر ذرهٔ با بار $+q$ را از نقطهٔ A به نقطهٔ D حرکت دهیم، آیا کمیتهای زیر مثبت‌اند، منفی‌اند، یا صفراند: (الف) تغییر در انرژی پتانسیل دستگاه سه ذره‌ای، (ب) کار انجام شده توسط نیروی الکتروستاتیکی روی ذره‌ای که حرکت داده‌ایم، و (پ) کار انجام شده توسط نیروی ما؟ (ت) اگر به جای این کار، ذره را از B تا C حرکت دهیم، پاسخهای (الف) تا (پ) چه خواهند بود؟



شکل ۲۰-۲۸ پرسشهای ۹ و ۱۰

۱۰- در وضعیت پرسش ۹، آیا کار انجام شده توسط نیروی ما مثبت است یا منفی، یا صفر است، در صورتی که ذره (الف) از A به B، (ب) از A به C، و (پ) از B به D، حرکت داده شود؟ (ت) این حرکتها را بنابر بزرگی کار انجام شده توسط نیرویی که وارد کرده‌ایم به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین در ابتدا باشد.

مسئله‌ها

GO مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

●●●- تعداد نقطه‌ها درجهٔ دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرندهٔ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۲۰-۳ پتانسیل الکتریکی

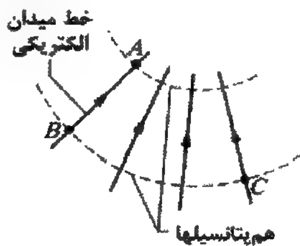
●۱- بیشتر مواد سازندهٔ حلقه‌های زحل به شکل دانه‌های غبار ریزی با شعاعی از مرتبهٔ $10^{-6}\,m$ هستند. این دانه‌ها در ناحیه‌ای که شامل گاز یونیدهٔ رقیقی است قرار گرفته‌اند، و الکترونهای اضافی را جذب می‌کنند. به طور تقریبی، فرض کنید هر دانه، کره‌ای به شعاع $R=1/0\times10^{-6}\,m$ است. هر دانه چه تعداد الکترون را باید جذب کند تا پتانسیل روی سطح آن (با فرض آنکه در بینهایت $V=0$ است) برابر با $-400\,V$ شود؟

●۲- اختلاف پتانسیل الکتریکی میان زمین و ابر در یک توفان تندری خاص، $1/2\times10^{6}\,V$ است. بزرگی تغییر در انرژی پتانسیل الکتریکی الکترونی که میان زمین و این ابر حرکت می‌کند، برحسب یکای الکترون - ولت چقدر است؟

●۳- باتری ۱۲V اتومبیل می‌تواند از طریق یک مدار، بار کل (آمپر- ساعت) ۸۴A.h را از پایانه‌ای به پایانهٔ دیگر بفرستد. (الف) این بار معادل چند کولن است؟ (*راهنمایی*: معادلهٔ ۱۷-۳ را ببینید.) (ب) اگر تمام این بار باعث تغییر اختلاف پتانسیل ۱۲V شود، این چه مقدار انرژی دربر دارد؟ SSM

بخش ۲۰-۵ محاسبهٔ پتانسیل از روی میدان

●۴- وقتی یک الکترون در امتداد خط میدان شکل ۲۰-۲۹ از A به B حرکت کند، میدان الکتریکی، کاری به اندازهٔ $3/94\times10^{-19}\,J$ روی آن انجام می‌دهد. اختلاف پتانسیلهای الکتریکی (الف) V_B-V_A، (ب) V_C-V_A و (پ) V_C-V_B چقدرند؟



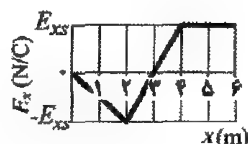
شکل ۲۰-۲۹ مسئلهٔ ۴

●۵- یک ورقهٔ نارسانای نامتناهی دارای باری با چگالی سطحی $\sigma=0/10\,\mu C/m^2$ روی یک طرف خود است. سطحهای هم پتانسیلی که اختلاف پتانسیل آنها ۵۰V است، در چه فاصله‌ای از یکدیگر قرار دارند؟ SSM

●۶- دو صفحهٔ رسانای موازی و بزرگ که ۱۲cm از هم فاصله دارند، دارای بارهایی با بزرگی یکسان و علامت مخالف روی سطحهای مقابل اند. نیروی الکتروستاتیکی به‌بزرگی $3/9\times10^{-15}\,N$ بر الکترونی که در نقطه‌ای میان این دو صفحه قرار دارد، وارد می‌شود. (از اثر لبه‌ها چشمپوشی کنید). (الف) میدان الکتریکی را در مکان الکترون پیدا کنید. (ب) اختلاف پتانسیل میان صفحه‌ها چقدر است؟

●●۷- یک ورقهٔ نارسانای نامتناهی دارای چگالی بار سطحی $\sigma = +5/80\,pC/m^2$ است. (الف) اگر ذره‌ای به بار $q = +1/60 \times 10^{-19}C$ از روی ورقه به نقطهٔ P به فاصلهٔ $d = 3/56\,cm$ از ورقه حرکت کند، میدان الکتریکی ناشی از ورقه چقدر کار انجام داده است؟ (ب) اگر پتانسیل الکتریکی V روی ورقه صفر گرفته شود، مقدار V در نقطهٔ P چقدر است؟

●●۸- نمودار مؤلفهٔ x میدان الکتریکی برحسب تابعی از x در ناحیه‌ای از فضا، در شکل ۲۰-۳۰ نشان داده شده است. مقیاس محور قائم با $E_{xs} = 20/0\,N/C$ مشخص شده است در این ناحیه، مؤلفه‌های y و z میدان الکتریکی برابر صفرند. اگر پتانسیل الکتریکی در مبدأ $10\,V$ باشد، (الف) پتانسیل الکتریکی در $x = 2/0\,m$ چقدر است؟ (ب) بزرگترین مقدار مثبت پتانسیل الکتریکی برای نقطه‌هایی روی محور x در گسترهٔ $0 \leq x \leq 6/0\,m$ چقدر است؟ و (پ) به ازای چه مقداری از x، پتانسیل الکتریکی برابر با صفر است؟



شکل ۲۰- ۳۰ مسئلهٔ ۶

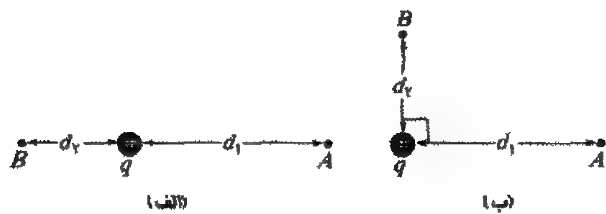
●●۹- میدان الکتریکی در ناحیه‌ای از فضا دارای مؤلفه‌های $E_y = E_z = 0$ و $E_x = (4/00\,N/C)x$ است. نقطهٔ A روی محور y در $y = 3/00\,m$، و نقطهٔ B روی محور x در $x = 4/00\,m$ واقع‌اند. اختلاف پتانسیل $V_B - V_A$ چقدر است؟

●●●۱۰- دو صفحهٔ نارسانای نامتناهی و باردار یکنواخت موازی صفحهٔ yz و در مکانهای $x = -50\,cm$ و $x = +50\,cm$ قرار گرفته‌اند. چگالیهای بار روی صفحه‌ها به ترتیب $-50\,nC/m^2$ و $+25\,nC/m^2$ است. بزرگی اختلاف پتانسیل میان مبدأ و نقطه‌ای روی محور x در $x = +80\,cm$ چقدر است؟ (*راهنمایی:* از قانون گاوس استفاده کنید.)

●●●۱۱- روی کرهٔ نارسانایی به شعاع $R = 2/31\,cm$، بار $q = +3/50\,fC$ به طور یکنواخت توزیع شده است. پتانسیل الکتریکی را در مرکز کره $V_0 = 0$ اختیار کنید. پتانسیل V در فاصلهٔ شعاعی (الف) $r = 1/45\,cm$ و (ب) $r = R$ چقدر است؟ (*راهنمایی:* بخش ۱۹-۹ را ببینید.)

بخش ۲۰-۷ پتانسیل ناشی از دسته‌ای بار نقطه‌ای

●۱۲- بار نقطه‌ای $q = 1/0\,\mu C$، نقطهٔ A به فاصلهٔ $d_1 = 2/0\,m$، و نقطهٔ B به فاصلهٔ $d_2 = 1/0\,m$ از q را در نظر بگیرید. (الف) اگر همان‌طور که در شکل ۲۰-۳۱ الف نشان داده شده است، A و B به طور قطری در برابر یکدیگر قرار گرفته باشند، اختلاف پتانسیل الکتریکی $V_A - V_B$ چقدر است؟ (ب) اگر A و B مطابق شکل ۲۰-۳۱ ب قرار گرفته باشند، این اختلاف پتانسیل الکتریکی چقدر است؟

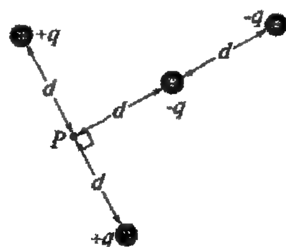


شکل ۲۰-۳۱ مسئلهٔ ۱۲

●۱۳- (الف) بار و (ب) چگالی بار روی سطح یک کرهٔ رسانا به شعاع $0/15\,m$ که پتانسیل آن $200\,V$ است ($V = 0$ در بینهایت)، چقدر است؟

●۱۴- وقتی یک شاتل فضایی در گاز یونیدهٔ رقیق جو زمین حرکت می‌کند، پتانسیل آن در حین یک دور گردش نوعاً به اندازهٔ $-1/0\,V$ تغییر می‌کند. با فرض اینکه شاتل کره‌ای به شعاع $10\,m$ باشد، مقدار باری را که روی آن جمع می‌شود، تخمین بزنید.

●●۱۵- در شکل ۲۰-۳۲، پتانسیل الکتریکی خالص ناشی از چهار بار در نقطهٔ P چقدر است، در صورتی که در بینهایت $V = 0$ باشد و داشته باشیم $q = 5/00\,fC$ و $d = 4/00\,cm$.



شکل ۲۰-۳۲ مسئلهٔ ۱۵

●●۱۶- در شکل ۲۰-۳۳، دو ذره به بارهای q_1 و q_2، به فاصلهٔ d از هم قرار گرفته‌اند. میدان الکتریکی خالص ناشی از این دو ذره در $x = d/4$ برابر صفر است. به ازای $V = 0$ در بینهایت، (بر حسب d) نقطه‌ای را روی محور x (غیر از بینهایت) بیابید که در آن پتانسیل الکتریکی ناشی از این دو بار صفر باشد.

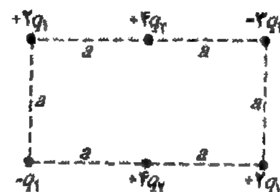


شکل ۲۰-۳۳ مسئله‌های ۱۶، ۱۷ و ۹۱

●●۱۷- در شکل ۲۰-۳۳، ذره‌هایی با بار $q_1 = +5e$ و $q_2 = -15e$ به فاصلهٔ $d = 24/0\,cm$ از یکدیگر ثابت شده‌اند. به ازای $V = 0$ در بینهایت، مقدارهای متناهی (الف) مثبت و (ب) منفی x که در آن پتانسیل الکتریکی خالص روی محور x صفر است، کدام‌اند؟

●●۱۸ شکل ۲۰-۳۴ آرایه‌ای مستطیلی از ذره‌های بارداری را نشان می‌دهد که در مکانهای خود، به فاصلهٔ $a = 39/0\,cm$، ثابت شده‌اند. بارهای نشان داده شده در شکل مضربهای درستی

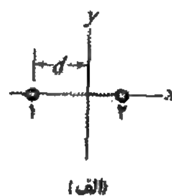
از $q_1=۳/۴۰\,pC$ و $q_2=۶/۰۰pC$ هستند. به ازای $V=۰$ در بینهایت، پتانسیل الکتریکی خالص در مرکز مستطیل چقدر است؟ (راهنمایی: یک بررسی ذهنی می‌تواند از محاسبه‌ها بکاهد.)

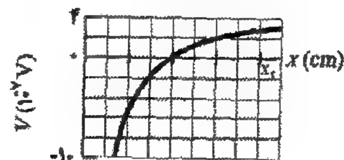


شکل ۲۰-۳۴ مسئلهٔ ۱۸

●●۱۹- یک قطرهٔ کروی آب که حامل بار $۳۰pC$ است دارای پتانسیل $۵۰۰V$ (به ازای $V=۰$ در بینهایت) روی سطح خود است. (الف) شعاع قطره چقدر است؟ (ب) اگر دو قطره با همین بار و شعاع، قطرهٔ کروی واحدی را تشکیل دهند، پتانسیل روی سطح این قطرهٔ جدید چقدر است؟ ILW SSM

●●۲۰- دو ذرهٔ باردار در شکل ۲۰-۳۵ الف نشان داده شده‌اند. ذرهٔ ۱، با بار q_1، در مکان خود به فاصلهٔ d از مبدأ ثابت شده است. ذرهٔ ۲، با بار q_2، می‌تواند روی محور x حرکت کند. شکل ۲۰-۳۵ ب، پتانسیل الکتریکی خالص V ناشی از این دو ذرهٔ باردار را در مبدأ، برحسب تابعی از مختصهٔ x ذرهٔ ۲ نشان می‌دهد. مقیاس محور x با $x_s=۱۶/۰cm$ مشخص شده است. منحنی دارای مجانب $V=۵/۷۶\times۱۰^{-۷}\,V$ در $x\to\infty$ است. q_2 برحسب e چقدر است؟



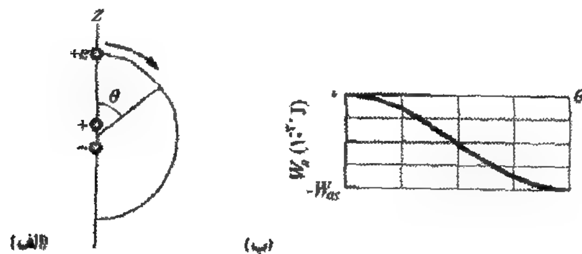


شکل ۲۰-۳۵ مسئلهٔ ۲۰

بخش ۲۰-۸ پتانسیل ناشی از دوقطبی الکتریکی

●۲۱-مولکول آمونیاک NH_3 دارای گشتاور دو قطبی الکتریکی دائمی برابر با $۱/۴۷D$ است، که در آن $۱\ D=۳/۳۴\times۱۰^{-۳۰}C.m$ یکای دبای $=D$ ۱ است. پتانسیل الکتریکی ناشی از یک مولکول آمونیاک را در نقطه‌ای به فاصلهٔ $۵۲/۰\,nm$ روی محور دوقطبی محاسبه کنید (در بینهایت $V=۰$). ILW

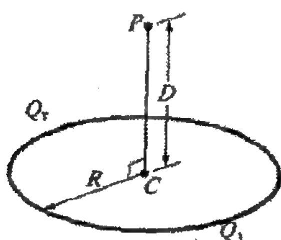
●●۲۲- در شکل ۲۰-۳۶ الف، ذره‌ای با بار $+e$ در ابتدا در مختصهٔ $z=۲۰\,nm$ روی محور یک دوقطبی الکتریکی و در طرف مثبت آن قرار دارد. (مبداء z در مرکز دوقطبی است.) سپس ذره روی مسیری دایره‌ای به مرکز دوقطبی حرکت می‌کند تا اینکه به مختصهٔ $z=-۲۰\,nm$ می‌رسد. شکل ۲۰-۳۶ ب، کار W_a انجام شده توسط نیرویی که ذره را حرکت می‌دهد برحسب زاویهٔ θ که مکان ذره را مشخص می‌کند، نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $W_{as}=۴/۰\times۱۰^{-۳۰}\,J$ مشخص شده است بزرگی گشتاور دوقطبی چقدر است؟



شکل ۲۰-۳۶ مسئلهٔ ۲۲

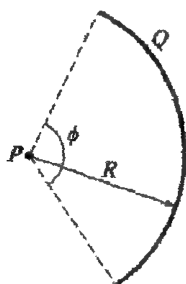
بخش ۲۰-۹ پتانسیل ناشی از توزیع بار پیوسته

●۲۳-یک میلهٔ پلاستیکی به شکل دایره‌ای به شعاع $R=۸/۲۰\,cm$ درآمده است. بار $Q_1=۴/۲۰\,pC$ روی یک- چهارم پیرامون آن و بار $Q_2=-۶Q_1$ روی بقیهٔ پیرامون آن به طور یکنواخت توزیع شده است (شکل ۲۰-۳۷). به ازای $V=۰$ در بینهایت، پتانسیل الکتریکی در (الف) مرکز C دایره و (ب) نقطهٔ P، که روی محور مرکزی دایره به فاصلهٔ $D=۶/۷۱\,cm$ از مرکز آن قرار دارد، چقدر است؟ SSM



شکل ۲۰-۳۷ مسئلهٔ ۲۳

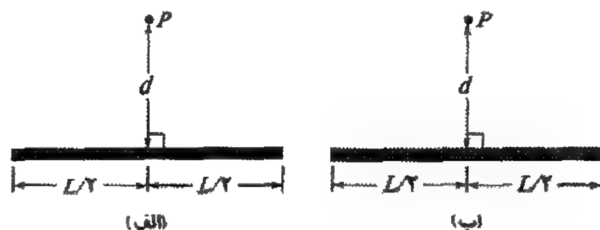
●۲۴- در شکل ۲۰-۳۸، روی میله‌ای پلاستیکی که به شکل کمانی دایره‌ای به شعاع $R=۳/۷۱\,cm$ و زاویهٔ مرکزی $\phi=۱۲۰°$ درآمده است، بار $Q=-۲۵/۶pC$ به طور یکنواخت توزیع شده است. به ازای $V=۰$ در بینهایت، پتانسیل الکتریکی در نقطهٔ P، مرکز خمیدگی میله، چقدر است؟



شکل ۲۰-۳۸ مسئلهٔ ۲۴

●۲۵- (الف) شکل ۲۰-۳۹ الف یک میلهٔ نارسانا به طول $L=۶/۰۰cm$ و چگالی بار خطی یکنواخت $\lambda=+۳/۶۸\ pC/m$ را نشان می‌دهد. به ازای $V=۰$ در بینهایت، پتانسیل V در نقطهٔ P به فاصلهٔ $d=۸/۰۰cm$ روی عمود منصف میله چقدر است؟

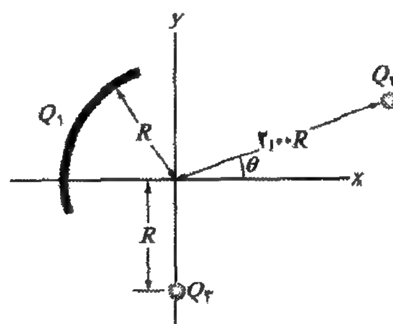
(ب) شکل ۲۰-۳۹ ب میلهٔ مشابهی را نشان می‌دهد، با این تفاوت که حالا یک نیمهٔ آن به طور منفی باردار شده است. هر دو نیمه دارای چگالی بار خطی به بزرگی ۳/۶۸ pC/m هستند. به ازای $V=0$ در بینهایت، مقدار V در نقطهٔ P چقدر است؟



شکل ۲۰-۳۹ مسئلهٔ ۲۵

●۲۶- در مرکز یک کرهٔ گاوسی به شعاع ۴/۰۰cm ، گویی به شعاع ۱/۰۰cm با توزیع بار یکنواخت قرار دارد. شار الکتریکی کل (خالص) عبوری از سطح این کرهٔ گاوسی برابر با $+5/60\times10^{4}$ N.m²/C است. پتانسیل الکتریکی در فاصلهٔ ۱۲/۰cm از مرکز گوی چقدر است؟

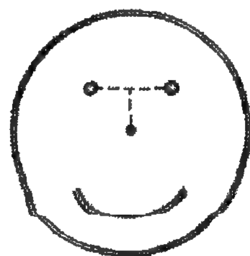
●●۲۷- در شکل ۲۰-۴۰، پتانسیل الکتریکی خالص ناشی از کمان دایره‌ای با بار $Q_1=+7/21$pC و دو ذره با بارهای $Q_2=4/00Q_1$ و $Q_3=-2/00Q_1$ در مبدأ چقدر است؟ مرکز خمیدگی کمان در مبدأ و شعاع آن $R=2/00$ m است؛ زاویهٔ نشان داده شده $\theta=20/0°$ است.



شکل ۲۰- ۴۰ مسئلهٔ ۲۷

●●۲۸- صورت خندان شکل ۲۰-۴۱ از سه بخش تشکیل شده است:

۱. یک میلهٔ باریک با بار $-3/0\mu$C که دایره‌ای کامل به شعاع ۶/۰cm را تشکیل می‌دهد.



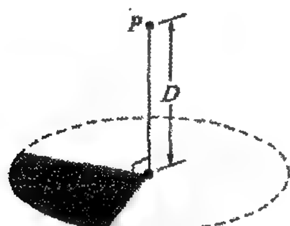
شکل ۲۰-۴۱ مسئلهٔ ۲۸

۲. میلهٔ باریک دوم با بار $2/0\mu$C که کمانی دایره‌ای به شعاع ۴/۰cm را با زاویهٔ °۹۰ حول مرکز دایرهٔ کامل تشکیل می‌دهد؛

۳. یک دوقطبی الکتریکی با گشتاوری که عمود بر خط شعاعی و دارای بزرگی $1/28\times10^{-21}$C.m است.

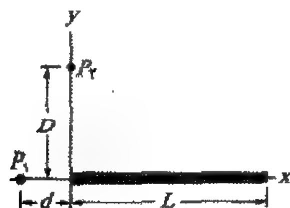
پتانسیل الکتریکی خالص در مرکز چقدر است؟ GO

●●۲۹- یک طرف قرصی پلاستیکی به شعاع $R=64/0$cm با چگالی بار سطحی یکنواخت $\sigma=7/73$ fC/m² باردار شده و سپس سه ربع آن برداشته می‌شود. ربع قرص به جای مانده در شکل ۲۰-۴۲ نشان داده شده است. به ازای $V=0$ در بینهایت، پتانسیل ناشی از ربع به جای مانده در نقطهٔ P، واقع بر محور مرکزی قرص اصلی و به فاصلهٔ $D=25/9$ cm از مرکز آن، چقدر است؟ WWW SSM



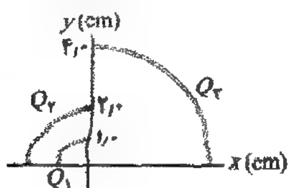
شکل ۲۰-۴۲ مسئلهٔ ۲۹

●●۳۰- شکل ۲۰-۴۳ میله‌ای پلاستیکی به طول $L=12/0$cm و بار مثبت یکنواخت $Q=56/1$ fC را نشان می‌دهد که روی محور xقرار دارد. به ازای $V=0$ در بینهایت، پتانسیل الکتریکی را در نقطهٔ P_1 روی این محور و به فاصلهٔ $d=2/50$cm از یک سر میله پیدا کنید. GO



شکل ۲۰-۴۳ مسئله‌های ۳۰، ۳۳، ۳۸ و ۴۰

●●۳۱- در شکل ۲۰-۴۴، سه میلهٔ پلاستیکی باریک، ربع دایره‌هایی را تشکیل می‌دهند که مرکز مشترک خمیدگی آنها در مبدأ قرار دارد. بارهای یکنواخت روی میله‌ها عبارت‌اند از $Q_1=+30$ nC ، $Q_2=3/0$nC ، و $Q_3=-8/0\,Q_1$. پتانسیل الکتریکی خالص ناشی از میله‌ها در مبدأ چقدر است؟



شکل ۲۰-۴۴ مسئلهٔ ۳۱

●●●۳۲- توزیع بار خطی نایکنواختی که با $\lambda = bx$ داده می‌شود و در آن b ثابت است، روی محور x از $x=0$ تا $x=0/20\,m$ قرار دارد. اگر $b=20\,nC/m^2$ و در بینهایت $V=0$ باشد، پتانسیل الکتریکی در (الف) مبدأ و (ب) نقطهٔ $y=0/15\,m$ روی محور y چقدر است؟

●●●۳۳- میلهٔ پلاستیکی باریک نشان داده شده در شکل ۲۰-۴۳ دارای طول $L=12/0\,cm$ و چگالی بار خطی نایکنواخت $\lambda = cx$ است که در آن $c=28/9\,pC/m^2$ است. به ازای $V=0$ در بینهایت، پتانسیل الکتریکی را در نقطهٔ P_1 روی محور و به فاصلهٔ $d=3/00\,cm$ از یک سر آن پیدا کنید.

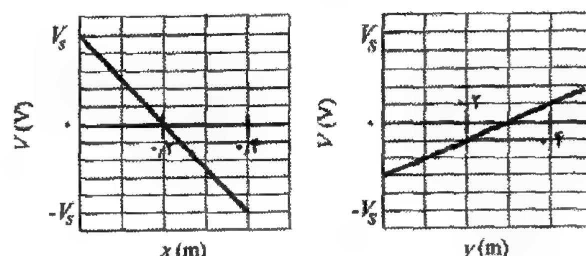
بخش ۲۰-۱۰ محاسبهٔ میدان از روی پتانسیل

●۳۴- پتانسیل الکتریکی V در فضای میان دو صفحهٔ موازی تخت ۱ و ۲ با $V=1500\,x^2$ (برحسب ولت) داده شده است، که در آن x (برحسب متر) فاصلهٔ عمودی از صفحهٔ ۱ است. در $x=1/3\,cm$، (الف) بزرگی میدان الکتریکی چقدر است؟ و (ب) آیا این میدان به طرف صفحهٔ ۱ است یا از آن دور می‌شود؟

●۳۵- پتانسیل الکتریکی در نقطه‌های واقع بر صفحهٔ xy با $V=(2/0\,V/m^2)x^2-(3/0\,V/m^2)y^2$ داده شده است. برحسب نمادگذاری بردار یکه، میدان الکتریکی در نقطهٔ $(3/0\,m, 2/0\,m)$ چگونه است؟

●۳۶- دو صفحهٔ فلزی موازی بزرگ که به فاصلهٔ $1/5\,cm$ از یکدیگر واقع‌اند، دارای بارهایی با بزرگیهای یکسان ولی علامتهای مخالف روی سطحهای مقابل‌اند. پتانسیل صفحهٔ منفی را صفر اختیار کنید. اگر پتانسیل در میانهٔ این صفحه‌ها $+5/0\,V$ باشد، میدان الکتریکی در ناحیهٔ میان صفحه‌ها چقدر است؟

●●۳۷- الکترونی در صفحهٔ xy قرار دارد که در آنجا پتانسیل الکتریکی همان‌طور که در شکل ۲۰-۴۵ نشان داده شده است به x و y بستگی دارد (پتانسیل به z بستگی ندارد). مقیاس محور قائم $V_s = 500V$ مشخص شده است. برحسب بردار یکه، نیروی الکتریکی وارد بر الکترون چگونه است؟



شکل ۲۰-۴۵ مسئلهٔ ۳۷

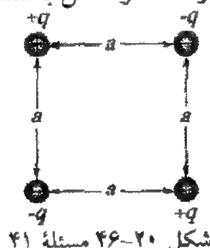
●●۳۸- شکل ۲۰-۴۳ یک میلهٔ پلاستیکی باریک به طول $L=13/5\,cm$ و بار یکنواخت $43/6\,fC$ را نشان می‌دهد. (الف) برحسب فاصلهٔ d، رابطه‌ای برای پتانسیل الکتریکی در نقطهٔ P_1 بیابید. (ب) سپس، متغیر x را به جای d قرار دهید و از آنجا رابطه‌ای را برای بزرگی مؤلفهٔ E_x میدان الکتریکی در P_1 پیدا کنید. (پ) جهت E_x نسبت به جهت مثبت محور x چگونه است؟ (ت) مقدار E_x در P_1 به ازای $x=d=6/20\,cm$ چقدر است؟ (ث) از روی تقارن شکل ۲۰-۴۳، E_y را در P_1 تعیین کنید.

●●۳۹- اگر پتانسیل الکتریکی با $V=2/00xyz^2$ داده شده باشد، که در آن V برحسب ولت و x، y و z برحسب مترند، بزرگی میدان الکتریکی در نقطهٔ $(3/00\hat{i}-2/00\hat{j}+4/00\hat{k})m$ چقدر است؟ SSM

●●●۴۰- میلهٔ پلاستیکی باریک به طول $L=10/0\,cm$ در شکل ۲۰-۴۳، دارای چگالی بار خطی نایکنواخت $\lambda = cx$ است که در آن $c=49/9\,pC/m$. (الف) به ازای $V=0$ در بینهایت، پتانسیل الکتریکی را در نقطهٔ P_2 روی محور y واقع در $y=D=3/56\,cm$ بیابید. (ب) مؤلفهٔ E_y میدان الکتریکی را در P_2 به دست آورید. (پ) چرا مؤلفهٔ E_x میدان در P_2 را نمی‌توان با استفاده از نتیجهٔ (الف) به دست آورد؟

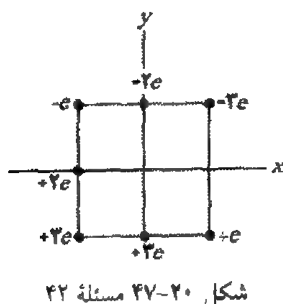
بخش ۲۰-۱۱ انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاهی از بارهای نقطه‌ای

●۴۱- برای برقراری آرایش شکل ۲۰-۴۶ چقدر کار لازم است، درصورتی که $q=2/30\,pC$، $a=64/0\,cm$، و ذره‌ها در ابتدا در فاصلهٔ نامتناهی قرار داشته و ساکن باشند. SSM ILW WWW



شکل ۲۰-۴۶ مسئلهٔ ۴۱

●۴۲- در شکل ۲۰-۴۷، هفت ذرهٔ باردار برای تشکیل مربعی به ضلع $4/0\,cm$ در مکانهای خود قرار گرفته‌اند. چقدر کار باید انجام دهیم تا ذره‌ای با بار $+6e$ را که در ابتدا ساکن است از فاصلهٔ نامتناهی به مرکز مربع بیاوریم؟



شکل ۲۰-۴۷ مسئلهٔ ۴۲

●۴۳- ذره‌ای با بار $17/5\mu C$ از حالت سکون در نقطهٔ $x=60\,cm$ روی محور x، رها شده است. این ذره تحت تأثیر بار Q که در مبدأ ثابت شده است، شروع به حرکت می‌کند. انرژی جنبشی ذره در صورتی که (الف) $Q=+20\mu C$ و (ب)

$Q=-۲۰\mu C$ باشد، در لحظه‌ای که به اندازهٔ ۴۰cm حرکت کرده چقدر است؟

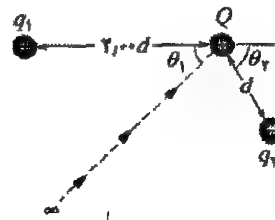
●۴۴- (الف) انرژی پتانسیل الکتریکی دو الکترون به فاصلهٔ ۲/۰۰nm چقدر است؟ (ب) اگر این فاصله افزایش یابد، آیا انرژی پتانسیل افزایش می‌یابد یا کاهش؟

●●۴۵- در مستطیل شکل ۲۰-۴۸، ضلعها ۵/۰cm و ۱۵cm، $q_1=-۵/۰\mu C$ ، و $q_2=+۲/۰\mu C$ است. به ازای $V=۰$ در بینهایت، پتانسیل الکتریکی در (الف) گوشهٔ A و (ب) گوشهٔ B چقدر است؟ (پ) چقدر کار باید انجام گیرد تا بار $q_3=+۳/۰\mu C$ در امتداد قطر مستطیل از B به A حرکت داده شود؟ (ت) آیا این کار، انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاه سه بار را افزایش می‌دهد یا کاهش؟ اگر q_3 در امتداد مسیری (ث) داخل مستطیل ولی نه روی قطر و (ج) بیرون مستطیل حرکت داده شود، آیا کار بیشتری لازم است یا کمتر یا مساوی آن؟



شکل ۲۰-۴۸ مسئلهٔ ۴۵

●●۴۶- در شکل ۲۰-۴۹، چقدر کار باید انجام گیرد تا ذره‌ای با بار $Q=+۱۶e$ که در ابتدا ساکن است، در امتداد خط‌چین از بینهایت به نقطهٔ مشخص شده در نزدیکی دو بار ثابت شدهٔ $q_1=+۴e$ و $q_2=-q_1/۲$ آورده شود؟ فاصله $d=۱/۴۰cm$ ، $\theta_1=۴۳°$ و $\theta_2=۶۰°$ است.



شکل ۲۰-۴۹ مسئلهٔ ۴۶

●●۴۷- ذره‌ای با بار q در نقطهٔ P ثابت شده، و ذرهٔ دومی به جرم m و با همان بار q در ابتدا به فاصلهٔ r_1 از P نگهداشته شده است. سپس ذرهٔ دوم رها می‌شود. تندی آن را هنگامی که به فاصلهٔ r_2 از P است، تعیین کنید. $m=۲۰mg$ ، $q=۳/۱\mu C$ ، $r_1=۰/۹۰mm$ ، و $r_2=۲/۵mm$. ILW

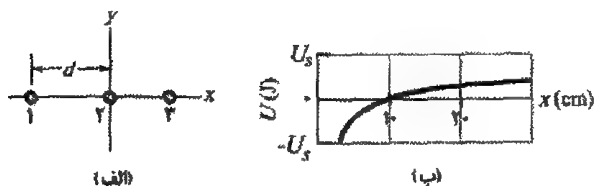
●●۴۸- بار $-۹/۰nC$ به دور یک حلقهٔ پلاستیکی باریک واقع در صفحهٔ yz که مرکز آن در مبدأ قرار گرفته، توزیع شده است. بار نقطه‌ای $-۶/۰pC$ روی محور x در $x=۳/۰m$ واقع است. برای حلقه‌ای به شعاع ۱/۵m، یک نیروی خارجی چقدر کار باید روی این بار نقطه‌ای انجام دهد تا آن را به مبدأ حرکت دهد؟

●●۴۹ *تندی فرار* الکترونی که در ابتدا به حال سکون روی سطح کره‌ای با شعاع ۱/۰cm و بار $۱/۶\times۱۰^{-۱۵}C$ که به طور یکنواخت توزیع شده قرار دارد، چقدر است؟ به عبارت دیگر، تندی اولیهٔ الکترون باید چقدر باشد تا الکترون به فاصله‌ای نامتناهی از کره برسد و در آنجا انرژی جنبشی آن صفر شود؟

●●●۵۰- یک پوستهٔ رسانای کروی و باریک به شعاع R روی تکیه‌گاه عایقی قرار دارد و تا پتانسیل $-۱۲۵V$ باردار شده است. الکترونی از نقطهٔ P به فاصلهٔ r از مرکز پوسته $(r>>R)$ به طور مستقیم به طرف مرکز پوسته شلیک می‌شود. تندی اولیهٔ v_0 مورد نیاز الکترون باید چقدر باشد تا الکترون پیش از وارونه شدن جهت حرکتش، درست به پوسته برسد؟

●●۵۱- دو کرهٔ فلزی کوچک A و B به جرمهای $m_A=۵/۰۰g$ و $m_B=۱۰/۰g$ دارای بار مثبت یکسان $q=۵/۰۰\mu C$ هستند. کره‌ها با تار نارسانا و بدون جرمی به طول $d=۱/۰۰m$ ، که در مقایسه با شعاع کره‌ها بسیار بزرگتر است، به هم وصل شده‌اند. (الف) انرژی پتانسیل الکتریکی این دستگاه چقدر است؟ (ب) فرض کنید تار را قطع کنیم، در این لحظه، شتاب هر یک از کره‌ها چقدر است؟ (پ) پس از زمانی طولانی از قطع تار، تندی هر یک از کره‌ها چقدر است؟

●●۵۲- شکل ۲۰-۵۰ الف، سه ذرهٔ باردار را روی محور x نشان می‌دهد. ذرهٔ ۱ (با بار $+۵/۰\mu C$) و ذرهٔ ۲ (با بار $+۳/۰\mu C$) در مکانهای خود در فاصلهٔ $d=۴/۰cm$ از یکدیگر ثابت شده‌اند. ذرهٔ ۳ می‌تواند روی محور x به سمت راست ذرهٔ ۲ حرکت کند. شکل ۲۰-۵۰ ب انرژی پتانسیل الکتریکی U این دستگاه سه ذره‌ای را برحسب تابعی از مختصهٔ x ذرهٔ ۳ به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با $U_s=۵/۰J$ مشخص شده است. بار ذرهٔ ۳ چیست؟

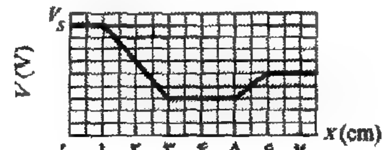


شکل ۲۰-۵۰ مسئلهٔ ۵۲

●●۵۳- دو الکترون به فاصلهٔ ۲/۰cm از یکدیگر ثابت شده‌اند. الکترون دیگری از بینهایت پرتاب و در وسط آن دو متوقف می‌شود. تندی اولیهٔ آن چقدر است؟

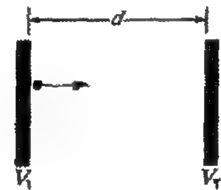
●●۵۴- *پروتون در چاه.* شکل ۲۰-۵۱ پتانسیل الکتریکی V در امتداد محور x را نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $V_s=۱۰/۰VA$ مشخص شده است. پروتونی در $x=۳/۵cm$ با انرژی جنبشی اولیهٔ ۴/۰۰eV رها می‌شود. (الف) اگر پروتون در ابتدا در جهت منفی محور x حرکت کند، آیا به نقطهٔ برگشت می‌رسد، (اگر می‌رسد، مختصهٔ x آن نقطه چیست) یا از ناحیهٔ رسم شده می‌گریزد (اگر می‌گریزد، تندی آن در $x=۰$ چیست)؟ (ب) اگر پروتون در ابتدا در جهت مثبت محور x حرکت کند، آیا به نقطهٔ برگشت می‌رسد، (اگر می‌رسد، مختصهٔ x

آن نقطه چیست) یا از ناحیهٔ رسم شده می‌گریزد (اگر می‌گریزد، تندی آن در $x=۶/۰\text{cm}$ چیست)؟ (پ) بزرگی F و (ت) جهت (مثبت یا منفی محور x) نیروی الکتریکی وارد بر پروتون، در صورتی‌که پروتون فقط در سمت چپ $x=۳/۰\text{cm}$ حرکت کند چگونه است؟ (ث) F و (ج) جهت آن در صورتی‌که پروتون فقط در سمت راست $x=۵/۰\text{cm}$ حرکت کند چگونه است؟



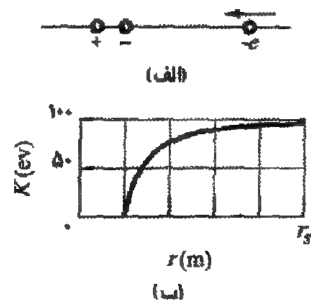
شکل ۲۰-۵۱ مسئلهٔ ۵۴

••۵۵- در شکل ۲۰-۵۲، یک ذرهٔ باردار (الکترون یا پروتون) در حال حرکت به سمت راست، میان دو صفحهٔ باردار موازی به فاصلهٔ $d=۲/۰۰\text{mm}$ است. پتانسیل صفحه‌ها عبارت‌اند از $V_1=-۷۰/۰\text{V}$ و $V_2=-۵۰/۰\text{V}$. تندی ذره از مقدار اولیهٔ ۹۰km/s روی صفحهٔ سمت چپ، کند می‌شود. (الف) آیا این ذره، الکترون است یا پروتون؟ (ب) تندی آن وقتی درست به صفحهٔ ۲ می‌رسد چقدر است؟



شکل ۲۰- ۵۲ مسئلهٔ ۵۵

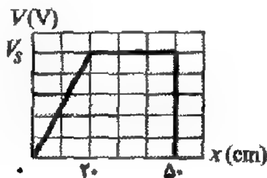
••۵۶- شکل ۲۰-۵۳ الف، الکترونی را نشان می‌دهد که در حال حرکت روی محور یک دوقطبی الکتریکی به سوی طرف منفی این دوقطبی است. دوقطبی در مکان خود ثابت شده است. الکترون در ابتدا در فاصلهٔ بسیار دوری از دوقطبی، با انرژی جنبشی ۱۰۰eV بوده است. شکل ۲۰-۵۳ ب، انرژی جنبشی K الکترون را برحسب فاصلهٔ r آن از مرکز دوقطبی نشان می‌دهد. مقیاس محور افقی با $r_s=۰/۱۰\text{m}$ مشخص شده است. بزرگی گشتاور دو قطبی چقدر است؟



شکل ۲۰-۵۳ مسئلهٔ ۵۶

••۵۷- الکترونی با تندی اولیهٔ $۳/۲\times۱۰^{۵}\text{m/s}$ به طور مستقیم به طرف پروتونی که در مکان خود ثابت شده است، پرتاب می‌شود. اگر الکترون در ابتدا در فاصلهٔ بسیار دوری از پروتون باشد، در چه فاصله‌ای از پروتون، تندی الکترون به طور لحظه‌ای دو برابر مقدار اولیه می‌شود؟

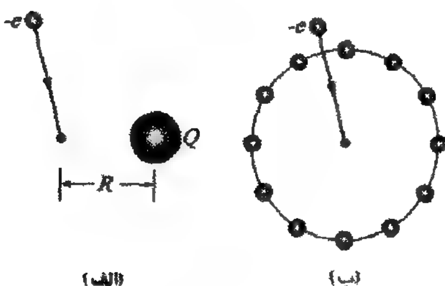
••۵۸- پوزیترونی (با بار $+e$ و جرمی برابر با جرم الکترون) با تندی $۱/۰\times۱۰^{۷}\text{m/s}$ در جهت مثبت محور x در حرکت است و وقتی به $x=۰$ می‌رسد با یک میدان الکتریکی که در امتداد محور x است مواجه می‌شود. پتانسیل الکتریکی V وابسته به این میدان در شکل ۲۰-۵۴ نشان داده شده است. مقیاس محور قائم با $V_s=۵۰۰/۰V$ مشخص شده است. (الف) آیا پوزیترون در $x=۰$ از میدان خارج می‌شود (یعنی جهت حرکتش عوض می‌شود) یا در $x=۰/۵۰\text{m}$ (یعنی جهت حرکتش عوض نمی‌شود)؟ (ب) تندی آن هنگام خروج از میدان چقدر است؟



شکل ۲۰-۵۴ مسئلهٔ ۵۸

••۵۹- بارهای مشابه $۵۰\mu C$ روی محور x در $x=\pm۳/۰\text{m}$ ثابت شده‌اند. سپس ذره‌ای با بار $q=-۱۵\mu C$ از حالت سکون در نقطه‌ای واقع بر بخش مثبت محور y رها می‌شود. به دلیل تقارن وضعیت، این ذره روی محور y حرکت می‌کند و به هنگام عبور از نقطهٔ $x=۰$، $y=۴/۰\text{m}$ دارای ۱/۲J انرژی جنبشی است. (الف) انرژی جنبشی ذره به هنگام عبور از مبدأ چقدر است؟ (ب) در چه مقدار منفی از y، ذره به طور لحظه‌ای متوقف خواهد شد؟ SSM

••۶۰- در شکل ۲۰-۵۵ الف، الکترونی را از یک فاصلهٔ نامتناهی تا نقطه‌ای به فاصلهٔ $R=۸/۰۰\text{cm}$ از یک گوی باردار کوچک، حرکت می‌دهیم. برای این حرکت باید $W=۲/۱۶\times۱۰^{-۱۳}\text{J}$ کار انجام دهیم. (الف) بار Q روی گوی چقدر است؟ در شکل ۲۰-۵۵ ب، گوی به تکه‌هایی با مقدار بار مساوی تقسیم شده



شکل ۲۰-۵۵ مسئلهٔ ۶۰

است و آن تکه‌ها در مکان شماره‌های یک ساعت دایره‌ای به شعاع R=۸/۰۰cm پخش شده‌اند. حال الکترونی از یک فاصلهٔ نامتناهی به مرکز دایره آورده می‌شود. (ب) بر اثر اضافه شدن این الکترون به دستگاه ۱۲ ذرهٔ باردار، انرژی پتانسیل الکتریکی این دستگاه چقدر تغییر می‌کند؟

●●●۶۱- فرض کنید N الکترون را می‌توان در یکی از دو پیکربندی زیر قرار داد. در پیکربندی ۱، همهٔ آنها به طور یکنواخت روی پیرامون حلقهٔ باریکی به شعاع R توزیع شده‌اند، به طوری که فاصلهٔ میان الکترونهای مجاور در همه جا یکسان است. در پیکربندی ۲، N-۱ الکترون به طور یکنواخت روی حلقه و یک الکترون در مرکز حلقه قرار گرفته‌اند. (الف) کمترین مقدار N که به ازای آن انرژی پیکربندی دوم کمتر از پیکربندی اول است، چقدر است؟ (ب) برای آن مقدار N، یکی از الکترونهای واقع بر پیرامون حلقه را در نظر بگیرید و آن را e_0 بنامید. چه تعداد از سایر الکترونهای واقع بر پیرامون حلقه به e_0 نزدیکتر از الکترون مرکزی‌اند؟

بخش ۲۰-۱۲ پتانسیل رسانای منزوی باردار

●۶۲- پتانسیل یک کرهٔ فلزی توخالی نسبت به زمین (که پتانسیل آن $V=0$ تعریف شده است) برابر با +۴۰۰V و بار آن ۵/۰×۱۰$^{-۹}$ C است. پتانسیل الکتریکی را در مرکز کره پیدا کنید.

●۶۳- اگر پتانسیل کرهٔ رسانایی به شعاع r=۰/۱۵m برابر ۱۵۰۰V و در بینهایت $V=0$ باشد، بار اضافی روی این کره چقدر است؟ SSM

●۶۴- کرهٔ ۱ به شعاع R_1 دارای بار مثبت q است. کرهٔ ۲ به شعاع ۲/۰۰R_1 در فاصلهٔ دوری از کرهٔ ۱ قرار دارد و در ابتدا بدون بار است. پس از آنکه کره‌های جدا از هم با سیم به حد کافی نازکی که فقط بار ناچیزی را نگه می‌دارد به هم متصل شوند (الف) آیا پتانسیل V_1 کرهٔ ۱ بزرگتر از پتانسیل V_2 کرهٔ ۲ می‌شود یا کوچکتر یا مساوی آن؟ سرانجام چه کسری از q روی (ب) کرهٔ ۱ و (پ) کرهٔ ۲ باقی می‌ماند؟ (ت) نسبت σ_1/σ_2 چگالیهای بار سطحی کره‌ها چقدر است؟

●۶۵- فاصلهٔ مرکز به مرکز دو کرهٔ فلزی، هر یک به شعاع ۳/۰cm، برابر با ۲/۰m است. کرهٔ ۱ دارای بار +۱/۰×۱۰$^{-۸}$C و کرهٔ ۲ دارای بار -۳/۰×۱۰$^{-۸}$C است. فرض کنید این فاصله به حد کافی بزرگ است به گونه‌ای که می‌توانیم فرض کنیم بار روی هر کره به طور یکنواخت توزیع شده است (کره‌ها بر یکدیگر تأثیر نمی‌گذارند.) به ازای $V=0$ در بینهایت، مطلوب است محاسبهٔ (الف) پتانسیل در نقطهٔ میان مرکزهای دو کره و پتانسیل روی سطح (ب) کرهٔ ۱ و (پ) کرهٔ ۲. WWW SSM

●●۶۶- دو پوستهٔ کروی رسانا، هم مرکز و منزوی دارای شعاعهای R_1=۰/۵۰۰m و R_2=۱/۰۰m، بارهای یکنواخت q_1=+۲/۰۰μC و q_2=+۱/۰۰μC، و ضخامتهای ناچیزند.

بزرگی میدان الکتریکی E در فاصلهٔ شعاعی (الف) r=۴/۰۰m، (ب) r=۰/۷۰۰m، و (پ) r=۰/۲۰۰m چقدر است؟ به ازای $V=0$ در بینهایت، پتانسیل V در (ت) r=۴/۰۰m، (ث) r=۱/۰۰m، (ج) r=۰/۷۰۰m، (چ) r=۰/۵۰۰m، (ح) r=۰/۲۰۰m، و (خ) $r=0$، چقدر است؟ (د) نمودارهای $E(r)$ و $V(r)$ را رسم کنید.

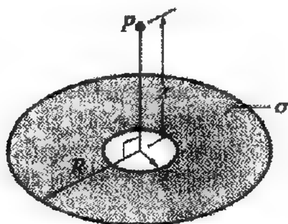
●●۶۷- یک کرهٔ فلزی به شعاع ۱۵cm دارای بار خالص ۳/۰×۱۰$^{-۸}$ C است. (الف) میدان الکتریکی در سطح کره چقدر است؟ (ب) اگر در بینهایت $V=0$ باشد، پتانسیل الکتریکی در سطح کره چقدر است؟ (پ) در چه فاصله‌ای از سطح کره، پتانسیل الکتریکی به اندازهٔ ۵۰۰V کاهش می‌یابد؟

مسئله‌های اضافی

۶۸- **معمای خرده‌های شکلات.** این داستان با مسئلهٔ ۵۶ فصل ۱۹ آغاز می‌شود. (الف) با استفاده از پاسخ قسمت (الف) آن مسئله، عبارتی را برای پتانسیل الکتریکی برحسب تابعی از فاصلهٔ شعاعی r از مرکز لوله پیدا کنید. (پتانسیل الکتریکی روی دیوارهٔ لولهٔ متصل به زمین برابر با صفر است.) (ب) برای چگالی بار حجمی نوعی ρ=-۱/۱×۱۰$^{-۳}$ C/m^{۳}، اختلاف پتانسیل الکتریکی میان مرکز لوله و دیوارهٔ داخلی آن چقدر است؟ (این داستان با مسئلهٔ ۵۰ در فصل ۲۱ ادامه می‌یابد.)

۶۹- الکترونی از حالت سکون روی محور یک دوقطبی الکتریکی ثابت شده در مکان خود که دارای بار e و فاصلهٔ بارهای d=۲۰pm است، رها می‌شود. نقطهٔ رهاشدن در طرف مثبت دوقطبی، و در فاصلهٔ ۷/۰d از مرکز دوقطبی است. تندی الکترون هنگامی که به نقطهٔ ۵/۰d از مرکز دوقطبی می‌رسد، چقدر است؟

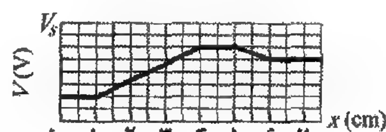
۷۰- شکل ۲۰-۵۶ حلقه‌ای را به شعاع خارجی R=۱۳/۰ cm، شعاع داخلی r=۰/۲۰۰R و چگالی بار سطحی یکنواخت σ=۶/۲۰ pC/m^{۲} نشان می‌دهد. به ازای $V=0$ در بینهایت، پتانسیل الکتریکی را در نقطهٔ P واقع بر محور مرکزی حلقه، در فاصلهٔ z=۲/۰۰R از مرکز حلقه، به دست آورید.



شکل ۲۰-۵۶ مسئلهٔ ۷۰

۷۱- *الکترون در چاه.* شکل ۲۰-۵۷ پتانسیل الکتریکی V را در امتداد محور x نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با V_s=۸/۰V مشخص شده است. الکترونی در x=۴/۵cm با انرژی جنبشی اولیهٔ ۳/۰۰eV رها می‌شود. (الف) اگر جهت حرکت اولیهٔ

الکترون به طرف منفی محور x باشد، آیا به نقطهٔ برگشت می‌رسد، (اگر می‌رسد، مختصهٔ x آن نقطه چیست) یا از ناحیهٔ رسم شده می‌گریزد (اگر می‌گریزد، تندی آن در $x=0$ چقدر است)؟ (ب) اگر الکترون در ابتدا در جهت مثبت محور x حرکت کند، آیا به نقطهٔ برگشت می‌رسد، (اگر می‌رسد، مختصهٔ x آن نقطه چیست) یا از ناحیهٔ رسم شده می‌گریزد (اگر می‌گریزد، تندی آن در $x=7/0\,cm$ چقدر است)؟ (پ) بزرگی F و (ت) جهت (مثبت یا منفی محور x) میدان الکتریکی وارد بر الکترون در صورتی‌که الکترون فقط در طرف $x=4/0\,cm$ حرکت کند چیست؟ (ث) F و (ج) جهت آن در صورتی‌که الکترون فقط در سمت راست $x=5/00\,cm$ حرکت کند چیست؟



شکل ۲۰-۵۷ مسئلهٔ ۷۱

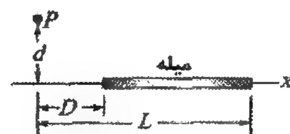
۷۲- کرهٔ رسانای توپری به شعاع $3/0\,cm$ دارای بار $30\,nC$ است که به طور یکنواخت روی سطح آن توزیع شده است. A را نقطه‌ای به فاصلهٔ $1/0\,cm$ از مرکز کره، S را نقطه‌ای روی سطح کره، و B را نقطه‌ای به فاصلهٔ $5/0\,cm$ از مرکز کره در نظر می‌گیریم. اختلاف پتانسیلهای الکتریکی (الف) $V_S - V_B$ و (ب) $V_A - V_B$ چقدر است؟

۷۳- در شکل ۲۰-۵۸، نقطهٔ P در فاصلهٔ $d_1 = 4/00\,m$ از ذرهٔ ۱ $(q_1 = -2e)$ و در فاصلهٔ $d_2 = 2/00\,m$ از ذرهٔ ۲ $(q_2 = +2e)$ قرار دارد و هر دو ذره در مکانهای خود ثابت‌اند. (الف) به ازای $V=0$ در بینهایت، V در نقطهٔ P چقدر است؟ اگر ذره‌ای به بار $q_3 = +2e$ را از بینهایت به نقطهٔ P بیاوریم، (ب) چقدر کار باید انجام دهیم؟ و (پ) انرژی پتانسیل این دستگاه سه ذره‌ای چقدر است؟



شکل ۲۰-۵۸ مسئلهٔ ۷۳

۷۴- شکل ۲۰-۵۹ میلهٔ باریکی با چگالی بار یکنواخت $2/00\,\mu C/m$ را نشان می‌دهد. در صورتی‌که $d = D = L/4/00$ باشد، پتانسیل الکتریکی را در نقطهٔ P محاسبه کنید.



شکل ۲۰-۵۹ مسئلهٔ ۷۴

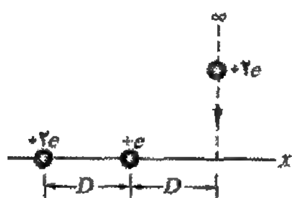
۷۵- سه بار $+0/12\,C$ تشکیل مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع $1/7\,m$ را می‌دهند. با استفاده از انرژی وارد شده با آهنگ $0/83\,kW$، چند روز لازم است تا یکی از بارها به نقطهٔ میانی خط واصل دو بار دیگر آورده شود؟ SSM

۷۶- بزرگی E یک میدان الکتریکی، با رابطهٔ $E = A/r^4$ به فاصلهٔ شعاعی r بستگی دارد، که در آن A ثابتی با یکای ولت-متر مکعب است. برحسب مضربی از A، بزرگی اختلاف پتانسیل الکتریکی میان $r=2/00\,m$ و $r=3/00\,m$ چقدر است؟

۷۷- استوانهٔ رسانای توپر و بلندی دارای شعاع $2/0\,cm$ است. میدان الکتریکی روی سطح استوانه برابر با $160\,N/C$ و جهت آن به طور شعاعی به طرف بیرون است. A، B، و C را نقطه‌هایی در نظر می‌گیریم که به ترتیب در فاصلهٔ $1/0\,cm$، $2/0\,cm$ و $5/0\,cm$ از محور مرکزی استوانه قرار دارند. (الف) بزرگی میدان الکتریکی در C و اختلاف پتانسیلهای الکتریکی (ب) $V_A - V_B$ و (پ) $V_B - V_C$ چقدر است؟

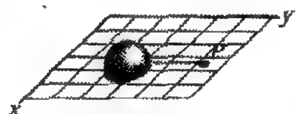
۷۸- (الف) اگر کرهٔ زمین دارای چگالی بار سطحی خالص $1/0\,electron/m^2$ باشد (یک فرض بسیار غیر واقعی)، پتانسیل آن چقدر خواهد بود؟ (فرض کنید در بینهایت $V=0$ است.) (ب) بزرگی و (پ) جهت (به طور شعاعی به طرف درون یا به طرف بیرون) میدان الکتریکی ناشی از کرهٔ زمین درست در بیرون سطح آن چگونه می‌شد؟

۷۹- در شکل ۲۰-۶۰، ذره‌ای به بار $+2e$ را از بینهایت تا محور x حرکت می‌دهیم. چقدر کار باید انجام دهیم؟ فاصلهٔ D برابر با $4/00\,m$ است.



شکل ۲۰-۶۰ مسئلهٔ ۷۹

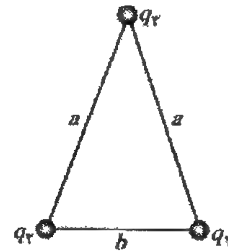
۸۰- شکل ۲۰-۶۱ نیمکره‌ای با بار $4/00\,\mu C$ را نشان می‌دهد که این بار به طور یکنواخت در سرتاسر حجم آن توزیع شده است. این نیمکره مثل گریپ فروت نصفه‌ای که ممکن است طرف صاف آن روی میز آشپزخانه باشد، در صفحهٔ xy قرار دارد. نقطهٔ P که روی صفحه واقع شده است در امتداد یک خط شعاعی از مرکز خمیدگی نیمکره، به فاصلهٔ شعاعی $15\,cm$ قرار دارد. انرژی پتانسیل ناشی از نیمکره در نقطهٔ P چقدر است؟



شکل ۲۰-۶۱ مسئلهٔ ۸۰

۸۱- در ابتدا دو الکترون به فاصلهٔ $۲/۰۰\mu m$ در مکانهای خود ثابت شده‌اند. برای آنکه بار سومی را برای تشکیل یک مثلث متساوی الاضلاع از بینهایت بیاوریم، چه مقدار کار باید انجام دهیم؟

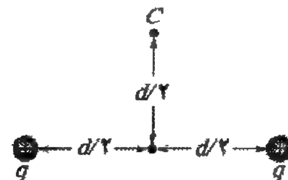
۸۲- سه ذره با بارهای $q_1 = +۱۰\mu C$ ، $q_۲ = -۲۰\mu C$ و $q_۳ = +۳۰\mu C$ در گوشه‌های مثلث متساوی الساقین نشان داده شده در شکل ۲۰-۶۲ قرار گرفته‌اند. اگر $a = ۱۰ cm$ و $b = ۶/۰ cm$ باشد، یک عامل خارجی چقدر کار باید انجام دهد تا جای بارهای (الف) q_1 و $q_۳$ ، و (ب) q_1 و $q_۲$ را با هم عوض کند؟



شکل ۲۰-۶۲ مسئلهٔ ۸۲

۸۳- (الف) اگر بار خالص یک کرهٔ رسانای منزوی به شعاع ۱۰cm برابر با $۴/۰\mu C$ و در بینهایت $V = ۰$ باشد، پتانسیل روی سطح این کره چقدر است؟ (ب) با فرض اینکه هوای اطراف این کره وقتی که بزرگی میدان الکتریکی از $۳/۰ MV/m$ تجاوز کند دچار فروریزش الکتریکی شود، آیا این وضعیت واقعاً رخ می‌دهد؟

۸۴- دو بار $q = +۲/۰\mu C$ در فاصلهٔ $d = ۲/۰ cm$ از یکدیگر ثابت شده‌اند (شکل ۲۰-۶۳). (الف) به ازای $V = ۰$ در بینهایت، پتانسیل الکتریکی در نقطهٔ C چقدر است؟ (ب) بار سوم $q = +۲/۰\mu C$ را از بینهایت به نقطهٔ C می‌آوریم. برای این منظور، چقدر کار باید انجام دهیم؟ (پ) انرژی پتانسیل U پیکربندی سه بار هنگامی که بار سوم در مکان خود قرار گیرد، چقدر است؟



شکل ۲۰-۶۳ مسئلهٔ ۸۴

۸۵- بار یکنواخت $+۱۶/۰\mu C$ روی حلقهٔ دایره‌ای باریکی، واقع بر صفحهٔ xy و به مرکز مبداء آن صفحه، قرار گرفته است. شعاع حلقه $۳/۰۰ cm$ است. اگر نقطهٔ A در مبدأ و نقطهٔ B روی محور z در $z = ۴/۰۰ cm$ باشد، $V_B - V_A$ چقدر است؟ SSM

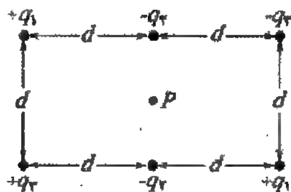
۸۶- بارها و مختصات دو بار نقطه‌ای که در صفحهٔ xy قرار دارند عبارت‌اند از $q_1 = +۳/۰۰ \times ۱۰^{-۶} C$ ، $x = +۳/۵۰ cm$ ، $y = +۵/۰۰ cm$ و $q_۲ = -۴/۰۰ \times ۱۰^{-۶} C$ ، $x = -۲/۰۰ cm$ ، $y = +۱/۵۰ cm$. چقدر کار باید انجام گیرد تا این بارها با شروع از فاصلهٔ نامتناهی در مکانهای خود قرار گیرند؟

۸۷- دو صفحهٔ رسانای تخت، موازی و باردار که به فاصلهٔ $d = ۱/۰۰ cm$ از یکدیگر قرار گرفته‌اند، اختلاف پتانسیلی برابر با $\Delta V = ۶۲۵ V$ میان صفحه‌ها ایجاد می‌کنند. یک الکترون از سطح یکی از صفحه‌ها به طور مستقیم به طرف دیگری پرتاب می‌شود. اگر این الکترون درست روی سطح صفحهٔ دوم متوقف شود، تندی اولیهٔ آن چقدر است؟

۸۸- ذره‌ای با بار مثبت Q در نقطهٔ P ثابت شده است. ذرهٔ دومی به جرم m و بار $-q$ با تندی ثابت روی دایره‌ای به شعاع r_1 و به مرکز P حرکت می‌کند. عبارتی برای کار W که باید توسط یک عامل خارجی روی ذرهٔ دوم انجام گیرد تا شعاع دایرهٔ حرکت آن به $r_۲$ افزایش یابد، به دست آورید.

۸۹- میدان الکتریکی که غالباً در نزدیکی سطح کرهٔ زمین مشاهده می‌شود تقریباً برابر با ۱۰۰V/m است. اگر این میدان روی کل سطح زمین باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه‌ای روی این سطح چقدر است؟ (در بینهایت $V = ۰$ اختیار کنید.)

۹۰- درشکل ۲۰-۶۴، نقطهٔ P در مرکز مستطیل قرار دارد. به ازای $V = ۰$ دربینهایت، $q_1 = ۵/۰۰ fC$ ، $q_۲ = ۲/۰۰ fC$ ، $q_۳ = ۳/۰۰ fC$ و $d = ۲/۵۴ cm$. پتانسیل الکتریکی خالص ناشی از شش ذرهٔ باردار در نقطهٔ P چقدر است؟



شکل ۲۰-۶۴ مسئلهٔ ۹۰

۹۱- شکل ۲۰-۳۳، دو ذرهٔ باردار را روی یک محور نشان می‌دهد. خطهای میدان الکتریکی و سطحهای هم‌پتانسیل را در صفحهٔ کاغذ به ازای (الف) $q_1 = +q$ ، $q_۲ = +۲q$ و (ب) $q_1 = +q$ ، $q_۲ = -۳q$ رسم کنید.

۹۲- بار q به طور یکنواخت در سرتاسر یک حجم کروی به شعاع R توزیع شده است. فرض کنید در بینهایت $V = ۰$ باشد. (الف) V در فاصلهٔ شعاعی $r < R$ و (ب) اختلاف پتانسیل میان نقطه‌های واقع بر $r = R$ و نقطهٔ $r = ۰$ چقدر است؟

۹۳- یک پوستهٔ کروی ضخیم با بار Q و چگالی بار حجمی یکنواخت ρ در شعاعهای r_1 و $r_۲ > r_1$ محدود شده است. به ازای $V = ۰$ در بینهایت، پتانسیل الکتریکی V را برحسب تابعی از فاصلهٔ r از مرکز این توزیع بار، با در نظر گرفتن ناحیه‌های (الف) $r > r_۲$ ، (ب) $r_۲ > r > r_1$ ، و (پ) $r < r_1$ ، به دست آورید. (ت) آیا این پاسخها در $r = r_۲$ و $r = r_1$ با یکدیگر سازگارند؟ (راهنمایی: بخش ۱۹-۹ را ببینید.)

۹۴- یک ذرهٔ آلفا (که دارای دو پروتون است) به طور مستقیم به طرف هستهٔ هدفی که شامل ۹۲ پروتون است پرتاب می‌شود. انرژی جنبشی اولیهٔ ذرهٔ آلفا برابر با ۰/۴۸ pJ است. با فرض اینکه هستهٔ هدف حرکت نکند، کمترین فاصلهٔ مرکز به مرکزی که ذرهٔ آلفا به هستهٔ هدف می‌رسد چقدر است؟

۹۵- با شروع از معادلهٔ ۲۰-۳۰، عبارتی برای میدان الکتریکی ناشی از یک دوقطبی در نقطه‌ای روی محور دوقطبی به دست آورید.

۹۶- بار $۱/۵۰ \times ۱۰^{-۸}$ C روی یک کرهٔ فلزی منزوی به شعاع ۱۶/۰ cm قرار گرفته است. به ازای $V = ۰$ در بینهایت، پتانسیل الکتریکی در نقطه‌های روی سطح این کره چقدر است؟

۹۷- در آزمایش قطرهٔ روغن *میلیکان* (بخش ۱۸-۸)، میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $۱/۹۲ \times ۱۰^{۵}$ N/C در ناحیهٔ میان دو صفحه که به فاصلهٔ ۱/۵۰ cm از هم قرار دارند، ایجاد می‌شود. اختلاف پتانسیل الکتریکی میان صفحه‌ها را به‌دست آورید.

۹۸- بار نقطه‌ای $q = ۱/۵۰ \times ۱۰^{-۸}$ C را در نظر بگیرید و فرض کنید در بینهایت $V = ۰$ است. (الف) شکل و ابعاد سطح هم‌پتانسیل به پتانسیل ۳۰/۰ V ناشی از فقط بار q، چیست؟ (ب) آیا سطحهایی که پتانسیل آنها به مقدار ثابتی با هم تفاوت دارند (مثلاً ۱/۰ V) به فاصلهٔ یکسانی از هم قرار گرفته‌اند؟

۹۹- در مدل کوارکی ذره‌های بنیادی، پروتون از سه کوارک تشکیل شده است: دو کوارک «بالا»، هر یک با بار $+۲e/۳$، و یک کوارک «پایین» با بار $-e/۳$. فرض کنید که این سه کوارک به فاصلهٔ یکسانی از یکدیگر قرار گرفته‌اند. این فاصله را $۱/۳۲ \times ۱۰^{-۱۵}$ m در نظر بگیرید و انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاه (الف) فقط شامل دو کوارک بالا و (ب) شامل هر سه کوارک را محاسبه کنید.

۱۰۰- (الف) پروتونی با انرژی جنبشی ۴/۸۰ MeV به طور رودررو به طرف یک هستهٔ سرب حرکت می‌کند. با فرض اینکه پروتون به داخل هسته نفوذ نکند و اینکه تنها نیروی بین پروتون و هسته نیروی کولنی باشد، کمترین فاصلهٔ مرکز به مرکز d_p بین پروتون و هسته را هنگامی که پروتون به توقف لحظه‌ای می‌رسد، محاسبه کنید. اگر پروتون با یک ذرهٔ آلفا (که دارای دو پروتون است) با همان انرژی جنبشی اولیه جایگزین شود، ذرهٔ آلفا در فاصلهٔ مرکز به مرکز d_α متوقف خواهد شد. (ب) نسبت d_α / d_p چقدر است؟

۱۰۱- (الف) با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۳۲ نشان دهید که پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای روی محور مرکزی یک حلقهٔ باریک (با بار q و شعاع R) و به فاصلهٔ z از حلقه برابر است با

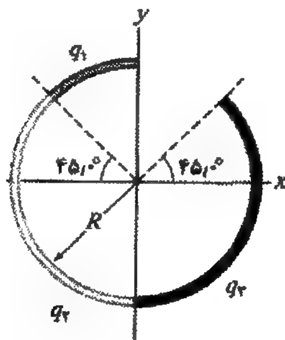
$$V = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰} \frac{q}{\sqrt{z^۲ + R^۲}}$$

(ب) با استفاده از این نتیجه، عبارتی برای E در نقطه‌های روی محور حلقه به دست آورید؛ نتیجهٔ خود را با محاسبهٔ E در بخش ۱۸-۶ مقایسه کنید.

۱۰۲- انرژی پتانسیل الکتریکی پیکربندی بار شکل ۲۰-۸ (الف) چقدر است؟ از مقدارهای عددی مسئلهٔ نمونهٔ ۲۰-۳ استفاده کنید.

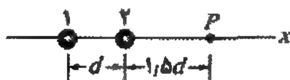
۱۰۳- یک کرهٔ مسی توپر به شعاع ۱/۰ cm دارای پوشش سطحی نازکی از جنس نیکل است. بعضی از اتمهای نیکل پرتوزا هستند، یعنی به هنگام واپاشی یک الکترون گسیل می‌کنند. نیمی از این الکترونها وارد کرهٔ مسی می‌شوند و در آنجا هر یک ۱۰۰ keV انرژی از خود به جای می‌گذارند. نیم دیگر الکترونها، هر یک با بار $-e$، می‌گریزند. پوشش نیکل دارای فعالیت $۳/۷۰ \times ۱۰^{۸}$ واپاشی پرتوزا در ثانیه است. این کره از تار نارسانای بلندی آویخته و از محیط اطراف خود منزوی شده است. (الف) چقدر طول می‌کشد تا پتانسیل کره به اندازهٔ ۱۰۰۰ V افزایش یابد؟ (ب) چقدر طول می‌کشد تا دمای کره بر اثر انرژی به جای گذاشته شده توسط الکترونها، به اندازهٔ ۵/۰ K افزایش یابد؟ ظرفیت گرمایی کره ۱۴J/K است. SSM

۱۰۴- شکل ۲۰-۶۵ سه کمان دایره‌ای نارسانا به شعاع $R = ۸/۵۰$ cm را نشان می‌دهد. بار روی کمانها عبارت‌اند از $q_۱ = ۴/۵۲$ pC، $q_۲ = -۲/۰۰q_۱$، $q_۳ = +۳/۰۰q_۱$. به ازای $V = ۰$ در بینهایت، پتانسیل الکتریکی خالص کمانها در مرکز مشترک خمیدگی چقدر است؟



شکل ۲۰-۶۵ مسئلهٔ ۱۰۴

۱۰۵- در شکل ۲۰-۶۶ دو ذره با بارهای $q_۱$ و $q_۲$ روی محور x ثابت شده‌اند. وقتی ذرهٔ سومی با بار $+۶/۰ \mu$C از فاصلهٔ نامتناهی به نقطهٔ P آورده شود، دستگاه سه ذره‌ای همان انرژی پتانسیل الکتریکی را خواهد داشت که دستگاه دو ذره‌ای اولیه داشته است. نسبت بار $q_۱ / q_۲$ چقدر است؟



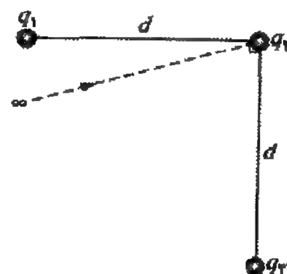
شکل ۲۰-۶۶ مسئلهٔ ۱۰۵

۱۰۶- در شکل ۲۰-۶۷، فاصلهٔ دو ذره را ۱/۰ m در نظر بگیرید؛ فرض کنید بارهای آنها $q_۱ = +q$ و $q_۲ = +۲q$ است و پتانسیل را در بینهایت $V = ۰$ اختیار کنید. در چه مختصهٔ متناهی روی محور x (الف) پتانسیل الکتریکی خالص ناشی از دو ذره صفر است؟ و (ب) میدان الکتریکی خالص ناشی از آنها صفر است؟



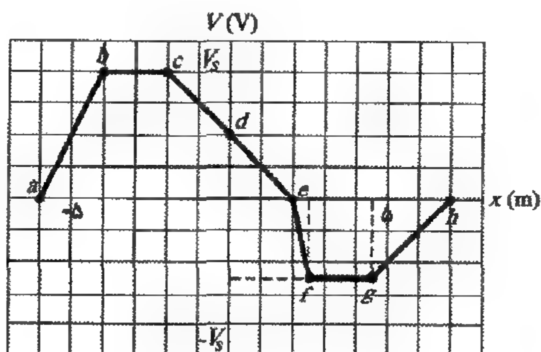
شکل ۲۰-۶۷ مسئلهٔ ۱۰۶

۱۰۷- در شکل ۲۰-۶۸، ذره‌ای با بار $q_3 = +5e$ در امتداد خط‌چین از بینهایت به نقطهٔ نشان داده شده در نزدیکی دو بار ثابت شدهٔ $q_1 = +2e$ و $q_2 = -q_1$ آورده می‌شود. نسبت پتانسیل الکتریکی این دستگاه سه ذره‌ای به دستگاه دو ذره‌ای اولیه چقدر است؟



شکل ۲۰-۶۸ مسئلهٔ ۱۰۷

۱۰۸- در وضعیت معینی، پتانسیل الکتریکی در امتداد محور x مانند نمودار نشان داده شده در شکل ۲۰-۶۹ تغییر می‌کند. مقیاس محور قائم با $V_s = 12/0\,V$ مشخص شده است. برای بازه‌های (الف) ab، (ب) bc، (پ) cd، (ت) de، (ث) ef، (ج) fg، (چ) gh، مؤلفهٔ x میدان الکتریکی را تعیین کنید، و سپس E_x را برحسب x رسم کنید. (از رفتار میدان در نقطه‌های انتهایی هر بازه چشمپوشی کنید.)



شکل ۲۰-۶۹ مسئلهٔ ۱۰۸

۱۰۹- شعاع قرصی برابر با $R = 2/20\,cm$ است. چگالی بار سطحی آن از $r = 0$ تا $r = R/2$ برابر با $1/50 \times 10^{-6}\,C/m^2$، و از $r = R/2$ تا $r = R$ برابر با $8/00 \times 10^{-7}\,C/m^2$ است. (الف) بار کل روی قرص چقدر است؟ (ب) به ازای $V = 0$ در بینهایت، پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای روی محور مرکزی عمودی قرص، به فاصلهٔ $z = R/2$ از مرکز قرص چقدر است؟

۱۱۰- در شکل ۲۰-۷۰، ذرهٔ ۱ با بار $q_1 = +e$ و ذرهٔ ۲ با بار $q_2 = -5e$ روی محور x قرار دارند. فاصلهٔ $d = 5/60\,\mu m$ است. اختلاف پتانسیل الکتریکی $V_A - V_B$ چقدر است؟



شکل ۲۰-۷۰ مسئلهٔ ۱۱۰

۱۱۱- بارهای نقطه ای با بزرگیهای یکسان (۲۵ nC) وعلامتهای مخالف به طور قطری روی گوشه‌های مقابل مستطیل ۶۰ cm×۸۰ cm قرار گرفته‌اند. نقطهٔ A آن گوشهٔ اشغال نشده‌ای است که در نزدیکترین فاصله به بار مثبت قرار دارد، و نقطهٔ B گوشهٔ اشغال نشدهٔ دیگر است. اختلاف پتانسیل $V_B - V_A$ را تعیین کنید.

۱۱۲- یک دهه پیش از آنکه *اینشتین* نظریهٔ نسبیت خود را منتشر کند، *تامسون* پیشنهاد کرد که الکترون ممکن است شامل اجزای کوچکی باشد و جرم m الکترون را می‌توان به انرژی پتانسیل برهم کنش این اجزا نسبت داد. بعلاوه، او پیشنهاد کرد که این انرژی برابر mc^2 است، که در آن c تندی نور است. برآوردی تقریبی از جرم الکترون به روش زیر انجام دهید: فرض کنید الکترون از سه جزء یکسان تشکیل شده است که این اجزا از بینهایت آورده شده‌اند و در گوشه‌های مثلث متساوی الاضلاعی با ضلعی برابر با *شعاع کلاسیکی الکترون*، یعنی $2/82 \times 10^{-15}$ m، قرار داده شده‌اند. (الف) انرژی پتانسیل الکتریکی کل این پیکربندی را پیدا کنید. (ب) سپس آن را بر c^2 تقسیم و نتیجهٔ خود را با جرم پذیرفته شده برای الکترون مقایسه کنید. (این نتیجه وقتی بهتر می‌شود که اجزای بیشتری در نظر گرفته شوند.)

۱۱۳- شکل ۲۰-۷۱، سه ذرهٔ باردار را نشان می‌دهد که روی یک محور افقی قرار گرفته‌اند. برای نقطه‌هایی (از قبیل P) روی این محور با $r \gg d$، نشان دهید که پتانسیل الکتریکی $V(r)$ با رابطهٔ زیر داده می‌شود

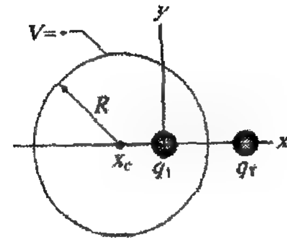
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}\left(1 + \frac{2d}{r}\right)$$

(*راهنمایی*. این پیکربندی بار را می‌توان به صورت مجموع یک بار منزوی و یک دو قطبی در نظر گرفت.)



شکل ۲۰-۷۱ مسئلهٔ ۱۱۳

۱۱۴- بار نقطه‌ای $q_1 = +6/0e$ در مبداء یک دستگاه مختصات راستگوشه، و بار نقطه‌ای $q_2 = -10e$ در $x = 8/6\,nm$ و $y = 0$ ثابت شده‌اند. همان‌طور که در شکل ۲۰-۷۲ نشان داده شده است، مکان هندسی همهٔ نقطه‌های واقع بر صفحهٔ xy که برای آنها $V = 0$ است (غیر از بینهایت)، دایره‌ای است که مرکز آن روی محور x قرار دارد. (الف) مکان x_c مرکز دایره و (ب) شعاع R دایره را پیدا کنید. (پ) آیا مقطع xy سطح هم پتانسیل ۵V نیز دایره است؟



شکل ۲۰-۷۲ مسئلهٔ ۱۱۴

۱۱۵- بار $q_1 = -۱/۲\times۱۰^{-۹}\,\mathrm{C}$ در مبدأ، و بار $q_۲ = ۲/۵\times۱۰^{-۹}\,\mathrm{C}$ روی محور y در $y = ۰/۵۰\,\mathrm{m}$ قرار دارد. پتانسیل الکتریکی را در فاصله‌ای دور از هر دو بار صفر در نظر بگیرید. (الف) مقطع سطح هم‌پتانسیل $V = ۵/۰\,\mathrm{V}$ را با صفحهٔ xy رسم کنید. این سطح، یکی از دو بار را دربر می‌گیرد. (ب) دو سطح هم‌پتانسیل وجود دارند که به $V = ۳/۰\,\mathrm{V}$ مربوط‌اند. یکی، یک بار و دیگری هر دو بار را در بر دارد. مقطع آنها را با صفحهٔ xy رسم کنید. (پ) آن مقداری از پتانسیل را بیابید که به ازای آن، نقش پتانسیل الکتریکی از یک سطح هم‌پتانسیل به دو سطح هم‌پتانسیل تبدیل شود.

۱۱۶- در شکل ۲۰-۷۳، سه خط بار موازی و بلند، با چگالیهای بارخطی نشان‌داده شده، در هر دو جهت به طور عمود بر صفحه امتداد دارند. چند خط میدان الکتریکی را رسم کنید؛ همچنین مقطع چند سطح هم پتانسیل را در صفحهٔ شکل رسم کنید.





شکل ۲۰-۷۳ مسئلهٔ ۱۱۶

۱۱۷- دو خط بار نامتناهی در یک صفحه قرار دارند و با محور z موازی‌اند. یکی از آنها، با بار در یکای طول $+\lambda$ ، به فاصلهٔ a در سمت راست این محور قرار دارد. دیگری، با بار در یکای طول $-\lambda$ ، در فاصلهٔ a از سمت چپ این محور واقع است. چند سطح هم‌پتانسیل ناشی از این آرایش را رسم کنید.

۱۱۸- در سال ۱۹۱۱، ارنست راترفورد مدل اتم را به صورت نقطه‌ای با بار مثبت Ze که توسط بار منفی $-Ze$ که به طور یکنواخت روی کره‌ای به شعاع R به مرکز واقع در آن نقطه توزیع شده است درنظر گرفت. در فاصلهٔ r داخل کره میدان الکتریکی عبارت است از

$$E = \frac{Ze}{۴\pi}\left(\frac{۱}{r^۲} - \frac{r}{R^۳}\right)$$

او همچنین پتانسیل الکتریکی را به صورت زیر به دست آورد

$$V = \frac{Ze}{۴\pi\varepsilon_۰}\left(\frac{۱}{r} - \frac{۳}{۲R} + \frac{r^۲}{۲R^۳}\right)$$

(الف) نشان دهید که چگونه عبارت میدان الکتریکی از عبارت بالا برای V به دست می‌آید؟ (ب) چرا عبارت V ، وقتی $r \to \infty$ میل می‌کند، صفر نمی‌شود؟

۲۱ ظرفیت



انفجار غبار انتقال یافته با هوا در مخازن نگهداری حبوبات (مانند بالا)، معادن زغال سنگ، مخازن آرد و بسیاری از پودرهای صنعتی از اتفاقهای متداولی هستند که اغلب عمر مفید آنها را کم می‌کنند و به بسیاری از خواص آنها آسیب می‌رسانند.
معمولاً این انفجارها از زدن جرقه بین اجسام باردار و یک اتصال به زمین ایجاد می‌شود.
مهندسان احتمال جرقه زدن را نمی‌توانند از بین ببرند، ولی می‌توانند تمهیداتی به وجود آورند که شانس ایجاد انفجار بر اثر جرقه را کم کنند.

چه چیزی تعیین می‌کند که آیا جرقه موجب ایجاد انفجار در ذره‌های انتقال یافته با هوا می‌شود؟

پاسخ در همین فصل.

۲۱-۱ فیزیک چیست؟

یکی از هدفهای فیزیک، تدارک پایهٔ علمی برای ابزارهای عملی است که توسط مهندسان طراحی می‌شود. تمرکز این فصل روی یک مثال بسیار شناخته شده- خازن است، وسیله‌ای که انرژی الکتریکی می‌تواند در آن ذخیره شود. مثلاً باتریهای دوربین با باردار کردن یک خازن، انرژی را در فلاش عکاسی ذخیره می‌کنند. باتریها می‌توانند انرژی را فقط با آهنگ نسبتاً کمی تولید کنند، آنقدر آهسته که فلاش عکاسی بتواند یک درخشش نور را گسیل کند. البته، وقتی خازن باردار شد، می‌تواند انرژی را با آهنگ بسیار بیشتری به هنگام فلاش‌زدن، تولید کند. انرژی کافی برای آنکه – فلاش عکاسی بتواند فوران نور شدیدی را گسیل کند.

فیزیک خازنها می‌تواند به ابزارهایی دیگر و به هر وضعیتی که شامل میدانهای الکتریکی باشد تعمیم داده شود. مثلاً میدان الکتریکی جو زمین به وسیله هواشناسان مدل‌سازی شده است، به این ترتیب که این میدان ناشی از تخلیهٔ جزئی یک خازن کروی عظیم توسط آذرخش است. باری که چوبهای اسکی به هنگام سُرخوردن روی برف جمع می‌کنند را می‌توان با بار ذخیره شده در یک خازن که غالباً به صورت جرقه‌هایی تخلیه می‌شوند، مدل‌سازی کرد (اسکی بازهایی که شب هنگام روی برف خشک اسکی می‌کنند قادر به مشاهدهٔ این پدیده هستند).

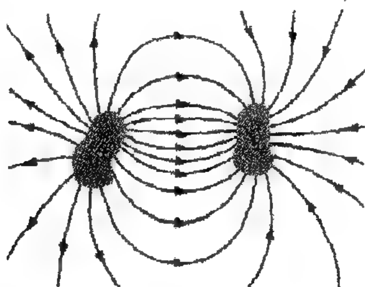
اولین گام در مبحث خازنها تعیین آن است که چه مقدار بار می‌تواند ذخیره شود. این «چه مقدار» ظرفیت نامیده می‌شود.



شکل ۲۱-۱ مجموعه‌ای از خازنها

۲۱-۲ ظرفیت

شکل ۲۱-۱ چندین خازن را در اندازه‌ها و شکلهای مختلف نشان می‌دهد. شکل ۲۱-۲ اجزای اصلی هر خازن را نشان می‌دهد- دو رسانای منزوی با هر شکلی. مهم نیست که شکل هندسی آنها چگونه است، تخت‌اند یا خیر، این رساناها را *صفحه* می‌نامیم.



شکل ۲۱-۲ دو رسانا که از نظر الکتریکی از یکدیگر و محیط اطرافشان منزوی‌اند، تشکیل یک *خازن* را می‌دهند. هرگاه خازن باردار شود، رساناها، یا آنگونه که نامیده می‌شوند *صفحه‌ها*، دارای بارهایی با بزرگی مساوی ولی مخالف q می‌شوند.

شکل ۲۱-۳ الف آرایشی با عمومیت کمتر ولی مرسومتر، به نام *خازن صفحه – موازی* [یا تخت] را نشان می‌دهد که شامل دو صفحهٔ رسانای موازی با مساحت A است که به فاصلهٔ d از هم قرار گرفته‌اند. نمادی که برای نمایش یک خازن به کار می‌بریم (⊣⊢) براساس ساختار یک خازن صفحه- موازی است ولی برای نمایش خازنها با هر شکل هندسی به کارگرفته می‌شود. فعلاً فرض می‌کنیم که هیچ ماده‌ای (از قبیل شیشه یا پلاستیک) در فضای میان صفحه‌ها وجود ندارد. در بخش ۲۱-۶، این محدودیت را برخواهیم داشت.

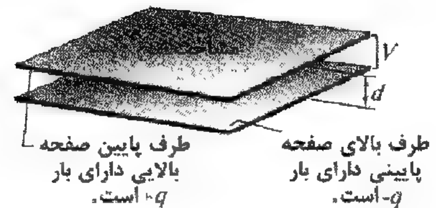
وقتی یک خازن *باردار* می‌شود، صفحه‌های آن دارای بارهایی با بزرگیهای یکسان ولی علامتهای مخالف می‌شوند: $+q$ و $-q$. با این حال، *بارخازن* را q یعنی قدر مطلق این بارها روی صفحه‌ها، در نظر می‌گیریم. (توجه کنید که q بار خالص روی خازن نیست، بار خالص برابر با صفر است.)

چون صفحه‌ها رسانا هستند، آنها سطحهایی هم‌پتانسیل‌اند؛ تمام نقطه‌های روی یک صفحه در پتانسیل الکتریکی یکسانی قرار دارند. به علاوه، اختلاف پتانسیلی میان این دو صفحه وجود دارد. بنا به دلایل تاریخی، قدر مطلق این اختلاف پتانسیل را به جای ΔV که در نمادگذاری پیشین استفاده می‌کردیم، با V نمایش می‌دهیم.

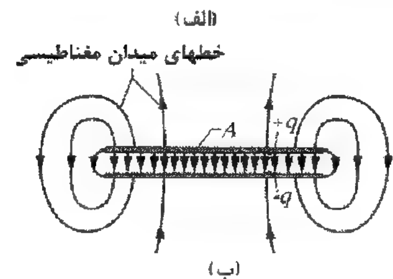
بار q و اختلاف پتانسیل V یک خازن، با یکدیگر متناسب‌اند؛ یعنی

$$q = CV \qquad (۲۱-۱)$$

ثابت تناسب C، **ظرفیت** خازن نامیده می‌شود. مقدار ظرفیت فقط به شکل هندسی صفحه‌ها بستگی دارد و «نه» به بار یا اختلاف پتانسیل آنها. ظرفیت، معیاری از مقدار باری است که باید روی صفحه‌ها قرار گیرد تا اختلاف پتانسیل معینی بین آنها ایجاد شود: *برای ظرفیت بیشتر به بار بیشتری نیاز است.*



(الف)



(ب)

شکل ۲۱-۳ (الف) خازن تخت، از دو صفحه با مساحت A که به فاصلهٔ d از هم قرار گرفته‌اند، ساخته شده است. بارهای روی سطحهای مقابل دارای بزرگی یکسان q ولی با علامتهای مخالف‌اند. (ب) همان‌گونه که خطهای میدان نشان می‌دهد، میدان الکتریکی ناشی از صفحه‌ها در ناحیهٔ مرکزی بین صفحه‌ها یکنواخت است. این میدان در لبه‌های صفحه‌ها، که با «فریز شدگی» خطهای میدان نشان داده شده است، یکنواخت نیست.

یکای SI ظرفیت که از معادلهٔ ۲۱-۱ نتیجه می‌شود، کولن بر ولت است. چون این یکا به طور مکرر به کار می‌رود، نام ویژه‌ای گرفته است و *فاراد* (F) نامیده می‌شود

$$1 \text{ فاراد} = 1 \text{ F} = 1 \text{ کولن بر ولت} = 1 \text{ C/V} \qquad (۲۱-۲)$$

همان‌گونه که خواهید دید، فاراد یکای بسیار بزرگی است. اجزای آن از قبیل میکروفاراد $(1\mu F = 10^{-6} F)$ و پیکوفاراد $(1 pF = 10^{-12} F)$ در عمل، یکاهای مناسبتری هستند.

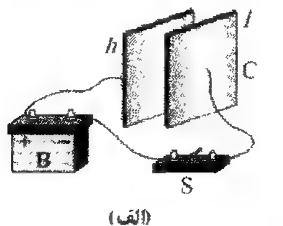
باردار کردن خازن

یک راه برای باردار کردن خازن، قراردادن آن در یک مدار الکتریکی شامل باتری است. *مدار الکتریکی* مسیری است که بار می‌تواند از طریق آن جریان پیدا کند. *باتری* وسیله‌ای است که اختلاف پتانسیل معینی را توسط واکنشهای الکتروشیمیایی داخلی که در آنها نیروهای الکتریکی می‌توانند بارهای داخلی را حرکت دهند، بین *پایانه‌های* آن (نقطه‌هایی که در آنها بار می‌تواند به باتری وارد یا از آن خارج شود) برقرار نگه می‌دارد.

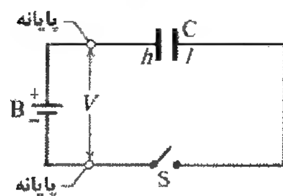
در شکل ۲۱-۴ الف، باتری B، کلید S، خازن بدون بار C، و سیمهای رابط، تشکیل یک مدار می‌دهند. همین مدار در *طرحوارهٔ* شکل ۲۱-۴ ب نشان داده شده است، که در آن نمادهایی به جای باتری، کلید و خازن، این وسیله‌ها را نشان می‌دهند. پایانهٔ با پتانسیل بالاتر با + نمایش داده شده است و غالباً پایانهٔ مثبت؛ و پایانهٔ با پتانسیل پایینتر با - نمایش داده شده است و غالباً پایانهٔ منفی نامیده می‌شود.

به مدار نشان داده شده در شکلهای ۲۱-۴ الف و ب، *ناکامل* گفته می‌شود، چون کلید S *باز* است؛ یعنی، سیمها به طور الکتریکی به کلید متصل نشده‌اند. وقتی کلید بسته شود، با اتصال الکتریکی آن سیمها، مدار کامل می‌شود و آنگاه بار می‌تواند از طریق کلید و سیمها جریان پیدا کند. همان‌طور که در فصل ۱۷ مطرح کردیم، باری که می‌تواند از درون یک رسانا، از قبیل سیم، جریان یابد، همان بار الکترونهاست. وقتی مدار شکل ۲۱-۴ کامل می‌شود که الکترونها توسط میدان الکتریکی که باتری آن را در سیمها ایجاد کرده است، از طریق سیمها به حرکت انداخته شوند. میدان الکتریکی، الکترونها را از صفحهٔ h خازن به پایانهٔ مثبت باتری می‌راند؛ بنابراین، صفحهٔ h که در حال از دست دادن الکترونهاست، بار مثبت پیدا می‌کند. این میدان درست به همین تعداد، الکترونها را از پایانهٔ منفی باتری به صفحهٔ l خازن می‌راند؛ در نتیجه، صفحهٔ l که در حال به دست‌آوردن الکترونهاست، *درست به همان اندازهٔ صفحهٔ* h، که در حال از دست دادن الکترونهاست، بار منفی پیدا می‌کند.

در ابتدا، وقتی صفحه‌های خازن بدون بارند، اختلاف پتانسیل میان آنها صفر است. با باردار شدن این صفحه‌ها با بارهای مخالف، این اختلاف پتانسیل تا جایی افزایش می‌یابد که با اختلاف پتانسیل V میان پایانه‌های باتری برابر شود. در این موقع صفحهٔ h و پایانهٔ مثبت باتری در پتانسیل یکسانی قرار دارند، و دیگر در سیم میان آنها میدانی الکتریکی وجود ندارد. به همین ترتیب، صفحهٔ l و پایانهٔ منفی باتری هم به پتانسیل یکسان می‌رسند و در سیم بین آنها میدان الکتریکی از بین می‌رود. بنابراین، با این میدان صفر، الکترونها دیگر حرکت نمی‌کنند و گفته می‌شود که خازن، با اختلاف پتانسیل V و بار q که توسط معادلهٔ ۲۱-۱ به هم مربوط‌اند، *به طور کامل باردار شده است.*



(الف)



(ب)

شکل ۲۱-۴ (الف) باتری B، کلید S، و صفحه‌های h و l خازن C، در مداری، به هم متصل شده‌اند. (ب) طرحواره‌ای که در آن اجزای مدار با نمادهایشان، نشان داده شده است.

در این کتاب فرض براین است که در حین باردار شدن خازن و پس از آن، بار نمی‌تواند از فضای میان صفحه‌ها، از یک صفحه به صفحهٔ دیگر عبور کند. همچنین، فرض می‌کنیم که خازن می‌تواند به میزان نامحدودی بار را حفظ (یا ذخیره) کند، تا وقتی که در مداری که در آنجا می‌تواند *تخلیه شود*، قرار داده شود.

> ✔ ***نکتهٔ وارسی ۱*** آیا ظرفیت C یک خازن (الف) هر گاه بار q روی آن دو برابر شود و (ب) هرگاه اختلاف پتانسیل V میان صفحه‌های آن سه برابر شود، افزایش می‌یابد یا کاهش، یا یکسان می‌ماند؟

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۱: نماد V و اختلاف پتانسیل

در فصلهای پیش، نماد V معرف پتانسیل الکتریکی در یک نقطه یا روی یک سطح هم‌پتانسیل بود. ولی در مواردی که با دستگاههای الکتریکی سروکار داریم، V اغلب معرف *اختلاف پتانسیل* میان دو نقطه یا دو سطح هم‌پتانسیل است. معادلهٔ ۲۱-۱ مثالی از کاربرد دوم این نماد است. در بخش ۲۱-۳، با آمیزه‌ای از این دو مفهوم V مواجه می‌شوید. در آنجا و در فصلهای بعد از آن، لازم است که از این نماد با دقت استفاده کنید.

همچنین، در این کتاب و در جاهای دیگر، با گسترهٔ متنوعی از عبارتهایی راجع به اختلاف پتانسیل مواجه می‌شوید. اختلاف پتانسیل یا «پتانسیل» یا «ولتاژ» ممکن است برای یک وسیله، یا *بین دو نقطهٔ* یک وسیله *به کار گرفته شود*. یک خازن می‌تواند تا اختلاف پتانسیل معینی باردار شود، مثل این عبارت «خازنی تا ۱۲V باردار شده است.» همچنین، یک باتری می‌تواند با اختلاف پتانسیل میان دو سرش مشخص شود، مثل این عبارت «یک باتری ۱۲V». همیشه به خاطر داشته باشید که مفهوم چنین عبارتهایی چیست: میان دو نقطه، مانند دو نقطهٔ یک مدار یا در پایانه‌های دستگاهی از قبیل باتری، اختلاف پتانسیل وجود دارد.

۳-۲۱ محاسبهٔ ظرفیت

هدف ما در اینجا محاسبهٔ ظرفیت خازنی است که شکل هندسی آن را می‌شناسیم. چون شکلهای هندسی متفاوتی را در نظر خواهیم گرفت، عاقلانه به نظر می‌رسد که برای سادگی کار، از یک روش کلی استفاده کنیم. به طور خلاصه، روش ما به این قرار است: (۱) فرض می‌کنیم که بار روی صفحه‌ها q است؛ (۲) با استفاده از قانون گاؤس، میدان الکتریکی $\vec{E}$ میان صفحه‌ها را برحسب این بار محاسبه می‌کنیم؛ (۳) با معلوم بودن $\vec{E}$، اختلاف پتانسیل V میان صفحه‌ها را با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۱۸ محاسبه می‌کنیم؛ (۴) مقدار C را با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۱ به دست می‌آوریم.

پیش از آنکه شروع کنیم، محاسبهٔ میدان و اختلاف پتانسیل الکتریکی را می‌توانیم با اعمال فرضهای معینی ساده کنیم. هریک را به نوبت بررسی می‌کنیم.

محاسبهٔ میدان الکتریکی

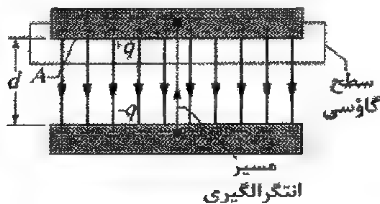
برای آنکه میدان الکتریکی $\vec{E}$ میان صفحه‌های یک خازن را به بار q روی هر کدام از صفحه‌ها مربوط کنیم، از قانون گاؤس استفاده می‌کنیم

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{A}=q \qquad (۲۱-۳)$$

در اینجا q بار محصور شده توسط یک سطح گاؤسی و $\oint \vec{E}\cdot d\vec{A}$ شار الکتریکی خالص عبوری از این سطح است. در تمام مواردی که در نظر خواهیم گرفت، سطح گاؤسی به‌گونه‌ای است که هرگاه یک شار الکتریکی از میان آن عبور کند، $\vec{E}$ دارای بزرگی یکنواخت E بوده و بردارهای $\vec{E}$ و $d\vec{A}$ با هم موازی خواهند بود. آنگاه معادلهٔ ۲۱-۳ به صورت زیر ساده می‌شود

$$q=\varepsilon_0 EA \quad \text{(حالت خاص معادلهٔ ۲۱-۳)} \qquad (۲۱-۴)$$

که در آن A مساحت آن بخش از سطح گاؤسی است که شار از آن می‌گذرد. برای سهولت، سطح گاؤسی را چنان رسم می‌کنیم که بار روی صفحهٔ مثبت را کاملاً در برگیرد؛ به عنوان مثال، شکل ۲۱-۵ را ببینید.



شکل ۲۱-۵ یک خازن تخت باردار. سطح گاؤسی، بار روی صفحهٔ مثبت را در برمی‌گیرد. انتگرال معادلهٔ ۲۱-۶ روی مسیری گرفته می‌شود که به طور مستقیم از صفحهٔ منفی تا صفحهٔ مثبت امتداد دارد.

محاسبهٔ اختلاف پتانسیل

با نمادگذاری فصل ۲۰ (معادلهٔ ۲۰-۱۸)، اختلاف پتانسیل میان صفحه‌های خازن با معادلهٔ زیر به میدان الکتریکی $\vec{E}$ مربوط است

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{s} \qquad (۲۱-۵)$$

که در آن انتگرال در طول مسیری که از یک صفحه شروع و به صفحهٔ دیگر می‌انجامد، محاسبه می‌شود. معمولاً مسیری را برمی‌گزینیم که در راستای یک خط میدان الکتریکی، از صفحهٔ منفی تا صفحهٔ مثبت باشد. برای این مسیر، بردارهای $\vec{E}$ و $d\vec{s}$ جهتهای مخالفی دارند؛ به گونه‌ای که ضرب نقطه‌ای $\vec{E}\cdot d\vec{s}$ برابر با $-E\,ds$ است. بنابراین، طرف راست معادلهٔ ۲۱-۵ مثبت است. سپس با این فرض که V اختلاف پتانسیل $V_f - V_i$ است، معادلهٔ ۲۱-۵ را می‌توانیم چنین بنویسیم

$$V=\int_{-}^{+} E\,ds$$ (۲۱-۶) (حالت خاص معادلهٔ ۲۱-۵)

که در آن علامتهای − و + یادآور آن است که مسیر انتگرالگیری از صفحهٔ منفی شروع و به صفحهٔ مثبت ختم می‌شود.

حال آماده‌ایم که معادله‌های ۲۱-۴ و ۲۱-۶ را برای چند حالت خاص به کار بریم.

خازن تخت

همان‌گونه از شکل ۲۱-۵ برمی‌آید، فرض می‌کنیم که صفحه‌های خازن تخت ما به حدی بزرگ و به حدی به یکدیگر نزدیک‌اند که می‌توانیم از فریزشدگی میدان الکتریکی در لبهٔ صفحه‌ها چشمپوشی کنیم و $\vec{E}$ را در سرتاسر فضای میان صفحه‌ها ثابت در نظر بگیریم.

مانند شکل ۲۱-۵ سطحی گاؤسی را رسم می‌کنیم که فقط بار q روی صفحهٔ مثبت را در بردارد. آنگاه از معادلهٔ ۲۱-۴ می‌توانیم چنین بنویسیم

$$q=\varepsilon_0 EA$$ (۲۱-۷)

که در آن A مساحت صفحهٔ خازن است. معادلهٔ ۲۱-۶ به دست می‌دهد

$$V=\int_{-}^{+} E\,ds=E\int_{0}^{d} ds=Ed$$ (۲۱-۸)

در معادلهٔ ۲۱-۸، E را می‌توان بیرون انتگرال گذاشت زیرا ثابت است؛ مقدار انتگرال دوم به طور ساده فاصلهٔ d صفحه‌هاست.

حال اگر q را از معادلهٔ ۲۱-۷ و V را از معادلهٔ ۲۱-۸ در رابطهٔ $q=CV$ (معادلهٔ ۲۱-۱) قرار دهیم، داریم

$$C=\frac{\varepsilon_0 A}{d}$$ (۲۱-۹) (خازن تخت)

بنابراین، ظرفیت در واقع فقط به عاملهای هندسی- یعنی مساحت صفحهٔ A و فاصلهٔ d صفحه‌ها بستگی دارد. توجه کنید که C با افزایش مساحت A یا کاهش فاصلهٔ d، افزایش می‌یابد.

در ضمن، یادآور می‌شویم که معادلهٔ ۲۱-۹ به یکی از دلیل‌هایی که ثابت الکتروستاتیکی در قانون کولن به صورت $1/4\pi\varepsilon_0$ نوشته می‌شود، اشاره دارد. اگر این ثابت را چنین نمی‌نوشتیم، شکل معادلهٔ ۲۱-۹، که در کاربردهای مهندسی غالباً بیشتر از قانون کولن به کار گرفته می‌شود، سادگی کمتری می‌داشت. همچنین توجه کنید که معادلهٔ ۲۱-۹ به ما امکان می‌دهد تا ثابت‌گذردهی ε_0 را با یکای مناسبتری برای استفاده در مسئله‌هایی که شامل خازنها می‌شوند، بیان کنیم؛ یعنی

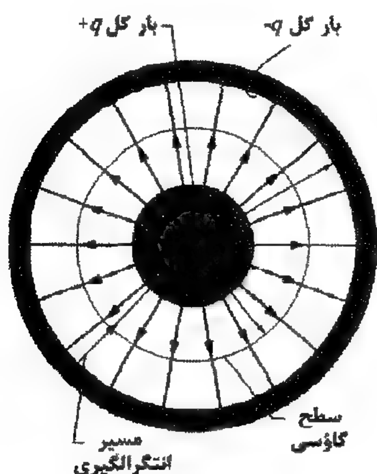
$$\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}\ \mathrm{F/m}=8.85\ \mathrm{pF/m}$$ (۲۱-۱۰)

این ثابت را پیشتر به صورت زیر نوشته بودیم

$$\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}\ \mathrm{C^2/N.m^2}$$ (۲۱-۱۱)

خازن استوانه‌ای

شکل ۲۱-۶ مقطع یک خازن استوانه‌ای به طول L را نشان می‌دهد که از دو استوانهٔ هم‌محور به شعاعهای a و b تشکیل شده است. فرض می‌کنیم $L \gg b$ است، به طوری که می‌توانیم از فریز شدگی خطهای میدان که در دو انتهای استوانه رخ می‌دهند، چشمپوشی کنیم. هر صفحه شامل باری به بزرگی q است.



شکل ۲۱-۶ مقطعی از یک خازن استوانه‌ای بلند، با نمایشی از یک سطح گاؤسی استوانه‌ای به شعاع r (که صفحه مثبت را در بر دارد) و مسیر شعاعی انتگرالگیری که در طول آن معادلهٔ ۲۱-۶ باید به کار گرفته شود. این شکل همچنین برای نشان دادن مقطع خازن کروی که از مرکز آن می‌گذرد به کار می‌آید.

به عنوان یک سطح گاؤسی، استوانه‌ای به طول L و شعاع r را که دو قاعدهٔ انتهایش بسته و مطابق شکل ۲۱-۶ قرار داده شده است، اختیار می‌کنیم. آنگاه با استفاده از معادلهٔ ۲۱-۴ داریم

$$q=\varepsilon_0 EA=\varepsilon_0 E(2\pi rL)$$

که در آن $2\pi rL$ مساحت بخش خمیدهٔ سطح گاؤسی است. هیچ شاری از دو قاعدهٔ انتهایی نمی‌گذرد. با حل آن برای E خواهیم داشت

$$E=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 Lr}$$ (۲۱-۱۲)

با قراردادن این نتیجه در معادلهٔ ۲۱-۶ به دست می‌آوریم

$$V=\int_{-}^{+} E\,ds=-\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\int_{a}^{b}\frac{dr}{r}=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$ (۲۱-۱۳)

که در آن از این واقعیت که در اینجا $ds=-dr$ است استفاده کرده‌ایم (ما در طول مسیر شعاعی رو به داخل انتگرالگیری کردیم). در نتیجه با استفاده از رابطهٔ $C=q/V$ خواهیم داشت

$$C=2\pi\varepsilon_0\frac{L}{\ln(b/a)}$$ (۲۱-۱۴) (خازن استوانه‌ای)

از اینجا درمی‌یابیم که ظرفیت خازن استوانه‌ای، مانند خازن صفحه- موازی، فقط به عاملهای هندسی، در این حالت L، b، و a، بستگی دارد.

خازن کروی

شکل ۲۱-۶ را همچنین می‌توان برای مقطع مرکزی خازنی که شامل دو پوستهٔ کروی به شعاعهای a و b است به کار برد. به

عنوان سطح گاوسی، کره‌ای به شعاع r را که هم مرکز با دو پوستهٔ کروی است رسم می‌کنیم؛ معادلهٔ ۲۱-۴ چنین به دست می‌دهد

$$q = \varepsilon_0 EA = \varepsilon_0 E(4\pi r^2)$$

که در آن $4\pi r^2$ مساحت سطح گاوسی کروی است. این معادله را برای E حل می‌کنیم و از آنجا چنین به دست می‌آوریم

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad (۲۱-۱۵)$$

که آن را به عنوان عبارتی برای میدان الکتریکی ناشی از یک توزیع بار کروی می‌شناسیم (معادلهٔ ۱۹-۱۵). اگر این عبارت را در معادلهٔ ۲۱-۶ قرار دهیم، خواهیم داشت

$$V = \int_{-}^{+} E\,ds = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_b^a \frac{dr}{r^2}$$
$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{b-a}{ab} \qquad (۲۱-۱۶)$$

که دوباره $-dr$ را به جای ds قرار داده‌ایم. حال اگر معادلهٔ ۲۱-۱۶ را در معادلهٔ ۲۱-۱ قرار دهیم و آن را برای C حل کنیم، داریم

$$C = 4\pi\varepsilon_0\frac{ab}{b-a} \quad \text{(خازن کروی)} \qquad (۲۱-۱۷)$$

کرهٔ منزوی

به تک رسانای کروی منزوی به شعاع R، با فرض آنکه «صفحهٔ ناپیدا» کره‌ای رسانا به شعاع بینهایت باشد، می‌توانیم یک ظرفیت نسبت دهیم. در هر حال، خطهای میدانی که سطح رسانای منزوی باردار مثبت را ترک می‌کنند باید به جایی ختم شوند؛ دیوارهای اتاقی که رسانا در آن قرار گرفته است را می‌توان عملاً به عنوان کرهٔ با شعاع بینهایت در نظر گرفت.

برای یافتن ظرفیت این رسانا، نخست معادلهٔ ۲۱-۱۷ را چنین بازنویسی می‌کنیم

$$C = 4\pi\varepsilon_0\frac{a}{1-a/b}$$

اگر فرض $b\to\infty$ را در نظر بگیریم و به جای a، R را قرار دهیم، خواهیم داشت

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R \quad \text{(کرهٔ منزوی)} \qquad (۲۱-۱۸)$$

توجه کنید که این فرمول و سایر فرمولهایی که برای ظرفیت به دست آورده‌ایم (معادله‌های ۲۱-۹ ، ۲۱-۱۴ ، ۲۱-۱۷) شامل ثابت ε_0 هستند که در کمیتی با بعد طول، ضرب شده است.

✓ *نکتهٔ وارسی ۲* برای خازنهایی که با باتری یکسانی باردار شده‌اند، آیا در حالتهای زیر، بار ذخیره شده توسط خازن افزایش می‌یابد یا کاهش یا بدون تغییر می‌ماند؟ (الف) فاصلهٔ صفحه‌های خازن صفحه- موازی افزایش یابد (ب) شعاع استوانهٔ داخلی خازن استوانه‌ای افزایش یابد. (پ) شعاع پوستهٔ کروی خارجی خازن کروی افزایش یابد.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۱-۱

در شکل ۲۱-۷ الف، کلید S برای ارتباط خازن بدون بار با ظرفیت $C = 0/25\mu F$ به باتری با اختلاف $V = 12V$ بسته شده است. ضخامت صفحهٔ پایینی خازن $L = 0/50\text{cm}$ و مساحت آن $A = 2/0\times10^{-4}\,\text{m}^2$ و از مس ساخته شده است که چگالی الکترونهای رسانش آن $n = 8/49\times10^{28}$ الکترون $/\text{m}^3$ است. از چه عمق d داخل صفحه (شکل ۲۱-۷ ب) الکترونها باید به روی صفحه حرکت کنند تا خازن باردار شود؟

نکتهٔ کلیدی بار جمع شده روی صفحه از طریق معادلهٔ ۲۱-۱ $(q = cv)$ به ظرفیت و اختلاف پتانسیل دوسر خازن مربوط می‌شود.

محاسبه‌ها: چون صفحهٔ پایینی به پایانهٔ منفی باتری وصل است، الکترونهای رسانش تا سطح صفحه حرکت می‌کنند. از معادلهٔ ۲۱-۱ بزرگی بار کل جمع شده عبارت است از

$$q = CV = (0/25\times10^{-6}F)(12V)$$
$$= 3/0\times10^{-6}\,C$$

از تقسیم این نتیجه بر e تعداد الکترونهای رسانش N که روی سطح حرکت می‌کنند به دست می‌آید:

$$N = \frac{q}{e} = \frac{3/0\times10^{-6}\,C}{1/602\times10^{-19}\,C}$$
$$= 1/873\times10^{13}\ \text{الکترون}$$

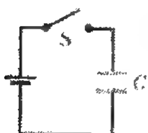
این الکترونها از حجمی می‌آیند که برابر است با حاصلضرب مساحت A و عمق d که به دنبالش هستیم. بنابراین، از چگالی الکترونهای رسانش (تعداد بر حجم)، می‌توان نوشت

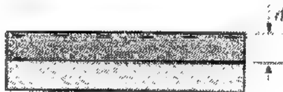
$$n = \frac{N}{Ad}$$

یا

$$d = \frac{N}{An} = \frac{1/873\times10^{13}\ \text{الکترون}}{(2/0\times10^{-4}\,\text{m}^2)(8/49\times10^{28}\ \text{الکترون}/\text{m}^3)}$$
$$= 1/1\times10^{-12}\,\text{m} = 1/1\text{pm} \qquad \text{(پاسخ)}$$

به بیان بهتر باید گفت که باتری با اعمال ذره‌های باردار خازن را باردار می‌کند. ولی به واقع آنچه که باتری انجام می‌دهد این است که یک میدان الکتریکی در سیمها و صفحه به وجود می‌آورد به طوری که الکترونهای خیلی نزدیک به سطح صفحه به صفحهٔ منفی حرکت می‌کنند.





(الف) (ب)

شکل ۲۱-۷ (الف) مدار یک باتری و خازن. (ب) صفحهٔ پایینی خازن

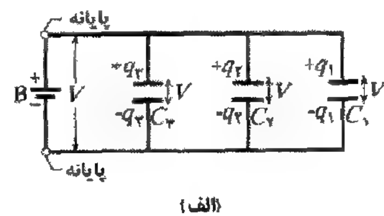
۴-۲۱ خازنهای موازی و متوالی

وقتی ترکیبی از خازنها در مدار وجود دارد، گاهی می‌توان آن ترکیب را با یک **خازن معادل**- یعنی با یک تک خازن که همان ظرفیت ترکیب خازنهای واقعی را دارد- جایگزین کرد. با این جایگزینی، می‌توانیم مدار را ساده کنیم و حلهای ساده‌تری برای کمیتهای نامعلوم مدار به دست آوریم. در اینجا دو ترکیب اساسی خازنها و تعیین ظرفیت معادل آنها را بررسی می‌کنیم.

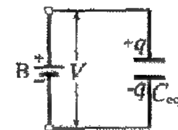
خازنهای موازی

شکل ۲۱-۸ الف یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد که در آن سه خازن *به طور موازی* به باتری B وصل شده‌اند. این توصیف به چگونگی ترسیم صفحه‌های خازن بستگی چندانی ندارد. اما، «به طور موازی» به این معنی است که صفحهٔ بالایی خازنها مستقیماً به یکدیگر و صفحهٔ پایینی آنها نیز مستقیماً به یکدیگر متصل شده‌اند و اختلاف پتانسیل یکسان V در دو سر این دو دسته صفحهٔ متصل شده به یکدیگر برقرار است. بنابراین، هر خازن، اختلاف پتانسیل یکسان V را دارد که بار روی آن خازن را تولید می‌کند (در شکل ۲۱-۸ الف، پتانسیل اعمال شدهٔ V توسط باتری تأمین شده است.) در حالت کلی

> هر گاه اختلاف پتانسیل V به دو سر چندین خازن که به طور موازی متصل شده‌اند اعمال شود، این اختلاف پتانسیل V در دو سر هر خازن نیز برقرار است. بار کل q ذخیره شده روی خازنها برابر با مجموع بارهای ذخیره شده روی تمام خازنهاست.



(الف)



(ب)

شکل ۲۱-۸ (الف) سه خازن که به طور موازی به باتری B وصل شده‌اند. این باتری، اختلاف پتانسیل V را به دو پایانهٔ خود و بنابراین به *هر کدام* از خازنها اعمال می‌کند. (ب) خازن معادل، با ظرفیت C_{eq}، جایگزین ترکیب موازی شده است.

وقتی مداری از خازنهای موازی را تحلیل می‌کنیم، آن مدار را می‌توانیم با این جایگزینی ذهنی ساده کنیم

> خازنهایی را که به طور موازی به‌هم متصل شده‌اند می‌توان با یک خازن معادل که دارای همان بار کل q و همان اختلاف پتانسیل V خازنهایی واقعی است، جایگزین کرد.

(شما این نتیجه را می‌توانید با عبارت بی‌معنی "Par-V" که مشابه "Party" به معنی دسته و گروه است به خاطر بسپارید که به این معنی است که «خازنهای موازی دارای V یکسان هستند.») شکل ۲۱-۸ ب، خازن معادل (با ظرفیت معادل C_{eq}) را نشان می‌دهد که به جای سه خازن (با ظرفیتهای واقعی C_1، C_2 و C_3) در شکل ۲۱-۸ الف، جایگزین شده است.

برای به دست آوردن عبارتی برای C_{eq} در شکل ۲۱-۸ ب، نخست با استفاده از معادلهٔ ۲۱-۱ بار روی هر خازن واقعی را پیدا می‌کنیم

$$q_1=C_1V \quad \text{و} \quad q_2=C_2V \quad \text{و} \quad q_3=C_3V$$

آنگاه بار کل روی ترکیب موازی خازنها در شکل ۲۱-۸ الف برابر است با

$$q=q_1+q_2+q_3=(C_1+C_2+C_3)V$$

در نتیجه، ظرفیت معادل، با همان بار کل q و اختلاف پتانسیل اعمال شدهٔ V به ترکیب خازنها، عبارت است از

$$C_{eq}=\frac{q}{V}=C_1+C_2+C_3$$

نتیجه‌ای که می‌توانیم آن را به سادگی به تعداد n خازن تعمیم دهیم و بنویسیم

$$C_{eq}=\sum_{j=1}^{n}C_j \quad (\text{خازن موازی } n) \qquad (۱۹-۲۱)$$

بنابراین، برای یافتن ظرفیت معادل یک ترکیب موازی، باید ظرفیتهای مجزا را به سادگی با هم جمع کنیم.

خازنهای متوالی

شکل ۲۱-۹ الف سه خازن را نشان می‌دهد که *به طور متوالی* به باتری B وصل شده‌اند. توصیف این موضوع به چگونگی ترسیم خازنها بستگی چندانی ندارد. اما، «به طور متوالی» به این معنی است که خازنها به طور متوالی، یکی پس از دیگری، به هم متصل شده‌اند و اختلاف پتانسیل V به دو انتهای این ترکیب متوالی اعمال شده است. (در شکل ۲۱-۹ الف، اختلاف پتانسیل V توسط باتری B تأمین شده است.) بنابراین، اختلاف پتانسیلهایی که در دو سر خازنهای متوالی وجود دارند، بارهای یکسان q را روی آنها ایجاد می‌کنند.

> وقتی اختلاف پتانسیل V به دو سر چند خازن که به طور متوالی به هم متصل شده‌اند اعمال شود، خازنها دارای بار یکسان q می‌شوند. مجموع اختلاف پتانسیلها در دو سر تمام خازنها برابر با اختلاف پتانسیل اعمال شدهٔ V است.

می‌توانیم توضیح دهیم که چگونه خازنها سرانجام به دنبال *واکنشی زنجیره‌ای* از رویدادها، که در آن باردار شدن هر خازن منجر به باردار شدن خازن بعدی می‌شود، بار یکسانی پیدا می‌کنند. از خازن ۳ شروع می‌کنیم و این کار را رو به بالا تا خازن ۱ ادامه می‌دهیم. وقتی باتری در ابتدا به خازنهای متوالی وصل می‌شود، بار q- را روی صفحهٔ پایینی خازن ۳ ایجاد می‌کند. این بار، بار منفی را از صفحهٔبالایی خازن ۳ می‌راند (و آن را با بار q+ را بر جای می‌گذارد). بار منفی رانده شده به سوی صفحهٔ پایینی خازن ۲ حرکت می‌کند (و به آن بار q- می‌دهد).

سپس بار روی صفحهٔ پایینی خازن ۲، بار منفی را از صفحهٔ بالایی خازن ۲ می‌راند (و آن را با بار q+ بر جای می‌گذارد). سرانجام، بار روی صفحهٔ پایینی خازن ۱ کمک می‌کند تا بار منفی از صفحهٔ بالایی خازن ۱ به باتری منتقل شود و به این ترتیب صفحهٔ بالایی آن با بار q+ به جای می‌ماند.

در اینجا دو نکتهٔ مهم را در بارهٔ خازنهای متوالی بیان می‌کنیم:

۱. هر گاه بار از خازنی به خازنی دیگر در رشته‌ای از خازنهای متوالی منتقل شود، بار فقط روی یک مسیر، مانند مسیر از خازن ۳ به خازن ۲ در شکل ۲۱-۹ الف می‌تواند حرکت کند. اگر مسیرهای بیشتری وجود داشته باشد، آن خازنها متوالی نیستند. مثالی برای این مورد در مسئلهٔ نمونهٔ ۲۱-۲ ارائه شده است.

۲. باتری مستقیماً بارها را فقط روی دو صفحه‌ای که به آنها متصل شده است (صفحهٔ پایینی خازن ۳ و صفحهٔ بالایی خازن ۱ در شکل ۲۱-۹ الف) ایجاد می‌کند. بارهای ایجاد شده روی صفحه‌های دیگر، صرفاً ناشی از انتقال باری است که پیشتر در آنجا بوده است. برای مثال، در شکل ۲۱-۹ الف، آن بخشی از مدار که با خط‌چین محصور شده از نظر الکتریکی از بقیهٔ مدار منزوی شده است. بنابراین، بار خالص این بخش نمی‌تواند توسط باتری تغییر کند. بار این بخش تنها می‌تواند دوباره توزیع شود.

وقتی مداری از خازنهای متوالی را تحلیل می‌کنیم، آن مدار را می‌توانیم با این جایگزینی ذهنی، ساده کنیم

> خازنهایی را که به طور متوالی بسته شده‌اند می‌توان با خازن معادلی که دارای همان بار q و همان اختلاف پتانسیل *کل* V خازنهای متوالی واقعی است، جایگزین کرد.

(شما این نتیجه را می‌توانید با عبارت بی‌معنی "Seri-q" به خاطر بسپارید که به این معنی است که "خازنهای متوالی دارای بار یکسان q هستند.") شکل ۲۱-۹ ب خازن معادل (با ظرفیت معادل C_{eq}) را نشان می‌دهد که به‌جای سه‌خازن‌واقعی (با ظرفیتهای C_1 ، C_2 و C_3) در شکل ۲۱-۹ الف جایگزین شده است.

برای به دست آوردن عبارتی برای C_{eq} در شکل ۲۱-۹ ب، نخست با استفاده از معادلهٔ ۲۱-۱، اختلاف پتانسیل هر خازن واقعی را پیدا می‌کنیم

$$V_1=\frac{q}{C_1} \text{ و } V_2=\frac{q}{C_2} \text{ و } V_3=\frac{q}{C_3}$$

اختلاف پتانسیل کل V ناشی از باتری برابر با مجموع این سه اختلاف پتانسیل است. بنابراین، داریم

$$V=V_1+V_2+V_3=q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)$$

پس، ظرفیت معادل برابر است با

$$C_{eq}=\frac{q}{V}=\frac{1}{1/C_1+1/C_2+1/C_3}$$

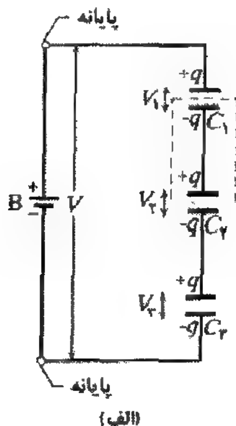
یا

$$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}$$

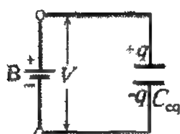
این نتیجه را به‌سادگی می‌توانیم به تعداد n خازن تعمیم دهیم، داریم

$$\frac{1}{C_{eq}}=\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{C_j} \qquad (\text{خازن متوالی } n) \qquad (۲۱-۲۰)$$

با استفاده از معادلهٔ ۲۱-۲۰ می‌توانید نشان دهید که ظرفیت معادل رشته‌ای از خازنهای متوالی همواره کوچکتر از کوچکترین ظرفیت خازن آن رشته است.



(الف)



(ب)

شکل ۲۱-۹ (الف) سه خازن به طور متوالی به باتری B وصل شده‌اند. این باتری، اختلاف پتانسیل V را میان بالاترین و پایینترین صفحهٔ این ترکیب متوالی برقرار می‌کند. (ب) خازن معادل، با ظرفیت Ceq ، جایگزین ترکیب متوالی شده است.

> ✔ **نکتهٔ وارسی ۳** یک باتری با پتانسیل V، بار q را روی ترکیبی از دو خازن مشابه ذخیره می‌کند. در صورتی که خازنها (الف) به طور موازی و (ب) به طور متوالی بسته شده باشند، اختلاف پتانسیل دو سر آنها و بار روی هر یک از خازنها چقدر است؟

مسئلهٔ نمونهٔ ۲-۲۱

(الف) ظرفیت معادل ترکیب خازنهای نشان داده شده در شکل ۲۱-۱۰ الف را که به دو سر آنها پتانسیل V اعمال شده است، پیدا کنید. فرض کنید

$$C_1 = ۱۲/۰\,\mu F \quad و \quad C_2 = ۵/۳۰\,\mu F \quad و \quad C_3 = ۴/۵۰\,\mu F$$

نکتهٔ کلیدی می‌توان تمام خازنهایی را که به طور متوالی بسته شده‌اند با خازن معادل آنها، و تمام خازنهایی را که به طور موازی بسته شده‌اند با خازن معادل آنها جایگزین کرد. بنابراین، نخست باید ببینیم که کدام خازنهای شکل ۲۱-۱۰ الف موازی‌اند و کدام متوالی.

پیدا کردن خازن معادل: خازنهای ۱ و ۳، به دنبال یکدیگر بسته شده‌اند، ولی آیا آنها متوالی‌اند؟ خیر. پتانسیل V که به خازنها اعمال شده است روی صفحهٔ پایینی خازن ۳، بار تولید می‌کند. این بار باعث می‌شود که بار از صفحهٔ بالایی خازن ۳ منتقل شود. ولی، توجه کنید که بار انتقالی می‌تواند هم به صفحهٔ پایینی خازن ۱ و هم به صفحهٔ پایینی خازن ۲ حرکت کند. چون بیش از یک مسیر برای انتقال بار وجود دارد، خازن ۳ با خازن ۱ (یا خازن ۲) متوالی *نیست*.

آیا خازنهای ۱ و ۲ موازی‌اند؟ بله. صفحه‌های بالایی آنها مستقیماً به یکدیگر، و صفحه‌های پایینی آنها نیز مستقیماً به یکدیگر متصل شده‌اند، ولی پتانسیلی الکتریکی به زوج صفحهٔ بالایی و به زوج صفحهٔ پایینی اعمال شده است. بنابراین، خازن ۱ و خازن ۲ موازی‌اند، و از معادلهٔ ۲۱-۱۹ ظرفیت معادل C_{12} آنها چنین است

$$C_{12} = C_1 + C_2 = ۱۲/۰\,\mu F + ۵/۳۰\,\mu F = ۱۷/۳\,\mu F$$

در شکل ۲۱-۱۰ ب، خازنهای ۱ و ۲ را با خازن معادلشان، یعنی خازن ۱۲ (بگویید «یک دو» و نه «دوازده») جایگزین کرده‌ایم. (اتصالها در نقطه‌های A و B دقیقاً در شکلهای ۲۱-۱۰ الف و ب یکی هستند.)

آیا خازن ۱۲ با خازن ۳ متوالی است؟ دوباره با به کارگرفتن آزمون متوالی بودن خازنها درمی‌یابیم باری که از صفحهٔ بالایی خازن ۳ منتقل می‌شود باید به طور کامل به صفحهٔ پایینی خازن ۱۲ برود. بنابراین، خازن ۱۲ و خازن ۳ متوالی‌اند، و آنها را می‌توانیم همان‌گونه که در شکل ۲۱-۱۰ پ نشان داده شده است با خازن C_{123} («یک دو سه») جایگزین کنیم. از معادلهٔ ۲۱-۲۰ داریم

$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{۱۷/۳\,\mu F} + \frac{1}{۴/۵۰\,\mu F} = ۰/۲۸۰\,\mu F^{-1}$$

و از آنجا به دست می‌آوریم

$$C_{123} = \frac{1}{۰/۲۸۰\,\mu F^{-1}} = ۳/۵۷\,\mu F$$ (پاسخ)

(ب) اختلاف پتانسیلی که به پایانه‌های ورودی شکل ۲۱-۱۰ الف اعمال شده است برابر با $V = ۱۲/۵\,V$ است. بار خازن C_1 چقدر است؟

نکته‌های کلیدی برای به دست آوردن بار روی یک خازن خاص نیاز داریم از خازن معادل به عقب برگردیم. دو روش برای چنین «کار برگشتی» وجود دارد: (۱) خازنهای متوالی بار یکسان با خازن معادل خود دارند. (۲) خازنهای موازی اختلاف پتانسیل یکسان با خازن معادل خود دارند.

برگشت به عقب: برای به دست آوردن بار q_1 روی خازن ۱، می‌دانیم که با شروع از خازن معادل ۱۲۳ باید به آن خازن برگردیم. چون اختلاف پتانسیل داده شده ($V = ۱۲/۵\,V$) به دو سر ترکیب واقعی سه خازن شکل ۲۱-۱۰ الف اعمال شده است، همین اختلاف پتانسیل در دو سر خازن C_{123} درشکل ۲۱-۱۰ پ نیز برقرار است. بنابراین، معادلهٔ ۲۱-۱ ($q = CV$) چنین به دست می‌دهد

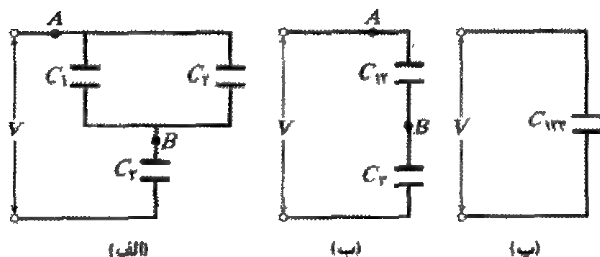
$$q_{123} = C_{123} V = (۳/۵۷\,\mu F)(۱۲/۵\,V) = ۴۴/۶\,\mu C$$

خازنهای متوالی ۱۲ و ۳ در شکل ۲۱-۱۰ ب هریک با خازن ۱۲۳ معادلشان بار یکسانی دارند. بنابراین، خازن ۱۲ دارای بار $q_{12} = q_{123} = ۴۴/۶\,\mu C$ است. با استفاده از معادلهٔ ۲۱-۱، اختلاف پتانسیل دو سرخازن ۱۲ برابر است با

$$V_{12} = \frac{q_{12}}{C_{12}} = \frac{۴۴/۶\,\mu C}{۱۷/۳\,\mu F} = ۲/۵۸\,V$$

خازنهای موازی ۱و۲ هر یک دارای اختلاف پتانسیل یکسانی با خازن معادلشان C_{12} هستند. بنابراین، اختلاف پتانسیل دو سر خازن۱ برابر با $V_1 = V_{12} = ۲/۵۸\,V$ است و از معادلهٔ ۲۱-۱ درمی‌یابیم که بار خازن ۱ برابر است با

$$q_1 = C_1 V_1 = (۱۲/۰\,\mu F)(۲/۵۸\,V) = ۳۱/۰\,\mu C$$ (پاسخ)



شکل ۲۱-۱۰ (الف) سه خازن (ب) C_1 و C_2، ترکیب موازی، با خازن معادل C_{12} جایگزین شده است. (پ) C_{12} و C_3، ترکیب متوالی، با خازن معادل C_{123} جایگزین شده است.

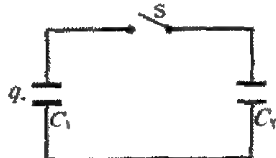
مسئلهٔ نمونه ۲۱-۳ مهارت خود را تقویت کنید

خازن ۱، با $C_1 = ۳/۵۵\mu F$ ، با استفاده از یک باتری ۶/۳۰ ولتی تا اختلاف پتانسیل $V_0 = ۶/۳۰ V$ باردار شده است. سپس، باتری برداشته می‌شود، و این خازن مانند شکل ۲۱-۱۱ به خازن بدون بار ۲، با $C_2 = ۸/۹۵\mu F$، متصل می‌شود. وقتی کلید S بسته شود، بار در این خازنها جاری می‌شود. در حالت تعادل بار روی هر خازن را پیدا کنید.

نکته‌های کلیدی وضعیت این مسئله با مسئلهٔ قبلی متفاوت است، زیرا در اینجا پتانسیل الکتریکی اعمال شده به دو سر ترکیب خازنها توسط یک باتری یا منبع تغذیهٔ دیگری، برقرار *نشده است*. در اینجا، درست پس از بسته شدن کلید S، تنها پتانسیل الکتریکی اعمال شده، همان پتانسیلی است که خازن ۱ به خازن ۲ اعمال می‌کند و این پتانسیل در حال کم شدن است. بنابراین، خازنهای شکل ۲۱-۱۱ *به طور متوالی* متصل نشده‌اند؛ و اگر چه آنها موازی رسم شده‌اند، ولی در این وضعیت آنها *موازی* هم نیستند.

وقتی پتانسیل الکتریکی دو سر خازن ۱ کاهش می‌یابد، در دوسر خازن ۲ افزایش می‌یابد. وقتی دو پتانسیل برابر شوند حالت تعادل فرا می‌رسد، چون بدون اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های متصل شدهٔ خازن میدان الکتریکی در داخل سیمهای رابط وجود ندارد تا الکترونهای رسانش را حرکت دهد. بار اولیهٔ q_0 روی خازن ۱ میان خازن ۱ و خازن ۲ دوباره توزیع می‌شود (تقسیم می‌شود).

محاسبه‌ها: در آغاز وقتی خازن ۱ به باتری وصل می‌شود، بار کسب شده از معادلهٔ ۲۹-۱ به دست می‌آید



شکل ۲۱-۱۱ اختلاف پتانسیل V_0 به خازن ۱ اعمال شده و باتری باردار کننده برداشته شده است. سپس کلید S بسته می‌شود تا بار روی خازن ۱ و خازن ۲ تقسیم شود.

وقتی کلید در شکل ۲۱-۱۱ بسته شود، خازن ۱ شروع به تخلیهٔ بار به خازن ۲ می‌کند، پتانسیل الکتریکی و بار روی خازن ۱ کاهش و روی خازن ۲ افزایش می‌یابدتا اینکه

$$V_1 = V_2 \quad \text{(تعادل)}$$

از معادلهٔ ۲۱-۱ می‌توان نوشت

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \quad \text{(تعادل)}$$

چون بار کل نمی‌تواند تغییر کند، در کل پس از انتقال خواهد شد

$$q_1 + q_2 = q_0 \quad \text{(پایستگی بار)}$$

پس

$$q_2 = q_0 - q_1$$

اکنون معادلهٔ دوم تعادل را به صورت زیر می‌توان نوشت

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_0 - q_1}{C_2}$$

از حل آن برحسب q_1 و جاگذاری داده‌ها، پیدا خواهیم کرد

$$q_1 = ۶/۳۵\,\mu C \quad \text{(پاسخ)}$$

بقیه بار اولیه $(q_0 = ۲۲/۳۶۵\,\mu C)$ باید روی خازن ۲ باشد:

$$q_2 = ۱۶/۰\,\mu C \quad \text{(پاسخ)}$$

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۲: مدارهای چند خازنی

حال روش به کار رفته در حل مسئلهٔ نمونهٔ ۲۱-۲ را، که در آن چندین خازن به یک باتری متصل شده‌اند، مرور می‌کنیم. برای یافتن تک ظرفیت معادل، آرایش خازنهای داده شده را، مرحله به مرحله، با جایگزینی آنها با خازنهای معادل ساده می‌کنیم. هرگاه خازنها به صورت موازی باشند از معادلهٔ ۲۱-۱۹ و هرگاه خازنها به صورت متوالی باشند از معادلهٔ ۲۱-۲۰ استفاده می‌کنیم. سپس برای یافتن بار ذخیره شده توسط خازن معادل معادلهٔ ۲۱-۱ و اختلاف پتانسیل V اعمال شده توسط باتری را در نظر می‌گیریم.

این نتیجه، بار خالص ذخیره شده روی آرایش واقعی خازنها را به دست می‌دهد. ولی، برای یافتن بار هرخازن، یا اختلاف پتانسیل دو سر یک خازن معین در آرایش واقعی، لازم است مرحله‌های ساده‌سازی را معکوس کنیم. در هر مرحلهٔ معکوس شده، از این دو قاعده استفاده می‌کنیم: هرگاه خازنها موازی باشند، آنها همان اختلاف پتانسیل خازن معادلشان را دارند، و برای یافتن بار روی هر خازن از معادلهٔ ۲۱-۱ استفاده می‌کنیم؛ هرگاه خازنها متوالی باشند، آنها همان بار خازن معادلشان را دارند، و برای یافتن اختلاف پتانسیل دو سر هر خازن از معادلهٔ ۲۱-۱ استفاده می‌کنیم.

تدبیر ۳: باتریها و خازنها

یک باتری در دو سر پایانه‌هایش اختلاف پتانسیل معینی را برقرار می‌کند. بنابراین، هرگاه خازن ۱ مسئلهٔ نمونهٔ ۲۱-۳ به باتری ۶/۳۰ ولتی متصل شود، بار میان خازن و باتری جاری می‌شود تا اینکه اختلاف پتانسیل دو سرخازن، همان اختلاف پتانسیل باتری شود.

تفاوت خازن با باتری در این است که خازن برای آزادکردن ذره‌های‌باردار (الکترونها) از اتمها و مولکولها نیازی به واکنشهای الکتروشیمیایی داخلی ندارد. بنابراین، وقتی که اتصال خازن باردار ۱ مسئلهٔ نمونهٔ ۲۱-۳ از باتری قطع و سپس با بسته شدن کلید S به خازن بدون بار ۲ متصل می‌شود، اختلاف پتانسیل بین دو سر خازن ۱ ثابت نمی‌ماند. کمیتی که ثابت *می‌ماند* بار q_0

دستگاه دو خازنی است؛ یعنی، بار از قانون پایستگی پیروی می‌کند «نه» پتانسیل الکتریکی.

۲۱-۵ انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی

برای باردار کردن خازن، یک عامل خارجی باید کار انجام دهد. مثلاً با شروع از یک خازن بی‌بار، تصور کنید، با استفاده از یک "انبرک سحرآمیز" – الکترونها را از روی یک صفحه برداشته و آنها را به نوبت به صفحهٔ دیگر منتقل کنیم. میدان الکتریکی که در فضای میان صفحه‌ها ایجاد می‌شود در جهتی است که با انتقال بیشتر الکترونها مخالفت می‌کند. بنابراین، وقتی که بار روی صفحه‌های خازن جمع شود، برای انتقال الکترونهای بیشتر باید به طور فزاینده‌ای کار بیشتری انجام گیرد. در عمل، این کار نه با «انبرک سحرآمیز» بلکه توسط یک باتری، با از دست دادن ذخیرهٔ انرژی شیمیایی آن، صورت می‌پذیرد.

حال کار لازم برای باردارکردن یک خازن را که به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی U در میدان الکتریکی میان صفحه‌ها ذخیره می‌شود در نظر می‌گیریم. می‌توان این انرژی را در وقت دلخواه با تخلیهٔ خازن در یک مدار دوباره به دست آورد، درست همان‌طور که انرژی پتانسیل ذخیره شده در یک کمان کشیده شده را می‌توان با رها کردن زه کمان به انرژی جنبشی تیر منتقل کرد.

فرض کنید در لحظهٔ معینی، بار q' از یک صفحهٔ خازن به صفحهٔ دیگر آن منتقل شده باشد. اختلاف پتانسیل V' میان این صفحه‌ها در آن لحظه برابر با q'/C است. اگر بار منتقل شده به اندازهٔ dq' افزایش یابد، کار لازم برای انتقال آن با استفاده از معادلهٔ ۲۰-۷ چنین خواهد بود

$$dW = V'\,dq' = \frac{q'}{C}\,dq'$$

کار لازم برای آنکه بار کل خازن به مقدار نهایی q برسد برابر است با

$$W = \int dW = \frac{1}{C}\int_0^q q'\,dq' = \frac{q^2}{2C}$$

این کار به صورت انرژی پتانسیل U در خازن ذخیره می‌شود، در نتیجه داریم

$$U = \frac{q^2}{2C} \qquad \text{(انرژی پتانسیل)} \qquad (۲۱-۲۱)$$

این معادله را با استفاده از معادلهٔ ۲۱-۱، می‌توان چنین نوشت

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \qquad \text{(انرژی پتانسیل)} \qquad (۲۱-۲۲)$$

معادله‌های ۲۱-۲۱ و ۲۱-۲۲ بدون توجه به آنکه شکل هندسی خازن چگونه است، همواره برقرارند.

برای آنکه مفهوم فیزیکی ذخیرهٔ انرژی معلوم شود، دو خازن صفحه – موازی را که به جز در فاصلهٔ صفحه‌ها، که برای خازن ۱ دو برابر خازن ۲ است، با یکدیگر مشابه‌اند در نظر می‌گیریم. در این صورت، حجم میان صفحه‌های خازن ۱ دو برابر حجم میان صفحه‌های خازن ۲ است و در نتیجه، بنابر معادلهٔ ۲۱-۹، ظرفیت آن نصف ظرفیت خازن ۲ است. معادلهٔ ۲۱-۴ برآن دلالت دارد که اگر هر دو خازن بار یکسان q داشته باشند، میدانهای الکتریکی میان صفحه‌های آن یکسان است. در ضمن معادلهٔ ۲۱-۲۱ نشان می‌دهد که انرژی پتانسیل ذخیره شده در خازن ۱ دو برابر خازن ۲ است. بنابراین، از این دو خازن که بار و میدان الکتریکی یکسان دارند، آن خازنی که حجم میان صفحه‌های آن دو برابر دیگری است، دارای انرژی ذخیره شدهٔ دو برابر است. مباحثی از این دست تصور قبلی ما را تأیید می‌کنند که:

> ☜ انرژی پتانسیل یک خازن باردار را می‌توان به صورت انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی میان صفحه‌های آن تصور کرد.

انفجار در غبار موجود در هوا

همان‌طور که در بخش ۲۰-۱۰ بحث کردیم، با ایجاد تماس با مواد معین، مانند لباسها، فرشها، و حتی سرسره در زمین بازی، پتانسیل الکتریکی زیادی در بدن به جا می‌گذارد. اگر بین شما و جسم متصل به زمین مانند شیر آب جرقه‌ای ایجاد شود، ممکن است با احساس درد از وجود آن پتانسیل آگاه شوید. در بسیاری از صنایع مرتبط با تولید و حمل و نقل پودر، مانند صنایع بهداشتی و غذایی، چنین جرقه‌ای می‌تواند فاجعه آمیز باشد. هرچند که پودر به صورت کپه آتش نمی‌گیرد، ولی هرگاه دانه‌های تنهای پودر به صورت ذره در هوا درآیند و در نتیجه با اکسیژن احاطه شوند اینها چنان به شدت آتش می‌گیرند که ابری از دانه‌های آتش گرفته به صورت انفجار درمی‌آید. مهندسان ایمنی نمی‌توانند تمام منابع احتمالی جرقه‌ها را در صنایع پودری از بین ببرند، ولی سعی می‌کنند مقدار انرژی موجود در جرقه‌ها را در زیر مقدار آستانهٔ U_t ($\approx ۱۵۰\,\text{mJ}$) که برای آتش گرفتن دانه‌ها لازم است نگهدارند.

فرض کنید شخصی براثر تماس با سطحهای مختلفی به هنگام راه‌رفتن در پودر موجود در هوا باردار شده باشد. با مدلی تقریبی می‌توان شخص را به صورت یک خازن کروی به شعاع $R = ۱/۸\,\text{m}$ درنظر گرفت. از معادلهٔ ۲۱-۱۸ $(C = 4\pi\varepsilon_0 R)$ و معادلهٔ ۲۱-۲۲ $(U = \frac{1}{2}CV^2)$ ، می‌توان دید که انرژی خازن عبارت است از

$$U = \frac{1}{2}(4\pi\varepsilon_0 R)V^2$$

از این می‌توان دید که انرژی آستانهٔ متناظر با پتانسیل عبارت است از

$$V=\sqrt{\frac{2U_t}{4\pi\varepsilon_0 R}}=\sqrt{\frac{2(150\times10^{-3}\ \mathrm{J})}{4\pi(8/85\times10^{-12}\ \mathrm{C^2/N.m^2})(1/8\mathrm{m})}}$$

مهندسان ایمنی تلاش می‌کنند با خالی کردن بار، مانند استفاده از کف رسانا، پتانسیل شخص را زیر این سطح نگهدارند.

چگالی انرژی

در یک خازن تخت، با چشمپوشی از اثر لبه‌ها، میدان الکتریکی در تمام نقطه‌ها بین این صفحه‌ها یکسان است. بنابراین، **چگالی انرژی** u، یعنی انرژی پتانسیل بر یکای حجم بین صفحه‌ها، نیز باید یکنواخت باشد. u را با تقسیم انرژی پتانسیل کل بر حجم Ad فضای بین صفحه‌ها می‌توان پیدا کرد. با استفاده از ۲۱-۲۲، بدست می‌آوریم

$$u=\frac{U}{Ad}=\frac{CV^2}{2Ad}$$

از معادلهٔ ۲۱-۹ $(C=\varepsilon_0 A/d)$، نتیجه خواهد شد

$$u=\frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{V}{d}\right)^2$$

ولی از معادلهٔ ۲۰-۴۲ $(E=-\Delta V/\Delta s)$، V/d برابر با بزرگی میدان الکتریکی E است؛ پس

$$u=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \quad \text{(چگالی انرژی)} \quad (۲۱-۲۵)$$

اگرچه این نتیجه را برای حالت خاص خازن تخت بدست آوردیم، در حالت کلی، منبع میدان الکتریکی هرچه باشد، برقرار است. اگر میدان $\vec{E}$ در هر نقطه‌ای از فضا وجود داشته باشد، می‌توان آن نقطه را به عنوان محل انرژی پتانسیل الکتریکی درنظر گرفت که مقدار آن بر یکای حجم با معادلهٔ ۲۱-۲۵ داده می‌شود.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۱-۴

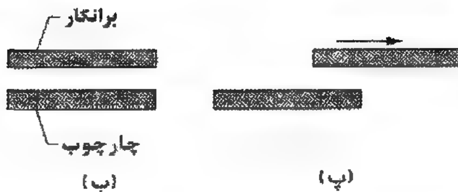
غالباً، یک مصدوم سوختلگی در حالی که روی برانکاری در اتاقک سربسته‌ای که پر از هوای غنی شده با اکسیژن (اتاقک پرفشار) دراز کشیده است مورد درمان قرار می‌گیرد. وقتی دورهٔ درمان تمام شد کارکنان بیمارستان برانکار و بیمار را از اتاقک به داخل چرخ دستی می‌کشند که بتواند حرکت کند. دست کم در دو وضعیت برانکار در پایان که از اتاقک دور می‌شد، آتش گرفته است. روشن است که آتش گرفتن برانکاری که بیمار صدمه دیده از سوختگی روی آن است وضع خطرناکی است و به آسانی هم در هوای غنی شده با اکسیژن آتش می‌گیرد، ولی این پرسش باقی می‌ماند که چه چیزی موجب می‌شود برانکار آتش بگیرد؟

بازرسان دریافتند که جدایی بار بین پوست بیمار، روپوش بیمار، و ملافهٔ روی برانکار رخ داده است. آنها همچنین دریافتند که برانکار و بخشی از چارچوب فلزی اتاقک زیر برانکار، یک خازن تخت (شکل ۲۱-۱۲) به ظرفیت $C_i=250\mathrm{pF}$ تشکیل داده‌اند. اگر برانکار، بار اضافی و انرژی وابسته به آن را با جرقه زدن تخلیه کرده بود، آیا این جرقه می‌توانست برانکار را مشتعل کند؟ اندازه‌گیریها نشان داد جرقه تنها در صورتی می‌توانست رخ دهد که اختلاف پتانسیل خازن برانکار- چارچوب از $2000\mathrm{V}$ تجاوز کند و اشتعال در صورتی می‌توانست شروع شود که انرژی پتانسیل U خازن از $0/20\mathrm{mJ}$ بیشتر باشد. ولی، اختلاف پتانسیل در خازن برانکار- چارچوب فقط $V_i=600\mathrm{V}$ بود که برای تولید جرقه کافی نیست.

(الف) وقتی که برانکار از اتاقک بیرون آورده می‌شد سطح مشترک صفحه‌های برانکار- چارچوب کاهش می‌یافت. بنابراین، مساحت صفحهٔ خازن از مقدار اولیهٔ A_i کمتر شده است. اختلاف پتانسیل V_f هنگامی که سطح مشترک صفحه‌ها برابر $A_f=0/10A_i$ باشد، چقدر است؟



(الف)



شکل ۲۱-۱۲ (الف) اتاقک پرفشار (ب) برانکار در یک اتاقک پرفشار و چارچوب فلزی اتاقک تشکیل خازنی را می‌دهند که توسط بارهای سرگردان، باردار شده‌اند. (پ) وقتی برانکار از اتاقک بیرون کشیده می‌شود، بار روی سطح کوچکتری جمع می‌شود.

نکته‌های کلیدی (۱) اختلاف پتانسیل V دو سر خازن، بنا بر معادلهٔ ۲۱-۱ $(q=CV)$ به بار q و ظرفیت C خازن بستگی دارد. (۲) وقتی برانکار از داخل اتاقک بیرون کشیده شده، بار q تغییر نکرده است. (۳) ظرفیت خازن تخت مطابق با معادلهٔ ۲۱-۹ $(C=\varepsilon_0 A/d)$ به مساحت صفحه مرتبط است.

محاسبه‌ها: با استفاده از معادلهٔ ۲۱-۱ بار عبارت است از

$$q=C_fV_f=C_iV_i$$

یا

$$V_f=\frac{C_i}{C_f}V_i \quad (۲۱-۲۳)$$

از معادلهٔ ۲۱-۹ می‌توانیم چنین بنویسیم

$$C_f=\frac{\varepsilon_\circ A_f}{d}=\frac{\varepsilon_\circ(0/10A_i)}{d}=0/10\frac{\varepsilon_\circ A_i}{d}=0/10C_i \quad (۲۱-۲۴)$$

با قراردادن این نتیجه در معادلهٔ ۲۱-۳ خواهیم داشت

$$V_f=\frac{C_i}{0/10C_i}V_i=10V_i=(10)(600\,V)$$
$$=6000\,V \quad \text{(پاسخ)}$$

وقتی که برانکار بیرون کشیده شده، اختلاف پتانسیل، به دلیل آنکه بار روی خازن روی سطح صفحهٔ کوچکتری جمع شده، افزایش یافته و اختلاف پتانسیل $V_f=6000V$ بیشتر از مقدار کافی برای تولید جرقه بوده است.

(ب) هنگامی که مساحت صفحه $0/10A_i$ بوده، انرژی U_f خازن برانکار- چارچوب چقدر بوده است؟

نکتهٔ کلیدی انرژی پتانسیل U ذخیره شده در خازن بنابر معادلهٔ ۲۱-۲۲ $\left(U=\frac{1}{2}CV^2\right)$ به ظرفیت C و اختلاف پتانسیل V مربوط می‌شود.

محاسبه‌ها: با استفاده از معادلهٔ ۲۱-۲۴، چنین می‌نویسیم

$$U_f=\frac{1}{2}C_fV_f^2=\frac{1}{2}(0/10C_i)V_f^2$$
$$=\frac{1}{2}(0/10)(250\times10^{-12}F)(6000\,V)^2$$
$$=4/5\times10^{-4}J=0/45\,mJ \quad \text{(پاسخ)}$$

این مقدار بیشتر از مقدار کافی برای اشتعال برانکار است. بازرسان نتیجه گرفتند، وقتی که هنگام خروج برانکار از اتاقک، بار روی سطح کوچکتر جمع شده بود، برانکار به دلیل جرقه‌ای که توسط خازن برانکار - چارچوب زده شده، مشتعل گردیده است.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۱-۵

یک کرهٔ رسانای منزوی با شعاع $R=6/85\,cm$ دارای بار $q=1/25\,nC$ است.

(الف) چقدر انرژی پتانسیل در میدان الکتریکی این رسانای باردار ذخیره شده است؟

نکته‌های کلیدی (۱) یک کرهٔ منزوی دارای ظرفیتی است که با معادلهٔ ۲۱-۱۸ $(C=4\pi\varepsilon_\circ R)$ داده می‌شود. (۲) انرژی U ذخیره شده در خازن بنابر معادلهٔ ۲۱-۲۱ $(U=q^2/2C)$ به بار q و ظرفیت C خازن بستگی دارد.

محاسبه‌ها: با قراردادن $C=4\pi\varepsilon_\circ R$ در معادلهٔ ۲۱-۲۱ خواهیم داشت

$$U=\frac{q^2}{2C}=\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_\circ R}$$
$$=\frac{(1/25\times10^{-9}C)^2}{(8\pi)(8/85\times10^{-12}F/m)(0/0685\,m)}$$
$$=1/03\times10^{-7}J=103\,nJ \quad \text{(پاسخ)}$$

(ب) چگالی انرژی در سطح کره چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی چگالی u انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی، بنابر معادلهٔ ۲۱-۲۵ $\left(u=\frac{1}{2}\varepsilon_\circ E^2\right)$ به بزرگی E این میدان بستگی دارد.

محاسبه‌ها: در اینجا نخست باید E را روی سطح کره بیابیم. این، با معادلهٔ ۱۹-۱۵ داده می‌شود

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{q}{R^2}$$

در نتیجه، چگالی انرژی چنین است

$$u=\frac{1}{2}\varepsilon_\circ E^2=\frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_\circ R^4}$$
$$=\frac{(1/25\times10^{-9}\,C)^2}{(32\pi^2)(8/85\times10^{-12}C^2/N.m^2)(0/0685\,m)^4}$$
$$=2/54\times10^{-5}\,J/m^3=25/4\,\mu J/m^3 \quad \text{(پاسخ)}$$

۲۱-۶ خازن با دی‌الکتریک

اگر فضای میان صفحه‌های یک خازن را با *دی‌الکتریک*، که ماده‌ای عایق از قبیل روغن معدنی یا پلاستیک است، پرکنیم ظرفیت آن چه تغییری می‌کند؟ *مایکل فارادی*[1] – که مفهوم ظرفیت به میزان زیادی مرهون اوست و به این خاطر یکای SI ظرفیت به نام او نامگذاری شده است- برای نخستین بار در سال ۱۸۳۷/۱۲۱۶ این موضوع را بررسی کرد. او با استفاده از ابزارهای ساده‌ای که بسیار شبیه به آنهایی است که در شکل



شکل ۲۱-۱۳ ابزارهای الکتروستاتیکی ساده‌ای که توسط فارادی به کار گرفته شد. وسیلهٔ سوار شده (دومی از چپ) یک خازن کروی است که شامل یک گوی برنجی مرکزی و یک پوستهٔ برنجی هم مرکز با آن است. فارادی مواد دی‌الکتریک را در فضای میان گوی و پوسته قرار داد.

۲۱-۱۳ نشان داده شده است، دریافت که ظرفیت با ضریب عددی κ، که او آن را **ثابت دی‌الکتریک** مادهٔ عایق نامید، *افزایش می‌یابد.* جدول ۲۱-۱ چند مادهٔ دی‌الکتریک و ثابتهای دی‌الکتریک آنها را نشان می‌دهد. بنا بر تعریف، ثابت دی‌الکتریک خلأ برابر با یک است. چون هوا تقریباً یک فضای خالی است،

1- Michael Faraday

ثابت دی‌الکتریک اندازه‌گیری شده برای آن فقط اندکی از واحد بزرگتر است.

اثر دیگر حضور دی‌الکتریک، محدود ساختن اختلاف پتانسیلی است که می‌تواند میان صفحه‌های خازن تا مقدار معین V_{max} موسوم به *پتانسیل فروشکست*، اعمال شود. اگر این مقدار به میزان قابل توجهی افزایش یابد، مادهٔ دی‌الکتریک فرو می‌شکند و در بین صفحه‌ها مسیر رسانایی به وجود می‌آید. هر مادهٔ دی‌الکتریک دارای مشخصه‌ای موسوم به *استحکام دی‌الکتریک* است، و آن مقدار بیشینهٔ میدان الکتریکی است که آن ماده می‌تواند بدون فروشکست تحمل کند. چند مقدار از این دست در جدول ۲۱-۱ آمده‌اند.

جدول ۲۱-۱

چند ویژگی دی الکتریکها*

ماده	ثابت دی الکتریک κ	استحکام دی الکتریک (kV/mm)
هوا (1atm)	۱/۰۰۰۵۴	۳
پلی استیرن	۲/۶	۲۴
کاغذ	۳/۵	۱۶
روغن مبدل	۴/۵	
پیرکس	۴/۷	۱۴
میکای یاقوتی	۵/۴	
چینی	۶/۵	
سیلیسیوم	۱۲	
ژرمانیوم	۱۶	
اتانول	۲۵	
آب (۲۰°C)	۸۰/۴	
آب (۲۵°C)	۷۸/۵	
سرامیک تیتانیوم	۱۳۰	
تیتانات استرانیوم	۳۱۰	۸
	برای خلأ $\kappa=1$	

* بجز آب، بقیه در دمای اتاق اندازه‌گیری شده‌اند.

همان‌طور که درست پس از معادلهٔ ۲۱-۱۸ بحث کردیم، ظرفیت هر خازن را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$C=\varepsilon_0 \mathscr{L} \qquad (۲۱\text{-}۲۶)$$

که در آن $\mathscr{L}$ دارای بعد طول است. مثلاً، برای یک خازن تخت $\mathscr{L} = A/d$ است. کشف فارادی این بود که در حضور دی‌الکتریکی که فضای میان صفحه‌ها را *به طور کامل* پرکند، معادلهٔ ۲۱-۲۶ چنین می‌شود

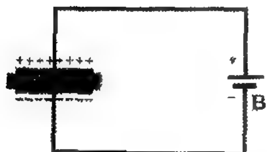
$$C=\kappa\varepsilon_0 \mathscr{L}=\kappa C_{\text{هوا}} \qquad (۲۱\text{-}۲۷)$$

که در آن $C_{\text{هوا}}$ مقدار ظرفیتی است که فقط هوا میان صفحه‌ها باشد.

شکل ۲۱-۱۴ شناخت بیشتری در مورد آزمایشهای فارادی به دست می‌دهد. در شکل ۲۱-۱۴ الف، وجود باتری ثابت ماندن اختلاف پتانسیل V میان صفحه‌ها را تضمین می‌کند. وقتی یک تیغهٔ دی‌الکتریک در میان صفحه‌ها قرار داده شود، بار q روی صفحه‌ها با ضریب κ افزایش می‌یابد؛ باری اضافی توسط باتری به صفحه‌های خازن انتقال داده می‌شود. در شکل ۲۱-۱۴ ب در مدار باتری وجود ندارد، و بنابراین، بار q هنگامی که تیغهٔ دی‌الکتریک قرار داده می‌شود باید ثابت باقی بماند؛ آنگاه، اختلاف پتانسیل V میان صفحه‌ها با ضریب κ کاهش می‌یابد. هر دو این مشاهدات با افزایش ظرفیت خازن در حضور دی‌الکتریک (از طریق رابطهٔ $q = CV$) سازگارند.

از مقایسهٔ معادله‌های ۲۱-۲۶ و ۲۱-۲۷ در می‌یابیم که اثر دی‌الکتریک را می‌توان در عبارت کلی‌تری خلاصه کرد





ثابت $=V$

(الف)





ثابت $=q$

(ب)

شکل ۲۱-۱۴ (الف) اگر اختلاف پتانسیلی میان صفحه‌های خازنی، مثلاً با باتری B، برقرار شده باشد، اثر دی‌الکتریک افزایش بار روی صفحه‌هاست. (ب) اگر، مانند این حالت، بار روی صفحه‌های خازن ثابت نگهداشته شود، اثر دی الکتریک کاهش اختلاف پتانسیل میان صفحه‌هاست. مقیاس نشان داده شده مربوط به *پتانسیل‌سنج* است، و آن وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل (اینجا، میان صفحه‌ها) به کار گرفته می‌شود. خازن نمی‌تواند از طریق پتانسیل‌سنج تخلیه شود.

در ناحیه‌ای که به طور کامل با ماده‌ای دی‌الکتریک با ثابت κ پر شده است، همهٔ معادله‌های الکتروستاتیکی را که شامل ثابت گذردهی ε_0 هستند باید با جایگزینی ε_0 با $\kappa\varepsilon_0$ تصحیح کرد.

بنابراین، بزرگی میدان الکتریکی که توسط بار نقطه‌ای در داخل دی الکتریک ایجاد شده است با شکل تصحیح شدهٔ معادلهٔ ۱۹-۱۵ به دست داده می‌شود

$$E=\frac{1}{4\pi\kappa\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad (۲۱-۲۸)$$

همچنین، عبارت میدان الکتریکی درست بیرون یک رسانای منزوی که داخل یک دی‌الکتریک قرار داده شده است (معادلهٔ ۱۹-۱۱ را ببینید) چنین می‌شود

$$E=\frac{\sigma}{\kappa\varepsilon_0} \qquad (۲۱-۲۹)$$

چون κ همواره عددی بزرگتر از یک است، هر دو معادله نشان می‌دهد که *برای توزیع ثابت شدهٔ بارها، اثر دی‌الکتریک تضعیف میدان الکتریکی* نسبت به وضعیتی است که دی‌الکتریک حضور ندارد.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۱-۶

یک خازن تخت که ظرفیت آن ۱۳/۵ pF است با یک باتری تا اختلاف پتانسیل V = ۱۲/۵V میان صفحه‌های خود، باردارشده است. سپس باتری باردار کننده قطع و تیغه‌ای از جنس چینی (κ=۶/۵۰) در میان صفحه‌ها قرار داده می‌شود.
(الف). انرژی پتانسیل خازن پیش از آنکه تیغه قرار داده شود و پس از آن چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی انرژی پتانسیل U_i خازن را می‌توانیم به ظرفیت C یا پتانسیل V از (طریق معادلهٔ ۲۱-۲۲) یا به بار q (از طریق معادلهٔ ۲۱-۲۱) مربوط کنیم:

$$U_i=\frac{1}{2}CV^2=\frac{q^2}{2C}$$

محاسبه: چون پتانسیل اولیه داده شده است (V (=۱۲/۵ V، از معادلهٔ ۲۱-۲۲ برای یافتن انرژی ذخیره شدهٔ اولیه استفاده می‌کنیم

$$U_i=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}(۱۳/۵\times10^{-12}\,F)(۱۲/۵\,V)^2$$
$$=۱/۰۵۵\times10^{-9}\,J=۱۰۵۵pJ\approx۱۱۰۰\,pJ \qquad \text{(پاسخ)}$$

(ب) انرژی پتانسیل پس از قرار دادن تیغه چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی چون باتری قطع شده است، بار روی خازن با قراردادن دی‌الکتریک نمی‌تواند تغییر کند. ولی، *پتانسیل تغییر می‌کند.*

محاسبه‌ها: اکنون باید از معادلهٔ ۲۱-۲۱ برای نوشتن انرژی پتانسیل نهایی U_f استفاده کنیم، ولی باید توجه کنید که در حضور تیغه، ظرفیت خازن برابر با κC می‌شود. در نتیجه خواهیم داشت

$$U_f=\frac{q^2}{2\kappa C}=\frac{U_i}{\kappa}=\frac{۱۰۵۵\,pJ}{۶/۵۰}=۱۶۲pJ\approx۱۶۰\,pJ \qquad \text{(پاسخ)}$$

وقتی تیغه گذاشته شود، انرژی پتانسیل با ضریب κ کاهش می‌یابد.

انرژی «ناپدید شده» اساساً در شخصی که تیغه را گذاشته است ظاهر می‌شود. خازن نیروی کششی کمی بر تیغه وارد می‌کند و روی آن کاری به مقدار زیر انجام می‌دهد

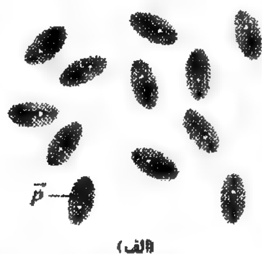
$$W=U_i-U_f=(۱۰۵۵-۱۶۲)\,pJ=۸۹۳pJ$$

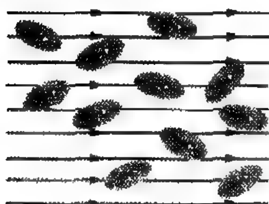
اگر تیغه می‌توانست بدون هیچ مانعی میان صفحه‌ها بلغزد و اگر هیچ اصطکاکی وجود نداشت، آنگاه تیغه میان صفحه‌ها با انرژی مکانیکی (ثابت) ۸۹۳pJ به عقب و جلو نوسان می‌کرد، و این انرژی دستگاه بین انرژی جنبشی تیغهٔ متحرک و انرژی پتانسیل ذخیره شده در میدان الکتریکی به طور نوسانی انتقال می‌یافت.

۲۱-۷ دی‌الکتریکها: از دیدگاه اتمی

وقتی دی‌الکتریکی را در میدان الکتریکی قرار می‌دهیم از دیدگاه اتمی و مولکولی چه رخ می‌دهد؟ بسته به نوع مولکول، دو امکان وجود دارد:

۱. *دی الکتریکهای قطبی*، مولکولهای برخی از دی الکتریکها، مثل آب، گشتاور دو قطبی الکتریکی دائمی دارند. در چنین موادی (که *دی‌الکتریکهای قطبی* نامیده می‌شوند)، دو *قطبیهای* الکتریکی، همان گونه که در شکل ۲۱-۱۵ نشان داده شده است، مایل‌اند که با میدان الکتریکی خارجی همسو شوند. چون این مولکولها براثر حرکت گرمایی کاتوره‌ای خود به طور مداوم به یکدیگر برخورد می‌کنند، این همسویی کامل نیست، ولی وقتی بزرگی میدان اعمال شده افزایش یابد (یا دما، و در نتیجه برخورد مولکولها، کاهش یابد)، این همسویی کاملتر می‌شود. همسویی دو قطبیهای الکتریکی، میدانی الکتریکی ایجاد می‌کند که جهت آن در خلاف جهت میدان اعمال شده و بزرگی‌اش کوچکتر از بزرگی آن میدان است.

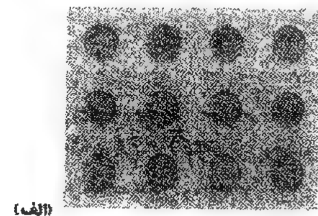


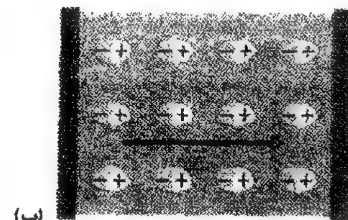


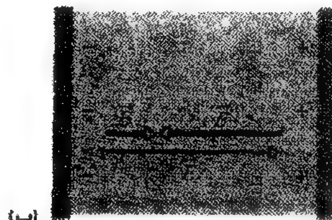
شکل ۲۱-۱۵ (الف) سمتگیری کاتوره‌ای مولکولهایی با گشتاور دوقطبی الکتریکی دائم در نبود میدان الکتریکی خارجی نشان داده شده است. (ب) اعمال یک میدان الکتریکی، باعث همسویی جزئی دوقطبیها می‌شود. اغتشاش گرمایی از همسویی کامل جلوگیری می‌کند.

۲. *دی الکتریکهای غیرقطبی.* بدون توجه به اینکه آیا مولکولها گشتاور دو قطبی الکتریکی دائمی دارند یا خیر، مولکولها هنگامی که در یک میدان الکتریکی خارجی قرار می‌گیرند براثر القا گشتاورهای دو قطبی به دست می‌آورند. در بخش ۲۰-۸ (شکل ۲۰-۱۱ را ببینید)، دیدیم که این اتفاق به این دلیل رخ می‌دهد که میدان خارجی می‌خواهد این مولکولها را با ایجاد فاصلهٔ اندکی میان مرکزهای بار منفی و مثبت آنها، به صورت «کشیده» درآورد.

شکل ۲۱-۱۶ الف یک قطعه دی الکتریک غیر قطبی را نشان می‌دهد که هیچ میدان الکتریکی خارجی به آن اعمال نشده است. در شکل ۲۱-۱۶ ب، میدان الکتریکی $\vec{E}_\circ$ توسط خازنی که صفحه‌های آن مطابق شکل باردار شده‌اند، اعمال شده است. در نتیجه فاصلهٔ اندکی میان مرکزهای توزیعهای بار مثبت و منفی در داخل قطعه ایجاد می‌شود که این منجر به ایجاد بار مثبت روی یک وجه قطعه (ناشی از سرهای مثبت دوقطبیهای موجود در آنجا) و بار منفی روی وجه متقابل آن (ناشی از سرهای منفی دوقطبیهای موجود در آنجا) می‌شود. قطعه در کل از لحاظ الکتریکی خنثی باقی می‌ماند و- داخل قطعه- هیچ عنصر حجمی بار اضافی وجود ندارد.


(الف)


(ب)


(پ)

شکل ۲۱-۱۶ (الف) یک قطعهٔ دی‌الکتریک غیرقطبی. دایره‌ها اتمهایی را نشان می‌دهند که از لحاظ الکتریکی خنثی هستند. (ب) یک میدان الکتریکی توسط صفحه‌های خازن باردار اعمال شده است؛ این میدان، اتمها را با جداکردن مرکزهای بارهای مثبت و منفی، اندکی می‌کشد. (پ) این جدایی، بارهایی سطحی روی وجوه قطعه ایجاد می‌کند. این بارها میدان $\vec{E}'$ را ایجاد می‌کنند که در خلاف جهت میدان اعمال شدهٔ $\vec{E}_\circ$ است. میدان برایند $\vec{E}$ درون دی الکتریک (جمع برداری $E_\circ$ و $\vec{E}'$) در همان جهت $\vec{E}_\circ$ ولی از نظر بزرگی کوچکتر از آن است.

شکل ۲۱-۱۶ پ نشان می‌دهد که بارهای سطحی القا شده روی دو وجه قطعه، یک میدان الکتریکی $\vec{E}'$ در خلاف جهت میدان الکتریکی اعمال شدهٔ $\vec{E}_\circ$ ایجاد می‌کنند. میدان برایند $\vec{E}$ درون دی‌الکتریک (جمع برداری میدانهای $\vec{E}_\circ$ و $\vec{E}'$) در جهت $\vec{E}_\circ$ ولی از نظر بزرگی کوچکتر از آن است.

هم میدان $\vec{E}'$ که توسط بارهای سطحی در شکل ۲۱-۱۶ پ ایجاد شده است و هم میدان الکتریکی که توسط دوقطبیهای الکتریکی در شکل ۲۱-۱۵ ایجاد شده است به یک نحو عمل می‌کنند - هر دو آنها در خلاف جهت میدان اعمال شدهٔ $\vec{E}$ هستند. بنابراین، اثر هر دو دی‌الکتریک قطبی و غیر قطبی تضعیف هر میدان الکتریکی اعمال شده به آنها، مانند میدان میان صفحه‌های یک خازن است.

حال می‌توانیم دریابیم که چرا تیغهٔ دی‌الکتریک چینی در مسئلهٔ نمونهٔ ۲۱-۶ به داخل خازن کشیده می‌شود: وقتی دی‌الکتریک به فضای داخل صفحه‌ها وارد می‌شود، علامت بار سطحی که روی هر وجه تیغه ظاهر می‌شود با علامت بار صفحهٔ خازن مجاور آن مخالف است. بنابراین، تیغه و صفحه‌های خازن همدیگر را جذب می‌کنند.

۲۱-۸ دی الکتریکها و قانون گاؤس

در بحث خود در مورد قانون گاؤس در فصل ۱۹، فرض کردیم بارها در خلأ قرار دارند. در این بخش خواهیم دید که چگونه این قانون در حضور مواد دی‌الکتریک، از قبیل آنهایی که در جدول ۲۱-۱فهرست‌شده‌اند، اصلاح شده و تعمیم می‌یابد. شکل ۲۱-۱۷ یک خازن تخت به مساحت سطح A را در حضور دی‌الکتریک و بدون حضور آن نشان می‌دهد. فرض می‌کنیم که بار q روی صفحه‌ها در هر دو وضعیت یکسان است. توجه کنید که میدان میان صفحه‌ها با یکی از روشهایی که در بخش ۲۱-۷ شرح داده شدند، روی وجوه دی‌الکتریک بارهایی را القا می‌کند.

برای‌وضعیت‌شکل ۲۱-۱۷ الف، یعنی حالتی که دی‌الکتریک حضور ندارد، می‌توانیم میدان الکتریکی $\vec{E}_\circ$ میان صفحه‌ها را نظیر آنچه برای شکل ۲۱-۵ انجام دادیم، پیدا کنیم: بار $+q$ روی صفحهٔ بالایی را با یک سطح گاؤسی محصور می‌کنیم و سپس قانون گاؤس را در مورد آن به کار می‌بندیم. اگر $E_\circ$ معرف بزرگی میدان باشد، خواهیم داشت

$$\varepsilon_\circ \oint \vec{E}.d\vec{A} = \varepsilon_\circ E_\circ A = q \qquad (۲۱-۳۰)$$

یا

$$E_\circ = \frac{q}{\varepsilon_\circ A} \qquad (۲۱-۳۱)$$

در شکل ۲۱-۱۷ ب، یعنی حالتی که دی الکتریک درون خازن حضور دارد، می‌توانیم میدان میان صفحه‌ها (و درون

دی‌الکتریک) را با استفاده از همان سطح گاؤسی پیدا کنیم. ولی، اکنون این سطح دو نوع بار را محصور می‌کند: اگر چه این سطح هنوز بار $+q$ را روی صفحهٔ بالایی در بردارد، ولی حالا بار القا شدهٔ $-q'$ روی وجه بالایی دی‌الکتریک را نیز در برمی‌گیرد. به بارهای روی صفحهٔ رسانا *بارهای آزاد* گفته می‌شود، زیرا اگر پتانسیل الکتریکی این صفحه را تغییر دهیم، این بارها می‌توانند حرکت کنند؛ بارهای القا شده روی سطح دی‌الکتریک، بارآزاد نیستند زیرا نمی‌توانند از آن سطح حرکت کنند.

بار خالص محصور شده توسط سطح گاؤسی در شکل ۲۱-۱۷ ب برابر با $q-q'$ است، و از اینرو قانون گاؤس چنین به دست می‌دهد

$$\varepsilon_\circ \oint \vec{E}.d\vec{A}=\varepsilon_\circ EA=q-q' \qquad (۲۱-۳۲)$$

یا

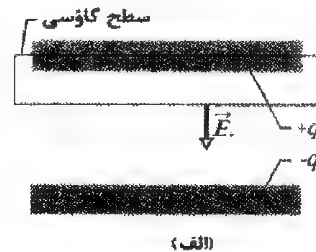
$$E=\frac{q-q'}{\varepsilon_\circ A} \qquad (۲۱-۳۳)$$

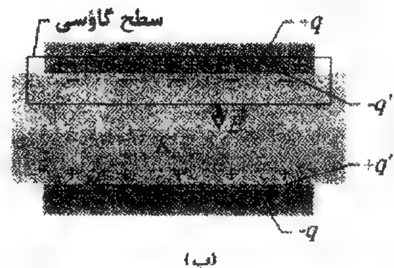
اثر دی‌الکتریک تضعیف میدان اولیهٔ $E_\circ$ با ضریب κ است؛ بنابراین، می‌توانیم بنویسیم

$$E=\frac{E_\circ}{\kappa}=\frac{q}{\kappa\varepsilon_\circ A} \qquad (۲۱-۳۴)$$

از مقایسهٔ معادله‌های ۲۱-۳۳ و ۲۱-۳۴ نتیجه می‌گیریم که

$$q-q'=\frac{q}{\kappa} \qquad (۲۱-۳۵)$$





شکل ۲۱-۱۷ یک خازن تخت (الف) بدون حضور و (ب) در حضور قطعهٔ دی الکتریکی که در آن گذاشته شده است. فرض شده است که بار q روی صفحه‌ها در هر دو حالت یکسان است.

معادلهٔ ۲۱-۳۵ به درستی نشان می‌دهد که بزرگی q' بار سطحی القا شده کمتر از بار آزاد q است و در صورتی که دی‌الکتریک حضور *نداشته باشد برابر با صفر است (زیرا آنگاه در معادلهٔ* ۲-۳۵، $\kappa=1$ است).

با قراردادن $q-q'$ از معادلهٔ ۲۱-۳۵ در معادلهٔ ۲۱-۳۲، قانون گاؤس را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$\varepsilon_\circ \oint \kappa\vec{E}.d\vec{A}=q \quad \text{(قانون گاؤس در حضور دی‌الکتریک)} \qquad (۲۱-۳۶)$$

اگر چه این معادله را برای خازن صفحه - موازی به دست آوردیم، ولی برای کلیهٔ خازنها برقرار است و کلی‌ترین شکلی است که قانون گاؤس می‌تواند به آن صورت نوشته شود. توجه کنید که

۱. اکنون در انتگرال شار $\kappa\vec{E}$، و نه فقط $\vec{E}$، وارد می‌شود. (گاهی بردار $\varepsilon_\circ\kappa\vec{E}$ *جابه‌جایی الکتریکی* $\vec{D}$ نامیده می‌شود، و از این رو معادلهٔ ۲۱-۳۶ را می‌توان به صورت $\oint \vec{D}.d\vec{A}=q$ نوشت.)

۲. اکنون بار q محصور شده توسط سطح گاؤسی *فقط بار آزاد* اختیار شده است. اگر چه بار سطحی القایی به طور عمد در طرف راست معادلهٔ ۲۱-۳۶ نادیده انگاشته شده است، ولی با حضور ثابت دی الکتریک κ در سمت چپ، معادله به طور کامل در نظر گرفته شده است.

۳. معادلهٔ ۲۱-۳۶ با معادلهٔ ۱۹-۷، بیان اولیهٔ ما از قانون گاؤس، فقط در یک چیز متفاوت است و آن اینکه $\varepsilon_\circ$ در معادلهٔ آخری با $\kappa\varepsilon_\circ$ جایگزین شده است. κ را داخل انتگرال معادلهٔ ۲۱-۳۶ گذاشتیم تا در حالتهایی که κ روی کل سطح گاؤسی ثابت نیست نیز این معادله مورد استفاده باشد.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۱-۷

شکل ۲۱-۱۸ یک خازن تخت را به مساحت سطح A و فاصلهٔ صفحه‌ها برابر d نشان می‌دهد. اختلاف پتانسیل $V_\circ$ بین صفحه‌ها اعمال شده است. سپس باتری قطع شده، و تیغه‌ای دی‌الکتریک به ضخامت b و ثابت دی‌الکتریک κ، مطابق شکل میان صفحه‌ها گذاشته می‌شود. فرض کنید $A=۱۱۵\text{cm}^۲$، $d=۱/۲۴\text{cm}$، $V_\circ=۸۵/۵\text{V}$، $b=۰/۷۸۰\text{cm}$ و $\kappa=۲/۶۱$ است.

(الف) ظرفیت $C_\circ$ پیش از آنکه تیغهٔ دی‌الکتریک گذاشته شود، چقدر است؟

محاسبه: از معادلهٔ ۲۱-۹ داریم

$$C_\circ=\frac{\varepsilon_\circ A}{d}=\frac{(۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\text{F/m})(۱۱۵\times۱۰^{-۴}\text{m}^۲)}{۱/۲۴\times۱۰^{-۲}\text{m}}$$
$$=۸/۲۱\times۱۰^{-۱۲}\text{F}=۸/۲۱\ \text{pF} \qquad \text{(پاسخ)}$$

(ب) چقدر بار آزاد روی صفحه‌ها ظاهر می‌شود؟

محاسبه: از معادلهٔ ۲۱-۱ داریم

$$q=C_\circ V_\circ=(۸/۲۱\times۱۰^{-۱۲}\text{F})(۸۵/۵\text{V})$$
$$=۷/۰۲\times۱۰^{-۱۰}\text{C}=۷۰۲\text{pC} \qquad \text{(پاسخ)}$$

چون باتری باردار کننده پیش از آنکه تیغه گذاشته شود، قطع شده است، وقتی که تیغه در مکان خود قرار داده شود، بار آزاد بدون تغییر باقی می‌ماند.

(پ) میدان الکتریکی $E_\circ$ در فضای خالی میان صفحه‌ها و تیغهٔ دی‌الکتریک چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی لازم است که برای سطح گاؤسی I در شکل ۲۱-۱۸ قانون گاؤس را به شکل معادلهٔ ۲۱-۳۶ به کار بریم.

محاسبه‌ها: آن سطح از فاصله می‌گذرد، و بنابراین فقط بار آزاد روی صفحهٔ بالایی خازن را محصور می‌کند. چون بردار سطح $d\vec{A}$ و بردار میدان $\vec{E}_\circ$ هر دو رو به پایین هستند، ضرب نقطه‌ای در معادلهٔ ۲۱-۳۶ چنین نوشته می‌شود

$$\vec{E}_\circ \cdot d\vec{A} = E_\circ\, dA \cos 0^\circ = E_\circ\, dA$$

در نتیجه معادلهٔ ۲۱-۳۶ به صورت زیر در می‌آید

$$\varepsilon_\circ \kappa E_\circ \oint dA = q$$

حال انتگرالگیری به‌سادگی مساحت سطح A صفحهٔ خازن را به دست می‌دهد. بنابراین، خواهیم داشت

$$\varepsilon_\circ \kappa E_\circ A = q$$

یا

$$E_\circ = \frac{q}{\varepsilon_\circ \kappa A}$$

باید در اینجا $\kappa=1$ قرار دهیم، زیرا سطح گاؤسی I از دی الکتریک عبور نمی‌کند. بنابراین، داریم

$$E_\circ = \frac{q}{\varepsilon_\circ \kappa A} = \frac{۷/۰۲\times ۱۰^{-۱۰}\,\mathrm{C}}{(۸/۸۵\times ۱۰^{-۱۲}\,\mathrm{F/m})(۱)(۱۱۵\times ۱۰^{-۴}\,\mathrm{m^۲})}$$

$$= ۶۹۰۰\,\mathrm{V/m} = ۶/۹۰\,\mathrm{V/m} \qquad \text{(پاسخ)}$$

توجه کنید وقتی که تیغه گذاشته می‌شود، مقدار $E_\circ$ تغییر نمی‌کند زیرا مقدار بار محصور شده توسط سطح گاؤسی I در شکل ۲۱-۱۸ تغییر نمی‌کند.

(ت) میدان الکتریکی E_1 در تیغهٔ دی‌الکتریک چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی برای سطح گاؤسی II در شکل ۲۱-۱۸، قانون گاؤس را به شکل معادلهٔ ۲۱-۳۶ به کار می‌بریم.

محاسبه‌ها: این سطح، بار آزاد $-q$ و بار القایی $+q'$ را در بردارد، ولی هنگامی که از معادلهٔ ۲۱-۳۶ استفاده می‌کنیم دومی را نادیده می‌گیریم. از آنجا داریم

$$\varepsilon_\circ \oint \kappa \vec{E}_1 \cdot d\vec{A} = -\varepsilon_\circ \kappa E_1 A = -q \qquad (۲۱-۳۷)$$

(اولین علامت منفی در این معادله ناشی از ضرب نقطه‌ای $\vec{E}_1 \cdot d\vec{A}$ است، زیرا اکنون بردار میدان $\vec{E}_1$ رو به پایین و بردار سطح $d\vec{A}$ رو به بالا قرار دارند.) حالا $\kappa = ۲/۶۱$ است. بنابراین، معادلهٔ ۲۱-۳۷ چنین به دست می‌دهد

$$E_1 = \frac{q}{\varepsilon_\circ \kappa A} = \frac{E_\circ}{\kappa} = \frac{۶/۹۰\,\mathrm{kV/m}}{۲/۶۱} = ۲/۶۴\,\mathrm{kV/m} \qquad \text{(پاسخ)}$$

(ث) پس از آنکه تیغه گذاشته شد، اختلاف پتانسیل V میان صفحه‌ها چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی باید V را با انتگرالگیری در امتداد مسیر یک خط راست که مستقیماً از صفحهٔ پایینی تا صفحهٔ بالایی امتداد دارد، پیدا کنیم. در داخل دی‌الکتریک، طول مسیر برابر با b و میدان الکتریکی E_1 است.

محاسبه: در داخل دی‌الکتریک، طول مسیر برابر با b و میدان الکتریکی E_1 است. در داخل دو فضای خالی بالا و پایین دی‌الکتریک، طول کل مسیر $d-b$ و میدان الکتریکی $E_\circ$ است. بنابراین، معادلهٔ ۲۱-۶ چنین به دست می‌دهد

$$V = \int_-^+ E\,ds = E_\circ(d-b) + E_1 b$$

$$= (۶۹۰۰\,\mathrm{V/m})(۰/۰۱۲۴\,\mathrm{m} - ۰/۰۰۷۸۰\,\mathrm{m})$$

$$+ (۲۶۴۰\,\mathrm{V/m})(۰/۰۰۷۸۰\,\mathrm{m})$$

$$= ۵۲/۳\,\mathrm{V} \qquad \text{(پاسخ)}$$

که این مقدار کمتر از اختلاف پتانسیل اولیهٔ ۸۵/۵V است.

(ج) ظرفیت خازن با قطعه‌ای که میان صفحه‌های خازن قرار داده شده است، چقدر است؟

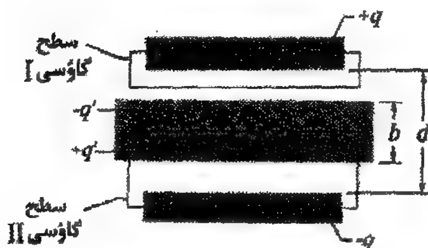
نکتهٔ کلیدی ظرفیت C، درست مثل وقتی که دی‌الکتریک قرار داده نشده است، بنابر معادلهٔ ۲۱-۱ با بار آزاد q و اختلاف پتانسیل V رابطه دارد.

محاسبه: با اختیار q از قسمت (ب) و V از قسمت (ث)، خواهیم داشت

$$C = \frac{q}{V} = \frac{۷/۰۲\times ۱۰^{-۱۰}\,\mathrm{C}}{۵۲/۳\,\mathrm{V}}$$

$$= ۱/۳۴\times ۱۰^{-۱۱}\,\mathrm{F} = ۱۳/۴\,\mathrm{pF} \qquad \text{(پاسخ)}$$

که این بزرگتر از ظرفیت اولیهٔ ۸/۲۱ pF است.



شکل ۲۱-۱۸ یک خازن تخت شامل تیغه‌ای دی‌الکتریک است که فقط بخشی از فضای میان صفحه‌ها را پرمی‌کند.

بازنگری و خلاصهٔ درس

خازن؛ ظرفیت **خازن** شامل دو رسانای منزوی (*صفحه‌ها*) با بارهای $+q$ و $-q$ است. **ظرفیت** C آن با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود

$$q = CV \qquad (۲۱-۱)$$

که در آن V اختلاف پتانسیل میان صفحه‌هاست. یکای SI ظرفیت، فاراد است (۱ کولن بر ولت = ۱ فاراد).

تعیین ظرفیت در حالت کلی ظرفیت آرایش خازنی خاص بدین ترتیب تعیین می‌شود (۱) فرض می‌کنیم بار q روی صفحه‌ها قرار گرفته است، (۲) میدان الکتریکی $\vec{E}$ ناشی از این بار را می‌یابیم، (۳) اختلاف پتانسیل V را تعیین می‌کنیم، (۴) C

را از روی معادلهٔ ۱۹-۱ محاسبه می‌کنیم. چند نتیجهٔ ویژه به قرار زیرند:

ظرفیت *خازن تخت* با صفحه‌های موازی به مساحت A و فاصلهٔ d برابر است با

$$C=\frac{\varepsilon_\circ A}{d} \qquad (۲۱-۹)$$

ظرفیت *خازن استوانه‌ای* (دو استوانهٔ هم محور بلند) به طول L و شعاعهای a و b برابر است با

$$C=2\pi\varepsilon_\circ\frac{L}{\ln(b/a)} \qquad (۲۱-۱۴)$$

ظرفیت *خازن کروی* با صفحه‌های کروی به شعاعهای a و b برابر است با

$$C=4\pi\varepsilon_\circ\frac{ab}{b-a} \qquad (۲۱-۱۷)$$

اگر در معادلهٔ ۲۱-۱۷، $b\to\infty$ میل کند و $a=R$ باشد، برای ظرفیت یک *کرهٔ منزوی* به شعاع R داریم

$$C=4\pi\varepsilon_\circ R \qquad (۲۱-۱۸)$$

خازنهای موازی و متوالی **ظرفیت معادل** C_{eq} ترکیبی از خازنهای مجزا را که به طور **موازی** و به طور **متوالی** بسته شده‌اند، می‌توان از رابطه‌های زیر به دست آورد

$$C_{eq}=\sum_{j=1}^{n}C_j \quad (\text{خازن موازی } n) \qquad (۲۱-۱۹)$$

و

$$\frac{1}{C_{eq}}=\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{C_j} \quad (\text{خازن متوالی } n) \qquad (۲۱-۲۰)$$

از ظرفیتهای معادل می‌توان برای محاسبهٔ ظرفیت ترکیبهای پیچیده‌تر متوالی - موازی استفاده کرد.

انرژی پتانسیل و چگالی انرژی **انرژی پتانسیل الکتریکی** U یک خازن باردار

$$U=\frac{q^2}{2C}=\frac{1}{2}CV^2 \qquad (۲۱-۲۱ \text{ و } ۲۱-۲۲)$$

برابر با کاری است که برای باردارکردن خازن لازم است. این انرژی را می‌توان به میدان الکتریکی $\vec{E}$ خازن وابسته کرد. با بسط آن می‌توانیم انرژی ذخیره شده را به میدان الکتریکی مربوط کنیم. در خلأ، **چگالی انرژی** u، یا انرژی پتانسیل بر یکای حجم، درون میدانی به بزرگی E با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$u=\frac{1}{2}\varepsilon_\circ E^2 \qquad (۲۱-۲۵)$$

ظرفیت با وجود دی‌الکتریک اگر فضای میان صفحه‌های خازن با مادهٔ دی‌الکتریکی به طور کامل پرشود، ظرفیت C خازن با ضریب κ، موسوم به **ثابت دی‌الکتریک**، که مشخصهٔ آن ماده است، افزایش می‌یابد. در ناحیه‌ای که با دی‌الکتریک به طور کامل پرشده است، تمام معادله‌های الکتروستاتیکی که شامل $\varepsilon_\circ$ هستند باید با جایگزین کردن $\varepsilon_\circ$ با $\kappa\varepsilon_\circ$ اصلاح شوند.

اثر اضافه‌کردن دی‌الکتریک را می‌توان با کنش میدان الکتریکی بر دوقطبیهای دائمی یا القایی در یک جسم دی‌الکتریک، درک کرد. نتیجه، تشکیل بارهای القایی روی سطحهای دی‌الکتریک است که به ازای مقدار معین بار آزاد روی صفحه‌ها به تضعیف میدان الکتریکی درون دی‌الکتریک می‌انجامد.

قانون گاؤس با وجود دی‌الکتریک وقتی دی‌الکتریک وجود داشته باشد، قانون گاؤس را می‌توان چنین تعمیم داد

$$\varepsilon_\circ\oint\kappa\vec{E}\cdot d\vec{A}=q \qquad (۲۱-۳۶)$$

که در اینجا q بار آزاد است؛ وجود هرگونه بار سطحی القایی با قراردادن ثابت دی‌الکتریک κ در داخل انتگرال به حساب می‌آید.

پرسشها

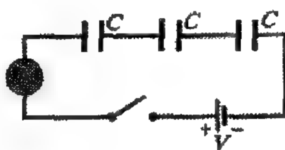
۱- شکل ۲۱-۱۹ نمودارهای بار برحسب اختلاف پتانسیل را برای سه خازن صفحه - موازی نشان می‌دهد که مساحت صفحه‌ها و فاصلهٔ آنها در جدول داده شده است. کدام نمودار مربوط به کدام خازن است؟

خازن	مساحت	فاصله
۱	A	d
۲	۲A	d
۳	A	۲d



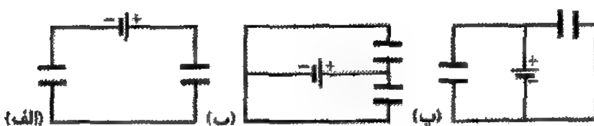
شکل ۲۱-۱۹ پرسش ۱

۲- شکل ۲۱-۲۰، یک کلید باز، یک باتری با اختلاف پتانسیل V، یک سنجهٔ جریان A و سه خازن بدون بار مشابه به ظرفیت C را نشان می‌دهد. وقتی کلید بسته شود و جریان به تعادل برسد، (الف) اختلاف پتانسیل دو سر هر خازن و (ب) بار روی صفحهٔ چپ هر خازن چقدر است؟ (پ) در حین باردارشدن، چه بار خالصی از سنجه می‌گذرد؟



شکل ۲۱-۲۰ پرسش ۲

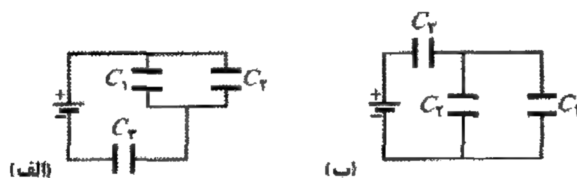
۳- در هر کدام از مدارهای شکل ۲۱-۲۱، آیا اتصال خازنها به طور متوالی است یا موازی، یا هیچ‌کدام؟

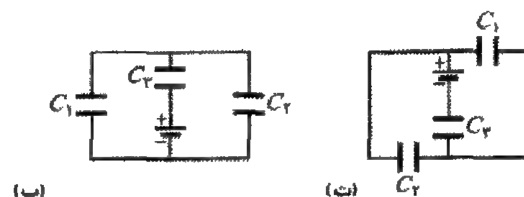


شکل ۲۱-۲۱ پرسش ۲

۴- ظرفیت معادل C_{eq} سه خازن، هر یک به ظرفیت C، در صورتی که آنها به یک باتری (الف) به طور متوالی و (ب) به طور موازی، بسته شده باشند چقدر است؟ (پ) در کدام آرایش بار بیشتری روی خازن معادل وجود دارد؟

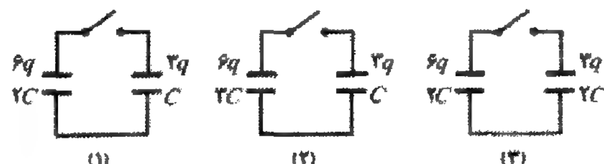
۵- (الف) در شکل ۲۱-۲۲ الف، آیا خازنهای ۱ و ۳ متوالی‌اند؟ (ب) در همان شکل، آیا خازنهای ۱ و ۲ موازی‌اند؟ (پ) ظرفیتهای معادل چهار مدار نشان داده شده در شکل ۲۱-۲۲ را از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.





شکل ۲۱-۲۲ پرسش ۵

۶- شکل ۲۱-۲۳، سه مدار را نشان می‌دهد که هر یک شامل یک کلید و دو خازن است که در ابتدا به ترتیبی که نشان داده شده است (صفحهٔ مثبت در بالا) باردار شده‌اند. پس از آنکه کلیدها بسته شدند، در کدام مدار (در صورت وجود) بار روی خازن طرف چپ (الف) افزایش می‌یابد، (ب) کاهش می‌یابد، و (پ) بدون تغییر باقی می‌ماند؟



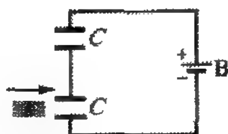
شکل ۲۱-۲۳ پرسش ۶

۷- نخست، تکْ خازن C_1 را به یک باتری وصل می‌کنیم. سپس C_2 را به طور موازی به آن می‌بندیم. آیا اکنون (الف) اختلاف پتانسیل دو سر C_1 و (ب) بار q_1 روی C_1، از حالت قبلی بیشتر است یا کمتر، یا با آن مساوی است؟ (پ) آیا ظرفیت معادل C_{12} خازنهای C_1 و C_2 از C_1 بیشتر است یا کمتر یا برابر با آن است؟ (ت) آیا بار ذخیره شده روی مجموع C_1 و C_2 از بار ذخیره شدهٔ قبلی روی C_1 بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟

۸- پرسش ۷ را برای وضعیتی که C_2 به جای آنکه موازی وصل شود، به طور متوالی متصل شود، تکرار کنید.

۹- می‌خواهیم خازنهای C_1 و C_2 را، با $C_1 > C_2$، نخست به طور جداگانه، سپس به طور متوالی و سرانجام به طور موازی به یک باتری متصل کنیم. این آرایشها را بنا بر مقدار بار ذخیره شده از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.

۱۰- وقتی یک تیغهٔ دی‌الکتریک میان صفحه‌های یکی از دو خازن مشابه شکل ۲۱-۲۴ قرار گیرد، آیا ویژگیهای این خازن (الف) ظرفیت، (ب) بار، (پ) اختلاف پتانسیل، و (ت) انرژی پتانسیل، افزایش می‌یابند یا کاهش یا یکسان می‌مانند؟ (ث) در مورد خازن دیگر چطور؟



شکل ۲۱-۲۴ پرسش ۱۰

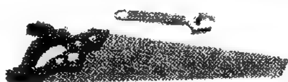
۱۱- یک خازن صفحه- موازی به یک باتری با اختلاف پتانسیل الکتریکی V متصل شده است. اگر فاصلهٔ صفحه‌ها کاهش یابد، آیا کمیتهای زیر افزایش می‌یابند یا کاهش، یا یکسان می‌مانند؟ (الف) ظرفیت خازن، (ب) اختلاف پتانسیل دو سرخازن، (پ) بار روی خازن، (ت) انرژی ذخیره شده توسط خازن، (ث) بزرگی میدان الکتریکی میان صفحه‌ها، و (ج) چگالی انرژی آن میدان الکتریکی.

مسئله‌ها

GO مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس)
SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها
WWW: پاسخ در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.
ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.
••• تعداد نقطه‌ها درجهٔ دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.
اطلاعات اضافی در سیرک پرندهٔ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

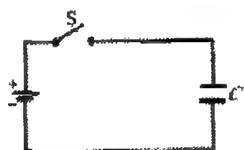
بخش ۲۱-۲ ظرفیت

•۱- دو جسم فلزی شکل ۲۱-۲۵ دارای بارهای خالص $+70\,pC$ و $-70\,pC$ هستند که منجر به اختلاف پتانسیل $20\,V$ بین آنها می‌شود. (الف) ظرفیت این دستگاه چقدر است؟ (ب) اگر بارها به $+200\,pC$ و $-200\,pC$ تغییر داده شوند، این ظرفیت چقدر می‌شود؟ (پ) اختلاف پتانسیل چقدر می‌شود؟



شکل ۲۱-۲۵ مسئلهٔ ۱

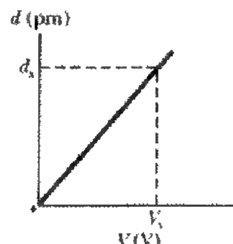
•۲- خازن شکل ۲۱-۲۶ دارای ظرفیت $25\,\mu F$ و در ابتدا بدون بار است. باتری اختلاف پتانسیل $120\,V$ را فراهم می‌کند. پس از آنکه کلید S بسته شود، چقدر بار از آن خواهد گذشت؟



شکل ۲۱-۲۶ مسئلهٔ ۲

بخش ۲۱-۳ محاسبهٔ ظرفیت

۳- اگر خازن تخت (صفحه- موازی) بدون باری (با ظرفیت C) به باتری وصل شود، براثر حرکت الکترونها به روی صفحه (مساحت A) یک صفحه بار منفی پیدا می‌کند. در شکل ۲۱-۲۷، عمق d که الکترونها از صفحه خارج می‌شوند در یک خازن نوعی برحسب گسترهٔ مقدارهایی برای اختلاف پتانسیل V باتری رسم شده است. مقیاس قائم با $d_s = ۱/۰۰\text{pm}$ و مقیاس افقی با $V_s = ۲۰/۰V$ مشخص شده است. نسبت C/A چقدر است؟



شکل ۲۱-۲۷ مسئلهٔ ۳

●۴- می‌خواهیم با دو صفحهٔ تخت فلزی، هر یک به مساحت $۱/۰۰\text{m}^2$، یک خازن تخت بسازیم. (الف) اگر ظرفیت این خازن ۱/۰۰F باشد، فاصلهٔ میان صفحه‌های آن باید چقدر باشد؟ (ب) آیا در عمل، این خازن را می‌توان ساخت؟

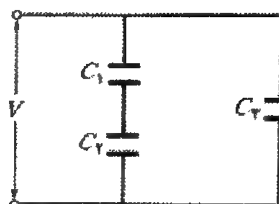
●۵- یک خازن تخت دارای صفحه‌هایی دایره‌ای به شعاع ۸/۲۰cm، و فاصلهٔ صفحه‌های آن ۱/۳۰cm است. (الف) ظرفیت این خازن را محاسبه کنید. (ب) اگر اختلاف پتانسیل ۱۲۰V بین صفحه‌ها اعمال شده باشد، چقدر بار روی صفحه‌ها ظاهر می‌شود؟ SSM

●۶- شعاعهای صفحه‌های یک خازن کروی ۳۸/۰mm و ۴۰/۰mm است. (الف) ظرفیت این خازن را محاسبه کنید. (ب) مساحت صفحهٔ یک خازن تخت با همان فاصلهٔ صفحه‌ها و همان ظرفیت، باید چقدر باشد؟

●۷- فرض کنید یک قطرهٔ جیوه، کره‌ای منزوی است. ظرفیت خازنی که از ترکیب دو قطره هر یک به شعاع $R = ۲/۰۰\text{mm}$ حاصل می‌شود چقدر است؟ SSM

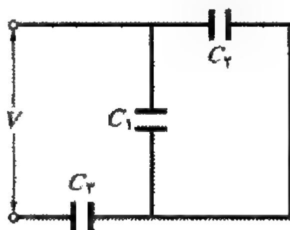
بخش ۲۱-۴ خازنهای موازی و متوالی

●۸- در شکل ۲۱-۲۸، ظرفیت معادل ترکیب را پیدا کنید. فرض کنید C_1 برابر $۱۰/۰\mu F$، C_2 برابر $۵/۰۰\mu F$، و $C_3 = ۴/۰۰\mu F$ است.



شکل ۲۱-۲۸ مسئله‌های ۸ و ۳۶

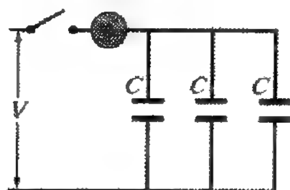
●۹- در شکل ۲۱-۲۹، ظرفیت معادل ترکیب را پیدا کنید. فرض کنید $C_1 = ۱۰/۰\mu F$ ، $C_2 = ۵/۰۰\mu F$ ، و $C_3 = ۴/۰۰\mu F$ .ILW



شکل ۲۱-۲۹ مسئله‌های ۹، ۱۳، و ۳۴

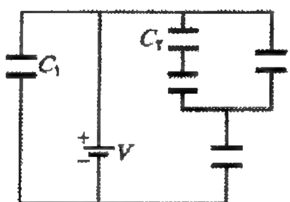
●۱۰- چند خازن با ظرفیت $۱/۰۰\mu F$ باید به طور موازی بسته شوند تا به ازای اختلاف پتانسیل ۱۱۰V در دو سرخازنها، بار ۱/۰۰C در آن ذخیره شود؟ SSM

●۱۱- هر یک از خازنهای بدون بار شکل ۲۱-۳۰ دارای ظرفیت $۲۵/۰\mu F$ است. وقتی کلید بسته شود، اختلاف پتانسیل $V = ۴۲۰۰V$ برقرار می‌گردد. چند کولن بار از سنجهٔ A می‌گذرد؟



شکل ۲۱-۳۰ مسئلهٔ ۱۱

●●۱۲- در شکل ۲۱-۳۱، اختلاف پتانسیل باتری ۱۰V و ظرفیت هر یک از پنج خازن برابر با $۱۰/۰\mu F$ است. بار روی (الف) خازن ۱ و (ب) خازن ۲ چقدر است؟



شکل ۲۱-۳۱ مسئلهٔ ۱۲

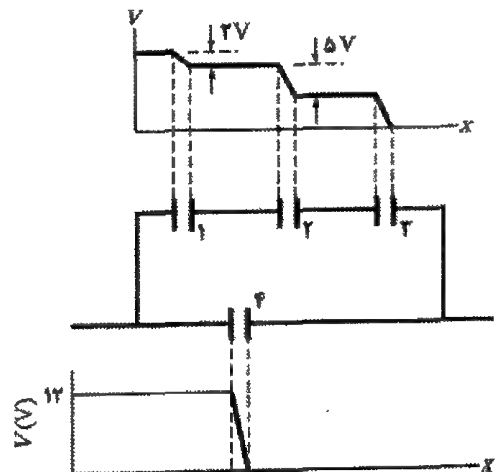
●●۱۳- در شکل ۲۱-۲۹، اختلاف پتانسیل $V = ۱۰۰/۰V$ به دو سر یک آرایش خازنی با ظرفیتهای $C_1 = ۱۰/۰\mu F$ ، $C_2 = ۵/۰۰\mu F$ ، و $C_3 = ۴/۰۰\mu F$ اعمال شده است. اگر خازن ۳ فروشکست الکتریکی پیدا کند، به گونه‌ای که معادل یک سیم رسانا شود، (الف) بار روی خازن ۱ و (ب) اختلاف پتانسیل دو سرخازن ۱، چقدر افزایش می‌یابد؟

●●۱۴- دو خازن تخت، هریک با ظرفیت $۶/۰\mu F$ ، به طور موازی به یک باتری ۱۰ ولتی بسته شده‌اند. سپس فاصلهٔ صفحه‌های یکی از این دو خازن نصف می‌شود. بر اثر این کم شدن فاصله (الف) چقدر بار اضافی توسط باتری به خازنها منتقل می‌شود؟ و (ب) افزایش بار خالص ذخیره شده در خازنها چقدر است؟

●●۱۵- خازنی با ظرفیت ۱۰۰pF تا اختلاف پتانسیل ۵۰V باردار و سپس باتری بادار کننده برداشته می‌شود. حال این خازن را به طور موازی به خازن دیگری (که در ابتدا بدون بار

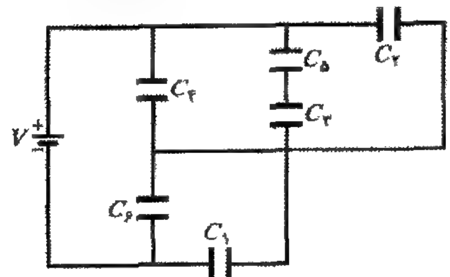
است) متصل می‌کنیم. اگر اختلاف پتانسیل دو سر خازن اول تا ۳۵V افت کند، ظرفیت خازن دوم چقدر است؟ ILW SSM

۱۶- شکل ۲۱-۳۲ بخشی از مدار مربوط به چهار خازن پر شده از هوا را که به مدار بزرگتری متصل شده است، نشان می‌دهد. نمودار زیر این بخش، پتانسیل الکتریکی $V(x)$ را برحسب تابعی از مکان x روی قسمت پایینتر این بخش، عبوری از خازن ۴، نشان می‌دهد. به همین ترتیب، نمودار بالای این بخش، پتانسیل الکتریکی $V(x)$ را برحسب تابعی از مکان x روی قسمت بالاتر این بخش، عبوری از خازنهای ۱، ۲، ۳، نشان می‌دهد. ظرفیت خازن ۳ برابر با $0/80\mu F$ است. ظرفیتهای (الف) خازن ۱ و (ب) خازن ۲ چقدر است؟



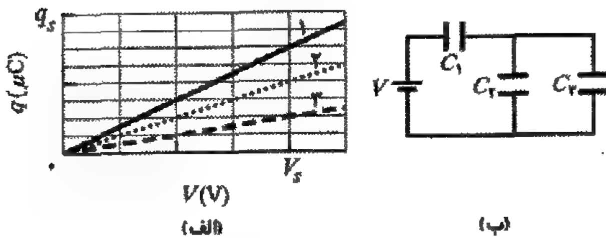
شکل ۲۱-۳۲ مسئلهٔ ۱۶

۱۷●●- در شکل ۲۱-۳۳، یک باتری ۲۰ ولتی به دو سر خازنهایی به ظرفیتهای $C_1=C_6=3/00\mu F$ و $C_3=C_5=2/00 C_2=4/00\mu F$، بسته شده است. (الف) ظرفیت معادل C_{eq} خازنها و (ب) بار ذخیره شده توسط C_{eq} چقدر است؟ (پ) V_1 و(ت) q_1 خازن ۱، (ث) V_2 و (ج) q_2 خازن ۲، (چ) V_3 و (ح) q_3 خازن ۳ چقدر است؟



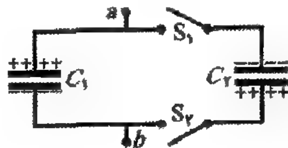
شکل ۲۱-۳۳ مسئلهٔ ۱۷

۱۸●●- نمودار ۱ در شکل ۲۱-۳۴ الف، بار q را که می‌تواند در خازن ۱ ذخیره شود برحسب پتانسیل الکتریکی V برقرار شده در دو سر آن، به دست می‌دهد. مقیاس قائم با $q_s=16/0\mu C$ و مقیاس افقی با $V_s=2/0V$ مشخص شده است. نمودارهای ۲ و ۳، نمودارهای مشابهی به ترتیب برای خازنهای ۲ و ۳ هستند. شکل ۲۱-۳۴ ب مداری با این سه خازن و یک باتری $6/0V$ را نشان می‌دهد. چه باری در خازن ۲ در این مدار ذخیره شده است؟



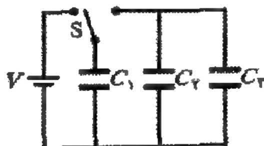
شکل ۲۱-۳۴ مسئلهٔ ۱۸

۱۹●●- در شکل ۲۱-۳۵، ظرفیتها عبارت‌اند از $C_1=1/0\mu F$ و $C_2=3/0\mu F$، و هر دو خازن تا اختلاف پتانسیل $V=100V$، ولی به ترتیبی که نشان داده شده است با قطبیدگی مخالف، باردار شده‌اند. کلیدهای S_1 و S_2 بسته می‌شوند. (الف) اکنون اختلاف پتانسیل میان نقطه‌های a و b چقدر است؟ در این موقع بار روی خازن (ب) ۱ و (پ) ۲ چقدر است؟ WWW SSM



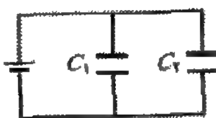
شکل ۲۱-۳۵ مسئلهٔ ۱۹

۲۰- در شکل ۲۱-۳۶، $V=10V$، $C_1=10\mu F$، و $C_2=C_3=20\mu F$ است. کلید S نخست به طرف چپ زده می‌شود تا خازن ۱ به وضعیت تعادل برسد. سپس کلید به طرف راست زده می‌شود. وقتی وضعیت تعادل دوباره به دست آید، چقدر بار روی خازن ۱ است؟



شکل ۲۱-۳۶ مسئلهٔ ۲۰

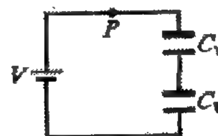
۲۱●●- در شکل ۲۱-۳۷، دو خازن تخت (با هوا در میان صفحه‌های آن) به یک باتری وصل شده است. خازن ۱ دارای مساحت صفحهٔ $1/5cm^2$ و یک میدان الکتریکی (میان صفحه‌های آن) به بزرگی $2000 V/m$ است. خازن ۲ دارای مساحت صفحهٔ $0/70cm^2$ و یک میدان الکتریکی به بزرگی $1500V/m$ است. بار کل روی دو خازن چقدر است؟



شکل ۲۱-۳۷ مسئلهٔ ۲۱

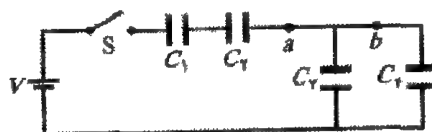
۲۲●●- شکل ۲۱-۳۸ دو خازن استوانه‌ای پر از هوا را نشان می‌دهد که به طور متوالی به دو سر یک باتری با پتانسیل $V=10V$ بسته شده‌اند. خازن ۱ دارای یک صفحهٔ داخلی به

شعاع $5/0 mm$ ، یک صفحهٔ خارجی به شعاع $1/5 cm$ ، و طول $5/0 cm$ است. خازن ۲ دارای یک صفحهٔ داخلی به شعاع $2/5 mm$ ، یک صفحهٔ خارجی به شعاع $1/0 cm$ ، و طول $9/0 cm$ است. صفحهٔ خارجی خازن ۲ از جنس یک غشاء آلی رساناست که می‌تواند کشیده شود، و بدین ترتیب با زیاد شدن فاصلهٔ صفحه‌ها، ظرفیت این خازن افزایش می‌یابد. اگر براثر کش آمدن، شعاع صفحهٔ خارجی تا $2/5 cm$ افزایش یابد (الف) چه تعداد الکترون از نقطهٔ P می‌گذرند و (ب) آیا آنها به سوی باتری حرکت می‌کنند یا در جهت دورشدن از آن؟



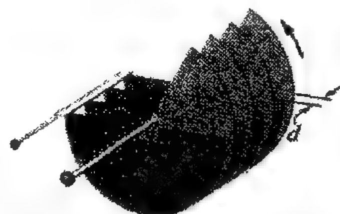
شکل ۲۱–۳۸ مسئلهٔ ۲۲

۲۳●●– در شکل ۲۱–۳۹، باتری دارای اختلاف پتانسیل $V = 9/0 V$، $C_2 = 3/0 \mu F$ ، $C_4 = 4/0 \mu F$ ، و همهٔ خازنها در ابتدا بدون بارند. وقتی کلید S بسته شود، بار کل $12 \mu C$ از نقطهٔ a و بار کل $8/0 \mu C$ از نقطهٔ b عبور می‌کند. (الف) C_1 و (ب) C_3 چقدر است؟



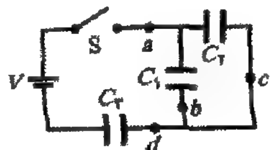
شکل ۲۱–۳۹ مسئلهٔ ۲۳

۲۴– شکل ۲۱–۴۰ خازن متغیری «با فاصلهٔ هوا» را نشان می‌دهد که برای میزان کردن دستی رادیوها به کار می‌رود. صفحه‌ها به طور یک درمیان به یکدیگر متصل شده‌اند؛ یک دسته از صفحه‌ها در مکان خود ثابت‌اند، و دسته‌ای دیگر می‌توانند بچرخند. خازنی با $n = 8$ صفحه با قطبیت یک در میان، هر یک به مساحت $A = 1/25 cm^2$ و فاصلهٔ صفحه‌های مجاور برابر $d = 3/40 mm$ را در نظر بگیرید. ظرفیت بیشینهٔ این خازن چقدر است؟



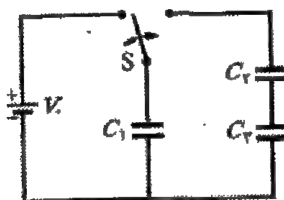
شکل ۲۱–۴۰ مسئلهٔ ۲۴

۲۵●●– خازنها در شکل ۲۱–۴۱ در ابتدا بدون بارند. ظرفیتها عبارت‌اند از: $C_1 = 4/0 \mu F$ ، $C_2 = 8/0 \mu F$ ، و $C_3 = 12 \mu F$ و اختلاف پتانسیل باتری $V = 12 V$ است. وقتی کلید S بسته شود، چه تعداد الکترون از (الف) نقطهٔ a ، (ب) نقطهٔ b ، (پ) نقطهٔ c ، و (ت) نقطهٔ d می‌گذرد؟ در شکل، آیا الکترونها به طرف بالا یا به طرف پایین از (ث) نقطهٔ b و (ج) نقطهٔ c می‌گذرند؟



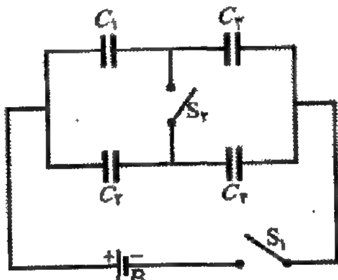
شکل ۲۱–۴۱ مسئلهٔ ۲۵

۲۶●●●– شکل ۲۱–۴۲، یک باتری ۱۲ ولتی و سه خازن بدون بار به ظرفیتهای $C_1 = 4/00 \mu F$ ، $C_2 = 6/00 \mu F$، و $C_3 = 3/00 \mu F$ را نشان می‌دهد. کلید به طرف چپ زده می‌شود تا اینکه خازن ۱ به طور کامل باردار شود. سپس کلید به طرف راست زده می‌شود. بار نهایی روی (الف) خازن ۱، (ب) خازن ۲ و (پ) خازن ۳ چقدر است؟



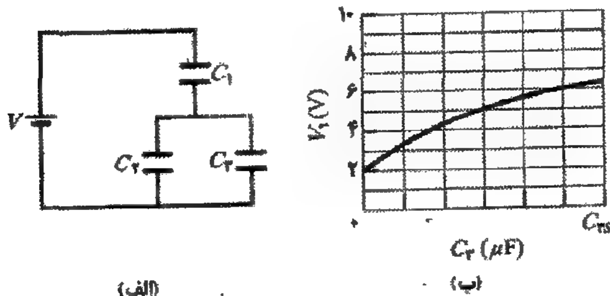
شکل ۲۱–۴۲ مسئلهٔ ۲۶

۲۷●●●– شکل ۲۱–۴۳ یک باتری ۱۲/۰ ولتی و چهار خازن بدون بار با ظرفیتهای $C_1 = 1/00 \mu F$ ، $C_2 = 2/00 \mu F$ ، $C_3 = 3/00 \mu F$ ، و $C_4 = 4/00 \mu F$ را نشان می‌دهد. اگر فقط کلید S_1 بسته شود، بار روی (الف) خازن ۱، (ب) خازن ۲ ، (پ) خازن ۳ ، و (ت) خازن ۴ چقدر می‌شود؟ اگر هر دو کلید بسته شوند، بار روی (ث) خازن ۱ ، (ج) خازن ۲ ، (چ) خازن ۳، و (ح) خازن ۴ چقدر می‌شود؟



شکل ۲۱–۴۳ مسئلهٔ ۲۷

۲۸●●●– خازن ۳ در شکل ۲۱–۴۴ الف یک *خازن متغیر* است (ظرفیت C_3 آن می‌تواند تغییر کند). شکل ۲۱–۴۴ ب، پتانسیل الکتریکی V_1 در دو سر خازن ۱ را برحسب C_3 به دست می‌دهد.



شکل ۲۱–۴۴ مسئلهٔ ۲۸

مقیاس محور افقی با C_{3s}=۱۲/۰μF مشخص شده است. پتانسیل الکتریکی V_1 وقتی $C_3\to\infty$ میل کند به مجانب ۱۰V می‌رسد. (الف) پتانسیل الکتریکی V در دو سر باتری، (ب) C_1، و (پ) C_2 چقدر است؟

بخش ۲۱-۵ انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی

•۲۹- خازنی به ظرفیت ۲/۰μF با خازن دیگری به ظرفیت ۴/۰μF به طور موازی به اختلاف پتانسیل ۳۰۰V بسته شده‌اند. انرژی کل ذخیره شده در خازنها را محاسبه کنید. SSM

•۳۰- یک خازن تخت پر از هوا به مساحت ۴۰cm² و فاصلهٔ صفحه‌های ۱/۰mm تا اختلاف پتانسیل ۶۰۰V باردار شده است. مطلوب است (الف) ظرفیت، (ب) بزرگی بار روی هرصفحه، (پ) انرژی ذخیره شده، (ت) میدان الکتریکی میان صفحه‌ها و (ث) چگالی انرژی میان صفحه‌ها.

•۳۱- برای آنکه ۱۰kW.h انرژی با اختلاف پتانسیل ۱۰۰۰V ذخیره شود، به چه ظرفیتی نیاز است؟

•۳۲- چقدر انرژی در ۱/۰۰m³ هوا، بر اثر میدان الکتریکی در «هوای صاف» به بزرگی ۱۵۰V/m ذخیره می‌شود؟

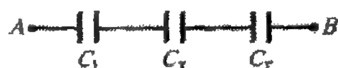
••۳۳- فرض کنید یک الکترون ساکن، باری نقطه‌ای است. مطلوب‌است چگالی u میدان الکتریکی آن در فاصله‌های شعاعی (الف) r=۱/۰۰mm، (ب) r=۱/۰۰μm، (پ) r=۱/۰۰nm، و (ت) r=۱/۰۰pm. (ث) u در حد $r\to 0$ چقدر است؟

••۳۴- در شکل ۲۱-۲۹، اختلاف پتانسیل V=۱۰۰V به دو سر یک آرایش خازنی با ظرفیتهای C_1=۱۰/۰μF، C_2=۵/۰۰μF، و C_3=۱۵/۰۰μF اعمال شده است. مطلوب است (الف) بار q_3، (ب) اختلاف پتانسیل V_3، و (پ) انرژی ذخیره شدهٔ U_3 در خازن ۳، (ت) q_1، (ث) V_1 و (ج) U_1 برای خازن ۱، و (چ) q_2، (ح) V_2، و (خ) U_2 برای خازن ۲.

••۳۵- صفحه‌های موازی یک خازن، با مساحت ۸/۵۰cm² و فاصلهٔ پر از هوا برابر ۳/۰۰mm، توسط یک باتری ۶/۰۰V باردار شده است. سپس باتری برداشته شده و صفحه‌ها (بدون تخلیه) در فاصلهٔ ۸/۰۰mm از یکدیگر قرار داده می‌شوند. با چشمپوشی از اثر لبه‌ها (الف) اختلاف پتانسیل میان صفحه‌ها، (ب) انرژی ذخیره شدهٔ اولیه و (پ) انرژی ذخیره شدهٔ نهایی، و (ت) کار لازم برای جداکردن صفحه‌ها را به دست آورید؟ WWW ILW SSM

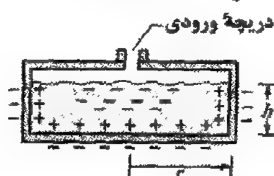
••۳۶- در شکل ۲۱-۲۸، اختلاف پتانسیل V=۱۰۰V به دو سر یک آرایش خازنی با ظرفیتهای C_1=۱۰/۰μF، C_2=۵/۰۰μF، و C_3=۴/۰μF اعمال شده است. مطلوب است (الف) بار q_3، (ب) اختلاف پتانسیل V_3، و (پ) انرژی ذخیره شدهٔ U_3 در خازن ۳، (ت) q_1، (ث) V_1، و (ج) U_1 برای خازن ۱، و (چ) q_2، (ح) V_2، و (خ) U_2 برای خازن ۲.

••۳۷- در شکل ۲۱-۴۵، C_1=۱۰/۰μF، C_2=۲۰/۰μF، و C_3=۲۵/۰μF است. اگر هیچ خازنی نتواند اختلاف پتانسیلی بیش از ۱۰۰V را بدون فروشکست الکتریکی تاب بیاورد، (الف) بزرگی اختلاف پتانسیل بیشینه‌ای که می‌تواند میان نقطه‌های A و B به‌وجود آید و (ب) انرژی بیشینه‌ای که می‌تواند در این آرایش سه خازنی ذخیره شود، چقدر است؟



شکل ۲۱-۴۵ مسئلهٔ ۳۷

۳۸- به عنوان یک مهندس ایمنی، شما باید عمل ذخیره‌سازی مایعات رسانای قابل اشتعال را در یک محفظهٔ نارسانا ارزیابی کنید. شرکت تولید کنندهٔ یک مایع معین، از یک محفظهٔ کوتاه و ضخیم پلاستیکی به شعاع r=۰/۲۰m استفاده کرده است و آن را تا بلندی h=۱۰cm، که ارتفاع کامل سطح داخلی محفظه نیست، پر می‌کند (شکل ۲۱-۴۶). بررسیهای شما نشان می‌دهد که در حین جابه‌جایی محفظه در شرکت، سطح خارجی آن، یک چگالی بار منفی به بزرگی ۲/۰μC/m² (تقریباً یکنواخت) به دست می‌آورد. چون مایع یک مادهٔ رساناست، بار روی محفظه باعث جدایی بار در داخل مایع می‌شود. (الف) چقدر بار منفی در بخش مرکزی مایع القا شده است؟ (ب) فرض کنید ظرفیت بخش مرکزی مایع نسبت به زمین ۳۵ pF است. انرژی پتانسیل وابسته به بار منفی در این خازن مؤثر چقدر است؟ (پ) اگر جرقه‌ای میان زمین و بخش مرکزی مایع (از طریق دریچهٔ ورودی) رخ دهد، این انرژی پتانسیل می‌تواند جرقه را تقویت کند. کمینهٔ انرژی جرقه که برای مشتعل ساختن مایع لازم است برابر با ۱۰mJ است. در این وضعیت، آیا جرقه می‌تواند مایع را مشتعل کند؟



شکل ۲۱-۴۶ مسئلهٔ ۳۸

••۳۹- یک کرهٔ فلزی منزوی باردار به قطر ۱۰cm دارای پتانسیل ۸۰۰۰V نسبت به V=۰ در بینهایت است. چگالی انرژی را در میدان الکتریکی نزدیک به سطح کره محاسبه کنید.

بخش ۲۱-۶ خازن با دی‌الکتریک

•۴۰- یک خازن تخت پر از هوا دارای ظرفیت ۵۰pF است. (الف) اگر مساحت هر یک از صفحه‌ها ۰/۳۵m² باشد، فاصلهٔ آنها چقدر است؟ (ب) اگر اکنون ناحیهٔ میان صفحه‌ها با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک κ=۵/۶ پرشود، ظرفیت خازن چقدر می‌شود؟

•۴۱- از شما خواسته شده است که یک خازن پر از هوا به ظرفیت ۷/۴pF را به خازنی تبدیل کنید که با اختلاف پتانسیل بیشینهٔ ۶۵۲V تا انرژی ۷/۴μJ را ذخیره کند. اگر هیچ‌گونه

شبهۀ کناره‌ای وجود نداشته باشد از کدام دی‌الکتریک در جدول ۲۱-۱ باید برای پرکردن فضای بین صفحه‌های خازن استفاده کنید؟ SSM

●۴۲- یک خازن تخت پر از هوا دارای ظرفیت 1/3pF است. فاصلۀ صفحه‌ها را دو برابر می‌کنیم و میان آنها موم قرار می‌دهیم. ظرفیت جدید 2/6pF است. ثابت دی‌الکتریک موم را به دست آورید.

●۴۳- کابل هم‌محوری که در یک خط انتقال به کار گرفته می‌شود دارای شعاع داخلی 0/10mm و شعاع خارجی 0/60mm است. ظرفیت به ازای متر را برای این کابل محاسبه کنید. فرض کنید فضای میان رساناها با پلی استیرن پر شده است؟ SSM

●●۴۴- در شکل ۲۱-۴۷، چقدر بار توسط باتری ۱۲/۰ ولتی روی خازنهای تخت ذخیره شده است؟ یکی از آنها با هوا، و دیگری با دی‌الکتریکی با ثابت $\kappa=3/00$ پر شده است. مساحت صفحۀ دو خازن $5/00\times10^{-3}m^2$ و فاصلۀ صفحه‌ها 2/00mm است.



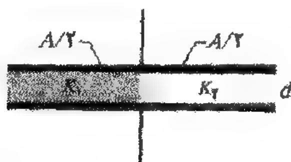
شکل ۲۱-۴۷ مسئلۀ ۴۴

●●۴۵- مادۀ معینی دارای ثابت دی‌الکتریک ۲/۸ و استحکام دی‌الکتریک 18MV/m است. اگر از این ماده به عنوان دی‌الکتریک در خازن تخت استفاده شود، مساحت کمینۀ صفحه‌های خازن باید چقدر باشد تا ظرفیت $7/0\times10^{-2}\mu F$ به دست آید و تضمین شود که خازن می‌تواند اختلاف پتانسیل 4/0kV را تاب بیاورد؟ ILW SSM

●●۴۶- از شما خواسته شده است که خازنی با ظرفیت نزدیک به 1nF و پتانسیل فروشکست بیش از 10000V را بسازید. به نظرتان می‌رسد که از یک لیوان پیرکس بلند به عنوان دی‌الکتریک استفاده کنید و سطحهای خمیدۀ داخلی و خارجی آن را با ورقه‌های آلومینیومی به عنوان صفحه‌های خازن بپوشانید. بلندی لیوان 15cm، شعاع داخلی آن 3/6cm و شعاع خارجی آن 3/8 cm است. (الف) ظرفیت و (ب) پتانسیل فروشکست این خازن چقدر است؟

●●۴۷- خازن تخت معینی با دی‌الکتریکی با ثابت $\kappa=5/5$ پر شده است. مساحت هر صفحۀ آن $0/034m^2$ است و صفحه‌ها 2/0mm از یکدیگر فاصله دارند. اگر میدان الکتریکی میان صفحه‌ها از 200kN/C تجاوز کند، خازن فرو می‌ریزد (اتصال کوتاه شده و می‌سوزد). انرژی بیشینه‌ای که می‌تواند در خازن ذخیره شود چقدر است؟

●●۴۸- شکل ۲۱-۴۸ یک خازن تخت با مساحت صفحۀ $A=5/56cm^2$ و فاصلۀ صفحه‌های $d=56/5$ mm را نشان می‌دهد. نیمۀ سمت چپ فضای خالی میان صفحه‌ها با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک $\kappa_1=7/00$ و نیمۀ سمت راست آن با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک $\kappa_2=12/0$ پر شده است. ظرفیت این خازن چقدر است؟



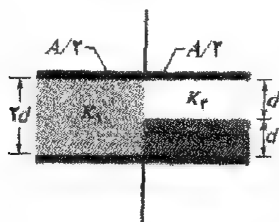
شکل ۲۱-۴۸ مسئلۀ ۴۸

●●۴۹- شکل ۲۱-۴۹ یک خازن تخت با مساحت صفحۀ $A=7/89cm^2$ و فاصلۀ صفحه‌ها برابر $d=4/62$ mm را نشان می‌دهد. نیمۀ بالایی فضای خالی میان صفحه‌ها با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک $\kappa_1=11/0$ و نیمۀ پایینی آن با ماده‌ای با ثابت دی الکتریک $\kappa_2=12/0$ پر شده است. ظرفیت این خازن چقدر است؟



شکل ۲۱-۴۹ مسئلۀ ۴۹

●●۵۰- شکل ۲۱-۵۰ یک خازن تخت با مساحت صفحۀ $A=10/5cm^2$ و فاصلۀ صفحه‌های $2d=7/12$ mm را نشان می‌دهد. نیمۀ سمت چپ فضای خالی میان صفحه‌ها با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک $\kappa_1=21/0$ و نیمۀ بالایی سمت راست آن با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک $\kappa_2=42/0$، و نیمۀ پایینی سمت راست آن با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک $\kappa_3=58/0$ پر شده است. ظرفیت این خازن چقدر است؟



شکل ۲۱-۵۰ مسئلۀ ۵۰

بخش ۸-۵۱ دی الکتریکها و قانون گاؤس

●۵۱- یک خازن تخت دارای ظرفیت 100pF، مساحت صفحۀ $100cm^2$، و دی الکتریکی از جنس میکا ($\kappa=5/4$) است که فضای میان صفحه‌ها را به طور کامل پر کرده است. در اختلاف پتانسیل 50V، (الف) بزرگی میدان الکتریکی E در میکا، (ب) بزرگی بار آزاد روی صفحه‌ها و (پ) بزرگی بار القا شده روی میکا را محاسبه کنید. WWW SSM

••۵۲- در مسئلهٔ نمونهٔ ۲۱-۷، فرض کنید در حالی که تیغهٔ دی‌الکتریک قرار داده می‌شود، باتری متصل بماند. (الف) ظرفیت، (ب) بار روی صفحه‌های خازن، (پ) میدان الکتریکی در فضای خالی، و (ت) میدان الکتریکی در تیغهٔ را، پس از آنکه تیغهٔ قرار داده شد محاسبه کنید.

••۵۳- فضای میان دو پوستهٔ کروی رسانای هم‌مرکز به شعاعهای $b=1/70\,cm$ و $a=1/20\,cm$ با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک $\kappa=23/5$ پرشده است. اختلاف پتانسیل $V=73/0\,V$ بین پوسته‌های داخلی و خارجی برقرار شده است. (الف) ظرفیت دستگاه، (ب) بار آزاد q روی پوستهٔ داخلی، و (پ) بار q' که روی سطح پوستهٔ داخلی القا شده است را تعیین کنید. SSM

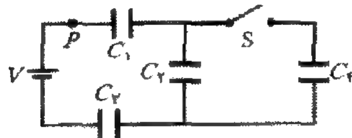
••۵۴- به دو صفحهٔ موازی به مساحت $100\,cm^2$ بارهایی به بزرگی $8/9\times10^{-7}C$ و علامتهای مخالف داده شده‌اند. میدان الکتریکی در داخل مادهٔ دی‌الکتریکی که فضای میان صفحه‌ها را پرکرده است برابر با $1/4\times10^{6}\,V/m$ است. (الف) ثابت دی الکتریک این ماده را محاسبه کنید. (ب) بزرگی بار القا شده روی هر سطح دی‌الکتریک را تعیین کنید.

••۵۵- یک خازن تخت دارای صفحه‌هایی به مساحت $0/12\,m^2$ و فاصلهٔ $1/2\,cm$ است. یک باتری صفحه‌ها را تا اختلاف پتانسیل $120\,V$ باردار می‌کند و سپس برداشته می‌شود. آنگاه یک تیغهٔ دی‌الکتریک به ضخامت $4/0\,mm$ و ثابت دی‌الکتریک ۴/۸ به طور متقارن میان صفحه‌ها قرار داده می‌شود. (الف) پیش از آنکه تیغه قرار قرار داده شود، ظرفیت خازن چقدر است؟ (ب) پس از آنکه تیغه قرارداده شد، ظرفیت خازن چقدر است؟ بار آزاد q (پ) پیش و (ت) پس از آنکه تیغه قرار داده شد چقدر است؟ بزرگی میدان الکتریکی (ث) در فضای میان صفحه‌ها و دی‌الکتریک و (ج) در خود دی الکتریک چقدر است؟ (چ) با وجود تیغه، اختلاف پتانسیل دو سر صفحه‌ها چقدر است؟ (ح) در حین قراردادن تیغه چقدر کار خارجی صورت گرفته است؟

مسئله‌های اضافی

۵۶- *معمای خرده‌های شکلات.* این داستان با مسئلهٔ ۵۶ فصل ۱۹ شروع شده است. به عنوان بخشی از بررسیها در مورد دلایل انفجار کارخانهٔ بیسکویت‌سازی، پتانسیل الکتریکی کارگران در هنگام تخلیهٔ بسته‌های پودر شکلات به داخل سطل بارگیری که باعث به وجود آمدن ابری از پودر در اطراف آنها می‌شد، اندازه‌گیری شد. هر کارگر نسبت به زمین، که پتانسیل الکتریکی آن صفر در نظر گرفته شد، حدود $7/0\,kV$ پتانسیل الکتریکی داشت. (الف) با فرض اینکه هر کارگر خازن مؤثری با ظرفیت نوعی $200\,pF$ است، انرژی ذخیره شده در این خازن مؤثر را بیابید. اگر یک جرقهٔ تنها بین کارگر و هرجسم رسانای متصل به زمین زده شود، کارگر از لحاظ بار خنثی می‌شود و این انرژی به جرقه منتقل می‌گردد. بنا بر اندازه‌گیریهای انجام شده، انرژی جرقه‌ای که بتواند باعث آتش گرفتن ابری از پودر خرده‌های شکلات و در نتیجه، انفجار شود باید دست کم $150\,mJ$ باشد. (ب) آیا جرقه‌ای از یک کارگر می‌توانست باعث انفجار در ابر پودرهای اطراف سطل بارگیری شود؟ (این داستان با مسئلهٔ ۵۶ فصل ۲۲ ادامه می‌یابد.)

۵۷- شکل ۲۱-۵۱، خازن ۱ ($C_1=8/00\,\mu F$)، خازن ۲ ($C_2=6/00\,\mu F$)، و خازن ۳ ($C_3=8/00\,\mu F$) را نشان می‌دهد که به یک باتری $12/0\,V$ متصل شده‌اند. وقتی کلید S بسته شده و در نتیجه خازن بدون بار ۴ ($C_4=6/00\,\mu F$) به مدار متصل شود، (الف) چقدر بار به وسیلهٔ باتری از نقطهٔ P می‌گذرد؟ و (ب) چقدر بار روی خازن ۴ ظاهر می‌شود؟ (پ) توضیح دهید که چرا این دو نتیجه، متفاوت‌اند؟

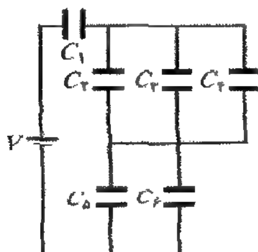


شکل ۲۱-۵۱ مسئلهٔ ۵۷

۵۸- دو خازن تخت، پر از هوا، نخست به طور مجزا، سپس به طور متوالی، و سرانجام به طور موازی به یک باتری $10\,V$ بسته می‌شوند. در این آرایشها، انرژی ذخیره شده در خازنها از کمترین تا بیشترین عبارت‌اند از: $75\,\mu J$، $100\,\mu J$، $300\,\mu J$، و $400\,\mu J$. ظرفیت (الف) کمتر و (ب) بیشتر این دو خازن چقدر است؟

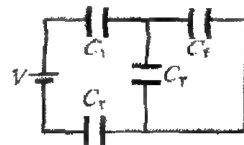
۵۹- دو خازن تخت، هریک به ظرفیت $6/0\,\mu F$، به طور متوالی به یک باتری $10\,V$ بسته شده‌اند. سپس یکی از خازنها فشرده می‌شود، به طوری که فاصلهٔ صفحه‌های آن به نصف می‌رسد. بر اثر این فشردگی، (الف) چقدر بار اضافی توسط باتری به خازنها منتقل می‌شود؟ و (ب) افزایش بار *کل* ذخیره شده در خازنها (بار روی صفحهٔ مثبت یک خازن بعلاوهٔ بار روی صفحهٔ مثبت خازن دیگر) چقدر می‌شود؟

۶۰- در شکل ۲۱-۵۲، $V=12\,V$، $C_1=C_5=C_6=6/0\,\mu F$، و $C_2=C_3=C_4=4/0\,\mu F$ است. (الف) بار خالص ذخیره شده روی خازنها و (ب) بار روی خازن ۴ چقدر است؟



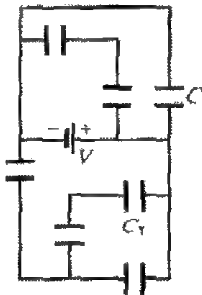
شکل ۲۱-۵۲ مسئلهٔ ۶۰

۶۱- در شکل ۲۱-۵۳، $V=9/0\,V$ ، $C_1=C_2=30\mu F$ ، و $C_3=C_4=15\mu F$ است. بار روی خازن ۴ چقدر است؟



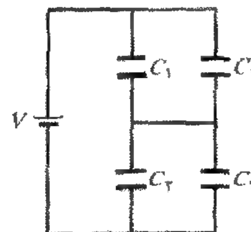
شکل ۲۱-۵۳ مسئلهٔ ۶۱

۶۲- در شکل ۲۱-۵۴، اختلاف پتانسیل V باتری برابر با $10/0\mu F$ ، و ظرفیت هر یک از هفت خازن برابر با $10/0\mu F$ است. بار روی (الف) خازن ۱ و (ب) خازن ۲ چقدر است؟



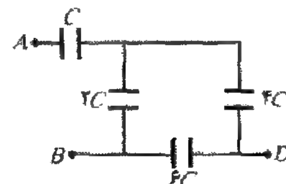
شکل ۲۱-۵۴ مسئلهٔ ۶۲

۶۳- در شکل ۲۱-۵۵، $V=12V$ ، $C_1=C_4=2/0\mu F$ ، $C_2=4/0\mu F$ و $C_3=1/0\mu F$ است. بار روی خازن ۴ چقدر است؟



شکل ۲۱-۵۵ مسئلهٔ ۶۳

۶۴- ظرفیتهای چهار خازن نشان‌داده شده در شکل ۲۱-۵۶ برحسب کمیت معین C داده شده‌اند. (الف) اگر $C=50\mu F$ باشد، ظرفیت معادل میان نقطه‌های A و B چقدر است؟ (*راهنمایی:* نخست تصور کنید که یک باتری میان این دو نقطه وصل شده است؛ سپس مدار را به یک ظرفیت معادل تبدیل کنید.) (ب) این کار را برای نقطه‌های A و D تکرار کنید.



شکل ۲۱-۵۶ مسئلهٔ ۶۴

۶۵- خازنی به ظرفیت $C_1=6/00\mu F$ به طور متوالی به خازنی با ظرفیت $C_2=4/00\mu F$ بسته شده و اختلاف پتانسیل $200\,V$ به دو سر این دو اعمال شده است. (الف) ظرفیت معادل را محاسبه کنید. (ب) بار q_1 و (پ) اختلاف پتانسیل V_1 دو سرخازن ۱ و (ت) q_2 و (ث) V_2 دو سرخازن ۲ چقدر است؟

۶۶- مسئلهٔ ۶۵ را برای همان دو خازن، که اینک به طور موازی بسته شده‌اند تکرار کنید.

۶۷- خازنی با ظرفیت نامعلوم C تا پتانسیل $100V$ باردار شده و به دو سر خازنی با ظرفیت $60\mu F$ که در ابتدا بدون بار است وصل شده است. اگر اختلاف پتانسیل نهایی دوسر خازن $60\mu F$ برابر با $40V$ باشد، C چقدر است؟

۶۸- یک خازن استوانه‌ای، مشابه شکل ۲۱-۶ دارای شعاعهای a و b است. نشان دهید که نیمی از انرژی پتانسیل الکتریکی در داخل استوانه‌ای به شعاع $r=\sqrt{ab}$ ذخیره شده است.

۶۹- در شکل ۲۱-۵۷، دو خازن تخت A و B به طور موازی به دو سر یک باتری $600V$ بسته شده‌اند. مساحت هر صفحه $80/0cm^2$ و فاصلهٔ صفحه‌ها $3/00mm$ است. خازن A پر از هوا، و خازن B با دی‌الکتریکی با ثابت دی‌الکتریک $\kappa=2/60$ پر شده است. بزرگی میدان الکتریکی در داخل (الف) دی‌الکتریک خازن B و (ب) هوای خازن A چقدر است؟ چگالیهای بار آزاد σ روی صفحهٔ با پتانسیل بالاتر (پ) خازن A و (ت) خازن B چقدر است؟ (ت) چگالی بار σ' که روی سطح بالایی دی‌الکتریک القا می‌شود چقدر است؟



شکل ۲۱-۵۷ مسئلهٔ ۶۹

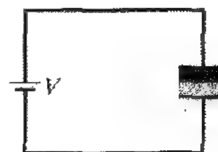
۷۰- اختلاف پتانسیل $300V$ به دو سر یک ترکیب متوالی شامل دو خازن با ظرفیتهای $C_1=2/00\mu F$ و $C_2=8/00\mu F$ اعمال شده است. (الف) بار q_1 و (ب) اختلاف پتانسیل V_1 دو سر خازن ۱ و (پ) q_2 و (ت) V_2 دو سر خازن ۲ چقدر است؟ سپس خازنهای *باردار شده* را از یکدیگر و از باتری جدا می‌کنیم. آنگاه با اتصال صفحه‌های *هم علامت* به یکدیگر، خازنها را دوباره به هم وصل می‌کنیم (از باتری استفاده نمی‌شود). اکنون (ث) q_1 ، (ج) V_1 ، (چ) q_2 ، و (ح) V_2 چقدرند؟ *به جای این* فرض کنید که خازنهای باردار شده در قسمت (الف) را با اتصال صفحه‌های *با علامت مخالف*، دوباره به هم متصل کنیم. اکنون (خ) q_1 ، (د) V_1 ، (ذ) q_2 ، و (ر) V_2 چقدرند؟

۷۱- خازن معینی را تا اختلاف پتانسیل V باردار می‌کنیم. اگر بخواهیم انرژی ذخیره شده در خازن را به میزان ٪۱۰ افزایش دهیم، V را باید چند درصد افزایش دهیم؟

۷۲- دو صفحهٔ مسی، یک ورقهٔ میکا (به ضخامت $0/10mm$ ، $\kappa=5/4$)، یک ورقهٔ شیشه‌ای (به ضخامت $2/0mm$ ، $\kappa=7/0$)، و یک تیغهٔ پارافین (به ضخامت $1/0cm$ ، $\kappa=2/0$) در اختیار

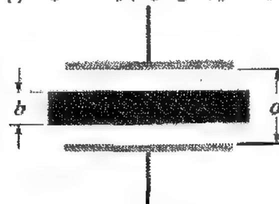
داریم. برای ساختن یک خازن تخت با بیشترین مقدار C ، کدامیک را باید میان صفحه‌های مسی قرار دهیم؟

۷۳- در شکل ۲۱-۵۸، یک خازن تخت به مساحت صفحه $۲/۰۰\times۱۰^{-۲}\ m^۲$ با دو تیغهٔ دی‌الکتریک، هر یک به ضخامت $۲/۰۰mm$ پرشده است. ثابت دی الکتریک یکی از تیغه‌ها ۳/۰۰ و دیگری ۴/۰۰ است. باتری $۷/۰۰V$ چقدر بار روی خازن ذخیره می‌کند؟ SSM



شکل ۲۱-۵۸ مسئلهٔ ۷۳

۷۴- همان‌گونه که در شکل ۲۱-۵۹ نشان داده شده است، یک تیغهٔ مسی به ضخامت $b=۲/۰۰mm$ داخل یک خازن تخت به مساحت صفحهٔ $A=۲/۴۰cm^۲$ و فاصلهٔ صفحه‌های $d=۵/۰۰mm$ قرار داده شده است؛ تیغه دقیقاً در بین دو صفحه قرار دارد. (الف) ظرفیت خازن پس از آنکه تیغه گذاشته شود چقدر است؟ (ب) اگر بار $q=۳/۴۰\mu C$ روی صفحه‌ها بدون تغییر باقی بماند، نسبت انرژی ذخیره شده پیش از قرار دادن تیغه به مقدار آن پس ازقراردادن تیغه چقدر است؟ (پ) موقع قراردادن تیغه چقدر کار انجام شده است؟ (ت) آیا تیغه به داخل صفحه‌ها کشیده می‌شود یا باید آن را هل داد؟

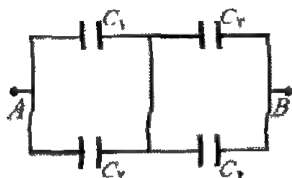


شکل ۲۱-۵۹ مسئلهٔ ۷۴

۷۵- مسئلهٔ ۷۴ را این بار با این فرض که اختلاف پتانسیل $V=۸۵/۰V$ به جای بار ثابت بماند، تکرار کنید.

۷۶- چند خازن به ظرفیت $۲/۰\mu F$ در اختیار داریم، که هر یک قادرند پتانسیل $۲۰۰V$ را تحمل کنند، بدون آنکه دچار فروشکست الکتریکی شوند(وضعیتی که در آن بارها به جای ذخیره شدن، رسانش می‌یابند). چگونه می‌توانید ترکیبی از این خازنها را سوار کنید تا ظرفیت معادلی برابر با (الف) $۰/۴۰\ \mu F$ و (ب) $۱/۲\mu F$ به دست آید و هر یک از ترکیبها بتوانند $۱۰۰۰V$ را تحمل کنند؟

۷۷- شکل ۲۱-۶۰ آرایشی شامل چهار خازن را نشان می‌دهد که در نقطه‌های A و B به مدار بزرگتری وصل شده‌اند. ظرفیتها عبارت‌اند از $C_۱=۱۰\mu F$ و $C_۲=C_۴=C_۳=۲۰\mu F$. بار روی خازن ۱ برابر با $۳۰\mu C$ است. بزرگی اختلاف پتانسیل $V_A - V_B$ چقدر است؟



شکل ۲۱-۶۰ مسئلهٔ ۷۷

۷۸- یک باتری $۱۰V$ به رشته‌ای از n خازن متوالی هر یک به ظرفیت $۲/۰\mu F$ متصل شده است. اگر انرژی کل ذخیره شده در خازنها $۲۵\mu J$ باشد، n چند است؟

۲۲ جریان و مقاومت الکتریکی



آذرخش با فاصله‌ای کمتر از 1km از زمین بازی فوتبال در ویرجینیا به زمین اصابت کرده است. شانس اینکه آذرخش مستقیماً به یک شخص اصابت کند بسیار ضعیف است خطر بزرگتر مربوط به جریان در زمین است- جریانی که از نقطهٔ برخورد گسترش می‌یابد. هرکس واقع در زمین بازی یا جایگاه تماشاچیان می‌تواند از جریان به وجود آمده زمین بخورد، فلج شود، یا از پای درآید. اگر موقع آذرخش در فضای بازی از این نوع گرفتار شدید برای کم کردن خطر جریان زمین راه ساده‌ای وجود دارد.

چگونه می‌توانید خطر ناشی از جریان زمین را کاهش دهید؟

پاسخ در همین فصل.

۲۲-۱ فیزیک چیست؟

در پنج فصل گذشته دربارهٔ الکتروستاتیک، فیزیک بارهای ساکن بحث کردیم. در این فصل و فصل بعدی، دربارهٔ فیزیک جریانهای الکتریکی، یعنی بارهای در حال حرکت بحث می‌کنیم.

مثالهای جریانهای الکتریکی فراوان است و شامل حرفه‌های زیادی می‌شود. هواشناسان با آذرخش و با جریان بسیار آرام بار از طریق جوّ رو به رو هستند. زیست شناسان، اندام شناسان و مهندسانی که در فناوری پزشکی کار می‌کنند با جریانهای عصبی که ماهیچه‌ها را کنترل می‌کنند و به ویژه با چگونگی برقراری دوبارهٔ این جریانها پس از جراحتهای نخاعی سر و کار دارند. مهندسان برق با دستگاههای بی شمار الکتریکی مانند دستگاههای مولد برق، دستگاههای حفاظت از آذرخش، دستگاههای ذخیرهٔ اطلاعات و دستگاههای موسیقی سر و کار دارند. مهندسان فضا جریان ذره‌های باردار از خورشید را آشکار و مطالعه می‌کنند، چون این جریان می‌تواند دستگاههای ارتباطی در مدار یا حتی دستگاههای انتقال برق در زمین را مختل کند.

در این فصل دربارهٔ مبانی فیزیک جریانهای الکتریکی و اینکه چرا آنها در بعضی مواد می‌توانند برقرار شوند و در بعضی مواد دیگر نمی‌توانند بحث می‌کنیم. با مفهوم جریان الکتریکی شروع می‌کنیم.

۲۲-۲ جریان الکتریکی

هر چند جریان الکتریکی جریانی از بارهای متحرک است ولی همهٔ بارهای متحرک جریان الکتریکی به وجود نمی‌آورند. وقتی یک جریان الکتریکی در سطح معینی وجود دارد که در آنجا شارش خالصی از بار از سطح بگذرد. دو مثال منظور ما را روشن می‌کنند.

۱- الکترونهای آزاد (الکترونهای رسانش) در طول یک سیم منزوی مسی با حرکت کاتوره‌ای با تندیهایی از مرتبهٔ بزرگی 10^6 m/s در حال حرکت‌اند. اگر یک صفحهٔ فرضی از چنین سیمی بگذرانید، الکترونهای رسانش با آهنگ چند میلیارد بر ثانیه در هر دو جهت از آن عبور می‌کنند، ولی هیچ *انتقال خالصی* از بار الکتریکی در سیم وجود ندارد و بنابراین، هیچ جریان خالصی از آن نمی‌گذرد. با وجود این، اگر دو طرف سیم را به یک باتری وصل کنیم، شارش آرامی در یک جهت به وجود می‌آید که نتیجهٔ آن انتقال خالص بار است و در نتیجه یک جریان الکتریکی از سیم می‌گذرد.

۲- شارش آب در شیلنگ باغبانی حاکی از شارش جهتداری از بارهای مثبت (پروتونها در مولکولهای آب) با آهنگی حدود چندین میلیون کولن بر ثانیه است. ولی در اینجا انتقال خالص بار وجود ندارد، زیرا یک جریان موازی از بارهای منفی (الکترونهای مولکولهای آب) دقیقاً با همان مقدار وجود دارد که درست در همان جهت حرکت می‌کنند.

در این فصل خود را- در چهار چوب فیزیک کلاسیک- به مطالعهٔ *جریانهای پایای الکترونهای رسانش* محدود می‌کنیم که در *رساناهای فلزی* مانند سیمهای مسی حرکت می‌کنند.

همان‌طور که شکل ۲۲-۱ الف نشان می‌دهد، در تمام نقطه‌های یک حلقهٔ رسانای منزوی- بدون توجه به اینکه بار اضافی دارد یا نه- پتانسیل یکسان است و هیچ میدان الکتریکی در داخل یا در سطح آن وجود ندارد. اگر چه الکترونهای رسانش وجود دارند، ولی نیروی الکتریکی خالص بر آنها وارد نمی‌شود و در نتیجه هیچ جریان خالصی وجود ندارد.

اگر همانند شکل ۲۲-۱ ب، در حلقه یک باتری قرار دهیم، حلقهٔ رسانا دیگر در یک پتانسیل قرار نخواهد داشت. میدانهای الکتریکی در داخل مادهٔ تشکیل دهندهٔ حلقه، بر الکترونهای رسانش نیروهایی وارد می‌کنند، که موجب حرکت آنها و در نتیجه برقراری جریان می‌شود. پس از زمان کوتاهی، شارش الکترونها به مقداری ثابت و جریان الکتریکی به *حالت پایا* می‌رسد، (نسبت به زمان تغییر نمی‌کند.)



(الف)

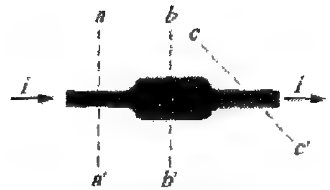


(ب)

شکل ۲۲-۱ (الف) یک حلقهٔ مسی در تعادل الکتروستاتیکی. کل حلقه در یک پتانسیل قرار دارد، و میدان الکتریکی در همهٔ نقطه‌ها داخل مس صفر است. (ب) با اضافه کردن یک باتری یک اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو سر حلقه که به پایانه‌های باتری متصل است برقرار می‌شود. بنابراین، باتری در داخل حلقه یک میدان الکتریکی از یک پایانه به پایانهٔ دیگر ایجاد می‌کند و میدان موجب می‌شود که بارها در حلقه حرکت کنند. این حرکت بارها جریان i را ایجاد می‌کند.

شکل ۲۲-۲ مقطعی از یک رسانا، بخشی از یک حلقهٔ رسانا را نشان می‌دهد که جریان الکتریکی در آن برقرار شده است. اگر بار dq از یک صفحهٔ فرضی (مانند aa') در زمان dt عبور کند، آنگاه جریان i که از این صفحه می‌گذرد به صورت زیر تعریف می‌شود

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad \text{(تعریف جریان الکتریکی)} \qquad (۲۲-۱)$$



شکل ۲۲-۲ جریان i که از رسانا می‌گذرد در صفحه‌های aa'، bb' و cc' یک مقدار دارد.

باری که در بازهٔ زمانی از ۰ تا t از صفحه می‌گذرد، با انتگرالگیری به دست می‌آید

$$q = \int dq = \int_0^t i\, dt \qquad (۲۲-۲)$$

که در آن جریان، ممکن است با زمان تغییر کند.

در شرایط حالت پایا، جریان در صفحه‌های aa'، bb' و cc' و در واقع در همهٔ صفحه‌هایی که به طور کامل از رسانا عبور می‌کنند، بدون توجه به موقعیت یا سمتگیری آنها یکسان است. این واقعیت ناشی از پایستگی بار الکتریکی است. در شرایط حالت پایای فرض شده در اینجا، به ازای هر الکترونی که از صفحه cc' می‌گذرد باید الکترونی از صفحهٔ aa' بگذرد. به همین ترتیب، اگر شارش پایایی از آب در شیلنگ داشته باشیم، به ازای هر قطره آبی که از آن خارج می‌شود باید از انتهای دیگر قطره‌ای وارد شود. مقدار آب در شیلنگ کمیت پایسته‌ای است.

یکای SI جریان کولن بر ثانیه یا آمپر (A) است، که یک یکای پایهٔ SI است:

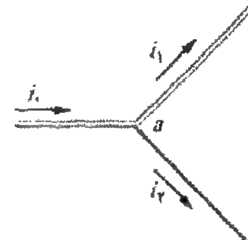
۱ C/s = ۱ کولن بر ثانیه = ۱ A = ۱ آمپر

تعریف رسمی آمپر در فصل ۲۵ بحث شده است.

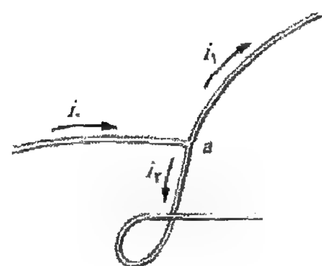
جریان الکتریکی، به صورتی که با معادلهٔ ۲۲-۱ تعریف شده، نرده‌ای است، چون در آن معادله بار و زمان هر دو نرده‌ای هستند. مانند شکل ۲۲-۱ ب، جریان را اغلب با پیکانی نمایش می‌دهیم که بار در حال حرکت را نشان می‌دهد. ولی، چنین پیکانهایی بردار نیستند و نیاز به جمع برداری وجود ندارد. شکل ۲۲-۳ الف رسانایی با جریان i_0 را نشان می‌دهد که در یک پیوندگاه به دو شاخه تقسیم شده است. چون بار الکتریکی پایسته است، بزرگی این جریانها در شاخه‌ها باید جمع شود تا جریان در رسانای اصلی به دست آید، پس

$$i_0 = i_1 + i_2 \qquad (۲۲-۳)$$

همان‌طور که شکل ۲۲-۳ ب نشان می‌دهد، خم کردن یا تغییر در سمتگیری سیمها در فضا اعتبار معادلهٔ ۲۲-۳ را تغییر نمی‌دهد. پیکانهای جریان فقط جهت (یا سوی) جریان در راستای یک رسانا را نشان می‌دهد، نه جهت آن را در فضا.



(الف)



(ب)

شکل ۲۲-۳ رابطهٔ $i_0 = i_1 + i_2$ در پیوندگاه a بدون توجه به سمتگیری سه سیم در فضا برقرار است. جریانها نرده‌ای‌اند نه بردار.

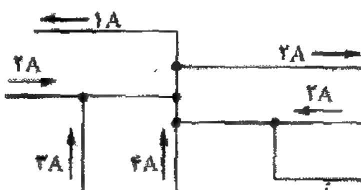
جهت جریانها

در شکل ۲۲-۱ ب پیکانهای جریان در جهتی که ذره‌های باردار مثبت مجبور به حرکت در حلقه توسط میدان الکتریکی می‌شوند رسم شده‌اند. چنین *حاملهای بار مثبت*، که اغلب به این صورت نامیده می‌شوند، از پایانهٔ مثبت باتری دور می‌شوند و به طرف پایانهٔ منفی آن حرکت می‌کنند. در واقع حاملهای بار در حلقهٔ مسی شکل ۲۲-۱ ب الکترونها هستند که بار منفی دارند. میدان الکتریکی آنها را در جهت مخالف پیکانهای جریان، از پایانهٔ منفی به پایانهٔ مثبت حرکت می‌دهد. ولی به دلایل تاریخی قرارداد زیر را به کار می‌بریم:

> پیکان جریان در جهتی رسم می‌شود که حاملهای بار مثبت حرکت می‌کنند، حتی اگر حاملهای واقعی بار منفی بوده و در جهت مخالف حرکت کنند.

از این قرارداد استفاده می‌کنیم چون در بیشتر وضعیتها، حرکت فرضی حاملهای بار مثبت در یک جهت همان اثر حرکت حاملهای بار منفی در جهت مخالف را دارد. (هرگاه این اثر یکسان نباشد، این قرارداد را کنار می‌گذاریم و حرکت واقعی را در نظر می‌گیریم.)

✔ *نکتهٔ وارسی ۱* این شکل بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد. بزرگی و جهت جریان i در سیم پایین سمت راست چگونه است؟



مسئلهٔ نمونه ۲۲-۱

آب با آهنگ شارش حجمی dV/dt برابر با $۴۵۰\ \text{cm}^{۳}/\text{s}$ از طریق یک شیلنگ جریان دارد. جریان حاصل از بارهای منفی چقدر است؟

نکته‌های کلیدی جریان i بارهای منفی ناشی از الکترونهای مولکولهای آب است که در شیلنگ حرکت می‌کنند. این جریان عبارت از آهنگی است که با آن بارهای منفی از هر صفحه‌ای که به طور کامل شیلنگ را قطع می‌کند می‌گذرد.

محاسبه‌ها: جریان را می‌توان برحسب تعداد مولکولهایی که در یک ثانیه از چنین صفحه‌ای می‌گذرند به صورت زیر نوشت

$$i = \left(\text{بار هر الکترون}\right)\left(\text{تعداد الکترونها در هر مولکول}\right)\left(\text{تعداد مولکولها در هر ثانیه}\right)$$

یا

$$i = (e)(۱۰)\frac{dN}{dt}$$

به ازای هر مولکول ۱۰ الکترون قرار می‌دهیم چون یک مولکول آب (H_2O) دارای ۸ الکترون در اتم اکسیژن و ۱ الکترون در هر یک از دو اتم هیدروژن است.

آهنگ dN/dt را نخست برحسب آهنگ شارش حجمی داده شدهٔ dV/dt می‌نویسیم

$$\left(\text{تعداد مولکولها در هر ثانیه}\right) = \left(\text{تعداد مولکولها در هر مول}\right)\left(\text{تعداد مولها در یکای جرم}\right)\left(\text{جرم یکای حجم}\right)\left(\text{حجم درهر ثانیه}\right)$$

«تعداد مولکولها در هر مول» عدد آووگادرو N_A است. «تعداد مولها در یکای جرم» معکوس جرم هر مول است، که جرم مولی آب M است. «جرم یکای حجم» همان چگالی ρ_{mass} (جرمی) آب است. حجم در هر ثانیه همان آهنگ شارش حجمی dV/dt است. پس، خواهیم داشت

$$\frac{dN}{dt} = N_A\left(\frac{۱}{M}\right)\rho_{mass}\left(\frac{dV}{dt}\right) = \frac{N_A\,\rho_{mass}}{M}\frac{dV}{dt}$$

با قرار دادن این مقدار در معادلهٔ مربوط به i، خواهیم داشت

$$i = ۱۰ e N_A M^{-1}\rho_{mass}\frac{dV}{dt}$$

N_A برابر مول/ مولکول $۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$ یا $۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\ \text{mol}^{-1}$، و ρ_{mass} برابر با $۱۰۰۰\text{kg/m}^{۳}$ است. جرم مولی آب از جرمهای مولی در پیوست ج به دست می‌آید. جرم مولی اکسیژن (۱۶g/mol) را با دو برابر جرم مولی هیدروژن (۱ g/mol) جمع می‌کنیم تا ۱۸g/mol = ۰/۰۱۸kg/mol به دست آید. پس

$$\begin{aligned} i &= (۱۰)(۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ \text{C})(۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\ \text{mol}^{-1}) \\ &\quad\times(۰/۰۱۸\text{kg/mol})^{-1}(۱۰۰۰\text{kg/m}^{۳})(۴۵۰\times۱۰^{-۶}\ \text{m}^{۳}/\text{s}) \\ &= ۲/۴۱\times۱۰^{۷}\ \text{C/s} = ۲/۴۱\times۱۰^{۷}\ \text{A} \\ &= ۲۴/۱\ \text{MA} \end{aligned}$$

(پاسخ)

این جریان بارهای منفی با جریان بارهای مثبت مربوط به هسته‌های سه اتم تشکیل دهندهٔ مولکول آب خنثی می‌شود. بنابراین، هیچ جریان خالصی وجود ندارد که از شیلنگ عبور کند.

۲۲-۳ چگالی جریان

گاهی علاقه‌مند به جریان i در یک رسانای خاص هستیم. گاهی هم شارش بارها در نقطهٔ خاصی از یک مقطع رسانا مورد نظر است. برای توصیف این شارش، از **چگالی جریان** $\vec{J}$ استفاده می‌کنیم که در همان جهت سرعت حرکت بارهاست. اگر بارها مثبت باشند چگالی جریان در جهت حرکت بارها و اگر منفی باشند در خلاف جهت حرکت بارهاست. در هر عنصری از سطح مقطع، بزرگی J برابر با جریان عبور کرده از یکای مساحت آن عنصر است. مقدار جریانی که از این عنصر می‌گذرد به صورت $\vec{J}.d\vec{A}$ نوشته می‌شود، که در آن $d\vec{A}$ بردار مساحت عنصر، عمود بر عنصر است. کل جریانی که از سطح می‌گذرد عبارت است از

$$i = \int \vec{J}.d\vec{A} \qquad (۲۲-۴)$$

اگر جریان در تمام سطح یکنواخت و موازی با $d\vec{A}$ باشد، آنگاه $\vec{J}$ نیز یکنواخت و موازی با $d\vec{A}$ خواهد بود. بنابراین، از معادلهٔ ۲۲-۴ داریم

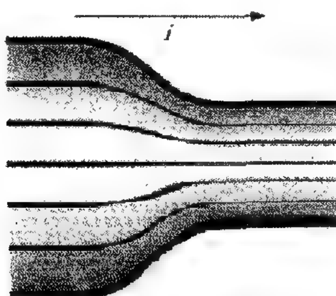
$$i = \int J\ dA = J\int dA = JA$$

پس

$$J = \frac{i}{A} \qquad (۲۲-۵)$$

که در آن A مساحت کل سطح است. از معادلهٔ ۲۲-۴ یا ۲۲-۵ می‌توان دید که یکای SI چگالی جریان آمپر بر متر مربع ($\text{A/m}^{۲}$) است.

در فصل ۱۸ دیدیم که میدان الکتریکی را می‌توان با خطهای میدان الکتریکی نمایش داد. شکل ۲۲-۴ نحوهٔ نمایش چگالی جریان را با مجموعه‌ای از خطهای مشابه، که آنها را *خطهای جریان* می‌نامیم نشان می‌دهد. جریان، که در شکل ۲۲-۴ جهتش به سمت راست است، در حال عبور از رسانای پهن در سمت چپ به رسانای باریک در سمت راست است. چون در ضمن



شکل ۲۲-۴ خطهای جریان چگالی جریان را در شارش بار در یک رسانای محدود نمایش می‌دهد.

عبور بار پایسته است، مقدار بار و در نتیجه مقدار جریان تغییر نمی‌کند. با وجود این چگالی جریان تغییر می‌کند و مقدار آن در رسانای باریک بیشتر است. فاصلهٔ کمتر خطهای جریان در این قسمت افزایش در چگالی جریان را نشان می‌دهد؛ خطهای جریان نزدیک به هم به معنای بیشتر بودن چگالی جریان است.

تندی سوقی

هرگاه از رسانا جریانی عبور نکند، الکترونهای رسانش آن به طور کاتوره‌ای، بدون هیچ حرکت خالص در جهتی خاص حرکت می‌کنند. هرگاه از رسانا جریانی عبور کند، این الکترونها هنوز به طور کاتوره‌ای حرکت می‌کنند، اما تمایل دارند با **تندی سوقی** v_d در جهت مخالف میدان الکتریکی اعمال شده که موجب جریان شده است، سوق داده شوند. تندی سوقی در مقایسه با تندیهای حرکت کاتوره‌ای بسیار کوچک است. برای مثال، در سیمهای مسی در برق خانه‌ها، تندی سوقی الکترونها ممکن است 10^{-5} m/s یا 10^{-4} m/s باشند، در حالی که تندیهای حرکت کاتوره‌ای آنها تقریباً 10^{6} m/s است.

برای تعیین رابطهٔ مربوط به تندی سوقی v_d الکترونهای رسانش در جریانی که با چگالی جریان J از سیمی می‌گذرد می‌توان از شکل ۲۲-۵ استفاده کرد. برای سهولت، شکل ۲۲-۵ حرکت سوقی معادل حاملهای بار مثبت در جهت میدان الکتریکی اعمال شدهٔ $\vec{E}$ را نشان می‌دهد. فرض می‌کنیم که این حاملهای بار همگی با یک تندی سوقی v_d حرکت می‌کنند و چگالی جریان J در تمام مساحت مقطع A سیم یکنواخت است. تعداد حاملهای بار در طول L سیم برابر nAL است، که در آن n تعداد حاملها بر یکای حجم است. بنابراین بار کل حاملها در طول L، هر یک با بار e، عبارت است از

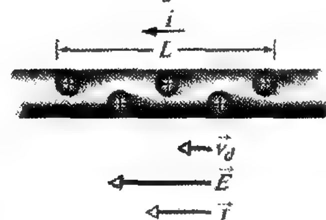
$$q = (nAL)e$$

چون همهٔ حاملها با تندی v_d در طول سیم حرکت می‌کنند، این بار کل از هر مقطع سیم در بازهٔ زمانی زیر عبور می‌کند

$$t = \frac{L}{v_d}$$

معادلهٔ ۲۲-۱ بر آن دلالت دارد که جریان i عبارت است از آهنگ زمانی عبور بار الکتریکی از یک مقطع، پس داریم

$$i = \frac{q}{t} = \frac{nALe}{L/v_d} = nAev_d \qquad (۲۲-۶)$$



شکل ۲۲-۵ حاملهای بار مثبت با تندی v_d در جهت میدان الکتریکی اعمال شدهٔ $\vec{E}$ سوق داده می‌شوند. بنابر قرارداد، جهت چگالی جریان $\vec{J}$ و پیکان جریان در یک جهت رسم شده‌اند.

با حل آن برای v_d و با یادآوری ($J = i/A$)، خواهیم داشت

$$v_d = \frac{i}{nAe} = \frac{J}{ne}$$

یا به صورت برداری

$$\vec{J} = (ne)\vec{v}_d \qquad (۲۲-۷)$$

در اینجا حاصلضرب ne، که یکای SI آن کولن بر متر مکعب (C/m^3) است، *چگالی بار حاملها*ست. در مورد حاملهای مثبت، ne مثبت و معادلهٔ ۲۲-۷ پیش‌بینی می‌کند که جهت $\vec{J}$ و $\vec{v}_d$ یکسان است. در مورد حاملهای منفی، ne منفی است و جهتهای $\vec{J}$ و $\vec{v}_d$ مخالف یکدیگرند.

> ✔ ***نکتهٔ وارسی ۲*** **این شکل الکترونهای رسانش یک سیم را در حال حرکت به سمت چپ نشان می‌دهد. جهت این کمیتها به سمت چپ است یا راست؟ (الف) جریان i، (ب) چگالی جریان $\vec{J}$، (پ) میدان الکتریکی $\vec{E}$ در سیم**
>
> 

مسئلهٔ نمونه ۲۲-۲

(الف) چگالی جریان در یک سیم استوانه‌ای به شعاع $R = 2/0$ mm برابر با $J = 2/0\times10^5$ A/m² و در مقطع آن یکنواخت است. جریان در قسمت بیرونی سیم بین فاصلهٔ شعاعی $R/2$ و R چقدر است (شکل ۲۲-۶ الف)؟

نکتهٔ کلیدی چون چگالی جریان در مقطع یکنواخت است، چگالی جریان J، جریان i و مساحت مقطع A با معادلهٔ ۲۲-۵ ($J = i/A$) به هم مرتبط هستند.

محاسبه‌ها: فقط به دنبال جریان عبوری از یک سطح مقطع کاهش یافته A' در سیم (به جای سطح کل) هستیم، که برابر است با

$$A' = \pi R^2 - \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{3R^2}{4}\right)$$
$$= \frac{3\pi}{4}(0/0020\ \text{m})^2 = 9/424\times10^{-6}\ \text{m}^2$$

اکنون معادلهٔ ۲۲-۵ را به صورت زیر می‌نویسیم

$$i = JA'$$

و سپس داده‌ها را در آن قرار دهیم، داریم

$$i = (2/0\times10^5\ \text{A/m}^2)(9/424\times10^{-6}\ \text{m}^2)$$
$$= 1/9\ \text{A} \qquad \text{(پاسخ)}$$

(ب) حال فرض کنید چگالی جریانی که از سطح مقطع سیم می‌گذرد برحسب فاصلهٔ شعاعی r به صورت $J = ar^2$ تغییر می‌کند، که در آن $a = 3/0\times10^{11}$ A/m⁴ و r برحسب متر است. در این حالت چه جریانی از همان قسمت بیرونی سیم می‌گذرد؟

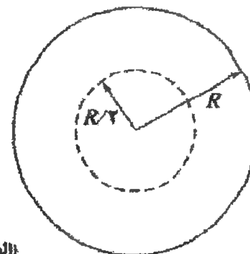
نکتهٔ کلیدی چون چگالی جریان در این مقطع سیم یکنواخت نیست، باید از معادلهٔ ۲۲-۴ ($i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}$) استفاده کنیم و از چگالی جریان در قسمتی از سیم از $r = R/۲$ تا $r = R$ انتگرال بگیریم.

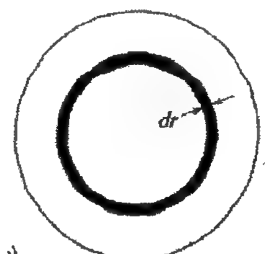
محاسبه‌ها: بردار چگالی $\vec{J}$ (در طول سیم) و بردار سطح دیفرانسیلی $d\vec{A}$ (عمود بر مقطع سیم) در یک جهت‌اند. بنابراین،

$$\vec{J} \cdot d\vec{A} = J\, dA \cos ۰ = J\, dA$$

باید به جای مساحت دیفرانسیلی dA چیزی قرار دهیم تا بتوان بین حدود $r = R/۲$ تا $r = R$ انتگرالگیری کرد. ساده‌ترین جایگزینی قرار دادن مساحت $۲\pi r\, dr$ حلقهٔ نازک با پیرامون $۲\pi r$ و پهنای dr است (شکل ۲۲-۶ ب) (چون J برحسب تابعی از r داده شده است). حال برحسب r به عنوان متغیر انتگرالگیری انتگرال می‌گیریم. از معادلهٔ ۲۲-۴ خواهیم داشت

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int J\, dA$$
$$= \int_{R/۲}^{R} ar^۲\, ۲\pi r\, dr = ۲\pi a \int_{R/۲}^{R} r^۳ dr$$
$$= ۲\pi a \left[\frac{r^۴}{۴}\right]_{R/۲}^{R} = \frac{\pi a}{۲}\left[R^۴ - \frac{R^۴}{۱۶}\right] = \frac{۱۵}{۳۲}\pi a R^۴$$
$$= \frac{۱۵}{۳۲}\pi(۳/۰ \times ۱۰^{۱۱}\ \text{A/m}^۴)(۰/۰۰۲۰\ \text{m})^۴ = ۷/۱\ \text{A} \qquad \text{(پاسخ)}$$





شکل ۲۲-۶ (الف) مقطع سیمی به شعاع R. (ب) پهنای حلقهٔ نازک dr و پیرامون آن $۲\pi r$ است، بنابراین، مساحت دیفرانسیلی آن $dA = ۲\pi r dr$ است.

مسئلهٔ نمونه ۲۲-۳

تندی سوقی الکترونهای رسانش در یک سیم مسی به شعاع $r = ۹۰۰\ \mu m$ در حالی که جریان یکنواخت $i = ۱۷\text{mA}$ از آن می‌گذرد چقدر است؟ فرض کنید که از هر اتم مس یک الکترون رسانش در جریان سهیم است و چگالی جریان در سطح مقطع سیم یکنواخت است.

نکته‌های کلیدی

۱- تندی سوقی v_d بنابر معادلهٔ ۲۲-۷ به چگالی جریان $\vec{J}$ و تعداد الکترونهای رسانش در یکای حجم n ارتباط دارد، که می‌توان آن را به صورت $J = nev_d$ نوشت.

۲- چون چگالی جریان یکنواخت است، بزرگی آن J با معادلهٔ ۲۲-۵ به جریان داده شدهٔ i و اندازهٔ سیم ارتباط دارد ($J = i/A$، که در آن A مساحت مقطع سیم است).

۳- چون به ازای هر اتم یک الکترون رسانش در نظر گرفتیم، تعداد الکترونهای رسانش n بر یکای حجم همان تعداد اتمها بر یکای حجم است.

محاسبه‌ها: با نکتهٔ سوم شروع می‌کنیم

$$n = \begin{pmatrix}\text{تعداد اتمها}\\ \text{در هر یکای}\\ \text{حجم}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{تعداد اتمها}\\ \text{در هر}\\ \text{مول}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{تعداد مولها}\\ \text{در هر یکای}\\ \text{جرم}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{جرم}\\ \text{در یکای}\\ \text{حجم}\end{pmatrix}$$

تعداد اتمها در هر مول درست عدد آووگادرو $N_A (= ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ \text{mol}^{-۱})$ است. تعداد مولها در هر یکای جرم برابر عکس جرم هر مول است، که در اینجا جرم مولی M مس است. جرم هر یکای حجم، چگالی (جرمی) ρ_{mass} مس است. پس

$$n = N_A\left(\frac{۱}{M}\right)\rho_{\text{mass}} = \frac{N_A\, \rho_{\text{mass}}}{M}$$

با استفاده از پیوست ج، با داشتن جرم مولی M مس و چگالی ρ_{mass} (با تبدیل چند یکا) داریم

$$n = \frac{(۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ \text{mol}^{-۱})(۸/۹۶ \times ۱۰^۳\ \text{kg/m}^۳)}{۶۳/۵۴ \times ۱۰^{-۳}\ \text{kg/mol}}$$
$$= ۸/۴۹ \times ۱۰^{۲۸}\ \text{الکترون}/\text{m}^۳$$

یا

$$n = ۸/۴۹ \times ۱۰^{۲۸}\text{m}^{-۳}$$

سپس دو نکتهٔ کلیدی اول را با نوشتن عبارت زیر ترکیب می‌کنیم

$$\frac{i}{A} = nev_d$$

با قرار دادن $\pi r^۲ (= ۲/۵۴ \times ۱۰^{-۶}\ \text{m}^۲)$ به جای A و حل آن برای v_d، خواهیم داشت

$$v_d = \frac{i}{ne(\pi r^۲)}$$
$$= \frac{۱۷ \times ۱۰^{-۳}\ \text{A}}{(۸/۴۹ \times ۱۰^{۲۸}\text{m}^{-۳})(۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\text{C})(۲/۵۴ \times ۱۰^{-۶}\ \text{m}^۲)}$$
$$= ۴/۹ \times ۱۰^{-۷}\ \text{m/s} \qquad \text{(پاسخ)}$$

که فقط برابر $۱/۸\text{mm/h}$ یعنی آهسته‌تر از یک حلزون کم تحرک است.

نورها سریع هستند: ممکن است سؤال شود که «اگر تندی سوقی الکترونها تا این اندازه کم است، پس چرا وقتی کلید لامپ روشنایی را می‌زنیم، لامپ فوراً روشن می‌شود؟» اشتباه از عدم تمایز بین تندی سوقی الکترونها و تندی انتشار تغییرات پیکربندی میدان الکتریکی در طول سیم ناشی می‌شود. تندی انتشار تغییرات میدان الکتریکی تقریباً با تندی نور برابر است؛

الکترونها در همه جای سیم از جمله به داخل لامپ تقریباً به طور آنی حرکت سوقی را شروع می‌کنند. همین طور هرگاه شیر شیلنگ باغچه را که پر از آب است باز کنیم، یک موج فشار با تندی صوت در آب در طول شیلنگ حرکت می‌کند. تندیی که آب با آن در طول شیلنگ حرکت می‌کند- اگر با یک علامت رنگی اندازه‌گیری شود- خیلی آهسته‌تر است.

۲۲-۴ مقاومت و مقاومت ویژهٔ الکتریکی

اگر اختلاف پتانسیل یکسانی را بین دو انتهای دو میلهٔ مسی و شیشه‌ای با شکل هندسی مشابه اعمال کنیم، دو جریان الکتریکی خیلی مختلف نتیجه می‌شود. مشخصه‌ای از رسانا؛ که در اینجا مطرح می‌شود **مقاومت** الکتریکی است. با اعمال یک اختلاف پتانسیل V بین هر دو نقطه و اندازه‌گیری جریان i به وجود آمده مقاومت بین آن دو نقطه را تعیین می‌کنیم. پس مقاومت R عبارت است از

$$R=\frac{V}{i} \quad (\text{تعیین } R) \qquad (۲۲-۸)$$

یکای SI مقاومت که از معادلهٔ ۲۲-۸ به دست می‌آید ولت بر آمپر است. این ترکیب آنقدر به کار می‌رود که نام ویژه‌ای که **اهم** (با نماد Ω) نامیده می‌شود به آن داده شده است، یعنی

$$۱ \text{ اهم} = ۱\,\Omega = ۱ \text{ ولت بر آمپر}$$
$$=1\,\text{V/A} \qquad (۲۲-۹)$$

رسانایی را که وجود آن در یک مدار مقاومت مشخصی ایجاد می‌کند **مقاومت** می‌نامند (به شکل ۲۲-۷ نگاه کنید). در نمودار مدار، مقاومت عنصر را با نماد ∿∿∿ نشان می‌دهند. اگر معادلهٔ ۲۲-۸ را به صورت

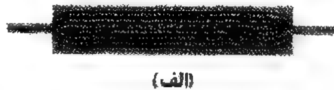
$$i=\frac{V}{R}$$

بنویسیم، می‌بینیم که «مقاومت» نام مناسبی است، زیرا به ازای یک اختلاف پتانسیل معین، مقاومت بیشتر (در برابر جریان) به معنای جریان کمتر است.



شکل ۲۲-۷ مجموعه‌ای از مقاومتها. نوارهای دایره‌ای نشانه‌های رنگی هستند که مقدار مقاومت را مشخص می‌کنند.

مقاومت یک رسانا به روشی بستگی دارد که اختلاف پتانسیل به آن اعمال می‌شود. برای مثال شکل ۲۲-۸ اختلاف پتانسیل معینی را نشان می‌دهد که به دو روش مختلف به یک رسانا اعمال شده است. همان‌طور که خط جریانهای چگالی جریان نشان می‌دهد، در این دو حالت جریانها- و از این رو مقاومتهای اندازه‌گیری شده- متفاوت‌اند. به غیر از مواردی که مشخص می‌شود، فرض بر این است که اختلاف پتانسیل داده شده به صورت شکل ۲۲-۸ ب اعمال می‌شود.



(الف)



(ب)

شکل ۲۲-۸ دو روش برای اعمال اختلاف پتانسیل به دو سر یک میلهٔ رسانا. اتصالهای وصل شده به دو سر مقاومت، مقاومت ناچیزی دارند. مقاومت اندازه‌گیری شده در (الف) وقتی که این اتصالها به ناحیهٔ کوچکی در هر انتهای میله متصل‌اند بزرگتر از وقتی است که آنها به ترتیب (ب) تمام میله را پوشش دهند.

همان‌طور که بارها در موارد دیگر دیده‌ایم، اغلب می‌خواهیم با یک دید کلی و به جای توجه به اجسام خاص خود مواد را بررسی کنیم. در اینجا همین کار را انجام می‌دهیم یعنی اختلاف پتانسیل V بین دو سر یک مقاومت خاص را در نظر نمی‌گیریم بلکه میدان الکتریکی $\vec{E}$ را در **یک نقطه** از مادهٔ مقاومت دار مورد توجه قرار می‌دهیم. به جای در نظر گرفتن جریان i که از یک مقاومت می‌گذرد، چگالی جریان $\vec{J}$ را در نقطهٔ مورد نظر بررسی می‌کنیم و به جای **مقاومت** R یک جسم، **مقاومت ویژهٔ** ρ آن *ماده* را در نظر می‌گیریم:

$$\rho=\frac{E}{J} \quad (\text{تعریف } \rho) \qquad (۲۲-۱۰)$$

(این معادله را با معادلهٔ ۲۲-۸ مقایسه کنید.)

اگر یکاهای SI مربوط به E و J را مطابق با معادلهٔ ۲۲-۱۰ با هم ترکیب کنیم، یکای ρ، اهم- متر (Ω.m) به دست می‌آید

$$\frac{(E)\text{یکای}}{(J)\text{ یکای}}=\frac{\text{V/m}}{\text{A/m}^2}=\frac{\text{V}}{\text{A}}\text{m}=\Omega\text{m}$$

(*اهم- متر*، یکای مقاومت ویژه را با *اهم‌متر* (اهم‌سنج) که وسیله‌ای برای اندازه‌گیری مقاومت است اشتباه نکنید.) جدول ۲۲-۱ مقاومتهای ویژه برخی از مواد را نشان می‌دهد.

معادلهٔ ۲۲-۱۰ را می‌توان به شکل برداری زیر نوشت

$$\vec{E}=\rho\vec{J} \qquad (۲۲-۱۱)$$

معادله‌های ۲۲-۱۰ و ۲۲-۱۱ فقط برای مواد *همسانگرد- موادی* که خاصیت‌های الکتریکی آنها در تمام جهتها یکسان است، برقرار است.

اغلب از **رسانندگی** σ یک ماده استفاده می‌شود. رسانندگی به طور ساده عکس مقاومت ویژه است، پس

$$\sigma=\frac{1}{\rho} \quad (\text{تعریف } \sigma) \qquad (۲۲-۱۲)$$

یکای SI رسانندگی عکس اهم- متر یعنی $(\Omega.m)^{-1}$ است. نام یکای موهو بر متر نیز گاهی مورد استفاده قرار می‌گیرد (mho عکس ohm است.) از تعریف σ ، معادلهٔ ۲۲-۱۱ را می‌توان به شکل دیگری نوشت

$$\vec{J}=\sigma \vec{E} \qquad (۲۲-۱۳)$$

جدول ۲۲-۱

مقاومتهای ویژهٔ چند ماده در دمای اتاق (۲۰° C)

ماده	مقاومت ویژه ρ $(\Omega.m)$	ضریب دمایی مقاومت ویژه، α (K^{-1})
	فلزهای نوعی	
نقره	$۱/۶۲\times ۱۰^{-۸}$	$۴/۱\times ۱۰^{-۳}$
مس	$۱/۶۹\times ۱۰^{-۸}$	$۴/۳\times ۱۰^{-۳}$
طلا	$۲/۳۵\times ۱۰^{-۸}$	$۴/۰\times ۱۰^{-۳}$
آلومینیوم	$۲/۷۵\times ۱۰^{-۸}$	$۴/۴\times ۱۰^{-۳}$
منگانین[1]	$۴/۸۲\times ۱۰^{-۸}$	$۰/۰۰۲\times ۱۰^{-۳}$
تنگستن	$۵/۲۵\times ۱۰^{-۸}$	$۴/۵\times ۱۰^{-۳}$
آهن	$۹/۶۸\times ۱۰^{-۸}$	$۶/۵\times ۱۰^{-۳}$
پلاتین	$۱۰/۶\times ۱۰^{-۸}$	$۳/۹\times ۱۰^{-۳}$
	نیمرساناهای نوعی	
سیلیسیوم خالص	$۲/۵\times ۱۰^{۳}$	-۷۰×۱۰^{-۳}
سیلیسیوم نوع n[2]	$۸/۷\times ۱۰^{-۴}$	
سیلیسیوم نوع p[3]	$۲/۸\times ۱۰^{-۳}$	
	عایقهای نوعی	
شیشه	$۱۰^{۱۰}-۱۰^{۱۴}$	
کوارتز ذوب شده	$\sim ۱۰^{۱۶}$	

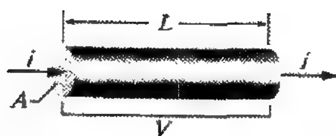
۱- آلیاژی است که به ویژه جهت داشتن مقدار کم α ساخته می‌شود.
۲- سیلیسیوم خالص آلاییده شده با ناخالصیهای فسفری با چگالی حاملهای بار برابر با $۱۰^{۲۳}\ m^{-۳}$.
۳- سیلیسیوم خالص آلاییده شده با ناخالصیهای آلومینیومی با چگالی حاملهای بار برابر با $۱۰^{۲۳}\ m^{-۳}$.

محاسبهٔ مقاومت از مقاومت ویژه

به تفاوت مهمی دست یافته‌ایم:

> مقاومت خاصیتی از یک جسم است ولی مقاومت ویژه خاصیتی از ماده است.

اگر مقاومت ویژهٔ ماده‌ای مانند مس را بدانیم، می‌توانیم مقاومت طولی از سیم را که از آن ساخته شده است محاسبه کنیم. فرض می‌کنیم مساحت مقطع سیم A ، طول آن L و اختلاف پتانسیل دو سر آن V باشد، (شکل ۲۲-۹). اگر خطهای جریان نمایش دهندهٔ چگالی جریان عبوری از سیم یکنواخت باشند، میدان الکتریکی و چگالی جریان در همهٔ نقطه‌های درون سیم ثابت خواهد بود، و از معادله‌های ۲۰-۴۲ و ۲۲-۵ مقدار آنها به این صورت‌اند



شکل ۲۲-۹ اختلاف پتانسیل V اعمال شده بین دو سر سیمی به طول L و مقطع A ، باعث برقراری جریان i می‌شود.

$$E=V/L\ ,\ \ J=i/A \qquad (۲۲-۱۴)$$

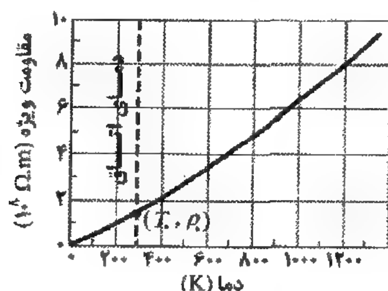
از ترکیب معادله‌های ۲۲-۱۰ و ۲۲-۱۴ می‌توان نوشت

$$\rho=\frac{E}{J}=\frac{V/L}{i/A} \qquad (۲۲-۱۵)$$

چون V/i مقاومت R است، معادلهٔ ۲۲-۱۵ به صورت زیر نوشته می‌شود

$$R=\rho\frac{L}{A} \qquad (۲۲-۱۶)$$

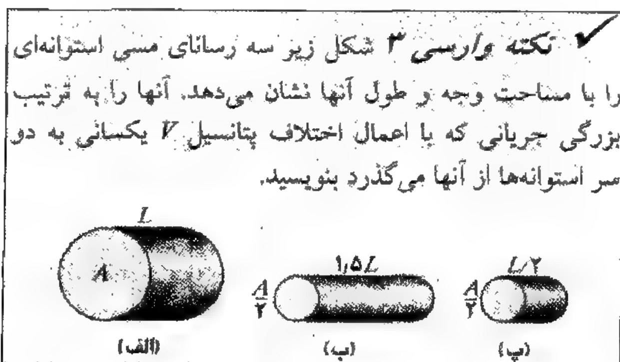
معادلهٔ ۲۲-۱۶ را فقط در مورد یک رسانای همسانگرد همگن با مقطع یکنواخت و با پتانسیلی که به صورت شکل ۲۲-۸ ب اعمال شده باشد، می‌توان به کار برد.



شکل ۲۲-۱۰ مقاومت ویژهٔ مس برحسب تابعی از دما. نقطهٔ نشان داده شده روی منحنی، نقطهٔ مرجع مناسب در دمای $T_0=۲۹۳\ K$ و مقاومت ویژهٔ $\rho_0=۱/۶۹\times ۱۰^{-۸}\ \Omega.m$ را نشان می‌دهد.

کمیتهای ماکروسکوپی V ، i و R وقتی بیشتر قابل توجه‌اند که اندازه‌گیریهای الکتریکی در رساناهای خاصی انجام گیرد. اینها کمیتهایی هستند که به طور مستقیم روی وسایل اندازه‌گیری خوانده می‌شوند. هرگاه به خواص الکتریکی بنیادی مواد علاقه‌مند باشیم کمیتهای میکروسکوپی E ، J و ρ را در نظر می‌گیریم.

> ✔ **نکته وارسی ۳** شکل زیر سه رسانای مسی استوانه‌ای را با مساحت وجه و طول آنها نشان می‌دهد. آنها را به ترتیب بزرگی جریانی که با اعمال اختلاف پتانسیل V یکسانی به دو سر استوانه‌ها از آنها می‌گذرد بنویسید.



تغییر مقاومت ویژه با دما

مقدار اغلب خاصیتهای فیزیکی از جمله مقاومت ویژه، با دما تغییر می‌کند. برای مثال، شکل ۲۲-۱۰ تغییر این خاصیت را در مورد مس در یک گسترهٔ وسیع دمایی نشان می‌دهد. رابطهٔ میان دما و مقاومت ویژهٔ مس- و در حالت کلی برای فلزها- در گسترهٔ دمایی نسبتاً بزرگ تقریباً خطی است. برای چنین رابطه‌های خطی، به صورت یک تقریب تجربی، که اغلب برای مقاصد مهندسی کاملاً مناسب است، می‌توان نوشت

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0) \qquad (۲۲\text{-}۱۷)$$

در اینجا T_0 دمای مرجع انتخاب شده و ρ_0 مقاومت ویژه در آن دماست. معمولاً دما $T_0 = ۲۹۳\text{K}$ (دمای اتاق) اختیار می‌شود که در این دما برای مس $\rho_0 = ۱/۶۹\times۱۰^{-۸}\ \Omega.\text{m}$ است.

چون در معادلهٔ ۲۲-۱۷ دما به صورت اختلاف ظاهر می‌شود، می‌توان از مقیاس سیلسیوس یا کلوین استفاده کرد، زیرا اندازهٔ درجه‌های این دو مقیاس یکی است. کمیت α در معادلهٔ ۲۲-۱۷، که *ضریب دمایی مقاومت ویژه* نام دارد، طوری انتخاب می‌شود که برای دماهای گسترهٔ انتخاب شده بهترین سازگاری را با تجربه داشته باشد. مقدار α برای برخی فلزها در جدول ۲۲-۱ آمده است.

مسئله نمونهٔ ۲۲-۴

ابعاد قطعهٔ مستطیل شکلی از آهن برابر با $۱/۲\text{cm}\times۱/۲\text{cm}\times۱۵\text{cm}$ است. بین هر دو وجه موازی این قطعه اختلاف پتانسیلی چنان اعمال می‌کنیم که این وجه‌ها به صورت سطحهای هم پتانسیل در آیند (مانند شکل ۲۲-۸ ب). اگر دو وجه موازی (۱) مربع (با ابعاد $۱/۲\text{cm}\times۱/۲\text{cm}$) و (۲) دو وجه مستطیل (با ابعاد $۱/۲\text{cm}\times۱۵\text{cm}$) باشند، مقاومت قطعه چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی مقاومت R یک جسم به چگونگی پتانسیل الکتریکی اعمال شده به آن بستگی دارد. این مقاومت بنابر معادلهٔ ۲۲-۱۶ $(R=\rho L/A)$ به ویژه، به نسبت L/A بستگی دارد، که در آن A مساحت سطحهایی است که اختلاف پتانسیل به آنها اعمال شده و L فاصلهٔ بین این سطحهاست.

محاسبه‌ها: در آرایش ۱، داریم

$A = (۱/۲\text{cm})^۲ = ۱/۴۴\times۱۰^{-۴}\ \text{m}^۲$ و $L = ۱۵\text{cm} = ۰/۱۵\ \text{m}$.

با قرار دادن این مقدارها و مقاومت ویژهٔ ρ از جدول ۲۲-۱ در معادلهٔ ۲۲-۱۶، برای آرایش ۱ خواهیم داشت

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(۹/۶۸\times۱۰^{-۸}\ \Omega.\text{m})(۰/۱۵\ \text{m})}{۱/۴۴\times۱۰^{-۴}\ \text{m}^۲}$$

$$= ۱/۰\times۱۰^{-۴}\ \Omega = ۱۰۰\mu\Omega \qquad \text{(پاسخ)}$$

همین طور برای آرایش ۲، با طول $L = ۱/۲\text{cm}$ و مساحت $A = (۱/۲\text{cm})(۱۵\text{cm})$، خواهیم داشت

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(۹/۶۸\times۱۰^{-۸}\ \Omega.\text{m})(۱/۲\times۱۰^{-۲}\ \text{m})}{۱/۸۰\times۱۰^{-۳}\ \text{m}^۲}$$

$$= ۶/۵\times۱۰^{-۷}\ \Omega = ۰/۶۵\mu\Omega \qquad \text{(پاسخ)}$$

مسئله نمونهٔ ۲۲-۵ مهارت خود را تقویت کنید

شکل ۲۲-۱۱ شخص و گاوی را نشان می‌دهد که هر یک در فاصلهٔ شعاعی $D = ۶۰/۰\ \text{m}$ از نقطه‌ای که آذرخش با جریان $I = ۱۰۰\ \text{kA}$ به زمین برخورد کرده است ایستاده‌اند. جریان از طریق زمین به طور یکنواخت در نیمکره‌ای به مرکز نقطهٔ اصابت پخش شده‌است. پاهای شخص در فاصلهٔ شعاعی $\Delta r_{per} = ۰/۵۰\ \text{m}$ و فاصلهٔ بین پاهای جلو و پاهای عقب گاو در فاصلهٔ شعاعی $\Delta r_{cow} = ۱/۵۰\text{m}$ قرار دارند. مقاومت ویژهٔ زمین $\rho_{gr} = ۱۰۰\ \Omega.\text{m}$ است. مقاومت بین پای چپ و راست شخص و بین پاهای جلو و عقب گاو $R = ۴/۰۰\text{k}\Omega$ است.

(الف) جریان i_{per} که از شخص می‌گذرد چقدر است؟

نکته‌های کلیدی

۱- برخورد آذرخش یک میدان الکتریکی و یک اختلاف پتانسیل الکتریکی در زمینی که نقطهٔ اصابت را احاطه کرده است ایجاد می‌کند.

۲- به این دلیل که یک پای شخص نسبت به پای دیگر او به نقطهٔ اصابت نزدیکتر است، یک اختلاف پتانسیل ΔV در شخص ایجاد می‌شود.

۳- این ΔV موجب ایجاد جریان i_{per} در شخص می‌شود.

اختلاف پتانسیل: چون جریان آذرخش I به طور یکنواخت در نیمکره‌ای در زمین پخش می‌شود، چگالی جریان در هر نقطه به شعاع r از نقطهٔ اصابت، از معادلهٔ ۲۲-۵ $(J = i/A)$ به دست می‌آید،

$$J = \frac{I}{۲\pi r^۲} \qquad (۲۲\text{-}۱۸)$$

که در آن $۲\pi r^۲$ مساحت سطح نیمکره است. از معادلهٔ ۲۲-۱۰ $(\rho = E/J)$، بزرگی میدان الکتریکی عبارت است از

$$E = \rho_{gr} J = \frac{\rho_{gr} I}{۲\pi r^۲} \qquad (۲۲\text{-}۱۹)$$

از معادلهٔ ۲۲-۱۸ $(\Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{s})$، اختلاف پتانسیل ΔV بین نقطه‌ای در فاصلهٔ شعاعی D و نقطه‌ای در فاصلهٔ شعاعی $D+\Delta r$ عبارت است از

$$\Delta V = -\int_D^{D+\Delta r} E dr \qquad (۲۲\text{-}۲۰)$$

با قراردادن ۲۲-۱۹ در این انتگرال و سپس با انتگرالگیری اختلاف پتانسیل به دست می‌آید

$$\Delta V = -\int_D^{D+\Delta r} \frac{\rho_{gr} I}{۲\pi r^۲} dr = -\frac{\rho_{gr} I}{۲\pi}\left[-\frac{۱}{r}\right]_D^{D+\Delta r}$$

$$= \frac{\rho_{gr} I}{۲\pi}\left(\frac{۱}{D+\Delta r} - \frac{۱}{D}\right) = -\frac{\rho_{gr} I}{۲\pi}\frac{\Delta r}{D(D+\Delta r)} \qquad (۲۲\text{-}۲۱)$$

جریان: اگر یکی از پاهای شخص در فاصلهٔ شعاعی D از نقطهٔ اصابت و پای دیگر در فاصلهٔ شعاعی $D+\Delta r$ باشد، اختلاف پتانسیل ΔV *بین پاهای او با معادلهٔ ۲۲-۲۱ داده می‌شود. این* ΔV جریان i_{per} را در شخص به وجود می‌آورد. برای یافتن این جریان، از معادلهٔ ۲۲-۸ $(R=V/i)$ استفاده می‌کنیم، که در آن V بزرگی اختلاف پتانسیل را نشان می‌دهد. با قرار دادن بزرگی ΔV از معادلهٔ ۲۲-۲۱ به جای V در معادلهٔ ۲۲-۸، جریان را پیدا می‌کنیم

$$i=\frac{V}{R}=\frac{\rho_{gr}I}{2\pi}\frac{\Delta r}{D(D+\Delta r)}\frac{1}{R} \qquad (۲۲-۲۲)$$

با قرار دادن مقدارهای معلوم، از جمله فاصلهٔ پاها $\Delta r_{per}=0/50\ \mathrm{m}$، جریانی که از شخص می‌گذرد به دست می‌آید

$$i_{per}=\frac{(100\Omega.\mathrm{m})(100\mathrm{kA})}{2\pi}\times\frac{0/50\mathrm{m}}{(60\mathrm{m})(60/0\mathrm{m}+0/50\mathrm{m})}\times\frac{1}{4/00\mathrm{k}\Omega}$$

$$=0/0548\mathrm{A}=54/8\mathrm{mA} \qquad \text{(پاسخ)}$$

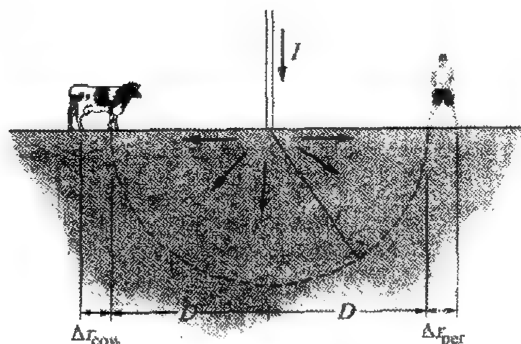
چنین جریانی موجب انقباض ناخواسته ماهیچه می‌شود: شخص دچار برق گرفتگی ولی زود رفع می‌شود. توجه کنید که شخص می‌تواند با نزدیک کردن پاهای خود به یکدیگر به گونه‌ای که Δr به چند سانتی‌متر برسد این مقدار جریان را کم کند.

(ب) جریان i_{cow} که از گاو می‌گذرد چقدر است؟

محاسبه: دوباره از معادلهٔ ۲۲-۲۲ استفاده می‌کنیم، ولی اکنون Δr برابر است با $\Delta r_{cow}=1/50\mathrm{m}$. با این مقدار، جریانی که از گاو می‌گذرد عبارت است از

$$i_{cow}=0/162\mathrm{A}=162\mathrm{mA} \qquad \text{(پاسخ)}$$

که کشنده است. گاو در معرض خطر شدیدتری ناشی از جریان زمین قرار دارد چون Δr آن بیشتر است. البته گاو نمی‌تواند با کم کردن فاصلهٔ پاهای خود خطر را کاهش دهد (که البته منظرهٔ عجیبی می‌شود)

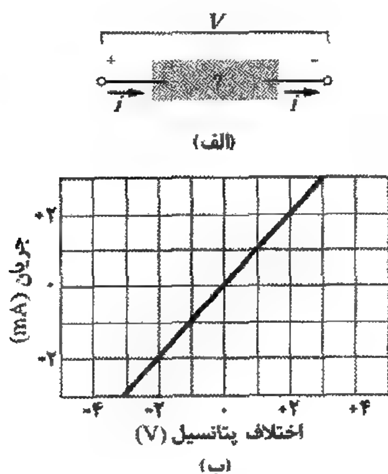


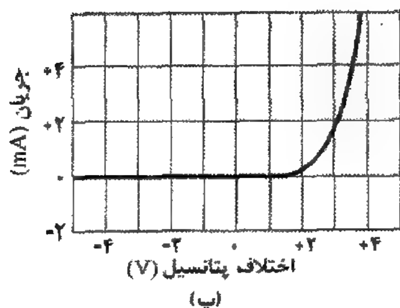
شکل ۲۲-۱۱ جریان حاصل از اصابت آذرخش به صورت نیمکره در زمین پخش می‌شود و در فاصلهٔ D از نقطهٔ اصابت به شخص و گاو می‌رسد. خطر در هر یک به فاصلهٔ Δr بستگی دارد.

۲۲-۵ قانون اهم

همان‌طور که در بخش ۲۲-۴ بحث کردیم، *مقاومت الکتریکی*، رسانایی است با مقاومت ویژهٔ معین. مقاومت به بزرگی و جهت *(قطبیت)* اختلاف پتانسیل اعمال شده بستگی ندارد. ولی وسایل رسانای دیگر ممکن است مقاومتی داشته باشند که برحسب اختلاف پتانسیل اعمال شده تغییر کند.

شکل ۲۲-۱۲ الف چگونگی تفاوت این وسایل را نشان می‌دهد. اختلاف پتانسیل V به دو سر وسیلهٔ مورد آزمون اعمال شده است و جریان i حاصل که از وسیله می‌گذرد با تغییر V از نظر بزرگی و قطبیت اندازه‌گیری می‌شود. وقتی پایانهٔ سمت چپ وسیله نسبت به پایانهٔ سمت راست آن در پتانسیل بالاتری باشد، به طور اختیاری قطبیت V مثبت اختیار می‌شود. به جهت جریان به وجود آمده (از چپ به راست) به طور اختیاری علامت مثبت نسبت داده می‌شود. آنگاه قطبیت معکوس V (وقتی پایانهٔ سمت راست در پتانسیل بالاتری باشد) منفی است؛ و جریانی را که به وجود می‌آورد با علامت منفی مشخص می‌شود.





شکل ۲۲-۱۲ (الف) در وسیله‌ای که به پایانه‌های آن اختلاف پتانسیلی اعمال شده، جریان i برقرار است. (ب) نمودار تغییرات جریان i برحسب اختلاف پتانسیل اعمال شدهٔ V، هنگامی که اندازهٔ مقاومت 1000Ω است. (پ) نمودار برای حالتی که وسیله یک دیود نیمرسانا با پیوند pn است.

شکل ۲۲-۱۲اب نموداری از تغییرات i برحسب V را برای یک وسیلهٔ الکتریکی نشان می‌دهد. این نمودار خط راستی است که از مبدأ می‌گذرد، پس نسبت i/V (که شیب خط راست است) به ازای تمام مقدارهای V ثابت است. این بدان معناست که مقاومت $R=V/i$ مستقل از بزرگی و قطبیت اختلاف پتانسیل اعمال شدهٔ V است.

شکل ۲۲-۱۲ پ نمودار دیگری برای یک وسیلهٔ رسانای دیگر است. در این وسیله هنگامی که قطبیت V مثبت و اختلاف پتانسیل اعمال شده بیش از $1/5\ V$ باشد، جریان می‌تواند برقرار شود. هنگامی که جریان برقرار شود رابطهٔ بین i و V خطی نیست و به مقدار اختلاف پتانسیل اعمال شدهٔ V بستگی دارد.

تفاوت این دو وسیله در این است که وسیلهٔ اول از قانون اهم پیروی می‌کند ولی وسیلهٔ دوم پیروی نمی‌کند.

> **قانون اهم** حاکی از آن است که جریانی که از یک وسیله می‌گذرد *همواره* با اختلاف پتانسیل اعمال شده به وسیله نسبت مستقیم دارد.

(این بیان فقط در برخی موارد برقرار است؛ باز هم به دلایل تاریخی اصطلاح «قانون» به کار برده می‌شود.) وسیلهٔ شکل ۲۲-۱۱ب، که یک مقاومت 1000Ω است، از قانون اهم پیروی می‌کند ولی وسیلهٔ شکل ۲۲-۱۲ پ، که دیود با پیوند pn است، از این قانون پیروی نمی‌کند.

> **یک وسیلهٔ رسانا وقتی از قانون اهم پیروی می‌کند که مقاومت آن وسیله مستقل از بزرگی و قطبیت اختلاف پتانسیل اعمال شده به آن باشد.**

میکروالکترونیک نوین تقریباً به طور کامل به وسایلی بستگی دارد که از قانون اهم پیروی *نمی‌کنند*. به عنوان مثال ماشین حساب پر از این گونه وسایل است.

اغلب گفته می‌شود که $V=iR$ بیانی از قانون اهم است. این درست نیست! این معادله مقاومت را تعریف می‌کند و در مورد همهٔ رساناها، چه آنهایی که از قانون اهم پیروی می‌کنند و چه آنهایی که پیروی نمی‌کنند، به کار می‌رود. اگر اختلاف پتانسیل V در دو سر هر وسیله‌ای الکتریکی، حتی یک دیود با پیوند pn اعمال شود و جریان i برقرار شده در آن را اندازه‌گیری کنیم، در می‌یابیم که مقاومت در آن *مقدار* V به صورت $R=V/i$ است. ولی اساس قانون اهم در این است که نمودار تغییرات i برحسب V خطی است؛ یعنی R مستقل از مقدار V است.

اگر به جای *وسایل رسانا* بر *مواد* رسانا تأکید کنیم قانون اهم را به روش خیلی کلی‌تری می‌توان بیان کرد. رابطهٔ مربوط به آن معادلهٔ ۲۲-۱۱ $(\vec{E}=\rho\vec{J})$ است که متناظر با $V=iR$ است.

> **یک مادهٔ رسانا وقتی از قانون اهم پیروی می‌کند که مقاومت ویژهٔ ماده از بزرگی و جهت میدان الکتریکی اعمال شده مستقل باشد.**

همهٔ مواد همگن، چه آنهایی که رسانا هستند، مانند مس یا آنهایی که غیر رسانا هستند، مانند سیلیسیوم خالص یا آلاییده با ناخالصیهای معین، در گستره‌ای از مقدارهای میدان الکتریکی از قانون اهم پیروی می‌کنند. ولی اگر میدان خیلی قوی باشد، در همهٔ موارد انحرافهایی از قانون اهم وجود دارد.

> ✔ ***نکتهٔ وارسی ۴*** جدول زیر جریان i را (برحسب آمپر) که از دو وسیله به ازای چند مقدار اختلاف پتانسیل V (برحسب ولت) می‌گذرد نشان می‌دهد. از این داده‌ها تعیین کنید که کدامیک از این وسایل از قانون اهم پیروی نمی‌کند.

وسیلهٔ ۱		وسیلهٔ ۲	
V	i	V	i
۲/۰۰	۴/۵۰	۲/۰۰	۱/۵۰
۳/۰۰	۰/۷۵	۳/۰۰	۲/۲۰
۴/۰۰	۹/۰۰	۴/۰۰	۲/۸۰

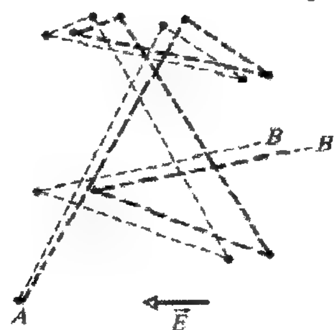
۲۲-۶ نگرش میکروسکوپی قانون اهم

برای اینکه معلوم کنیم *چرا* برخی از مواد خاص از قانون اهم پیروی می‌کنند، باید نظری به جزئیات فرایندهای رسانش در سطح اتمی بیندازیم. در اینجا فقط رسانش در فلزهایی مانند مس را در نظر می‌گیریم. پایهٔ تحلیل خود را بر *مدل الکترون آزاد* قرار می‌دهیم که در آن فرض بر این است که الکترونهای رسانش در فلز در سراسر حجم نمونه، مانند مولکولهای گاز در یک ظرف بسته، می‌توانند آزادانه حرکت کنند. همچنین فرض می‌کنیم که الکترونها با یکدیگر برخورد نمی‌کنند و برخورد آنها فقط با اتمهای فلز است.

بنابر فیزیک کلاسیک، توزیع تندی الکترونها مانند مولکولهای یک گاز باید ماکسولی باشد، در چنین توزیعی (بخش ۱۵-۷) میانگین تندی الکترون با ریشهٔ دوم دمای مطلق متناسب است، ولی حرکت الکترونها به جای پیروی از قانونهای فیزیک کلاسیک از قانونهای فیزیک کوانتومی پیروی می‌کند. همان‌طور که معلوم خواهد شد، فرضی که به واقعیت کوانتومی خیلی نزدیک باشد این است که الکترونهای رسانش با تندی مؤثر v_{eff} حرکت می‌کنند و این تندی اساساً مستقل از دماست. در مورد مس $v_{eff}\approx 1/6\times 10^{6}\ m/s$ است.

وقتی یک میدان الکتریکی را به نمونه‌ای از فلز اعمال کنیم، الکترونها حرکتهای کاتوره‌ای خود را اندکی تغییر می‌دهند- در جهت مخالف با میدان- و با یک تندی متوسط v_d به طور خیلی آهسته رانده می‌شوند. همان‌طور که در مسئلهٔ نمونهٔ ۲۲-۳

دیدیم، تندی سوقی در یک رسانای فلزی نوعی تقریباً ۵×۱۰^{-۷} m/s است که از تندی مؤثر ($۱/۶\times۱۰^{۶}$ m/s) بسیار مرتبهٔ بزرگی کوچکتر است. شکل ۲۲-۱۳ رابطهٔ میان این دو تندی را نشان می‌دهد. خطهای پر رنگ مسیر کاتوره‌ای ممکن را برای الکترون در نبود میدان الکتریکی نشان می‌دهد؛ الکترون در طول حرکت از A به B شش برخورد انجام می‌دهد. خطهای کم رنگ نشان می‌دهند که چگونه همین رویداد هنگامی که یک میدان الکتریکی $\vec{E}$ اعمال شده ممکن است رخ دهد. می‌توان دید که الکترون به تدریج به سمت راست سوق داده می‌شود و به جای B به B' می‌رسد. شکل ۲۲-۱۳ با فرض $v_d \approx ۰/۰۲ v_{eff}$ رسم شده است. ولی چون مقدار واقعی نزدیک به $v_d \approx (۱۰^{-۱۲})v_{eff}$ است، در این شکل حرکت سوقی به طور اغراق آمیزی نشان داده شده است.



شکل ۲۲-۱۳ خطهای پر رنگ مسیر الکترونی را نشان می‌دهد که در هنگام رفتن از A به B شش برخورد انجام داده است. خطهای کم رنگ مسیر ممکن را در حضور یک میدان الکتریکی اعمال شده نشان می‌دهند. به حرکت سوقی تدریجی در جهت $-\vec{E}$ توجه کنید. (در واقع خطهای کم رنگ باید اندکی خمیده باشند تا مسیرهای سهمی شکل طی شده به وسیلهٔ الکترونها را در فاصلهٔ میان برخوردها بر اثر میدان الکتریکی نشان دهند.)

بنابراین، حرکت الکترونهای رسانش در میدان الکتریکی $\vec{E}$، ترکیبی از حرکت ناشی از برخوردهای کاتوره‌ای و حرکت ناشی از میدان $\vec{E}$ است. هرگاه همهٔ الکترونهای آزاد را در نظر بگیریم، حرکتهای کاتوره‌ای آنها به طور میانگین صفر است و سهمی در تندی سوقی ندارند. بنابراین، تندی سوقی فقط ناشی از اثر میدان الکتریکی روی الکترونهاست.

اگر الکترونی به جرم m در میدان الکتریکی به بزرگی E قرار گیرد، الکترون شتابی پیدا می‌کند که با قانون دوم نیوتون داده می‌شود

$$a=\frac{F}{m}=\frac{eE}{m} \qquad (۲۲\text{-}۲۳)$$

طبیعت برخوردهای انجام شده به وسیلهٔ الکترونها چنان است که پس از هر برخورد نوعی، گویی الکترون تمام خاطرهٔ خود از تندی سوقی قبلی را فراموش می‌کند. از این رو، هر یک از الکترونها پس از هر برخورد تازه در جهتی کاتوره‌ای شروع به حرکت می‌کنند. در میانگین زمانی τ بین برخوردها، یک الکترون به طور میانگین تندی سوقی $v_d=a\tau$ را به دست می‌آورد.

افزودن بر این، اگر تندیهای سوقی همهٔ الکترونها را در هر لحظه اندازه بگیریم، خواهیم دید که میانگین تندی سوقی آنها نیز $a\tau$ است. پس به طور میانگین، در هر لحظه، الکترونها دارای تندی سوقی $v_d=a\tau$ خواهند بود. پس از معادلهٔ ۲۲-۲۳ خواهیم داشت

$$v_d=a\tau=\frac{eE\tau}{m} \qquad (۲۲\text{-}۲۴)$$

با ترکیب این نتیجه با معادلهٔ ۲۲-۷ $(\vec{J}=ne\vec{v}_d)$ به لحاظ بزرگی خواهیم داشت

$$v_d=\frac{J}{ne}=\frac{eE\tau}{m}$$

که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$E=\left(\frac{m}{e^۲n\tau}\right)J$$

با مقایسه با معادلهٔ ۲۲-۱۱ $(\vec{E}=\rho\vec{J})$ به لحاظ بزرگی خواهیم داشت

$$\rho=\frac{m}{e^۲n\tau} \qquad (۲۲\text{-}۲۵)$$

معادلهٔ ۲۲-۲۵ بیان می‌کند که در مورد فلزها اگر بتوانیم ثابت کنیم که ρ ثابت و مستقل از شدت میدان الکتریکی اعمال شده $\vec{E}$ است، فلزها از قانون اهم پیروی می‌کنند. چون n، m و e ثابت‌اند، کافی است متقاعد شویم که τ زمان میانگین (*یا زمان آزاد میانگین*) بین برخوردها ثابت و مستقل از شدت میدان الکتریکی اعمال شده است. در واقع τ را می‌توان ثابت در نظر گرفت چون تندی سوقی v_d که به وسیلهٔ میدان الکتریکی ایجاد می‌شود خیلی کوچکتر از تندی مؤثر v_{eff} تندی الکترون، و بنابراین τ، است که به سختی تحت تأثیر میدان قرار می‌گیرد.

مسئله نمونه ۲۲-۶

(الف) زمان آزاد میانگین τ بین برخوردها برای الکترونهای رسانش در مس چقدر است؟

نکته‌های کلیدی زمان آزاد میانگین τ مس تقریباً ثابت است، و به خصوص به میدان الکتریکی که بر نمونه‌ای از مس اعمال شود بستگی ندارد. بنابراین، نیازی نیست که مقدار خاصی برای میدان الکتریکی در نظر گرفته شود. با وجود این چون مقاومت ویژهٔ ρ مس تحت تأثیر یک میدان الکتریکی به τ بستگی دارد، زمان آزاد میانگین τ را می‌توان از معادلهٔ ۲۲-۲۵ $(\rho=m/e^۲n\tau)$ پیدا کرد.

محاسبه‌ها: از این معادله داریم

$$\tau=\frac{m}{ne^۲\rho}$$

مقدار n، تعداد الکترونهای رسانش بر یکای حجم در مس از مسئلهٔ نمونهٔ ۲۲-۳ و مقدار ρ از جدول ۲۲-۱ به دست می‌آید. مخرج عبارت است از

$$(۸/۴۹\times۱۰^{۲۸}\text{m}^{-۳})(۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\text{C})^۲(۱/۶۹\times۱۰^{-۸}\,\Omega.\text{m})$$
$$=۳/۶۷\times۱۰^{-۱۷}\text{C}^۲.\,\Omega/\text{m}^۲=۳/۶۷\times۱۰^{-۱۷}\,\text{kg/s}$$

که یکاها به صورت زیر به هم تبدیل شده‌اند

$$\frac{C^2.\Omega}{m^2}=\frac{C^2.V}{m^2.A}=\frac{C^2.J/C}{m^2.C/s}=\frac{kg.m^2/s^2}{m^2/s}=\frac{kg}{s}$$

با استفاده از این نتیجه‌ها و قرار دادن m جرم الکترون، خواهیم داشت

$$\tau=\frac{9/1\times10^{-31}\,kg}{3/67\times10^{-17}\,kg/s}=2/5\times10^{-14}\,s \qquad \text{(پاسخ)}$$

(ب) پویش آزاد میانگین λ برای الکترونهای رسانش در رسانا عبارت است از میانگین مسافت پیموده شده به وسیلهٔ یک الکترون در بین برخوردها. (این تعریف نظیر تعریف پویش آزاد میانگین مولکولهای یک گاز در بخش ۱۵-۶ است.) مقدار λ برای الکترونهای رسانش مس چقدر است؟ فرض کنید تندی مؤثر آنها v_{eff} برابر با $1/6\times10^6$ m/s است.

نکتهٔ کلیدی مسافت d که هر ذره در زمان معین t با تندی ثابت v می‌پیماید عبارت است از $d=vt$. در مورد الکترونها در مس داریم

$$\lambda=v_{eff}\tau=(1/6\times10^6\,m/s)(2/5\times10^{-14}s)$$
$$=4/0\times10^{-8}\,m=40\,nm \qquad \text{(پاسخ)}$$

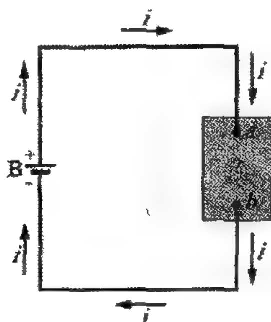
این مسافت تقریباً ۱۵۰ برابر فاصلهٔ بین نزدیکترین اتمهای مجاور در یک شبکهٔ مس است. بنابراین، به طور متوسط هر الکترون رسانش پیش از برخورد با دیگری از کنار چندین اتم مس می‌گذرد.

۲۲-۷ توان در مدارهای الکتریکی

شکل ۲۲-۱۴، مداری را نشان می‌دهد که در آن باتری B با سیمهایی با مقاومت ناچیز، به یک وسیلهٔ رسانای نامعلوم متصل شده است. این وسیله می‌تواند مقاومت، باتری ذخیره کننده (یک باتری قابل باردار شدن مجدد)، موتور، یا هر وسیلهٔ الکتریکی دیگر باشد. این باتری دارای اختلاف پتانسیل V در دو سر پایانه‌هایش و در نتیجه (به علت سیمهای رابط) در دو سر پایانه‌های وسیلهٔ نامعلوم است به طوری که پتانسیل پایانهٔ a نسبت به پایانهٔ b بیشتر است.

چون بین دو پایانهٔ باتری یک مسیر رسانای بیرونی وجود دارد و از آنجا که اختلاف پتانسیل برقرار شده به وسیلهٔ باتری ثابت است، یک جریان پایای i در مدار به وجود می‌آید که جهت آن از پایانهٔ a به پایانهٔ b است. مقدار بار dq که در یک بازهٔ زمانی dt بین این پایانه‌ها جاری می‌شود برابر با $i\,dt$ است. این بار dq در جهت کاهش پتانسیل به بزرگی V حرکت می‌کند و در نتیجه انرژی پتانسیل الکتریکی آن به مقدار زیر کاهش می‌یابد

$$dU=dq\,V=i\,dt\,V$$



شکل ۲۲-۱۴ باتری B جریان i را در مداری که شامل یک وسیلهٔ رسانای نامعلوم است برقرار می‌کند.

اصل پایستگی انرژی بیان می‌کند که کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی از a تا b با تبدیل انرژی به صورتی دیگر همراه است. توان P مربوط به این تبدیل عبارت است از آهنگ تبدیل dU/dt که برابر است با

$$P=iV \qquad \text{(آهنگ تبدیل انرژی الکتریکی)} \qquad (22\text{-}26)$$

افزون بر این، توان P آهنگ انتقال انرژی از باتری به وسیلهٔ نامعلوم نیز هست. اگر این وسیله موتوری باشد که به یک بار مکانیکی متصل است، این انرژی به صورت کار به بار مورد نظر انتقال می‌یابد. اگر این وسیله یک باتری ذخیره کننده باشد که باید باردار شود، این انرژی به صورت انرژی شیمیایی به باتری ذخیره کننده انتقال می‌یابد. اگر این وسیله یک مقاومت باشد، انرژی به انرژی گرمایی درونی آن تبدیل می‌شود و دمای مقاومت افزایش می‌یابد.

یکای توان که از معادلهٔ ۲۲-۲۶ به دست می‌آید ولت-آمپر (V.A) است. آن را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$1\,V.A=\left(1\frac{J}{C}\right)\left(1\frac{C}{s}\right)=1\frac{J}{s}=1W$$

وقتی الکترونی در یک مقاومت با تندی سوقی ثابت حرکت می‌کند، میانگین انرژی جنبشی آن ثابت می‌ماند، و کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی آن به صورت انرژی گرمایی در مقاومت و محیط اطراف ظاهر می‌شود. در مقیاس میکروسکوپی، این تبدیل انرژی به خاطر برخوردهای میان الکترون و مولکولهای مادهٔ مقاومت است که به افزایش دمای شبکهٔ مقاومت می‌انجامد. انرژی مکانیکی که به این ترتیب به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود *از بین می‌رود* (تلف می‌شود) چون این تبدیل به طور معکوس صورت نمی‌گیرد.

در مورد یک مقاومت یا هر وسیلهٔ دیگر با مقاومت R، می‌توان معادله‌های ۲۲-۸ $(R=V/i)$ و ۲۲-۲۶ را با هم ترکیب کرد، تا آهنگ اتلاف انرژی الکتریکی ناشی از مقاومت به دست آید

$$P=i^2R \qquad \text{(اتلاف مقاومتی)} \qquad (22\text{-}27)$$

یا

$$P = \frac{V^{2}}{R} \quad \text{(اتلاف مقاومتی)} \qquad (۲۲-۲۸)$$

هشدار: باید به تفاوت این دو معادله با معادلهٔ ۲۲-۲۶ توجه کرد: معادلهٔ $P=iV$ برای تبدیل انرژی الکتریکی به همهٔ انواع دیگر به کار می‌رود؛ ولی $P=iR$ و $P=V^{2}/R$ فقط برای تبدیل انرژی پتانسیل الکتریکی به انرژی گرمایی در یک وسیلهٔ مقاومت دار به کار می‌روند.

> ✓ ***نکته وارسی ۵*** اختلاف پتانسیل V به دو سر وسیله‌ای با مقاومت R وصل و جریان i در آن برقرار شده است. تغییرات زیر را به ترتیب بزرگی تغییر در آهنگی که انرژی الکتریکی به انرژی گرمایی در مقاومت تبدیل می‌شود بنویسید: (الف) V دو برابر شود ولی R بدون تغییر بماند، (ب) i دو برابر شود ولی R بدون تغییر بماند، (پ) R دو برابر شود و V بدون تغییر بماند، (ت) R دو برابر شود ولی i بدون تغییر بماند.

مسئله نمونه ۲۲-۷

طولی از یک سیم یکنواخت گرمکن از آلیاژ نیکل- کروم- آهن به نام نیکروم با مقاومت Ω ۷۲ در دست است. با چه آهنگی انرژی در هر یک از وضعیتهای زیر تلف می‌شود؟ (۱) اختلاف پتانسیل ۱۲۰V به دو سر تمام طول سیم اعمال شود. (۲) سیم از وسط بریده شده و اختلاف پتانسیل ۱۲۰V به دو سر هر نیمه اعمال شود.

نکتهٔ کلیدی جریان الکتریکی در یک مادهٔ مقاومت‌دار موجب تبدیل انرژی الکتریکی به انرژی گرمایی می‌شود؛ آهنگ تبدیل (اتلاف) انرژی با معادله‌های ۲۲-۲۶ تا ۲۲-۲۸ داده می‌شود.

محاسبه‌ها: چون پتانسیل V و مقاومت R معلوم است، از معادلهٔ ۲۲-۲۸ استفاده می‌کنیم که برای وضعیت ۱ خواهیم داشت

$$P = \frac{V^{2}}{R} = \frac{(۱۲۰\,\mathrm{V})^{2}}{۷۲\Omega} = ۲۰۰\,\mathrm{W} \qquad \text{(پاسخ)}$$

در وضعیت ۲، مقاومت هر نیمهٔ سیم برابر با $(۷۲\Omega)/۲$ یا Ω ۳۶ است. پس، آهنگ اتلاف برای هر نیمهٔ سیم عبارت است

$$P' = \frac{(۱۲۰\ \mathrm{V})^{2}}{۳۶\,\Omega} = ۴۰۰\,\mathrm{W}$$

و برای دو نیمهٔ سیم، داریم

$$P = ۲P' = ۸۰۰\,\mathrm{W} \qquad \text{(پاسخ)}$$

این مقدار چهار برابر آهنگ اتلاف انرژی در سیم با طول کامل است. بنابراین، ممکن است بتوان نتیجه گرفت که پس از خرید یک پیچهٔ گرمکن می‌توان آن را نصف کرد و برای به دست آوردن گرمای خروجی چهار برابر، آن را دوباره به هم وصل کرد. چرا این کار عاقلانه نیست؟ (برای مقدار مربوط به جریان در پیچه چه پیش می‌آید؟)

۲۲-۸ نیمرساناها

وسایل نیمرسانا قلب تحول میکروالکترونیک هستند که بر زندگی ما تأثیر زیادی داشته‌اند. در جدول ۲۲-۲ خواص سیلیسیوم- یک نیمرسانای نوعی- و مس- یک رسانای فلزی نوعی- با هم مقایسه شده‌اند. می‌توان دید که سیلیسیوم دارای حاملهای بار خیلی کمتر، مقاومت ویژهٔ خیلی بیشتر و ضریب دمایی مقاومت ویژهٔ بزرگ و منفی است. بنابراین، اگر چه مقاومت ویژهٔ مس با بالا رفتن دما افزایش می‌یابد، مقاومت ویژهٔ سیلیسیوم خالص کاهش می‌یابد.

مقاومت ویژهٔ سیلیسیوم خالص به قدری زیاد است که در واقع یک عایق به شمار می‌رود و به همین خاطر به طور مستقیم در مدارهای میکرو الکترونیکی مورد استفاده قرار نمی‌گیرد. ولی مقاومت ویژهٔ آن را می‌توان با روشی کنترل شده با افزودن مقدار کمی از اتمهای «ناخالصی» معلوم در فرایندی به نام *آلایش* به مقدار قابل توجهی کاهش داد. جدول ۲۲-۱ مقدارهای نوعی مقاومت ویژهٔ سیلیسیوم را پیش از آلایش و پس از آن با دو ناخالصی مختلف نشان می‌دهد.

تفاوت در مقاومت ویژه (و در نتیجه در رسانایی ویژه) بین نیمرساناها، عایقها و رساناهای فلزی را می‌توان برحسب انرژی الکترونهای آنها توضیح داد. (جهت توضیح دقیقتر به فیزیک کوانتومی نیاز داریم). در یک رسانای فلزی مانند سیم مسی، بسیاری از الکترونها در داخل اتمها در جایی محکم شده‌اند؛ انرژی زیادی لازم است تا آنها آزاد شوند و بتوانند با حرکت کردن در جریان الکتریکی شرکت کنند. با وجود این، با بیان تقریبی، تعدادی الکترون وجود دارد که در جای خود ضعیف‌اند و به انرژی کمتری نیاز دارند، تا به صورت آزاد درآیند. انرژی گرمایی می‌تواند این انرژی را فراهم کند، همان‌طور که میدان الکتریکی اعمال شده به دو سر رسانا می‌تواند این کار را انجام دهد. میدان الکتریکی نه تنها این الکترونهای با پیوند ضعیف را آزاد می‌کند، بلکه آنها را در راستای سیم به جلو می‌رانَد؛ در نتیجه، میدان الکتریکی جریانی را در رسانا برقرار می‌کند.

در عایق، انرژی خیلی زیادی برای آزاد کردن الکترونها لازم است تا بتوانند در ماده حرکت کنند. نه انرژی گرمایی می‌تواند انرژی کافی اعمال کند و نه هیچ میدان الکتریکی معقولی که بر عایق اعمال شود می‌تواند این انرژی را فراهم کند. بنابراین هیچ الکترونی وجود ندارد که در عایق حرکت کند و در نتیجه هیچ جریانی حتی با اعمال میدان الکتریکی برقرار نخواهد شد.

جدول ۲۲-۲

برخی خواص الکتریکی مس و سیلیسیوم

خاصیت	مس	سیلیسیوم
نوع ماده	فلز	نیمرسانا
چگالی حاملهای بار، $\mathrm{m^{-3}}$	$۸/۴۹\times۱۰^{۲۸}$	۱×۱۰^{۱۶}
مقاومت ویژه، $\Omega.\mathrm{m}$	$۱/۶۹\times۱۰^{-۸}$	$۲/۵\times۱۰^{۳}$
ضریب دمایی مقاومت ویژه، $\mathrm{K^{-1}}$	$+۴/۳\times۱۰^{-۳}$	-۷۰×۱۰^{-۳}

نیمرسانا مانند عایق است *با این تفاوت* که انرژی لازم برای آزاد کردن الکترونها خیلی بزرگ نیست. مهمتر اینکه آلایش می‌تواند الکترونها یا حاملهای بار مثبت را که خیلی ضعیف در ماده وجود دارند و به آسانی می‌توانند حرکت کنند فراهم آورد. افزون بر این، با کنترل کردن میزان آلایش در یک نیمرسانا، می‌توان چگالی حاملهای بار سهیم در برقراری جریان و در نتیجه برخی از خواص الکتریکی را کنترل کرد. بسیاری از وسایل نیمرسانا، مانند ترانزیستورها و دیودهای پیوندی با آلایش انتخابی ناحیه‌های مختلف سیلیسیوم با انواع اتمهای ناخالصی ساخته می‌شوند.

بار دیگر به معادلهٔ ۲۲–۲۵ در مورد مقاومت ویژهٔ یک رسانا بر می‌گردیم

$$\rho = \frac{m}{e^2 n\tau} \qquad (۲۲–۲۹)$$

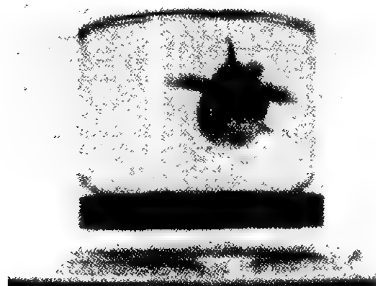
که در آن n تعداد حاملهای بار بر یکای حجم و τ زمان میانگین بین برخوردهای حاملهای بار است. (این معادله را برای رساناها به دست آوردیم ولی در مورد نیمرساناها نیز برقرار است). حال چگونگی تغییر متغیرهای n و τ برحسب افزایش دما را بررسی می‌کنیم.

در رسانا، n بزرگ است ولی با هر تغییری در دما تقریباً ثابت است. افزایش مقاومت ویژه با دما در مورد فلزها (شکل ۲۲–۱۰) به دلیل افزایش در آهنگ برخورد حاملهای بار است، که بنابر معادلهٔ ۲۲–۲۹ باعث کاهش میانگین زمان بین برخوردها یعنی τ می‌شود.

در نیمرسانا، n کوچک است ولی با دما به علت اغتشاش گرمایی که باعث افزایش حاملهای بار بیشتر می‌شود خیلی سریع زیاد می‌شود. با افزایش دما مقاومت ویژهٔ *کاهش* می‌یابد که با ضریب دمایی منفی مقاومت ویژه سیلیسیوم در جدول ۲۲–۲ نشان داده شده است. همین افزایش در آهنگ برخورد که در مورد فلزها گفتیم برای نیمرساناها رخ می‌دهد، ولی اثر آن با افزایش سریع در تعداد حاملهای بار از بین می‌رود.

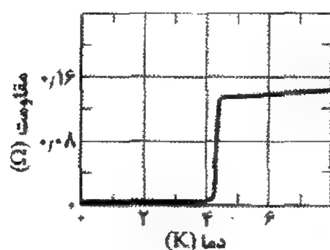
۲۲–۹ ابر رساناها

در سال ۱۹۱۱/۱۲۹۰ کامرلینگ اونز[1] فیزیکدان هلندی کشف کرد که مقاومت ویژهٔ جیوه در دمای زیر تقریباً $4\,K$ به طور کامل از بین می‌رود (شکل ۲۲–۱۵). پدیدهٔ **ابررسانایی** از اهمیت بالقوهٔ به سزایی در فناوری برخوردار است، چون آن بدان معناست که بار می‌تواند در یک رسانای ابررسانا بدون تلف کردن انرژی به صورت انرژی گرمایی، جریان یابد. برای مثال جریانهای ایجاد شده در یک حلقهٔ ابررسانا بدون تضعیف چندین سال باقی می‌مانند. الکترونهای تشکیل دهندهٔ جریان در زمان آغاز حرکت به نیرو و منبع انرژی نیاز دارند ولی پس از آن نیازی به آنها نیست.



آهنربایی به شکل قرص که در بالای یک مادهٔ ابر رسانا که با نیتروژن مایع سرد شده شناور مانده است. یک ماهی قرمز در امتداد آن است.

تا پیش از سال ۱۹۸۶/۱۳۶۵ توسعهٔ فناوری ابررسانایی به خاطر هزینهٔ ایجاد دماهای فوق العاده پایین که برای رسیدن به این اثر مورد نیاز است متوقف مانده بود. ولی در این سال مواد سرامیکی جدیدی کشف شدند که در دماهای خیلی بالاتری (و در نتیجه ارزانتر از جهت ایجاد) به صورت ابررسانا در می‌آمدند. کاربردهای عملی وسایل ابررسانا در دمای اتاق سرانجام امکان پذیر خواهند شد.



شکل ۲۲–۱۵ مقاومت جیوه در دمای تقریباً $4\,K$ به صفر سقوط می‌کند.

ابر رسانایی پدیده‌ای است که با رسانایی تفاوت زیادی دارد. در واقع، بهترین رساناهای معمولی، مانند نقره و مس در هیچ دمایی به صورت ابررسانا در نمی‌آیند، و ابر رساناهای سرامیکی جدید نیز وقتی در دماهای به قدر کافی پایین نباشند که در حالت ابر رسانایی قرار گیرند، در واقع عایق خوب‌اند.

یکی از توصیفهای ابر رسانایی این است که الکترونهای ایجاد کنندهٔ جریان به صورت زوجهای هماهنگ حرکت می‌کنند. یکی از الکترونهای این زوج در حین حرکت ممکن است ساختار مولکولی مادهٔ ابر رسانا را از نظر الکتریکی تغییر شکل دهد و در نزدیکی خود تراکم بارهای مثبت با عمر کوتاه را افزایش دهد. الکترون دیگر این زوج ممکن است جذب این بار مثبت شود. بنابر این نظریه، چنین هماهنگی بین الکترونها از برخورد آنها با مولکولها جلوگیری می‌کند و در نتیجه مقاومت الکتریکی از بین می‌رود. این نظریه در مورد ابررساناهای دمای پایین پیش از سال ۱۹۸۶/۱۳۶۵ کاملاً نتیجه بخش بود ولی برای ابر رساناهای با دمای بالاتر و جدید نظریه‌های جدیدی مورد نیاز است.

1 . Kamerlingh Onnes

بازنگری و خلاصهٔ درس

جریان جریان الکتریکی i در یک رسانا به صورت زیر تعریف می‌شود

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad (۱-۲۲)$$

در اینجا dq مقدار بار (مثبتی) است که در مدت زمان dt از یک سطح فرضی که رسانا را قطع می‌کند می‌گذرد. بنابر قرارداد، جهت جریان الکتریکی همان جهت حرکت حاملهای بار مثبت در نظر گرفته می‌شود. یکای SI جریان الکتریکی **آمپر** (A) است: $1\ A = 1\ C/S$

چگالی جریان جریان (یک نرده‌ای) با رابطهٔ

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} \qquad (۴-۲۲)$$

به **چگالی جریان** $\vec{J}$ (یک بردار) مربوط است، که $d\vec{A}$ برداری عمود بر عنصر سطح به مساحت dA است و انتگرال روی سطحی گرفته می‌شود که رسانا را قطع کند. اگر بارها مثبت باشند جهت $\vec{J}$ در همان جهت سرعت حرکت بارها و برای بارهای منفی در خلاف جهت حرکت است.

تندی سوقی و حاملهای بار هرگاه میدان الکتریکی $\vec{E}$ در یک رسانا برقرار شود، حاملهای بار (با فرض مثبت بودن) **تندی سوقی** v_d را در جهت $\vec{E}$ به دست می‌آورند؛ رابطهٔ سرعت $\vec{v}_d$ با چگالی جریان چنین است

$$\vec{J} = (ne)\vec{v}_d \qquad (۷-۲۲)$$

که در آن ne *چگالی حامل بار* است.

مقاومت یک رسانا مقاومت الکتریکی R یک رسانا به صورت زیر تعریف می‌شود

$$R = \frac{V}{i} \qquad (\text{تعریف } R) \qquad (۸-۲۲)$$

که در آن V اختلاف پتانسیل دو سر رسانا و i جریان است. یکای SI مقاومت **اهم** (Ω) است: $1\ \Omega = 1\ V/A$. معادله‌های مشابهی **مقاومت ویژهٔ** ρ و **رسانندگی** σ مربوط به یک ماده را تعریف می‌کنند:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{E}{J} \qquad (\text{تعریفهای } \rho \text{ و } \sigma) \qquad (۱۲-۲۲ ، ۱۰-۲۲)$$

که در آن E بزرگی میدان اعمال شده است. یکای SI مقاومت ویژه اهم. متر ($\Omega.m$) است. معادلهٔ ۲۲-۱۰ متناظر با معادلهٔ برداری زیر است

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \qquad (۱۱-۲۲)$$

مقاومت الکتریکی R یک سیم رسانا به طول L با سطح مقطع یکنواخت عبارت است از

$$R = \rho \frac{L}{A} \qquad (۱۶-۲۲)$$

که در آن A مساحت سطح مقطع است.

تغییر ρ با دما مقاومت ویژهٔ ρ برای اغلب مواد با دما تغییر می‌کند. در بسیاری از مواد، مانند فلزها، رابطهٔ بین ρ و دمای T به صورت معادلهٔ تقریبی زیر است

$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0) \qquad (۱۷-۲۲)$$

در اینجا T_0 یک دمای مرجع، ρ_0 مقاومت ویژه در دمای T_0 و α ضریب دمایی مقاومت ویژهٔ ماده است.

قانون اهم هر وسیله‌ای (رسانا، مقاومت یا هر وسیلهٔ الکتریکی) وقتی از *قانون اهم* پیروی می‌کند که مقاومت R آن، که با معادلهٔ ۲۲-۸ به صورت V/i تعریف می‌شود، مستقل از اختلاف پتانسیل V اعمال شده باشد. یک *مادهٔ* معین زمانی از قانون اهم پیروی می‌کند که مقاومت ویژهٔ آن که با معادلهٔ ۲۲-۱۰ تعریف می‌شود، مستقل از بزرگی و جهت میدان الکتریکی اعمال شدهٔ $\vec{E}$ باشد.

مقاومت ویژهٔ فلز با فرض اینکه الکترونهای رسانش در فلز مانند مولکولهای گاز می‌توانند آزادانه حرکت کنند، برای مقاومت ویژهٔ آن فلز می‌توان عبارت زیر را به دست آورد

$$\rho = \frac{m}{e^2 n \tau} \qquad (۲۵-۲۲)$$

در اینجا n تعداد الکترونهای آزاد بر یکای حجم و τ متوسط زمان بین برخوردهای یک الکترون با اتمهای فلز است. با توجه به اینکه τ اصولاً از بزرگی E میدان الکتریکی اعمال شده به یک فلز مستقل است، می‌توان علت پیروی کردن فلزها از قانون اهم را توضیح داد.

توان توان P ، یا آهنگ تبدیل انرژی، در یک وسیلهٔ الکتریکی که اختلاف پتانسیل V به دو سر آن اعمال شده برابر است با

$$P = iV \qquad (\text{آهنگ تبدیل انرژی الکتریکی}) \qquad (۲۶-۲۲)$$

اتلاف مقاومتی توان اگر وسیلهٔ مورد نظر مقاومت باشد، معادلهٔ ۲۲-۲۶ را می‌توان به این صورت نوشت

$$P = i^2 R = \frac{V^2}{R} \qquad (\text{اتلاف مقاومتی}) \qquad (۲۸-۲۲ \text{ و } ۲۷-۲۲)$$

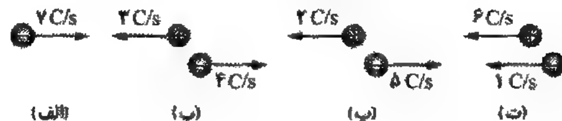
در یک مقاومت، انرژی پتانسیل الکتریکی از طریق برخوردهای بین حاملهای بار و اتمها به انرژی گرمایی درونی تبدیل می‌شود.

نیمرساناها *نیمرساناها* موادی هستند که الکترونهای رسانش اندکی دارند ولی وقتی با اتمهای دیگری که دارای الکترونهای آزاد هستند *آلاییده* شوند رسانا می‌شوند.

ابر رساناها ابر رساناها موادی هستند که تمام مقاومت الکتریکی خود را در دماهای پایین از دست می‌دهند. در پژوهشهای اخیر موادی کشف شده‌اند که با شگفتی در دماهای بالا ابر رسانا می‌شوند.

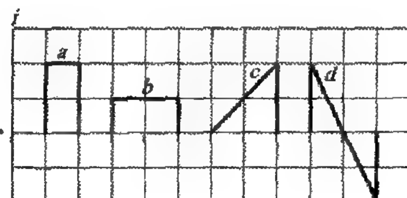
پرسشها

۱- شکل ۲۲-۱۶ چهار وضعیت را که در آن بارهای مثبت و منفی به طور افقی حرکت می‌کنند و آهنگ حرکت هر بار را نشان می‌دهد. این وضعیتها را به ترتیب بزرگی جریان مؤثری که از این ناحیه‌ها می‌گذرد مرتب کنید.



شکل ۲۲-۱۶ پرسش ۱

۲- شکل ۲۲-۱۷ نمودارهای جریان i را که از مقطع یک سیم می‌گذرد، در چهار دورهٔ زمانی مختلف نشان می‌دهد. این دوره‌ها را به ترتیب بزرگی بار خالصی که در هر دوره از مقطع می‌گذرد مرتب کنید.



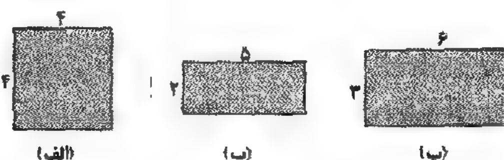
شکل ۲۲-۱۷ پرسش ۲

۳- شکل ۲۲-۱۸ سطح مقطع سه رسانای بلند مربعی شکل را با طول و جنس یکسان با مقدار طول ضلعها نشان می‌دهد. رسانای B به راحتی داخل رسانای A و رسانای C به راحتی داخل رسانای B جا می‌گیرد. مقاومت انتها تا انتهای تک تک رساناها و ترکیبهای $A+B$ (B در داخل A)، $B+C$ (C در داخل B) و $A+B+C$ (B در داخل A در داخل C) را به ترتیب بزرگی مرتب کنید.



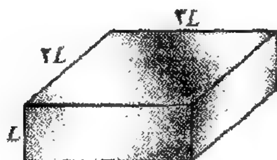
شکل ۲۲-۱۸ پرسش ۳

۴- شکل ۲-۱۹ مقطع سه سیم را با طول برابر و جنس یکسان نشان می‌دهد. در شکل طول هر ضلع برحسب میلی‌متر داده شده است. این سیمها را به ترتیب بزرگی مقاومتهای آنها (که از یک سر تا سر دیگر سیم در راستای طول آن اندازه‌گیری می‌شود) مرتب کنید.



شکل ۲۲-۱۹ پرسش ۴

۵- شکل ۲۲-۲۰ یک رسانای مکعب مستطیلی توپر را به ضلعهای L، ۲L و ۳L نشان می‌دهد. مانند شکل ۲۲-۸ ب، اختلاف پتانسیل V به جفت وجه‌های مقابل این رسانا به طور یکنواخت اعمال می‌شود. ابتدا V بین وجههای چپ- راست، سپس بین وجهای بالا- پایین، و سپس بین وجهای جلو- عقب اعمال می‌شود. این جفتها را به ترتیب (الف) بزرگی میدان الکتریکی درون رسانا، (ب) چگالی جریان درون رسانا، (پ) جریان عبوری از رسانا، (ت) تندی سوقی الکترونها، در رسانا مرتب کنید.

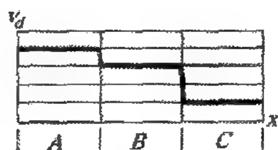


شکل ۲۲-۲۰ پرسش ۵

۶- جدول زیر طول سه میلهٔ مسی، قطر آنها و اختلاف پتانسیل بین دو سر آنها را نشان می‌دهد. میله‌ها را به ترتیب بزرگی (الف) میدان الکتریکی داخل آنها، (ب) چگالی جریان داخل آنها و (پ) تندی سوقی الکترونهایی که از آنها می‌گذرد، مرتب کنید.

میله	طول	قطر	اختلاف پتانسیل
۱	L	۳d	V
۲	۲L	d	۲V
۳	۳L	۲d	۲V

۷- شکل ۲۲-۲۱ تندی سوقی v_d الکترونهای رسانش در یک سیم مسی را برحسب مکان x در طول سیم نشان می‌دهد. سیم سه بخش دارد که شعاع آنها متفاوت است. این سه بخش را به ترتیب بزرگی کمیتهای زیر مرتب کنید: (الف) شعاع، (ب) تعداد الکترونهای رسانش بر متر مکعب، (پ) بزرگی میدان الکتریکی، (ت) رسانایی.

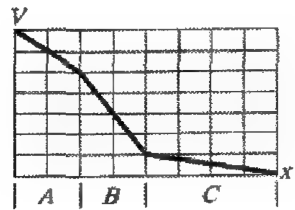


شکل ۲۲-۲۱ پرسش ۷

۸- سه سیم با قطر یکسان به نوبت بین دو نقطه با اختلاف پتانسیل ثابت بسته می‌شوند. مقاومت ویژه و طول (سیم A) برابر با ρ و L و (سیم B) برابر با ۱/۲ρ و ۱/۲L و (سیم C) برابر با ۰/۹ρ و L است. این سیمها را به ترتیب بزرگی آهنگ تبدیل انرژی گرمایی در داخل آنها مرتب کنید.

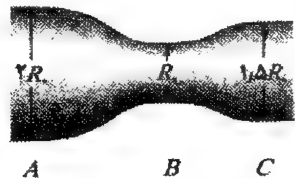
۹- شکل ۲۲-۲۲ پتانسیل الکتریکی $V(x)$ را برحسب مکان x در طول یک سیم مسی حامل جریان نشان می‌دهد. این سیم سه

بخش دارد که شعاع آنها متفاوت است. این سه بخش را به ترتیب بزرگی (الف) میدان الکتریکی و (ب) چگالی جریان، مرتب کنید.



شکل ۲۲-۲۲ پرسش ۹

۱۰- در شکل ۲۲-۲۳ سیم حامل جریان سه بخش دارد که شعاعهای آنها متفاوت است. این بخشها را به ترتیب بزرگی کمیتهای زیر مرتب کنید: (الف) جریان، (ب) بزرگی چگالی جریان و (پ) بزرگی میدان الکتریکی.



شکل ۲۲-۲۳ پرسش ۱۰

مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

•-••• تعداد نقطه‌ها درجهٔ دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرندهٔ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۲۲-۲ جریان الکتریکی

•۱- در مدت ۴/۰ min جریان ۵/۰ A در سیمی برقرار می‌شود، در این مدت از هر مقطع سیم (الف) چند کولن و (ب) چند الکترون، می‌گذرد؟

••۲- شعاع کره‌ای رسانا و منزوی ۱۰۰ cm است. سیمی جریان ۱/۰۰۰۰۰۲۰ A را به کره می‌رساند و سیم دیگری یک جریان ۱/۰۰۰۰۰۰۰ A را از آن خارج می‌کند. افزایش پتانسیل به اندازهٔ ۱۰۰۰ V چقدر طول می‌کشد؟ SSM

••۳- تسمهٔ بارداری به پهنای ۵۰ cm، در بین مولد بار الکتریکی و کره‌ای با سرعت ۳۰ m/s حرکت می‌کند. این تسمه بار را با آهنگ ۱۰۰ μA به داخل کره منتقل می‌کند. چگالی سطحی بار روی تسمه را محاسبه کنید.

بخش ۲۲-۳ چگالی جریان

•۴ جریان کوچک ولی قابل اندازه‌گیری $۱/۲\times ۱۰^{-۱۰}$ A در یک سیم مسی به قطر ۲/۵ mm برقرار است. تعداد حاملهای بار بر یکای حجم $۸/۴۹\times ۱۰^{۲۸}$ $m^{-۳}$ است. با فرض اینکه جریان یکنواخت باشد، (الف) چگالی جریان و (ب) تندی سوقی الکترون را محاسبه کنید.

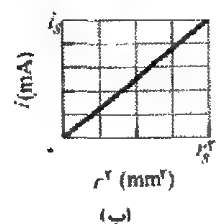
•۵ فیوز یک مدار الکتریکی سیمی است که چنان طراحی شده که اگر جریان از یک مقدار پیش‌بینی شده بیشتر شود ذوب می‌شود و مدار را باز می‌کند. فرض کنید که وقتی چگالی جریان به بیش از ۴۴۰ $A/cm^۲$ می‌رسد ماده به کار رفته در فیوز ذوب می‌شود. قطر یک سیم استوانه‌ای که برای محدود کردن جریان به ۰/۵۰ A در فیوز به کار می‌رود، باید چقدر باشد؟

•۶- سازمان ملی کدگذاری الکتریکی (امریکا)، بیشینهٔ جریانهای مجاز برای سیمهای مسی با روکش لاستیکی با قطرهای مختلف را تعیین می‌کند، که در جدول زیر (بخشی) از آن داده شده است. چگالی جریان مجاز را برحسب تابعی از قطر رسم کنید. کدام شمارهٔ سیم دارای بیشترین چگالی جریان مجاز است؟ (شمارهٔ سیستم نشان دهندهٔ قطر سیم و $۱mil = ۱۰^{-۳}$ in است)

شمارهٔ سیم	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
قطر، میل	۲۰۴	۱۶۲	۱۲۹	۱۰۲	۸۱	۶۴	۵۱	۴۰
جریان مجاز، A	۷۰	۵۰	۳۵	۲۵	۲۰	۱۵	۶	۳

•۷- باریکه‌ای شامل $۲/۰\times ۱۰^{۸}$ یون مثبت دو بار یونیده در هر سانتی‌متر مکعب است که همگی آنها با تندی $۱/۰\times ۱۰^{۵}$ m/s به سوی شمال حرکت می‌کنند. (الف) بزرگی و (ب) جهت چگالی جریان $\vec{J}$ چیست؟ (پ) به چه کمیت دیگری برای محاسبهٔ جریان کل i در این باریکهٔ یونی نیاز دارید؟ SSM WWW

•۸- یک سیم استوانه‌ای معین حامل جریان است. دایره‌ای به شعاع r نسبت به محور مرکزی آن در شکل ۲۲-۲۴ الف رسم می‌کنیم و می‌خواهیم جریان i داخل دایره را تعیین کنیم. شکل ۲۲-۲۴ ب جریان i را برحسب تابعی از $r^۲$ نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $i_s = ۴/۰$ mA و محور افقی با $r_s^۲ = ۴/۰$ mm مشخص شده است. (الف) آیا چگالی جریان یکنواخت است؟ (ب) اگر این طور است بزرگی آن چقدر است؟



شکل ۲۲-۲۴ مسئلهٔ ۸

••۹- چقدر طول می‌کشد تا الکترونها از باتری اتومبیل به استارت موتور برسند؟ فرض کنید که جریان ۳۰۰ A و الکترونها از طریق سیم مسی با مساحت مقطع $۰/۲۱\ cm^{۲}$ و به طول ۰/۸۵ m حرکت می‌کنند. تعداد حاملهای بار بر یکای حجم $۸/۴۹×۱۰^{۲۸}\ m^{-۳}$ است. ILW

••۱۰- در نزدیکی سطح زمین، چگالی پروتونها در باد خورشیدی (جریانی از ذره‌های گسیل شده از خورشید) $۸/۷۰\ cm^{-۳}$ و تندی آنها ۴۷۰ km/s است. (الف) چگالی جریان این پروتونها را پیدا کنید. (ب) اگر میدان مغناطیسی زمین اینها را منحرف نکند و پروتونها به زمین برخورد کنند، در این صورت کل جریانی که زمین دریافت می‌کند چقدر است؟

••۱۱- بزرگی $J(r)$ چگالی جریان در یک سیم استوانه‌ای معین برحسب تابعی از فاصلهٔ شعاعی از مرکز مقطع سیم به صورت $J(r)=Br$ است، که در آن r برحسب متر، J برحسب آمپر بر متر مربع و $B=۲/۰۰×۱۰^{۵}\ A/m^{۳}$ است. این تابع در خارج از شعاع ۲/۰۰ mm سیم برقرار است. اگر پهنای شعاعی حلقه ۱۰/۰ μm و در فاصلهٔ شعاعی ۱/۲۰ mm واقع باشد، چقدر جریان در پهنای این حلقه هم مرکز با سیم وجود دارد؟

••۱۲- بزرگی J چگالی جریان در سیم معینی با مقطع دایره‌ای به شعاع $R=۲/۰۰\ mm$ با $J=(۳/۰۰×۱۰^{۸})r^{۲}$ داده می‌شود، که در آن J برحسب آمپر بر متر مربع و r فاصلهٔ شعاعی برحسب متر است. چه جریانی از بخش بیرونی محدود شده به $r=۰/۹۰۰R$ و $r=R$ می‌گذرد؟

••۱۳- اگر بزرگی چگالی جریان با (الف) $J_a=J_0 r/R$ و (ب) $J_b=J_0(1-r/R)$ داده شود، جریان در سیمی به شعاع $R=۳/۴۰\ mm$ چقدر است، r فاصلهٔ شعاعی و $J_0=۵/۵۰×۱۰^{۴}\ A/m^{۲}$ است؟ (پ) چه عملکردی چگالی جریان را در نزدیکی سطح سیم بیشینه می‌کند؟

بخش ۲۲-۴ مقاومت و مقاومت ویژه

•۱۴- مس و آلومینیوم در خط انتقال ولتاژ بالا که باید حامل جریان ۶۰/۰ A باشد به کار گرفته می‌شوند. مقاومت بر یکای طول ۰/۱۵۰ Ω/km است. چگالیهای مس و آلومینیوم به ترتیب $۸۹۶۰\ kg/m^{۳}$ و $۲۶۰۰\ kg/m^{۳}$ است. (الف) بزرگی J چگالی جریان و (ب) جرم بر یکای طول λ را برای کابل مسی و (پ) J و (ت) λ را برای کابل آلومینیومی محاسبه کنید.

•۱۵- طول سیمی از نیکروم (آلیاژی از نیکل- کروم- آهن که معمولاً در سیمهای گرم کننده به کار می‌رود.) ۱/۰ m و مساحت مقطع آن $۱/۰\ mm^{۲}$ است. هرگاه اختلاف پتانسیل اعمال شده بین دو سر آن ۲/۰ V باشد، جریان ۴/۰ A از آن می‌گذرد. رسانندگی σ نیکروم را محاسبه کنید.

•۱۶- مقاومت سیمی به طول ۴/۰۰ m و قطر ۶/۰۰ mm برابر با ۱۵/۰ mΩ است. اختلاف پتانسیل ۲۳/۰ V به دو سر آن اعمال می‌شود. (الف) جریان در سیم چقدر است؟ (ب) بزرگی چگالی جریان چقدر است؟ (پ) مقاومت ویژهٔ مادهٔ سیم را محاسبه کنید. (ت) با استفاده از جدول ۲۲-۱ جنس سیم را مشخص کنید.

•۱۷- قطر یک سیم رسانا ۱/۰ mm، طول آن ۲/۰ m و مقاومت آن ۵۰ mΩ است. مقاومت ویژهٔ مادهٔ آن چقدر است؟

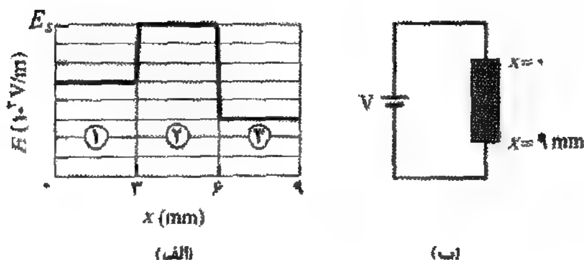
•۱۸- مقاومت سیمی برابر با R است. مقاومت سیم دیگری که از همان جنس ساخته شده و طول و قطر آن نصف شده باشد، چقدر است؟

•۱۹- پیچه‌ای از ۲۵۰ دور سیم مسی نمره ۱۶ (قطر = ۱/۳ mm) به صورت یک لایه دور استوانه‌ای به شعاع ۱۲ cm تشکیل شده است. مقاومت این پیچه چقدر است؟ ضخامت عایق بندی قابل چشمپوشی است (از جدول ۲۲-۱ استفاده کنید.) SSM

•۲۰- اگر جریانی به کوچکی ۵۰ mA از نزدیکی قلب انسان عبور کند باعث مرگ ناشی از برق گرفتگی می‌شود. یک برقکار با دستهای عرق کرده با دو رسانایی که هریک را با یک دست نگهداشته است تماس کامل پیدا می‌کند. اگر مقاومت او برابر با ۲۰۰۰ Ω باشد، ولتاژ مرگبار چقدر است؟

••۲۱- سیمی با مقاومت ۶/۰ Ω با دستگاه حدیده کشیده می‌شود به طوری که طول آن به سه برابر طول اولیه برسد. با فرض اینکه مقاومت ویژه و چگالی ماده تغییر نکند، مقاومت سیم بلندتر را پیدا کنید. SSM ILW

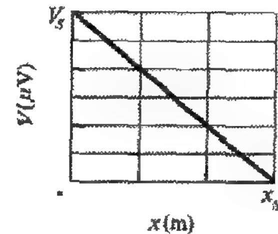
••۲۲- شکل ۲۲-۲۵ الف بزرگی $E(x)$ میدانهای الکتریکی را نشان می‌دهد که توسط یک باتری در میله‌ای مقاومت‌دار به طول ۹/۰۰ mm (شکل ۲۲-۲۴ب) برقرار شده است. مقیاس محور قائم با $E_s=۴/۰۰×۱۰^{۳}\ V/m$ مشخص شده است. میله شامل سه بخش از یک جنس ولی با شعاعهای متفاوت است. (نمودار طرحوار شکل ۲۲-۲۴ ب شعاعهای متفاوت را مشخص نمی‌کند.) شعاع بخش ۳ برابر ۲/۰۰ mm است. شعاع (الف) بخش ۱ و (ب) بخش ۲ چقدر است؟



شکل ۲۲-۲۵ مسئله ۲۲

••۲۳- دو رسانا از یک جنس‌اند و طول آنها برابر است. رسانای A یک سیم توپر به قطر ۱/۰ mm است. رسانای B یک لولهٔ تو خالی به قطر خارجی ۲/۰ mm و قطر داخلی ۱/۰ mm است. نسبت R_A/R_B که بین دو سر هریک اندازه‌گیری می‌شود چقدر است؟ SSM WWW

●●۲۴- شکل ۲۲-۲۶ پتانسیل الکتریکی $V(x)$ را در راستای یک سیم مسی حامل جریان یکنواخت، از نقطه با پتانسیل بالای $V_s = ۱۲/۰ \mu V$ در $x=۰$ تا نقطه با پتانسیل صفر در $x_s = ۳/۰\ m$ نشان می‌دهد. شعاع سیم ۲/۰۰ mm است. جریان در سیم چقدر است؟



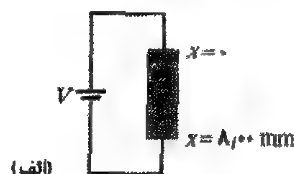
شکل ۲۲-۲۶ مسئله ۲۲

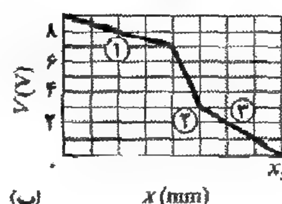
●●۲۵- یک لامپ فلاش معمولی در ۰/۳۰A و ۲/۹ V (مقدارهای جریان و ولتاژ در شرایط کاری) کار می‌کند. اگر مقاومت رشتهٔ تنگستن در دمای اتاق (۲۰°C) ۱/۱Ω باشد، دمای رشته در هنگام روشن بودن چقدر است؟ ILW

●●۲۶- پرواز بادبادک در توفان. این کار برجسته که بنیامین فرانکلین بادبادکی را موقع شروع توفان به پرواز درآورد فقط کاری بزرگ است- او نه احمق بود و نه می‌خواست خودکشی کند. فرض کنید شعاع نخ بادبادک ۲/۰۰mm و به طور مستقیم تا ۰/۸۰۰km امتداد داشته و با لایه‌ای از آب به ضخامت ۰/۵۰۰mm که مقاومت ویژهٔ آن ۱۵۰Ωm است پوشیده شده باشد. اگر اختلاف پتانسیل بین دو انتهای نخ ۱۶۰MV باشد، چه جریانی از لایهٔ آب می‌گذرد؟ خطر در این جریان نیست ولی احتمال دارد این نخ آذرخشی را که می‌توانند جریانی به بزرگی ۵۰۰۰۰۰ A را داشته باشد به خود بکشد. (ورای آن است که فقط مرگبار باشد)

●●۲۷- یک اختلاف پتانسیل ۳/۰۰ nV در دو سر یک سیم مسی به طول ۲/۰۰ cm و شعاع ۲/۰۰ mm برقرار می‌شود. چقدر بار از طریق مقطع سیم در ۳/۰۰ ms سوق داده می‌شود؟

●●۲۸- در شکل ۲۲-۲۷ الف، یک باتری ۹/۰۰ V به یک مقاومت به شکل نوار متصل شده است که دارای سه بخش با مساحت مقطع یکسان ولی رسانندگیهای متفاوت است. شکل ۲۲-۲۷ب پتانسیل الکتریکی $V(x)$ را برحسب مکان x در راستای نوار نشان می‌دهد. مقیاس محور افقی با $x_s = ۸/۰۰mm$ مشخص شده است. بخش ۳ دارای رسانندگی $۳/۰۰ \times ۱۰^۷\ (\Omega.m)^{-1}$ است. رسانندگی بخش (الف) ۱ و (ب) ۲ چقدر است؟

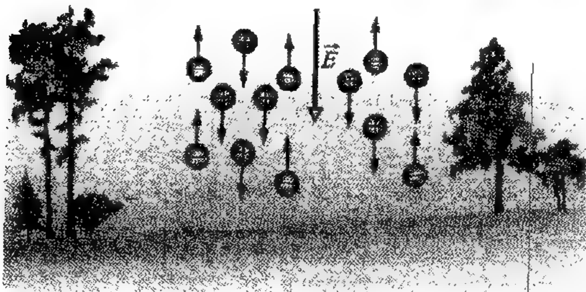




شکل ۲۲-۲۷ مسئلهٔ ۲۸

●●۲۹- هرگاه ۱۱۵V به سیمی که طول آن ۱۰m و شعاع آن ۰/۳۰ mm است اعمال شود، چگالی جریان برابر با $۱/۴ \times ۱۰^۴\ A/m^۲$ می‌شود. مقاومت ویژهٔ سیم را پیدا کنید.

●●۳۰- در جو نزدیک سطح زمین یونهای منفی و مثبت وجود دارند که به‌وسیلهٔ عنصرهای پرتوزای موجود در خاک و پرتوهای کیهانی فضا ایجاد شده‌اند. در یک ناحیهٔ معین جو، شدت میدان الکتریکی ۱۲۰ V/m و در جهت قائم رو به پایین است. این میدان سبب می‌شود یونهای مثبت یک بار یونیده، با چگالی $۶۲۰\ cm^{-۳}$ رو به پایین و یونهای منفی یک بار یونیده، با چگالی $۵۵۰\ cm^{-۳}$ رو به بالا رانده شوند (شکل ۲۲-۲۸). رسانندگی ویژهٔ اندازه‌گیری شدهٔ هوا در این ناحیه برابر با $۲/۷۰ \times ۱۰^{-۱۴}\ (\Omega m)^{-۱}$ است. (الف) بزرگی چگالی جریان و (ب) تندی سوقی یونها را با فرض اینکه برای یونهای مثبت و منفی یکسان است محاسبه کنید.



شکل ۲۲-۲۸ مسئلهٔ ۳۰

●●۳۱- مساحت مقطع عرضی قطعه‌ای به شکل مستطیل توپر برابر با ۳/۵۰ cm^۲، و طول از جلو تا عقب ۱۵/۸cm و مقاومت آن ۹۳۵Ω است. این قطعه از ماده‌ای است که $۵/۳۳ \times ۱۰^{۲۲}$ الکترون رسانشی بر متر مکعب دارد. بین عقب و جلو آن اختلاف پتانسیل ۳۵/۸V برقرار شده است. (الف) جریان در قطعه چقدر است؟ (ب) اگر چگالی جریان یکنواخت باشد، مقدار آن چقدر است؟ (پ) تندی سوقی الکترونهای رسانشی چقدر است؟ (ت) بزرگی میدان الکتریکی در قطعه چقدر است؟

●●۳۲- اگر شمارهٔ سیمی ۶ عدد زیاد شود، قطر آن نصف می‌شود؛ اگر شمارهٔ سیم به اندازهٔ ۱ افزایش یابد، قطر با ضریب $۲^{۱/۶}$ کم می‌شود، (به جدول مسئله ۴ نگاه کنید). با دانستن این، و با دانستن اینکه ۱۰۰۰ ft از یک سیم شمارهٔ ۱۰ دارای مقاومت تقریبی ۱/۰۰Ω است، مقاومت ۲۵ft از سیم مسی با شمارهٔ ۲۲ را براورد کنید.

●●۳۳- یک کابل الکتریکی ۱۲۵ رشته سیم نازک دارد که مقاومت هر یک ۲/۶۵μΩ است. اختلاف پتانسیل یکسانی بین دو سر همهٔ رشته‌ها اعمال و جریان کل ۰/۷۵۰A حاصل می‌شود. (الف) جریان در هر رشته چقدر است؟ (ب) اختلاف

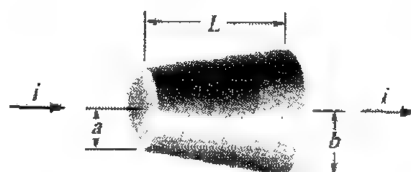
پتانسیل اعمال شده چقدر است؟ (پ) مقاومت کابل چقدر است؟

●۳۴●● شنا در توفان. شکل ۲۲-۲۹ شناگری را در فاصلهٔ $D = ۳۵/۰ m$ از محل آذرخش با آب را نشان می‌دهد که جریان آن ۷۸KA است. مقاومت ویژهٔ آب ۳۰Ωm ، پهنای شناگر در راستای خط شعاعی از محل اصابت ۰/۷۰m و مقاومت او در این پهنا ۴/۰۰KΩ است. فرض کنید جریان روی آب در کره‌ای به مرکز محل اصابت پخش می‌شود. چه جریانی از شناگر می‌گذرد؟



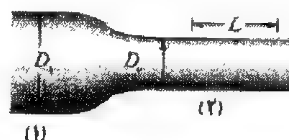
شکل ۲۲-۲۹ مسئلهٔ ۳۴

●۳۵●●● در شکل ۲۲-۳۰، در مخروط ناقصی با مقطع دایره‌ای و با مقاومت ویژهٔ ۷۳۱Ω.m جریانی برقرار شده است. شعاع سمت چپ $a = ۲/۰۰ mm$ و شعاع سمت راست $b = ۲/۳۰ mm$ و طول آن $L = ۱/۹۴ cm$ است. فرض کنید که چگالی جریان در هر مقطعی عمود بر طول یکنواخت باشد. مقاومت مخروط چقدر است؟ **WWW SSM**



شکل ۲۲-۳۰ مسئله ۳۵

●۳۶●●● شکل ۲۲-۳۱ در بخش ۱ سیمی به قطر $D_1 = ۴/۰۰ R$ و در بخش ۲ سیمی به قطر $D_2 = ۲/۰۰ R$ را نشان می‌دهد که با باریک شدن تدریجی به هم متصل شده‌اند. سیم از مس است و جریانی از آن می‌گذرد. فرض کنید که جریان به طور یکنواخت در هر سطح مقطعی در پهنای سیم توزیع شده است. اختلاف پتانسیل الکتریکی V در طول $L = ۲/۰۰ m$ نشان داده شده در بخش ۲ برابر با ۱۰/۰μV است. تعداد حاملهای بار بریکای حجم برابر با $۸/۴۹ \times ۱۰^{۲۸} m^{-۳}$ است. تندی سوقی الکترونهای بخش ۱ چقدر است؟



شکل ۲۲-۳۱ پرسش ۳۶

بخش ۲۲-۶ نگرش میکروسکوپی قانون اهم

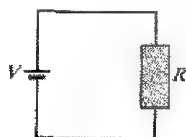
●۳۷●●● بر اساس مدل الکترون آزاد رسانش الکتریکی در فلزها و فیزیک کلاسیک، نشان دهید که مقاومت ویژهٔ فلزها با $\sqrt{T}$ متناسب است، که T دما برحسب کلوین است. (به معادلهٔ ۱۵-۳۱ نگاه کنید.)

بخش ۲۲-۷ توان در مدارهای الکتریکی

●۳۸● دانشجویی رادیوی ۹/۰V و ۷/۰ W خود را از ساعت ۹/۰۰ صبح تا ۲/۰۰ بعد از ظهر با بلندترین صدا روشن نگه می‌دارد. در این مدت چقدر بار وارد رادیو شده است؟

●۳۹● اختلاف پتانسیل ۱۲۰V به یک بخاری برقی که در حالت روشن مقاومت آن ۱۴Ω است اعمال می‌شود. (الف) با چه آهنگی انرژی الکتریکی به گرما تبدیل می‌شود؟ (ب) به‌ازای هر کیلو وات ساعت (kW.h) برابر با ۰/۰۵ دلار، کارکرد وسیله به مدت ۵/۰ h چه هزینه‌ای خواهد داشت؟ **SSM**

●۴۰● در شکل ۲۲-۳۲، باتری با اختلاف پتانسیل $V = ۱۲V$ به نواری با مقاومت $R = ۶/۰\Omega$ متصل شده است. وقتی الکترونی از یک سر نوار به سر دیگر آن حرکت کند، (الف) در چه جهتی در شکل الکترونها حرکت می‌کنند، (ب) توسط میدان الکتریکی داخل نوار چقدر کار روی الکترون انجام می‌گیرد و (پ) توسط الکترون چقدر انرژی به انرژی گرمایی نوار تبدیل می‌شود؟



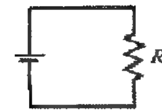
شکل ۲۲-۳۲ مسئلهٔ ۴۰

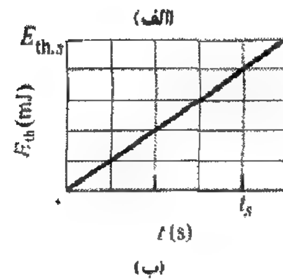
●۴۱● مقاومت نامعلومی به پایانه‌های یک باتری ۳/۰۰ ولتی بسته شده است. انرژی با آهنگ ۰/۵۴۰W در مقاومت تلف می‌شود. سپس همین مقاومت به یک باتری ۱/۵۰ولتی بسته می‌شود. اکنون انرژی با چه آهنگی تلف می‌شود؟ **ILW**

●۴۲● انرژی گرمایی در یک مقاومت با آهنگ ۱۰۰W به هنگام عبور جریان ۳/۰۰A از آن ایجاد می‌شود. مقاومت آن چقدر است؟

●۴۳● یک بخاری تابشی ۱۲۵۰ واتی برای عمل در ۱۱۵V ساخته شده است. (الف) جریان در بخاری موقع کار چقدر خواهد بود؟ (ب) مقاومت پیچهٔ بخاری چقدر است؟ (پ) چقدر انرژی گرمایی در ۱/۰h توسط بخاری ایجاد می‌شود؟ **ILW SSM**

●۴۴● در شکل ۲۲-۳۳ الف مقاومت ۲۰Ω به باتری وصل شده است. شکل ۲۲-۳۵ ب افزایش انرژی گرمایی E_{th} در مقاومت را برحسب تابعی از زمان t نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $E_{th,s} = ۲/۵۰ mJ$ و مقیاس محور افقی با $t_s = ۴/۰ s$ مشخص شده است. اختلاف پتانسیل دو سر باتری چقدر است؟





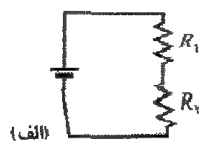
شکل ۲۲-۳۳ مسئله ۴۴

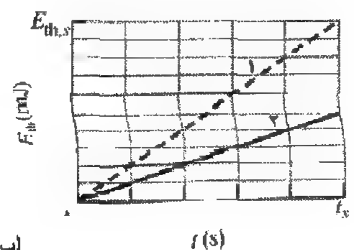
●۴۵- در یک اجاق داغ برای پخت سوسیس با اعمال یک اختلاف پتانسیل ۱۲۰V به دو سر اجاق و به کمک انرژی گرمایی ایجاد شده در آن، سوسیس می‌پزد. جریان ۱۰/۰A و انرژی لازم برای پختن یک سوسیس ۶۰/۰kJ است. اگر آهنگ انرژی اعمال شده تغییر نکند، چقدر طول می‌کشد تا سه سوسیس به طور همزمان بپزد؟

●●۴۶- از هم پاشیدن کفشها. کفشهای باران جذب کردهٔ شخصی ممکن است براثر عبور جریان از نزدیکی بخار آب حاصل از آذرخش از هم بپاشد. تبدیل ناگهانی آب به بخار آب موجب می‌شود که انبساط بسیار زیادی رخ دهد و کفشها از هم بپاشند. چگالی آب 1000kg/m^3 است و به 333KJ/kg انرژی برای تبخیر نیاز دارد. اگر جریان افقی ۲/۰۰ms طول بکشد و با آب با مقاومت ویژهٔ ۱۵۰Ω.m به طول ۱۲/۰cm و مقطع عمودی با مساحت $15\times10^{-5}\text{m}^2$ مواجه شود، میانگین جریان لازم برای تبخیر آب چقدر است؟

●●۴۷- اختلاف پتانسیل ۱۲۰V به یک بخاری برقی که در ضمن کار ۵۰۰W مصرف می‌کند اعمال می‌شود. (الف) مقاومت بخاری در موقع کار کردن چقدر است؟ (ب) با چه آهنگی الکترونها از هر مقطعی از عنصر گرم کننده می‌گذرند؟

●●۴۸- جریانی که از باتری و مقاومتهای ۱ و ۲ در شکل ۲۲-۳۴ الف می‌گذرد برابر با ۲/۰۰A است. انرژی از جریان به صورت انرژی گرمایی E_{th} در دو مقاومت تبدیل می‌شود. منحنیهای ۱ و ۲ در شکل ۲۲-۳۴ ب انرژی گرمایی E_{th} را به ترتیب برای مقاومتهای ۱ و ۲ برحسب تابعی از زمان t نشان می‌دهند. مقیاس محور قائم با $E_{th,s}=40/0\text{mJ}$ و مقیاس محور افقی با $t_s=5/00s$ مشخص شده است. توان باتری چقدر است؟





شکل ۲۲-۳۴ مسئلهٔ ۴۸

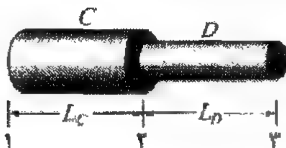
●●۴۹- یک عنصر گرم کننده با قراردادن اختلاف پتانسیل ۷۵/۰V در دو سر طولی از یک سیم نیکرومی با مقطع $2/60\times10^{-6}\text{m}^2$ ایجاد شده است. مقاومت ویژهٔ نیکروم برابر با $5/00\times10^{-7}\Omega.\text{m}$ است. (الف) اگر توان تلف شده در این عنصر ۵۰۰۰W باشد، طول آن چقدر است؟ (ب) اگر ۱۰۰V برای به دست آوردن همان آهنگ توان تلف شده به کار رود، طول آن باید چقدر باشد؟

●●۵۰- بزرگی چگالی جریان در یک سیم دایره‌ای معین $J=(2/75\times10^{10}\text{A/m}^4)r^2$ است، که در آن r فاصلهٔ شعاعی رو به بیرون سیم به شعاع ۳/۰۰mm است. پتانسیل اعمال شده بر سیم (در دو سر) ۶۰/۰V است. در مدت ۱/۰۰h چقدر انرژی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود؟

●●۵۱- یک لامپ روشنایی ۱۰۰W به برق استاندارد ۱۲۰V وصل شده است. (الف) در مدت ۳۱ روز یک ماه در صورت روشن ماندن پیوستهٔ لامپ چقدر هزینهٔ آن می‌شود؟ فرض کنید یک کیلو وات ساعت انرژی الکتریکی ۰/۰۶ دلار قیمت دارد. (ب) مقاومت لامپ چقدر است؟ (پ) جریان لامپ چقدر است؟

●●۵۲- جریان ۲/۰۰A به طور یکنواخت در مساحت مقطع یک سیم مسی با سطح مقطع $2/00\times10^{-6}\text{m}^2$ و طول ۴/۰۰m توزیع شده است. (الف) بزرگی میدان الکتریکی و طول سیم چقدر است؟ (ب) در مدت ۳۰min چقدر انرژی الکتریکی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود؟ SSM

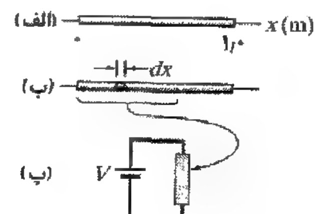
●●۵۳- سیم C و سیم D از مواد مختلف ساخته شده‌اند و طول آنها $L_C=L_D=1/0\text{m}$ است. مقاومت ویژه و قطر سیم C، $2/0\times10^{-6}\Omega.\text{m}$ و ۱/۰۰mm و برای سیم D، $1/0\times10^{-6}\Omega.\text{m}$ و ۰/۵۰mm است. این سیمها مانند شکل ۲۲-۳۵ به هم وصل شده‌اند و جریان ۲/۰A از آنها می‌گذرد. اختلاف پتانسیل الکتریکی بین (الف) نقطه‌های ۱ و ۲ و (ب) نقطه‌های ۲ و ۳ چقدر است؟ آهنگ اتلاف انرژی بین (پ) نقطه‌های ۱ و ۲ و (ت) نقطه‌های ۲ و ۳ چقدر است؟



شکل ۲۲-۳۵ مسئله ۵۳

●●●۵۴- شکل ۲۲-۳۶ الف میلهٔ مقاومت داری را نشان می‌دهد. مقاومت بریکای طول میله در جهت مثبت محور x افزایش می‌یابد. در هر نقطهٔ x در طول میله، مقاومت dR قسمت باریکی (دیفرانسیلی) با پهنای dx با $dR=5/00x\,dx$ داده می‌شود که dR برحسب اهم و x برحسب متر است. شکل ۲۲-۳۶ ب این قسمت باریک را نشان می‌دهد. طولی از میله از

$x=0$ تا $x=L$ را می‌بریم و این طول را به یک باتری با اختلاف پتانسیل $V=5/0\,V$ وصل می‌کنیم (شکل ۲۲-۳۱ پ). اگر جریان را در طولی از میله خواسته باشیم که انرژی را با آهنگ $200\,W$ به انرژی گرمایی تبدیل کند، در چه نقطه‌ای از $x=L$ باید میله را ببریم؟



شکل ۲۲-۳۶ مسئله ۵۴

مسئله‌های اضافی

۵۵- باریکهٔ یکنواختی از ذره‌های آلفا ($q=+2e$) که با انرژی جنبشی ثابت $20\,MeV$ حرکت می‌کند حامل جریان $0/25\,\mu A$ است. (الف) اگر باریکه در راستای عمود بر یک سطح صاف باشد، در مدت $3/0\,s$ چند ذرهٔ آلفا به این سطح برخورد می‌کند؟ (ب) در یک طول $20\,cm$ از باریکه، در هر لحظه چند ذرهٔ آلفا وجود دارد؟ (پ) چه اختلاف پتانسیلی لازم است تا هر ذرهٔ آلفا را از حالت سکون شتاب دهد تا به انرژی $20\,MeV$ برسد؟

۵۶- رمز *خرده شکلات*. این داستان با مسئله ۵۶ در فصل ۱۹ شروع شد و در فصلهای ۲۰ و ۲۱ ادامه پیدا کرده است. گرد ریز شکلات از طریق لوله‌ای به شعاع R با تندی یکنواخت v و چگالی بار یکنواخت ρ وارد مخزن می‌شود. (الف) رابطه‌ای برای جریان i (آهنگی که بار روی گرد حرکت می‌کند) که عمود بر مقطع لوله می‌گذرد پیدا کنید. (ب) i را برای شرایط کارخانه محاسبه کنید: شعاع لوله $R=5/0\,cm$، تندی $v=2/0\,m/s$ و چگالی بار $\rho=1/1\times10^{-3}\,C/m^3$.

اگر گرد بر اثر تغییر پتانسیل الکتریکی به اندازهٔ V حرکت می‌کرد، انرژی آن با آهنگ $P=iV$ به جرقه تبدیل می‌شد. (پ) آیا چنین تبدیلی در داخل لوله به واسطهٔ اختلاف پتانسیل شعاعی بحث شده در مسئلهٔ ۶۰ فصل ۲۰ صورت می‌گیرد؟

وقتی گرد از لوله به داخل مخزن جریان می‌یابد، پتانسیل الکتریکی گرد تغییر می‌کند. بزرگی این تغییر دست کم برابر با اختلاف پتانسیل شعاعی در لوله است (همان‌طور که در مسئلهٔ ۶۴ فصل ۲۰ محاسبه شد.) (ت) با فرض این مقدار برای اختلاف پتانسیل و با استفاده از جریان محاسبه شده در (ب)، آهنگ انرژی تبدیل شده از گرد به جرقه را وقتی که گرد لوله را تحریک می‌کند، پیدا کنید. (ث) اگر جرقه در خروجی گرد به مدت $0/2\,s$ رخ می‌دهد (مقدار مورد انتظار معقول)، چقدر انرژی به جرقه تبدیل می‌شود؟

از مسئلهٔ ۵۶ فصل ۱۹ کمینهٔ انرژی تبدیل شده جهت ایجاد انفجار را $150\,mJ$ در نظر بگیرید. (ج) محتملترین محل انفجار گرد در کجاست: در گرد داخل پاتیل در حال تخلیه (مسئله ۵۰ فصل ۲۱)، در داخل لوله، یا در خروجی لولهٔ درون مخزن؟

۵۷- یک بخاری $500\,W$ طوری طراحی شده است که با اختلاف پتانسیل اعمالی $115\,V$ کار کند. (الف) اگر اختلاف پتانسیل اعمال شده به $110\,V$ برسد، خروجی گرما چند درصد کاهش می‌یابد؟ فرض کنید مقاومت تغییر نمی‌کند. (ب) اگر تغییر مقاومت با دما را در نظر بگیرید، آیا کاهش در خروجی گرما بیشتر از مقدار محاسبه شده در (الف) می‌شود یا کمتر؟

۵۸- اختلاف پتانسیل $1/20\,V$ به طول $33/0\,m$ از سیم مسی شماره ۱۸ (به قطر $0/0400\,in$) اعمال می‌شود. مطلوب است (الف) جریان، (ب) بزرگی چگالی جریان، (پ) بزرگی میدان الکتریکی داخل سیم و (ت) آهنگ انرژی گرمایی که در سیم ظاهر می‌شود.

۵۹- یک گرمکن نیکرومی به هنگام اعمال اختلاف پتانسیل $110\,V$ و وقتی دمای سیم $800°C$ است $500\,W$ تلف می‌کند. اگر با فرو بردن سیم در یک حمام روغن سرد کننده دمای آن در $200°C$ نگهداشته شود، آهنگ اتلاف چقدر می‌شود؟ اختلاف پتانسیل اعمال شده یکسان و α برای نیکروم در $800°C$ برابر با $4/0\times10^{-4}\,K^{-1}$ است.

۶۰- طول یک میلهٔ آلومینیومی با مقطع مربعی $1/3\,m$ و طول ضلع آن $5/2\,mm$ است. (الف) مقاومت دو سر آن چقدر است؟ (ب) اگر مقاومت یک میلهٔ استوانه‌ای مسی به طول $1/3\,m$ یکسان با میلهٔ آلومینیومی باشد، قطر آن باید چقدر باشد؟

۶۱- طول یک میلهٔ استوانه‌ای فلزی $1/60\,m$ و قطر آن $5/50\,mm$ است. مقاومت بین دو سر آن (در $20°C$) $1/09\times10^{-3}\,\Omega$ است. (الف) مادهٔ میله چیست؟ (ب) قرص گردی به قطر $2/00\,cm$ و ضخامت $1/00\,mm$ از همان ماده ساخته شده است. با فرض اینکه هر صفحه یک سطح هم پتانسیل است، مقاومت بین صفحه‌های گرد چقدر است؟

۶۲- یک مقاومت استوانه‌ای به شعاع $5/0\,mm$ و طول $2/0\,cm$ از ماده‌ای با مقاومت ویژهٔ $3/5\times10^{-5}\,\Omega.m$ ساخته شده است. وقتی آهنگ اتلاف انرژی در مقاومت $1/0\,W$ باشد، (الف) بزرگی چگالی جریان و (ب) اختلاف پتانسیل چقدر است؟

۶۳- اختلاف پتانسیل V بر سیمی با مساحت مقطع A، طول L و مقاومت ویژهٔ ρ اعمال شده است. اگر بخواهید اختلاف پتانسیل اعمال شده را تغییر دهید و سیم را بکشید به طوری که آهنگ اتلاف انرژی $30/0$ برابر و جریان $4/00$ برابر شود، با فرض اینکه چگالی سیم تغییر نکند، (الف) نسبت طول جدید به L و (ب) نسبت مساحت مقطع جدید به A چقدر است؟

۶۴- چراغهای یک ماشین در حال حرکت نیازمند تقریباً $10\,A$ از یک مولد ۱۲ ولتی است که توسط موتور تأمین می‌شود.

فرض کنید کارایی مولد ۸۰ ٪ است (توان الکتریکی خروجی آن ۸۰ ٪ توان مکانیکی ورودی آن است). مقدار اسب بخار موتور را که باید برای کار چراغها اعمال شود محاسبه کنید.

۶۵- ولتاژ دو سر وسیله‌ای با ۱۸/۰W برابر با ۹/۰۰V است. در مدت ۴/۰۰h چقدر بار از وسیله می‌گذرد؟

۶۶- اختلاف پتانسیل ۱۲V بر یک سیم مسی (دایره‌ای) به طول ۴۵m و شعاع ۲/۰mm اعمال می‌شود. چه مقدار انرژی گرمایی به وسیلهٔ جریان در مدت ۴۰s تولید می‌شود؟

۶۷- چقدر انرژی در مدت ۲/۰۰h توسط یک مقاومت الکتریکی ۴۰۰Ω به هنگام اعمال پتانسیل ۹۰/۰V مصرف می‌شود؟

۶۸- مقاومتی با اختلاف پتانسیل ۲۰۰V در دو سر آن انرژی الکتریکی را با آهنگ ۳۰۰۰W به انرژی گرمایی تبدیل می‌کند. مقاومت آن چقدر است؟

۶۹- پیچه‌ای از سیم نیکروم در مایعی غوطه‌ور شده است و جریانی از آن می‌گذرد (نیکروم آلیاژ نیکل - کروم- آهن است که عموماً در عنصرهای گرم کننده استفاده می‌شود.) وقتی اختلاف پتانسیل پیچه ۱۲V و جریانی که از آن می‌گذرد ۵/۲A باشد، مایع با آهنگ پایای ۲۱mg/s تبخیر می‌شود. گرمای تبخیر مایع را محاسبه کنید. (به بخش ۱۴-۸ نگاه کنید.)

۷۰- وقتی یک اختلاف پتانسیل به قدر کافی زیاد به دو الکترود یک لامپ تخلیهٔ گازی اعمال شود، جریانی در آن برقرار می‌شود. گاز یونیده می‌شود؛ الکترونها به طرف پایانهٔ مثبت و یونهای مثبت باردار به طرف پایانهٔ منفی حرکت می‌کنند. (الف) در یک لامپ تخلیهٔ هیدروژن که در آن $۳/۱\times۱۰^{۱۸}$ الکترون و $۱/۱\times۱۰^{۱۸}$ پروتون از مساحت مقطع هر بخش لوله می‌گذرند، جریان چقدر است؟ (ب) جهت چگالی جریان $\vec{J}$ به طرف پایانه منفی است یا از آن دور می‌شود؟

۷۱- طول عنصر گرمکن ۲/۰kW یک خشک کننده ۸۰cm است. اگر ۱۰cm از آن برداشته شود، در ۱۲۰V چه توانی توسط عنصر کوتاه شده مصرف می‌شود؟

۷۲- مقاومت سیم پیچهای مسی موتوری در ۲۰°C وقتی که کار نمی‌کند ۳۰Ω است. پس از اینکه موتور چند ساعت کار کند، مقاومت آن به ۵۸Ω می‌رسد. اکنون دمای سیم‌پیچها چقدر است؟ از تغییرات در ابعاد سیم پیچها چشمپوشی کنید. (به جدول ۲۲-۱ نگاه کنید.)

۷۳- یک لامپ پرتو ایکس با جریان ۷/۰۰mA و اختلاف پتانسیل ۸۰/۰kV کار می‌کند. توان آن برحسب وات چقدر است؟

۷۴- هزارپایی به طول ۴/۰cm در جهت سوق الکترون در طول یک سیم مسی لخت به قطر ۵/۲mm که حامل جریان یکنواخت ۱۲A است می‌خزد. (الف) اختلاف پتانسیل بین دو سر هزارپا چقدر است؟ (ب) دم آن نسبت به سر آن مثبت است یا منفی؟ (پ) اگر خزیدن آن با تندی سوقی الکترونها انجام گیرد، چقدر طول می‌کشد تا هزارپا ۱/۰cm را طی کند؟ (تعداد حاملهای بار بر یکای حجم $۸/۴۹\times۱۰^{۲۸}\ m^{-۳}$ است.)

۷۵- (الف) در چه دمایی مقاومت یک رسانای مسی دو برابر مقاومت آن در ۲۰°C می‌شود؟ (۲۰/۰°C را به عنوان نقطهٔ مرجع در معادلهٔ ۲۲-۱۷ در نظر بگیرید؛ پاسخ خود را با شکل ۲۲-۱۰ مقایسه کنید.) (ب) آیا این «دمای دو برابر» برای همهٔ رساناهای مسی بدون توجه به شکل یا اندازه برقرار است؟

۷۶- مساحت مقطع یک ریل فولادی واگن شهری $۵۶/۰\ cm^{۲}$ است. مقاومت ۱۰/۰km ریل چقدر است؟ مقاومت ویژهٔ فولاد $۳/۰۰\times۱۰^{-۷}\ \Omega m$ است.

۲۳ مدارها



وقتی اتومبیل مسابقه برای خدمت رسانی از مسیر خارج می‌شود و در محل مخصوص توقف می‌کند، خدمهٔ بازدید کننده تمام تنظیمهای مورد نیاز اتومبیل و سوخت رسانی مجدد به آن را با سرعت انجام می‌دهند. خدمه به سرعت عمل خود می‌بالند چون حتی کسری از یک ثانیه تاخیر در حین این بازدید می‌تواند موجب شکست راننده در مسابقه شود. با این وجود، کار سریع سوخت رسانی می‌تواند خطر آفرین باشد، چون وقتی اتومبیل برای بازدید توقف می‌کند ممکن است تا پتانسیل ۳۰kV- باردار شده باشد، اگر جرقه‌ای از اتومبیل به بخار سوخت برسد آتش می‌تواند شعله‌ور شود.

چه احتیاطی جهت جلوگیری از چنین آتش‌سوزی باید انجام گیرد؟

پاسخ در همین فصل.

۲۳-۱ فیزیک چیست؟

ما با مدارهای الکتریکی احاطه شده‌ایم. شاید به تعداد وسایل برقی خود مباهات کنید و ممکن است حتی در ذهن خود فهرستی از وسایلی که می‌خواهید داشته باشید آماده کرده باشید. هر یک از این وسایل و هم چنین برقی که از شبکه به منزل شما می‌رسد، به مهندسی برق نوین وابسته است. به آسانی نمی‌توان ارزش مالی جریان الکتریکی در مهندسی برق و محصولات آن را تخمین زد، ولی می‌توان یقین داشت که ارزش مالی جهت رشد سالیانه و رو به افزایش خدماتی که در حوزهٔ برق صورت می‌گیرد ادامه خواهد یافت. اکنون رادیوها به جای تنظیم دستی به طور الکترونیکی تنظیم می‌شوند. پیامها به جای ارسال با سامانهٔ پستی توسط پست الکترونیکی ارسال می‌شوند. مجله‌های پژوهشی به جای مطالعه در ساختمان کتابخانه با رایانه مطالعه می‌شوند، و مقاله‌های پژوهشی به جای کپی برداری و نگهداری در قفسه‌ها به طور الکترونیکی کپی و نگهداری می‌شوند.

پایهٔ علمی مهندسی برق فیزیک است. در این فصل فیزیک مدارهای الکتریکی را که به صورت ترکیبهایی از مقاومتها و باتریها (و در بخش ۲۳-۹ خازنها) هستند، بررسی می‌کنیم. بحث خود را به مدارهایی محدود می‌کنیم که بار در یک جهت جریان می‌یابد، که *مدارهای جریان مستقیم* یا *مدارهای* DC نامیده می‌شوند. با این پرسش آغاز می‌کنیم: چگونه می‌توان بارها را به جریان واداشت؟

۲۳-۲ «پمپ کردن» بارهای الکتریکی

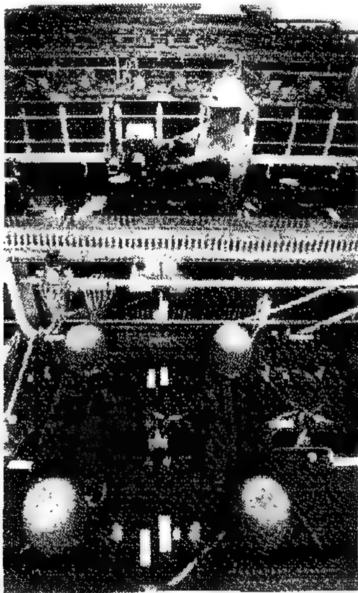
اگر بخواهیم حاملهای بار را وادار کنیم تا در یک مقاومت جریان یابند، باید بین دو سر این وسیله یک اختلاف پتانسیل برقرار کنیم. یک راه برای انجام این کار اتصال هر یک از سرهای مقاومت به یک صفحهٔ خازن باردار است. مشکل این روش در این است که شارش بارها باعث تخلیهٔ خازن می‌شود، و صفحه‌ها به سرعت به یک پتانسیل می‌رسند. هرگاه این کار رخ دهد، دیگر در مقاومت میدان الکتریکی وجود ندارد و شارش بار متوقف می‌شود.

برای ایجاد یک شارش پایا از بارهای الکتریکی، به یک «پمپ بار»، وسیله‌ای که- با انجام کار روی حاملهای بار- اختلاف پتانسیل بین دو پایانه را حفظ کند، نیاز داریم. چنین وسیله‌ای یک منبع emf نام دارد، و گفته می‌شود که این وسیله $\mathscr{E}$ emf را ایجاد می‌کند، که معنی آن این است که روی حاملهای بار کار انجام می‌دهد. منبع *emf* گاهی *جایگاه emf* نامیده می‌شود. اصطلاح *emf* از عبارت منسوخ شدهٔ *نیروی محرکهٔ الکتریکی* گرفته شده است که دانشمندان گذشته آن را به عنوان عمل یک وسیلهٔ emf درنظر می‌گرفتند.

در فصل ۲۲ دربارهٔ حرکت حاملهای بار در مدار بر اثر میدان الکتریکی برقرار شده در مدار بحث کردیم. این میدان نیروهایی را ایجاد می‌کند که حاملهای بار را به حرکت وادار می‌کند. در این فصل رویکرد دیگری را در پیش می‌گیریم. دربارهٔ حرکت حاملهای بار با توجه به انرژی مورد نیاز یعنی منبع emf که انرژی لازم را جهت حرکت از طریق انجام کار تأمین می‌کند، بحث می‌کنیم.

یک منبع emf متداول *باتری* است، که به عنوان وسیله‌ای برای توان دادن به یک ساعت مچی تا یک زیر دریایی به کار می‌رود. منبع emf که بیشترین تأثیر را در زندگی روزمرهٔ ما دارد، *مولد الکتریکی* است، که به کمک خطوط انتقال برق از یک نیروگاه، اختلاف پتانسیلی را در منازل و محل کار ما ایجاد می‌کند. منبعهای emf معروف به *سلولهای خورشیدی* به صورت صفحه‌هایی بال مانند در سفینه‌های فضایی و نیز در روستاها برای کاربردهای خانگی، آشنای همه هستند. با *سلولهای سوخت* به عنوان تأمین کنندهٔ توان سفینه‌های فضایی و *پیلهای گرمایی* که توان الکتریکی بعضی سفینه‌ها و ایستگاههای دوردست در قطب جنوب و جاهای دیگر را فراهم می‌کنند آشنایی کمتری داریم. یک منبع emf الزاماً یک ابزار نیست، بلکه می‌تواند یک سامانهٔ زنده باشد- از مار ماهیهای الکتریکی و انسان گرفته تا گیاهان همه دارای منابع emf فیزیولوژیکی هستند.

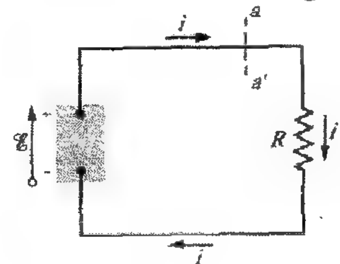
اگرچه منابعی که در بالا نام بردیم شیوه‌های عملکردی مختلف دارند، ولی کار اساسی همهٔ آنها یکسان است. آنها روی حاملهای بار کار انجام می‌دهند و بنابراین، اختلاف پتانسیلی را بین پایانه‌های خود نگه می‌دارند.



بزرگترین باتری نیروگاهی ذخیرهٔ انرژی در جهان (که در سال ۱۹۹۶/۱۳۷۵ برچیده شد).۸۰۰۰ باتری بزرگ سرب-اسید در ۸ ردیف متصل به هم داشت که هر یک در V ۱۰۰۰با قابلیت MW ۱۰ توان برای ۴ ساعت کار بودند. باتریها در شب باردار می‌شدند و سپس در وقت مصرف زیاد در سامانهٔ الکتریکی قرار می‌گرفتند.

۲۳-۳ کار، انرژی و emf

شکل ۲۳-۱ یک منبع emf (مانند یک باتری) را نشان می‌دهد که بخشی از یک مدار ساده شامل یک مقاومت تنهای R است (نماد مقاومت به صورت ⩘⩘ است). در منبع emf یکی از پایانه‌ها (به نام پایانهٔ مثبت و با علامت +) در پتانسیل الکتریکی بالاتری نسبت به پایانهٔ دیگر (به نام پایانهٔ منفی با علامت−) قرار دارد. emf این منبع را با پیکانی می‌توان نشان داد که مانند شکل ۲۳-۱ جهت آن از پایانهٔ منفی به طرف پایانهٔ مثبت است. دایرهٔ کوچک روی پیکان emf آن را از پیکانهایی که جریان را نشان می‌دهند متمایز می‌سازد.



شکل ۲۳-۱ یک مدار الکتریکی ساده که در آن یک منبع emf با مقدار $\mathscr{E}$ روی حاملهای بار کار انجام می‌دهد و جریان پایای i را در مقاومت R برقرار می‌کند.

وقتی منبع emf به مدار متصل نیست، واکنشهای شیمیایی داخل منبع هیچ جریان خالصی از حاملهای بار را در درون آن موجب نمی‌شوند. اما، هرگاه مانند شکل ۲۳-۱ منبع به مداری متصل شود، واکنشهای شیمیایی داخل آن موجب جریان خالصی از حاملهای بار مثبت از پایانهٔ منفی به پایانهٔ مثبت در جهت پیکان emf می‌شوند. این شارش بخشی از جریانی است که به دور مدار در همان جهت برقرار می‌شود، (جهت ساعتگرد در شکل ۲۳-۱).

در داخل منبع emf حاملهای بار مثبت از ناحیهٔ با پتانسیل الکتریکی کم و بنابراین، انرژی پتانسیل الکتریکی کم (در پایانهٔ منفی) به سوی ناحیهٔ با انرژی پتانسیل بیشتر (در پایانهٔ مثبت) حرکت می‌کنند. این حرکت درست در خلاف جهت میدان الکتریکی بین پایانه‌هاست، (که از پایانهٔ مثبت به طرف پایانهٔ منفی است) و موجب حرکت حاملهای بار می‌شود.

پس، درون این منبع باید چشمه‌ای از انرژی وجود داشته باشد، تا با به حرکت درآوردن بارها بتواند روی آنها کار انجام دهد. این چشمهٔ انرژی، مانند یک باتری یا پیل سوختی می‌تواند شیمیایی باشد، یا ممکن است مانند یک مولد الکتریکی، نیروهای مکانیکی در آن دخالت داشته باشند، ممکن است مانند یک پیل گرمایی، اختلافهای دمایی انرژی ایجاد کند؛ یا مانند یک سلول خورشیدی، خورشید آن را فراهم کند.

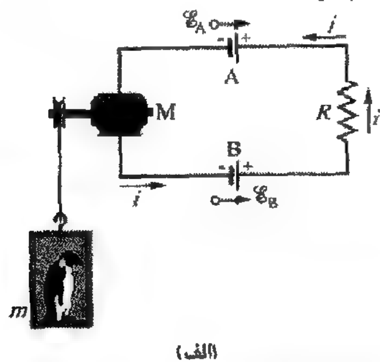
اکنون مدار شکل ۲۳-۱ را از دید تبدیلهای کار و انرژی تحلیل می‌کنیم. در هر بازهٔ زمانی dt، بار dq از هر مقطع این مدار، مانند aa' می‌گذرد. همین مقدار بار باید از انتهای با پتانسیل پایین منبع emf وارد و از انتهای پتانسیل بالا خارج شود. منبع برای وادارکردن بار dq به حرکت در همین راستا باید کار dW را روی آن انجام دهد. emf این منبع را برحسب کار به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\mathscr{E}=\frac{dW}{dq} \qquad (\text{تعریف } \mathscr{E}) \qquad (۲۳-۱)$$

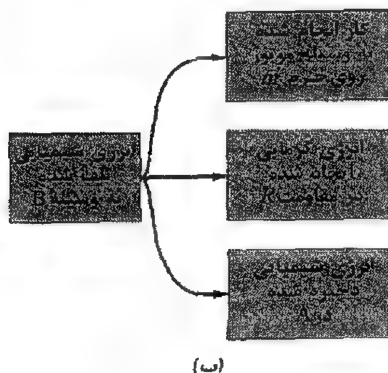
به بیان دیگر، emf این منبع عبارت است از کار بر یکای باری که منبع روی بار متحرک در هنگام رفتن از پایانهٔ با پتانسیل کمتر به پایانهٔ با پتانسیل بیشتر انجام می‌دهد. یکای SI برای emf ژول بر کولن است؛ در فصل ۲۰ این یکا را به صورت *ولت* تعریف کردیم.

منبع emf آرمانی منبعی است که در برابر حرکت داخلی بار از پایانه‌ای به پایانهٔ دیگر هیچ مقاومت درونی نداشته باشد. اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های یک منبع emf آرمانی برابر است با emf آن منبع. برای مثال، یک باتری آرمانی با emf برابر با ۱۲/۰V همواره بین دو سر پایانه‌هایش ۱۲/۰V اختلاف پتانسیل دارد.

منبع emf واقعی، مانند یک باتری واقعی، در برابر حرکت داخلی بارها مقاومت درونی دارد. وقتی منبع emf واقعی به مدار متصل نیست و در نتیجه جریانی از آن نمی‌گذرد، اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های آن برابر با emf آن است. ولی، هرگاه جریانی از این منبع بگذرد، اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های آن با emf آن تفاوت دارد. چنین باتریهای واقعی را در بخش ۲۳-۵ بررسی خواهیم کرد.



(الف)



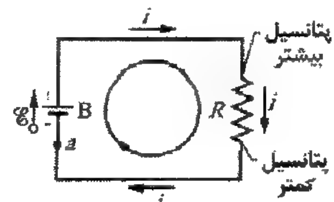
(ب)

شکل ۲۳-۲ (الف) در این مدار $\mathscr{E}_B > \mathscr{E}_A$ است؛ پس باتری B جهت جریان را مشخص می‌کند. (ب) انرژی در مدار انتقال می‌یابد.

وقتی یک منبع emf به مداری وصل شود، منبع انرژی را به حاملهای باری که از مدار می‌گذرند منتقل می‌کند. این انرژی سپس می‌تواند از حاملهای بار به وسایل دیگر مدار انتقال یابد و مثلاً لامپی را روشن کند. شکل ۲۳-۲ الف، مداری را با دو باتری (*انباره*) آرمانی A و B با قابلیت دوباره پرشدن، مقاومت R و موتور الکتریکی M نشان می‌دهد که می‌تواند با استفاده از انرژی حاصل از حاملهای بار در مدار جسمی را بلند کند. توجه کنید که باتریها طوری به هم وصل شده‌اند که می‌خواهند بارها را در مدار در جهتهای مخالف بفرستند. جهت واقعی جریان در مدار با باتری با emf بیشتر مشخص می‌شود، که در اینجا باتری B است، پس، انرژی شیمیایی درون باتری B با انتقال انرژی به حاملهای باری که از آن می‌گذرند کاهش می‌یابد. ولی، انرژی شیمیایی درون باتری A افزایش می‌یابد چون جریان در آن از پایانهٔ مثبت به پایانهٔ منفی است. بنابراین، باتری B باتری A را باردار می‌کند. باتری B انرژی لازم برای موتور M و انرژی تلف شده در مقاومت R را تأمین می‌کند. شکل ۲۳-۲ ب هر سه انتقال انرژی از باتری B را نشان می‌دهد؛ که هر یک انرژی شیمیایی باتری را کاهش می‌دهند.

۲۳-۴ محاسبهٔ جریان الکتریکی در مدار تک حلقه‌ای

در اینجا دو روش معادل را برای محاسبهٔ جریان در *مدار ساده تک حلقه‌ای* شکل ۲۳-۳ مورد بحث قرار می‌دهیم؛ یک روش بر پایهٔ مفاهیم مربوط به پایستگی انرژی و روش دیگر بر مفهوم پتانسیل مبتنی است. این مدار شامل باتری آرمانی B با emf برابر با $\mathscr{E}$، مقاومت R و دو سیم رابط است. (غیر از مواردی که اشاره می‌شود، فرض می‌کنیم که سیمهای مدار مقاومت ناچیزی دارند. بنابراین، کار آنها فقط فراهم کردن راهی برای حرکت حاملهای بار است.)



شکل ۲۳-۳ مدار تک حلقه‌ای که در آن مقاومت R به دو سر باتری آرمانی B با emf برابر با $\mathscr{E}$ وصل شده است. جریان i در سراسر مدار یکسان است.

روش انرژی

از معادلهٔ ۲۲-۲۷ $(P = i^2R)$ معلوم است که در یک بازهٔ زمانی dt مقدار انرژی که با رابطهٔ i^2R داده می‌شود در مقاومت شکل ۲۳-۳ به صورت انرژی گرمایی ظاهر می‌شود. همان‌طور که در بخش ۲۲-۷ خاطرنشان کردیم، گفته می‌شود که این انرژی *تلف شده است*. (چون فرض کردیم که مقاومت سیمها ناچیز است، هیچ انرژی گرمایی در آنها ظاهر نمی‌شود.) در ضمن همین بازه، بار الکتریکی $dq = idt$ از باتری B حرکت می‌کند و باتری مطابق با معادلهٔ ۲۳-۱ روی این بار کار انجام می‌دهد که برابر است با

$$dW = \mathscr{E}\, dq = \mathscr{E}\, i\, dt$$

از اصل پایستگی انرژی، کار انجام شده توسط باتری (آرمانی) باید برابر با انرژی گرمایی ظاهر شده در مقاومت باشد

$$\mathscr{E}\, i\, dt = i^2 R\, dt$$

و از اینجا خواهیم داشت

$$\mathscr{E} = iR$$

نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ انرژی یکای بار است که توسط باتری به بارهای الکتریکی در حال حرکت داده می‌شود. کمیت iR عبارت است از انرژی یکای بار که *از* بارهای در حال حرکت به انرژی گرمایی در مقاومت تبدیل می‌شود. بنابراین، این معادله بدان معناست که انرژی یکای بار منتقل شده به بارهای در حال حرکت برابر با انرژی یکای بار گرفته شده از آنهاست. از حل این معادله برحسب i، خواهیم داشت

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R} \qquad (۲۳-۲)$$

روش پتانسیل

فرض کنید در مدار شکل ۲۳-۳ از یک نقطه شروع کنیم و به طور ذهنی در یکی از دو جهت دلخواه به دور مدار حرکت کنیم، و هرجا با اختلاف پتانسیلها روبه‌رو شدیم آنها را به طور جبری جمع کنیم. سپس، وقتی به نقطهٔ شروع می‌رسیم باید به پتانسیلی که از آنجا شروع کرده بودیم برسیم. پیش از انجام چنین کاری، این نظر را در بیانی فرمول‌بندی می‌کنیم که نه تنها در مورد مدارهای تک حلقه‌ای مانند شکل ۲۳-۳، بلکه برای هر حلقهٔ کاملی از یک مدار *چند حلقه‌ای* که در بخش ۲۳-۷ خواهیم دید برقرار است.

> **قاعدهٔ حلقه: جمع جبری تغییرات پتانسیلهای موجود در** یک دور کامل، در هر حلقه‌ای از مدار باید صفر باشد.

به افتخار فیزیکدان آلمانی گوستاو روبرت کیرشهوف[1] این بیان را به نام *قاعدهٔ حلقهٔ کیرشهف (یا قانون ولتاژ کیرشهف)* می‌نامند. این قاعده معادل با این است که گفته شود هر نقطه روی یک کوه فقط دارای یک بلندی از سطح دریاست. اگر از نقطه‌ای شروع کنیم و پس از پیاده‌روی دور کوه به همانجا برگردیم، جمع جبری تغییر بلندیهایی که با آنها رو به رو بوده‌ایم باید صفر باشد.

---
1. Gustav Robert Kirchhoff

در شکل ۲۳-۳، از نقطهٔ a که پتانسیل آن V_a است شروع می‌کنیم و به طور ذهنی و در حالی که حساب تغییرات پتانسیل را موقع حرکت کردن نگه می‌داریم به طور ساعتگرد مدار را دور می‌زنیم تا به نقطهٔ a برگردیم. نقطهٔ شروع حرکت از پایانهٔ با پتانسیل کمتر باتری است. چون باتری آرمانی است، اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های آن برابر $\mathscr{E}$ است. وقتی در باتری از پایانهٔ با پتانسیل بیشتر می‌گذریم تغییر در پتانسیل $\mathscr{E}+$ خواهد بود.

وقتی در قسمت بالایی سیم به انتهای بالایی مقاومت حرکت می‌کنیم، تغییر پتانسیلی وجود ندارد چون مقاومت سیم ناچیز است؛ در واقع پتانسیل سیم همان پتانسیل پایانهٔ بالاتر باتری است. پتانسیل انتهای بالایی مقاومت نیز همین مقدار را دارد. ولی، وقتی از مقاومت می‌گذریم، پتانسیل مطابق با معادلهٔ ۲۲-۸ (که می‌توان آن را به صورت $V = iR$ نوشت) تغییر می‌کند. افزون بر این، پتانسیل در طول مقاومت کاهش می‌یابد چون، از انتهای با پتانسیل بالاتر مقاومت دور می‌شویم. بنابراین، تغییر در پتانسیل عبارت است از $-iR$.

حال با حرکت کردن در طول سیم پایینی به نقطهٔ a برمی‌گردیم. چون مقاومت این سیم نیز ناچیز است، پس باز هیچ تغییر پتانسیلی وجود ندارد. در برگشت به نقطهٔ a، پتانسیل دوباره برابر V_a است. چون حلقه را یک دور کامل پیموده‌ایم، پتانسیل اولیه، با تغییرات در امتداد مسیر، باید برابر با پتانسیل پایانی باشد؛ یعنی

$$V_a + \mathscr{E} - iR = V_a$$

مقدار V_a از دو طرف این معادله حذف می‌شود، پس

$$\mathscr{E} - iR = 0$$

با حل این معادله برحسب i همان نتیجهٔ روش انرژی (معادلهٔ ۲۳-۲) یعنی $i = \mathscr{E}/R$ به دست می‌آید.

اگر قاعدهٔ حلقه را با دورزدن کامل به طور *پاد ساعتگرد* به کار بریم، خواهیم داشت

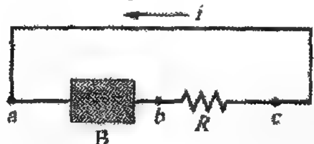
$$-\mathscr{E} + iR = 0$$

که دوباره $i = \mathscr{E}/R$ به دست می‌آید. بنابراین، برای به کار بردن قاعدهٔ حلقه می‌توان حلقه را به طور ذهنی در هر جهتی دور زد.

جهت آمادگی در مدارهای خیلی پیچیده‌تر از شکل ۲۳-۳، از دو قاعدهٔ زیر برای پیداکردن اختلاف پتانسیل در حین حرکت دور حلقه استفاده می‌کنیم:

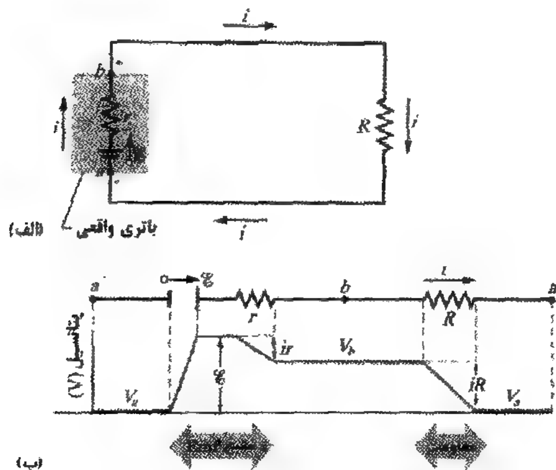
> **قاعدهٔ مقاومت:** در حین حرکت کردن در طول مقاومت در جهت جریان، تغییر در پتانسیل $-iR$ و در خلاف جهت جریان $+iR$ است.

> **قاعدهٔ EMF:** در حین حرکت کردن در داخل یک منبع آرمانی emf، در جهت پیکان emf، تغییر پتانسیل $\mathscr{E}+$ و در خلاف جهت پیکان $\mathscr{E}$ − است.

> ✔ ***نکتهٔ وارسی ۱*** شکل جریان i را در یک مدار تک حلقه‌ای با باتری B و مقاومت R (و سیمهای با مقاومت ناچیز) نشان می‌دهد. (الف) آیا جهت پیکان emf در B به سمت چپ است یا به سمت راست؟ (ب) بزرگی جریان، (پ) پتانسیل الکتریکی و (ت) انرژی پتانسیل الکتریکی حاملهای بار را در نقطه‌های a، b و c به ترتیب بزرگی بنویسید.
>
> 
>

۲۳-۵ مدارهای تک حلقه‌ای دیگر

در این بخش مدار سادهٔ شکل ۲۳-۳ را با دو طریق بسط می‌دهیم.



شکل ۲۳-۴ (الف) مدار تک حلقه‌ای شامل یک باتری واقعی با مقاومت درونی r و emf برابر با $\mathscr{E}$. (ب) همان مدار در حالت باز شده در یک خط. پتانسیلهایی که در هنگام دورزدن ساعتگرد مدار از نقطهٔ a با آنها روبه‌رو می‌شویم نیز نشان داده شده‌اند. پتانسیل V_a به طور اختیاری صفر اختیار شده است و سایر پتانسیلها در مدار نسبت به V_a رسم شده‌اند.

مقاومت درونی

شکل ۲۳-۴ الف یک باتری واقعی با مقاومت درونی r را نشان می‌دهد که به سیمی با مقاومت خارجی R وصل شده است. مقاومت درونی باتری عبارت است از مقاومت الکتریکی مواد رسانای باتری و بنابراین، نمی‌توان آن را حذف کرد. ولی در شکل ۲۳-۴ الف، باتری طوری رسم شده که به یک باتری آرمانی با emf برابر با $\mathscr{E}$ و مقاومت r تجزیه شده است. ترتیب نمادهای نشان داده شده اهمیتی ندارد.

اگر قاعدهٔ حلقه را با شروع از نقطهٔ a به طور ساعتگرد به کار بریم، *تغییرات* در پتانسیل عبارت خواهد بود از

$$\mathscr{E} - ir - iR = 0 \qquad (۲۳-۳)$$

از حل این معادله برای جریان خواهیم داشت

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R+r} \qquad (۲۳-۴)$$

توجه کنید که اگر باتری آرمانی باشد، یعنی $r = 0$ ، این معادله به معادلهٔ ۲۳-۲ تبدیل می‌شود.

شکل ۲۳-۴ ب تغییرات پتانسیل الکتریکی دور مدار را به طور نموداری نشان می‌دهد. (برای ارتباط بهتر شکل ۲۳-۴ ب به *مدار بستهٔ* شکل ۲۳-۴ الف، تصور کنید که نمودار را دور یک استوانه طوری می‌پیچیم که نقطهٔ a در سمت چپ با نقطهٔ a در سمت راست روی هم بیفتند.) توجه کنید که حرکت در مدار چگونه با پیاده‌روی دور یک کوه (پتانسیل) و برگشتن به نقطهٔ شروع مشابه است- به ارتفاع شروع برمی‌گردیم.

در این کتاب، هرگاه گفته شده باشد که باتری واقعی است یا مقاومت درونی مشخص نشده باشد، آن را یک باتری آرمانی درنظر می‌گیریم. البته در دنیای واقعی باتریها همگی واقعی و دارای مقاومت درونی‌اند.

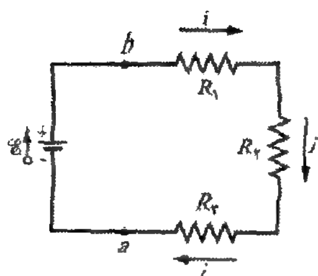
مقاومتهای متوالی

شکل ۲۳-۵ الف سه مقاومت را نشان می‌دهد که **به طور متوالی** به یک باتری آرمانی با emf برابر با $\mathscr{E}$ وصل شده‌اند. این روش ارتباطی با ترتیب رسم شده برای مقاومتها ندارد. البته «متوالی بودن» بدان معناست که مقاومتها یکی پس از دیگری به هم وصل شده‌اند و اختلاف پتانسیل V به دو انتهای مجموعه اعمال می‌شود. در شکل ۲۳-۵ الف، مقاومتها یکی پس از دیگری بین a و b به هم وصل شده‌اند، و یک اختلاف پتانسیل توسط باتری بین a و b برقرار شده است. در نتیجه، اختلاف پتانسیلهای موجود در دو سر مقاومتها در حالت متوالی جریانهای یکسان i ایجاد می‌کند. در حالت کلی

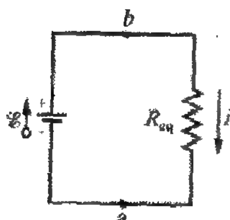
> هرگاه اختلاف پتانسیل V به دو سر مقاومتهای متصل به هم متوالی اعمال شود، مقاومتها دارای جریان یکسان i خواهند بود. مجموع اختلاف پتانسیلها در دو سر مقاومتها برابر است با اختلاف پتانسیل اعمال شدهٔ V.

توجه کنید باری که از طریق مقاومتهای متوالی می‌گذرد، می‌تواند فقط از یک مسیر بگذرد. اگر راههای دیگری وجود داشته باشند، در آن صورت، جریانها در مقاومتهای مختلف، متفاوت خواهند بود، و مقاومتها به طور متوالی وصل نشده‌اند.

> مقاومتهای وصل شده به طور متوالی را می‌توان با یک مقاومت معادل R_{eq} جایگزین کرد به طوری که همان جریان i بگذرد و همان اختلاف پتانسیل کل V مربوط به مقاومتهای واقعی به دو سر آن اعمال شود.



(الف)



(ب)

شکل ۲۳-۵ (الف) سه مقاومت به طور متوالی بین نقطه‌های a و b به هم وصل شده‌اند. (ب) مدار معادل، که در آن یک مقاومت معادل R_{eq} به جای سه مقاومت قرار داده شده است.

توجه داشته باشید که R_{eq} و همهٔ مقاومتهای متوالی واقعی دارای جریان یکسان i هستند. شکل ۲۳-۵ ب مقاومت معادل R_{eq} را نشان می‌دهد که می‌توان آن را به جای سه مقاومت شکل ۲۳-۵ الف قرار داد.

برای به دست آوردن عبارتی برای R_{eq} در شکل ۲۷-۵ ب، قاعدهٔ حلقه را در هر دو مدار به کار می‌بریم. در مورد شکل ۲۳-۵ الف، با شروع از نقطهٔ a و حرکت در دور مدار به طور ساعتگرد، خواهیم داشت

$$\mathscr{E} - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0$$

یا

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (۲۳-۵)$$

در مورد شکل ۲۳-۵ ب، با قراردادن سه مقاومت توسط یک مقاومت معادل R_{eq} خواهیم داشت

$$\mathscr{E} - iR_{eq} = 0$$

یا

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R} \qquad (۲۳-۶)$$

با مقایسهٔ معادله‌های ۲۳-۵ و ۲۳-۶ می‌توان نشان داد که

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

با تعمیم آن به n مقاومت، خواهیم داشت

$$R_{eq} = \sum_{j=1}^{n} R_j \quad (n \text{ مقاومت متوالی}) \qquad (۲۳-۷)$$

توجه کنید که هرگاه مقاومتها در حالت متوالی باشند، معادل آنها از تک تک مقاومتها بزرگتر است.

✔ **نکتهٔ وارسی ۲** در شکل ۲۳-۵ الف، اگر $R_1 > R_2 > R_3$ باشد، این سه مقاومت را به ترتیب بزرگی (الف) جریانی که از آنها می‌گذرد و (ب) اختلاف پتانسیل دو سر آنها مرتب کنید.

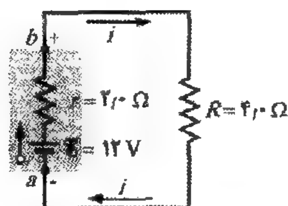
۲۳-۶ اختلاف پتانسیل بین دو نقطه

اغلب می‌خواهیم اختلاف پتانسیل بین دو نقطه را در یک مدار پیدا کنیم. برای مثال، در شکل ۲۳-۶ اختلاف پتانسیل $V_b - V_a$ بین نقطه‌های a و b چقدر است؟ برای یافتن آن، از نقطهٔ a (در پتانسیل V_a) شروع می‌کنیم و با حرکت از باتری در حالی که با تغییرات پتانسیل روبه‌رو می‌شویم به نقطهٔ b (در پتانسیل V_b) می‌رسیم. وقتی از emf باتری می‌گذریم، پتانسیل به اندازهٔ $\mathscr{E}$ افزایش می‌یابد. وقتی از مقاومت داخلی r باتری می‌گذریم، در جهت جریان حرکت می‌کنیم پس اختلاف پتانسیل به اندازهٔ ir کاهش می‌یابد. بنابراین، به پتانسیل نقطهٔ b می‌رسیم و داریم

$$V_a + \mathscr{E} - ir = V_b$$

یا

$$V_b - V_a = \mathscr{E} - ir \qquad (۲۳-۸)$$



شکل ۲۳-۶ نقطه‌های a و b که در پایانه‌های یک باتری واقعی واقع‌اند، اختلاف پتانسیل دارند.

برای محاسبهٔ این عبارت، به جریان i نیاز داریم. توجه کنید که مدار همانند مدار شکل ۲۳-۴ الف است، که برای آن معادلهٔ ۲۳-۴ جریان را به صورت زیر به دست می‌دهد

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R + r} \qquad (۲۳-۹)$$

با قراردادن این معادله در معادلهٔ ۲۳-۸ خواهیم داشت

$$V_b - V_a = \mathscr{E} - \frac{\mathscr{E}}{R + r} r = \frac{\mathscr{E}}{R + r} R \qquad (۲۳-۱۰)$$

اکنون با قراردادن داده‌ها در شکل ۲۳-۶ خواهیم داشت

$$V_b - V_a = \frac{۱۲\,\text{V}}{۴/۰\,\Omega + ۲/۰\,\Omega} \times ۴/۰\,\Omega = ۸/۰\,\text{V} \qquad (۲۳-۱۱)$$

فرض کنید با عبور از مقاومت R به جای باتری به طور پاد ساعتگرد از a به b حرکت کنیم. چون در خلاف جهت جریان حرکت می‌کنیم، پتانسیل به اندازهٔ iR افزایش می‌یابد. بنابراین

$$V_a + iR = V_b$$

یا

$$V_b - V_a = iR \qquad (۲۳-۱۲)$$

با قراردادن i از معادلهٔ ۲۳-۹، دوباره به معادلهٔ ۲۳-۱۰ می‌رسیم. بنابراین، قراردادن داده‌های شکل ۲۳-۶ همان نتیجهٔ $V_b - V_a = ۸/۰\,\text{V}$ را به دست می‌دهد. در حالت کلی،

☜ برای یافتن پتانسیل بین هر دو نقطه از یک مدار، از یک نقطه شروع می‌کنیم و مدار را با هر راهی تا نقطهٔ دیگر می‌پیماییم، و تغییرات پتانسیلهای مواجه شده را به طور جبری با هم جمع می‌کنیم.

اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری واقعی

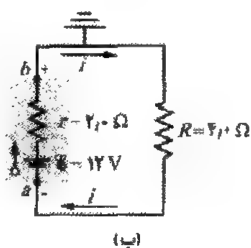
در شکل ۲۳-۶ نقطه‌های a و b در پایانه‌های باتری واقع‌اند. بنابراین، اختلاف پتانسیل $V_b - V_a$ اختلاف پتانسیل پایانه به پایانهٔ V در دو سر باتری است. از معادلهٔ ۲۳-۸ می‌توان دید که

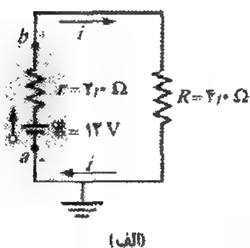
$$V = \mathscr{E} - ir \qquad (۲۳-۱۳)$$

اگر مقاومت درونی r باتری در شکل ۲۳-۶ صفر باشد، معادلهٔ ۲۳-۱۳ نشان می‌دهد که V برابر با نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ باتری یعنی ۱۲V خواهد بود. ولی چون $r = ۲/۰\,\Omega$ است، از معادلهٔ ۲۳-۱۳ پیداست که V کمتر از $\mathscr{E}$ خواهد بود. از معادلهٔ ۲۳-۱۱، می‌دانیم که V فقط ۸/۰ V است. توجه کنید که این نتیجه به مقدار جریانی که از باتری می‌گذرد بستگی دارد. اگر همین باتری در مدار دیگری باشد و جریان دیگری از آن بگذرد، V مقدار دیگری خواهد داشت.

اتصال به زمین یک مدار

شکل ۲۳-۷ الف همان مدار شکل ۲۳-۶ را نشان می‌دهد با این تفاوت که نقطهٔ a به طور مستقیم به زمین وصل شده است، این کار با نماد عمومی ⏚ نشان داده می‌شود. *اتصال به زمین یک مدار* معمولاً به معنای ارتباط مدار از طریق یک مسیر رسانا به سطح زمین است (در واقع به مواد و خاکهای مرطوب زیرزمین از طریق ارتباط الکتریکی). در اینجا، چنین ارتباطی فقط بدان معناست که پتانسیل در نقطهٔ اتصال مدار به زمین صفر تعریف می‌شود. بنابراین، در شکل ۲۳-۷ الف، پتانسیل در a به صورت $V_a = ۰$ تعریف می‌شود. معادلهٔ ۲۳-۱۱ حالا نشان می‌دهد که پتانسیل در b برابر با $V_b = ۸/۰\,\text{V}$ است.





شکل ۲۳-۷ (الف) نقطهٔ a به طور مستقیم به زمین وصل است. (ب) نقطهٔ b به طور مستقیم به زمین وصل است.

شکل ۲۳-۷ ب همان مدار است با این تفاوت که نقطهٔ b اکنون به طور مستقیم به زمین وصل شده است. بنابراین، پتانسیل در اینجا به صورت $V_b = 0$ تعریف می‌شود. از معادلهٔ ۲۳-۱۱ معلوم است که پتانسیل در a برابر با $V_a = -8/0\ \text{V}$ است.

توان، پتانسیل و emf

هرگاه باتری یا هر نوع منبع emf دیگر روی حاملهای بار برای برقراری جریان i کار انجام دهد، این منبع انرژی را از چشمهٔ خود (مثلاً به طور شیمیایی در یک باتری) به حاملهای بار منتقل می‌کند. چون مقاومت درونی یک منبع emf برابر با r است، از طریق اتلاف مقاومتی، انرژی را به انرژی گرمایی درونی تبدیل می‌کند (بخش ۲۲-۷). اکنون ارتباط این تبدیلها را پیدا می‌کنیم.

آهنگ خالص P انتقال انرژی از منبع emf به حاملهای بار با معادلهٔ ۲۲-۲۶ داده می‌شود

$$P = iV \qquad (۲۳-۱۴)$$

که در آن V پتانسیل دو سر پایانه‌های منبع emf است. از معادلهٔ ۲۳-۱۳ عبارت $V = \mathscr{E} - ir$ را در معادلهٔ ۲۳-۱۴ قرار می‌دهیم و به دست می‌آوریم

$$P = i(\mathscr{E} - ir) = i\mathscr{E} - i^2 r \qquad (۲۳-۱۵)$$

از معادلهٔ ۲۲-۲۷ دیده می‌شود که جملهٔ $i^2 r$ در معادلهٔ ۲۳-۱۵ آهنگ P_r انرژی تبدیل شده به انرژی گرمایی در داخل منبع emf است

$$P_r = i^2 r \quad \text{(آهنگ اتلاف درونی)} \qquad (۲۳-۱۶)$$

بنابراین، جملهٔ $i\mathscr{E}$ در معادلهٔ ۲۳-۱۵ باید آهنگ P_{emf} باشد که منبع emf با آن انرژی را هم به حاملهای بار و هم به انرژی گرمایی درونی منتقل می‌کند. پس،

$$P_{emf} = i\mathscr{E} \quad \text{(توان منبع emf)} \qquad (۲۳-۱۷)$$

اگر بخواهیم یک باتری را با جریانی که «به طور نادرست» از آن می‌گذرد *دوباره پر* کنیم، آنگاه انتقال انرژی از حاملهای بار به باتری خواهد بود- هم به انرژی شیمیایی باتری و هم به انرژی تلف شده در مقاومت درونی r. آهنگ تغییر انرژی شیمیایی با معادلهٔ ۲۳-۱۷ داده می‌شود، آهنگ اتلاف با معادلهٔ ۲۳-۱۶ و آهنگ تأمین انرژی حاملها با معادلهٔ ۲۳-۱۴ داده می‌شود.

✔ نکتهٔ وارسی ۳ emf یک باتری ۱۲V و مقاومت درونی آن ۲Ω است. اگر جریان در باتری (الف) از پایانهٔ منفی به پایانهٔ مثبت، (ب) از پایانهٔ مثبت به پایانهٔ منفی و (پ) صفر باشد، آیا اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های باتری بزرگتر از، کوچکتر از یا مساوی ۱۲V است؟

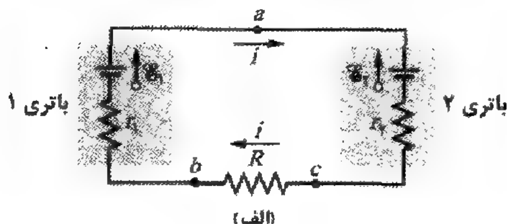
مسئلهٔ نمونه ۲۳-۱

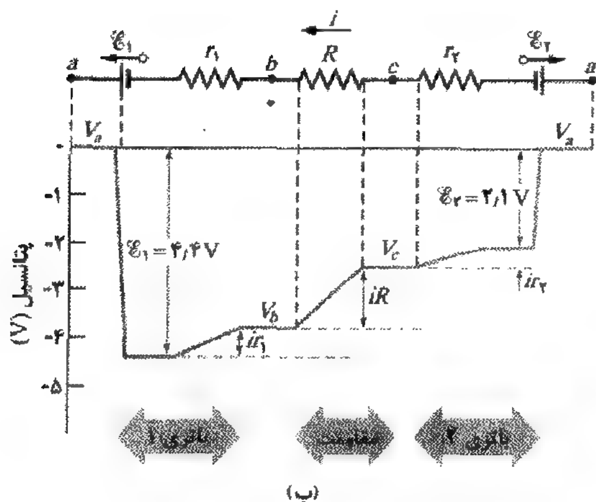
مقدار emf ها و مقاومتها در مدار شکل ۲۳-۸ الف عبارت‌اند از

$$\mathscr{E}_1 = 4/4\text{V} \quad , \quad \mathscr{E}_2 = 2/1\text{V}$$

$$r_1 = 2/3\Omega \ , \ r_2 = 1/8\Omega \ , \ R = 5/5\Omega$$

(الف) جریان i در این مدار چقدر است؟





شکل ۲۳-۸ (الف) یک مدار تک حلقه‌ای شامل دو باتری واقعی و یک مقاومت. باتریها با یکدیگر مخالفت می‌کنند؛ یعنی می‌خواهند جریان را در جهتهای مخالف در مقاومت برقرار کنند. (ب) نمودار پتانسیلهایی که در هنگام دورزدن این مدار به طور پاد ساعتگرد از نقطهٔ a، با در نظر گرفتن پتانسیل نقطهٔ a برابر با صفر، به دست می‌آید. (برای ارتباط بهتر مدار با نمودار، مدار را از نقطهٔ a به طور فرضی قطع و سپس سمت چپ مدار را به طرف چپ و سمت راست مدار را به طرف راست باز کنید.)

نکتهٔ کلیدی با استفاده از قاعدهٔ حلقه می‌توان عبارتی را که در آن جریان i وجود داشته باشد به دست آورد.

محاسبه‌ها: اگرچه، دانستن جهت i ضرورتی ندارد ولی به آسانی می‌توان آن را از emf های دوباتری به دست آورد. چون $\mathscr{E}_1$ بزرگتر از $\mathscr{E}_2$ است، باتری ۱ جهت i را کنترل می‌کند، پس جهت ساعتگرد است. سپس، قاعدهٔ حلقه را با حرکت پادساعتگرد یعنی مخالف جریان و با شروع از نقطهٔ a آغاز می‌کنیم. داریم

$$-\mathscr{E}_1 + ir_1 + iR + ir_2 + \mathscr{E}_2 = 0$$

بررسی کنید که هرگاه قاعدهٔ حلقه را ساعتگرد اعمال می‌کردیم یا از هر نقطهٔ دیگر a شروع می‌کردیم به همین معادله

می‌رسیدیم. هم چنین این معادله را جمله به جمله با شکل ۲۳-۸ ب مقایسه کنید که تغییرات پتانسیل را به طور نموداری نشان می‌دهد. (پتانسیل در نقطهٔ a به طور اختیاری صفر در نظر گرفته شده است).

با حل معادلهٔ حلقهٔ بالا برحسب جریان i، خواهیم داشت

$$i=\frac{\mathscr{E}_1-\mathscr{E}_2}{R+r_1+r_2}=\frac{۴/۴V-۲/۱V}{۵/۵\Omega+۲/۳\Omega+۱/۸\Omega}$$

$$=۰/۲۳۹۶A\approx ۲۴۰mA \qquad \text{(پاسخ)}$$

(ب) اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های باتری ۱ در شکل ۲۳-۸ الف چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی لازم است که اختلاف پتانسیلهای بین نقطه‌های a و b را جمع کنیم.

محاسبه‌ها: فرض کنید که از نقطهٔ b (پایانهٔ منفی باتری ۱) شروع و از باتری ۱ تا نقطهٔ a (پایانهٔ مثبت) را با در نظر گرفتن تغییرات پتانسیل به طور ساعتگرد طی کنیم. خواهیم داشت

$$V_b-ir_1+\mathscr{E}_1=V_a$$

که به دست می‌دهد

$$V_a-V_b=-ir_1+\mathscr{E}_1$$
$$=-(۰/۲۳۹۶\,A)(۲/۳\Omega)+۴/۴\,V$$
$$=+۳/۸۴V\approx ۳/۸V \qquad \text{(پاسخ)}$$

که کمتر از emf باتری است. بررسی کنید که با شروع از نقطهٔ b در شکل ۲۳-۸ الف و پیمودن مدار به طور پادساعتگرد تا نقطهٔ a همین نتیجه حاصل می‌شود.

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۱: فرض کردن جهت برای جریان می‌تواند اختیاری باشد

در حل مسئله‌های مدار، نیازی نیست که جهت جریان را از قبل بدانید. بلکه فقط جهتی را برای جریان در نظر بگیرید، اگر چه از نظر فیزیکی صحیح نباشد. برای اثبات این فرض کنید جریان در شکل ۲۳-۸ الف پاد ساعتگرد؛ یعنی عکس جهت پیکانهای جریان نشان داده شده باشد. با استفاده از قاعدهٔ حلقه از نقطهٔ a به طور پاد ساعتگرد خواهیم داشت

$$-\mathscr{E}_1-ir_1-iR-ir_2+\mathscr{E}_2=۰$$

یا

$$i=\frac{\mathscr{E}_1-\mathscr{E}_2}{R+r_1+r_2}$$

با قراردادن مقدارهای عددی مسئلهٔ نمونهٔ ۲۳-۱ مقدار $i=-۲۴۰mA$ برای جریان به دست می‌آید. علامت منفی نشانهٔ این است که جریان در خلاف جهتی است که در آغاز فرض کرده بودیم.

۲۳-۷ مدارهای چند حلقه‌ای

شکل ۲۳-۹ مداری را با بیش از یک حلقه نشان می‌دهد. برای ساده شدن، فرض می‌کنیم که باتریها آرمانی‌اند. دو انشعاب در b و d و سه شاخه مربوط به این انشعابها در این مدار وجود دارد. شاخه‌ها عبارت‌اند از شاخهٔ سمت چپ (bad)، شاخهٔ سمت راست (bcd) و شاخهٔ مرکزی (bd). جریان در این سه شاخه چقدر است؟

با استفاده از زیرنویسهای مختلف برای هر شاخه، جریانها را به اختیار نشانه گذاری می‌کنیم. جریان i_1 در همه جای شاخهٔ bad؛ جریان i_2 در همه جای شاخهٔ bcd و جریان i_3 در همه جای شاخهٔ bd مقدار ثابتی دارد. جهت جریانها اختیاری‌اند.

انشعاب در نقطهٔ d را در نظر می‌گیریم: بارها از طریق جریانهای i_1 و i_3 به این انشعاب وارد و از طریق جریان i_2 از آن خارج می‌شوند. چون در این انشعاب هیچ تغییری در بار وجود ندارد، جریان ورودی کل باید با جریان خروجی کل برابر باشد

$$i_1+i_3=i_2 \qquad (۱۸-۲۳)$$

با اعمال این شرط برای انشعاب b می‌توانید به آسانی بررسی کنید که دقیقاً همین معادله به دست می‌آید. پس معادلهٔ ۲۳-۱۸ یک اصل کلی را پیشنهاد می‌کند:

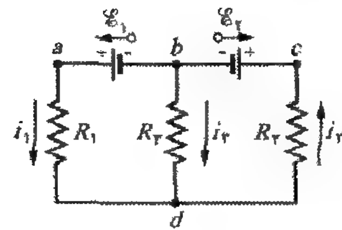
> **قاعدهٔ انشعاب:** مجموع جریانهای ورودی به هر انشعاب باید برابر با مجموع جریانهایی باشد که آنجا را ترک می‌کنند.

این قاعده را اغلب *قاعدهٔ انشعاب کیرشهف* (یا *قانون جریان کیرشهف*) می‌نامند. این قاعده بیانی ساده از اصل پایستگی بار الکتریکی در یک شارش پایاست، یعنی در یک انشعاب، بار نه ایجاد می‌شود و نه از بین می‌رود. بنابراین، ابزار اصلی در حل مدارهای الکتریکی پیچیده *قاعدهٔ حلقه* (استوار بر پایستگی انرژی) و *قاعدهٔ انشعاب* (استوار بر پایستگی بار) است.

معادلهٔ ۲۳-۱۸ یک معادله با سه مجهول است. برای حل کامل این مدار (یعنی برای پیداکردن هر سه جریان)، به دو معادلهٔ دیگر که شامل همین سه مجهول باشند نیاز داریم. با دو بار به کارگیری قاعدهٔ حلقه دو معادلهٔ دیگر به دست می‌آید. در مدار شکل ۲۳-۹، سه حلقه وجود دارد که از میان آنها باید انتخاب کرد: حلقهٔ چپ ($badb$)، حلقهٔ راست ($bcdb$)، و حلقهٔ بزرگ ($badcb$). فرقی نمی‌کند که کدام دو حلقه را انتخاب کنیم، در اینجا حلقهٔ چپ و حلقهٔ راست را انتخاب می‌کنیم.

اگر حلقهٔ سمت چپ را به طور پادساعتگرد از نقطهٔ b دور بزنیم، از قاعدهٔ حلقه خواهیم داشت

$$\mathscr{E}_1-i_1R_1+i_3R_3=۰ \qquad (۱۹-۲۳)$$



شکل ۲۳-۹ یک مدار چند حلقه‌ای که شامل سه شاخه است: شاخهٔ چپ bad، شاخهٔ راست bcd، و شاخهٔ مرکزی bd. این مدار هم‌چنین دارای سه حلقه است: حلقهٔ چپ $badb$، حلقهٔ راست $bcdb$ و حلقهٔ بزرگ $badcb$.

اگر حلقهٔ سمت راست را به طور پادساعتگرد از نقطهٔ b دور بزنیم، از قاعدهٔ حلقه خواهیم داشت

$$-i_3R_3 - i_2R_2 - \mathscr{E}_2 = 0 \qquad (۲۳-۲۰)$$

اکنون سه معادله (معادله‌های ۲۳-۱۸، ۲۳-۱۹ و ۲۳-۲۰) و سه جریان مجهول داریم که با روشهای مختلف می‌توان آنها را حل کرد.

اگر قاعدهٔ حلقه را برای حلقهٔ بزرگ به کار بریم (با حرکت پادساعتگرد از b) معادلهٔ زیر را به دست می‌آوریم

$$\mathscr{E}_1 - i_1R_1 - i_3R_3 - \mathscr{E}_2 = 0$$

این معادله شاید جدید به نظر برسد، ولی این فقط مجموع معادله‌های ۲۳-۱۹ و ۲۳-۲۰ است. (البته اگر با معادلهٔ ۲۳-۱۸ یا یکی از معادله‌های ۲۳-۱۹ یا ۲۳-۲۰ به کار برده شود نتایج مناسب را به دست می‌دهد.)

مقاومتهای موازی

شکل ۲۳-۱۰ الف سه *مقاومت موازی* را نشان می‌دهد که به یک باتری آرمانی با emf برابر با $\mathscr{E}$ بسته شده‌اند. عبارت «موازی بودن» بدان معناست که یک سر مقاومتها به طور مستقیم به یکدیگر و سر دیگر آنها نیز به طور مستقیم به یکدیگر وصل شده‌اند و اختلاف پتانسیل V به سرهای متصل شده به یکدیگر اعمال شده است. بنابراین، هر سه مقاومت دارای یک اختلاف پتانسیل V در دو سر هستند که جریانی را در هر مقاومت به وجود می‌آورد. در حالت کلی،

> هرگاه یک اختلاف پتانسیل V به دو سر مقاومتهای با اتصال موازی اعمال شود، همهٔ مقاومتها دارای اختلاف پتانسیل V یکسانی خواهند بود.

در شکل ۲۳-۱۰ الف، اختلاف پتانسیل اعمال شدهٔ V توسط باتری برقرار می‌شود. در شکل ۲۳-۱۰ ب سه مقاومت موازی با یک مقاومت معادل R_{eq} جایگزین شده‌اند.

> مقاومتها با اتصال موازی را می‌توان با یک مقاومت معادل R_{eq} جایگزین کرد به طوری که همان اختلاف پتانسیل V و جریان *کل* i مقاومتهای واقعی را داشته باشد.

به خاطر داشته باشید که R_{eq} و همهٔ مقاومتهای موازی واقعی اختلاف پتانسیل یکسان V را دارند.

برای یافتن عبارتی برای R_{eq} در شکل ۲۳-۱۰ ب، ابتدا جریان هر مقاومت واقعی را در شکل ۲۳-۱۰ الف به صورت زیر می‌نویسیم

$$i_1 = \frac{V}{R_1}\ ,\quad i_2 = \frac{V}{R_2}\ ,\quad i_3 = \frac{V}{R_3}$$

که V اختلاف پتانسیل بین a و b است. اگر از قاعدهٔ انشعاب در نقطهٔ a شکل ۲۳-۱۰ الف استفاده کنیم و سپس این مقدارها را جایگزین کنیم، خواهیم داشت

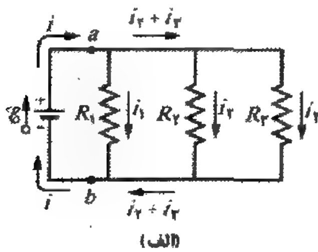
$$i = i_1 + i_2 + i_3 = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \qquad (۲۳-۲۱)$$

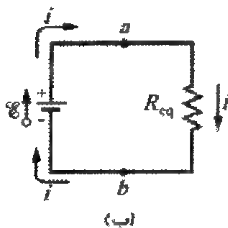
اگر مقاومت معادل R_{eq} ترکیب موازی را قرار دهیم (شکل ۲۳-۱۰ ب)، خواهیم داشت

$$i = \frac{V}{R_{eq}} \qquad (۲۳-۲۲)$$

از مقایسهٔ معادله‌های ۲۳-۲۱ و ۲۳-۲۲ خواهیم داشت

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad (۲۳-۲۳)$$





شکل ۲۳-۱۰ (الف) سه مقاومت به طور موازی به دو سر a و b بسته شده‌اند. (ب) مدار معادل که در آن مقاومت R_{eq} به جای آن سه مقاومت بسته شده است.

با تعمیم این نتیجه به حالتی که n مقاومت وجود دارد، خواهیم داشت

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j} \quad (\text{مقاومت موازی } n) \qquad (۲۳-۲۴)$$

در حالت وجود دو مقاومت، مقاومت معادل عبارت است از حاصلضرب آنها بخش بر مجموع آنها؛ یعنی

$$R_{eq} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} \qquad (۲۳-۲۵)$$

اگر به‌طور اتفاقی مقاومت معادل را مجموع بخش بر حاصلضرب به دست آورید، توجه داشته باشید که این نتیجه از نظر ابعادی نادرست است.

جدول ۲۳-۱

مقاومتها و خازنهای متوالی و موازی

مقاومتها: متوالی	مقاومتها: موازی	خازنها: متوالی	خازنها: موازی
$R_{eq} = \sum_{j=1}^{n} R_j$ (معادلهٔ ۲۳-۷)	$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j}$ (معادلهٔ ۲۳-۲۴)	$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j}$ (معادلهٔ ۲۱-۲۰)	$C_{eq} = \sum_{j=1}^{n} C_j$ (معادلهٔ ۲۱-۱۹)
جریان در تمام مقاومتها یکسان است	اختلاف پتانسیل در دو سر تمام مقاومتها یکسان است.	بار الکتریکی در همهٔ خازنها یکسان است.	اختلاف پتانسیل دو سر تمام خازنها یکسان است.

توجه کنید که هرگاه دو یا چند مقاومت به طور موازی به هم وصل شوند، مقاومت معادل از همهٔ مقاومتهای موجود در ترکیب کوچکتر است. در جدول ۲۳-۱ رابطه‌های معادل مقاومتها و خازنها در حالت متوالی و موازی به طور خلاصه آمده است.

> ✔ ***نکتهٔ وارسی ۴*** یک باتری با اختلاف پتانسیل V در دو سر آن به ترکیب دو مقاومت یکسان متصل شده است و جریان i از آن عبور می‌کند. اگر مقاومتها (الف) متوالی و (ب) موازی باشند، اختلاف پتانسیل دو سر و جریانی که از هر مقاومت می‌گذرد چقدر است؟

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۳-۲

شکل ۲۳-۱۱ الف یک مدار چند حلقه‌ای شامل یک باتری آرمانی و چهار مقاومت با مقدارهای زیر را نشان می‌دهد

$$R_1 = 20\,\Omega\,,\ R_2 = 20\,\Omega\,,\ \mathscr{E} = 12\,V$$
$$R_3 = 30\,\Omega\,,\ R_4 = 8.0\,\Omega$$

(الف) چه جریانی از باتری می‌گذرد؟

نکتهٔ کلیدی ابتدا توجه کنید که جریانی که از باتری می‌گذرد باید جریانی باشد که از R_1 می‌گذرد. مشاهده می‌کنیم که جریان را با به کار بردن قاعدهٔ حلقه در مورد حلقه‌ای که شامل R_1 است می‌توان به دست آورد، چون جریان در اختلاف پتانسیل دو سر R_1 به حساب می‌آید.

روش نادرست: این کار می‌تواند در حلقهٔ سمت چپ یا در حلقهٔ بزرگ انجام گیرد. با توجه به اینکه پیکان emf باتری به سمت بالاست، پس جریان حاصل از باتری ساعتگرد است و می‌توان قاعدهٔ حلقه را برای حلقهٔ سمت چپ، به طور ساعتگرد و با شروع از نقطهٔ a به کار برد. اگر i جریان عبوری از باتری باشد، خواهیم داشت

$$+\mathscr{E} - iR_1 - iR_2 - iR_4 = 0 \qquad \text{(نادرست)}$$

ولی این معادله نادرست است، چون در آن فرض شده است که همهٔ مقاومتهای R_1، R_2 و R_4 دارای یک جریان i هستند. جریان در مقاومتهای R_1 و R_4 یکسان است، چون جریانی که از R_4 می‌گذرد از باتری و سپس از R_1 نیز باید بگذرد بدون آنکه مقدار آن تغییر کند. ولی، جریان در نقطهٔ b تقسیم می‌شود و فقط بخشی از آن از R_2 می‌گذرد و بقیه از R_3 عبور می‌کند.

روش بی‌نتیجه: برای متمایز کردن چند جریان در مدار، مانند شکل ۲۳-۱۱ ب، آنها را شماره‌گذاری می‌کنیم. بنابراین، با حرکت ساعتگرد از a، قاعدهٔ حلقه را برای حلقهٔ سمت چپ به صورت زیر می‌نویسیم

$$+\mathscr{E} - i_1R_1 - i_2R_2 - i_1R_4 = 0$$

متأسفانه این معادله دو مجهول i_1 و i_2 دارد و برای پیداکردن آنها حداقل به یک معادلهٔ دیگر نیز نیاز داریم.

روش موفق: گزینهٔ بسیار ساده‌تر عبارت است از ساده‌سازی مدار شکل ۲۳-۱۱ ب به کمک پیداکردن مقاومت معادل. توجه کنید که R_1 و R_2 متوالی نیستند و در نتیجه نمی‌توان یک مقاومت معادل را جایگزین آنها کرد. ولی، R_2 و R_3 موازی‌اند، پس می‌توان از معادلهٔ ۲۳-۲۴ یا از معادلهٔ ۲۳-۲۵ برای پیداکردن مقاومت معادل آنها R_{23} استفاده کرد. از معادلهٔ اخیر داریم

$$R_{23} = \frac{R_2R_3}{R_2+R_3} = \frac{(20\,\Omega)(30\,\Omega)}{50\,\Omega} = 12\,\Omega$$

حال مدار را می‌توان به صورت شکل ۲۳-۱۱ پ دوباره رسم کرد؛ توجه کنید که جریان عبوری از R_{23} باید i_1 باشد، چون باری که از R_1 و R_4 می‌گذرد از R_{23} نیز باید بگذرد. برای چنین مدار تک حلقه‌ای، از قاعدهٔ حلقه (به طور ساعتگرد از نقطهٔ a) خواهیم داشت

$$+\mathscr{E} - i_1R_1 - i_1R_{23} - i_1R_4 = 0$$

با قرار دادن این داده‌ها، خواهیم داشت

$$12\,V - i_1(20\,\Omega) - i_1(12\,\Omega) - i_1(8.0\,\Omega) = 0$$

که از آن، داریم

$$i_1 = \frac{12\,V}{40\,\Omega} = 0.30\,A \qquad \text{(پاسخ)}$$

(ب) جریان i_2 عبوری از R_2 چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی (۱) در اینجا باید از مدار معادل شکل ۲۳-۱۱ ب به عقب برگردیم، که در آن R_{23} به جای R_2 و R_3 گذاشته شده است. (۲) چون R_2 و R_3 موازی‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر هر دو آنها برابر با اختلاف پتانسیل R_{23} است.

بازنگری: می‌دانیم که جریان عبوری از $R_{۲۳}$ برابر با $i_۱ = ۰/۳۰ A$ است. بنابراین، برای پیداکردن اختلاف پتانسیل $V_{۲۳}$ دو سر $R_{۲۳}$ از معادلهٔ ۲۲-۸ $(R = V/i)$ استفاده می‌کنیم

$$R_{۲۳} = i_۱R_{۲۳} = (۰/۳۰ A)(۱۲Ω) = ۳/۶V$$

پس اختلاف پتانسیل دو سر $R_۲$ برابر با $۳/۶V$ است، بنابراین، از معادلهٔ ۲۲-۸ جریان $i_۲$ در $R_۲$ باید برابر با مقدار زیر باشد

$$i_۲ = \frac{V_۲}{R_۲} = \frac{۳/۶V}{۲۰Ω} = ۰/۱۸A \qquad \text{(پاسخ)}$$

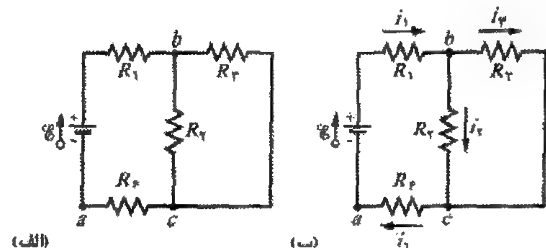
(پ) جریان عبوری $i_۳$ از $R_۳$ چقدر است؟

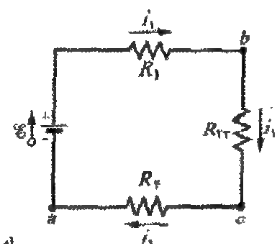
نکتهٔ کلیدی از روش مشابهی مانند (ب) یا این نکته می‌توان استفاده کرد: از قاعدهٔ انشعاب معلوم است که در نقطهٔ b شکل ۲۳-۱۱ ب، جریان ورودی $i_۱$ و جریان خروجی $i_۲$ و $i_۳$ با رابطهٔ زیر به هم مربوط‌اند

$$i_۱ = i_۲ + i_۳$$

محاسبه: بازنویسی قاعدهٔ انشعاب به دست می‌دهد

$$i_۳ = i_۱ - i_۲ = ۰/۳۰A - ۰/۱۸A = ۰/۱۲A \qquad \text{(پاسخ)}$$





شکل ۲۳-۱۱ (الف) یک مدار چند حلقه‌ای با یک باتری آرمانی با emf برابر با $\mathscr{E}$ و چهار مقاومت. (ب) جریانهای فرض شده از مقاومتها می‌گذرند. (پ) ساده‌سازی مدار با جایگزینی مقاومتهای $R_۲$ و $R_۳$ با مقاومت معادل $R_{۲۳}$. جریانی که از $R_{۲۳}$ می‌گذرد برابر با جریانی است که از $R_۱$ و $R_۴$ می‌گذرد.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۳-۳

شکل ۲۳-۱۲ مداری را نشان می‌دهد که عنصرهای آن دارای مقدارهای زیرند

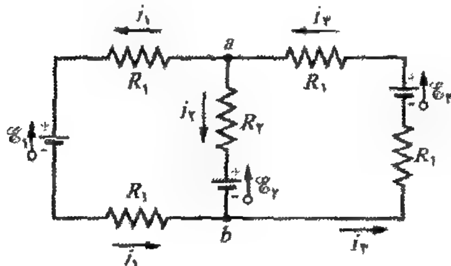
$$\mathscr{E}_۱ = ۳/۰ V \ , \ \mathscr{E}_۲ = ۶/۰ V$$
$$R_۱ = ۲/۰Ω \ , \ R_۲ = ۴/۰Ω$$

سه باتری آرمانی‌اند. بزرگی و جهت جریان را در هر یک از سه شاخه پیدا کنید.

نکته‌های کلیدی درست نیست که سعی کنیم مدار را ساده کنیم، چون در آن هیچ دو مقاومتی موازی نیستند، و مقاومتهایی که متوالی‌اند (در شاخهٔ راست یا شاخهٔ چپ) مشکلی به وجود نمی‌آورند. پس هدف ما به کار بردن قاعده‌های مربوط به انشعاب و حلقه است.

قاعدهٔ انشعاب: با انتخاب جهتهای اختیاری برای جریانها مانند شکل ۲۳-۱۲، و به کاربردن قاعدهٔ انشعاب در نقطهٔ a داریم

$$i_۳ = i_۱ + i_۲ \qquad (۲۳\text{-}۲۶)$$



شکل ۲۳-۱۲ یک مدار چند حلقه‌ای با سه باتری آرمانی و پنج مقاومت.

به کارگیری قاعدهٔ انشعاب در نقطهٔ b نیز همین معادله را به دست می‌دهد، بنابراین، قاعدهٔ حلقه را برای دو حلقه از سه حلقه به کار می‌بریم.

حلقهٔ سمت چپ: ابتدا به طور اختیاری حلقهٔ سمت چپ را انتخاب می‌کنیم و به طور اختیاری از نقطهٔ b شروع و مدار را در جهت ساعتگرد طی می‌کنیم تا رابطهٔ زیر به دست آید

$$-i_۱R_۱ + \mathscr{E}_۱ - i_۱R_۱ - (i_۱ + i_۲)R_۲ - \mathscr{E}_۲ = ۰$$

که در مدار میانی $(i_۱ + i_۲)$ را به جای $i_۳$ جایگزین کرده‌ایم. با قراردادن داده‌ها و ساده کردن خواهیم داشت

$$i_۱(۸/۰Ω) - i_۲(۴/۰Ω) = -۳/۰V \qquad (۲۳\text{-}۲۷)$$

حلقهٔ سمت راست: در مورد دومین کاربرد قاعدهٔ حلقه، در حلقهٔ سمت راست به طور اختیاری و پادساعتگرد از نقطهٔ b حرکت می‌کنیم، داریم

$$-i_۲R_۱ - \mathscr{E}_۲ - i_۲R_۱ - (i_۱ + i_۲)R_۲ - \mathscr{E}_۲ = ۰$$

با قرار دادن داده‌ها و ساده کردن داریم

$$i_۱(۴/۰Ω) + i_۲(۸/۰Ω) = ۰ \qquad (۲۳\text{-}۲۸)$$

ترکیب معادله‌ها: اکنون دستگاهی از دو معادله (معادله‌های ۲۳-۲۷ و ۲۳-۲۸) با دو مجهول ($i_۱$ و $i_۲$) برای حل در اختیار داریم (که حل آن بسیار آسان است) چه با دست و چه با ماشین حساب. (یک روش حل قاعدهٔ کرامر است که در پیوست ث داده شده است.) داریم

$$i_۱ = -۰/۲۵ A$$

(علامت منفی بدان معناست که جهت اختیاری انتخاب شده برای $i_۱$ در شکل ۲۳-۱۲ درست نبوده است و باید آن را اصلاح کنیم.) با قراردادن $i_۱ = -۰/۵۰A$ در معادلهٔ ۲۳-۲۸ و حل آن برای $i_۲$ خواهیم داشت

$$i_۲ = ۰/۲۵A \qquad \text{(پاسخ)}$$

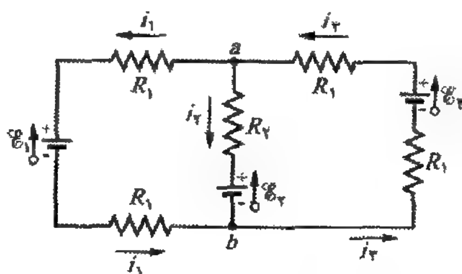
از معادلهٔ ۲۳-۲۶ خواهیم داشت

$$i_3 = i_1 + i_2 = -0.50\,\mathrm{A} + 0.25\,\mathrm{A} = -0.25\,\mathrm{A}$$ (پاسخ)

پاسخ مثبت برای i_2 به معنای درست بودن جهت انتخاب شده برای این جریان است. ولی پاسخهای منفی برای i_1 و i_3 به معنای این است که انتخاب ما برای جهت این جریانها درست نبوده است. بنابراین، به عنوان **آخرین مرحله** در اینجا، با تعویض جهت i_1 و i_3 در شکل ۲۳-۱۲، جهت جریانها را اصلاح می‌کنیم و در نتیجه داریم

$i_1 = 0.50\,\mathrm{A}$ و $i_3 = 0.25\,\mathrm{A}$ (پاسخ)

توجه: این اصلاح جهت جریان را در آخرین مرحله انجام دهید و پیش از محاسبهٔ تمام جریانها انجام ندهید.



شکل ۲۳-۱۲ یک مدار چند حلقه‌ای با سه باتری آرمانی و پنج مقاومت.

مسئلهٔ نمونه ۲۳-۴

ماهی برقدار که سلولهای زیست شناختی آن جریان برق تولید می‌کنند و *الکتروپلاک* نام دارند، یک منبع emf فیزیولوژیکی است. الکتروپلاکهای نوعی مارماهی آمریکای جنوبی به صورت ۱۴۰ ردیف آرایش یافته‌اند که هر ردیف در طول بدن ماهی به طور افقی کشیده شده و ۵۰۰۰ الکتروپلاک دارد. این آرایش در شکل ۲۳-۱۳ الف نشان داده شده است؛ emf هر الکتروپلاک برابر با $0.15\,\mathrm{V}$ و مقاومت درونی آن $0.25\,\Omega$ است. آب اطراف ماهی مدار بین دو انتهای آرایهٔ الکتروپلاک را، یکی در دم و دیگری در سر حیوان، کامل می‌کند.

(الف) اگر مقاومت آب اطراف ماهی $R_w = 800\,\Omega$ باشد، مار ماهی چقدر جریان در آب ایجاد می‌کند؟

نکتهٔ کلیدی در اینجا می‌توانیم مدار شکل ۲۳-۱۳ الف را با قراردادن ترکیب emfها و مقاومتهای درونی، با emf و مقاومت معادل ساده کنیم.

محاسبه‌ها: ابتدا یک ردیف تنها را در نظر می‌گیریم. emf کل $\mathscr{E}_r$، در طول یک ردیف از ۵۰۰۰ الکتروپلاک عبارت است از مجموع emf ها:

$$\mathscr{E}_{row} = 5000\,\mathscr{E} = (5000)(0.15\,\mathrm{V}) = 750\,\mathrm{V}$$

مقاومت کل R_{row} در طول یک ردیف عبارت است از مجموع مقاومتهای درونی ۵۰۰۰ الکتروپلاک:

$$R_{row} = 5000\,r = (5000)(0.25\,\Omega) = 1250\,\Omega$$

اکنون، می‌توان هر یک از ۱۴۰ ردیف مشابه را به این صورت نمایش داد که دارای یک emf برابر با $\mathscr{E}_{row}$ و یک مقاومت R_{row} هستند، (شکل ۲۳-۱۳ ب).

در شکل ۲۳-۱۳ ب، emf بین نقطهٔ a و نقطهٔ b در هر ردیف $\mathscr{E}_{row} = 750\,\mathrm{V}$ است. چون ردیف‌ها مشابه‌اند و چون همهٔ آنها در سمت چپ شکل ۲۳-۱۳ ب به یکدیگر متصل‌اند، همهٔ نقطه‌های b در این شکل در پتانسیل الکتریکی یکسانی هستند. پس اینها را می‌توان متصل به هم در نظر گرفت به طوری که گویی فقط یک نقطهٔ b وجود دارد. emf بین نقطهٔ a و این تک نقطهٔ b برابر است با $\mathscr{E}_{row} = 750\,\mathrm{V}$، پس مدار را می‌توان به صورت نشان داده شده در شکل ۲۳-۱۳ پ رسم کرد.

میان نقطه‌های b و c در شکل ۲۳-۱۳ پ، ۱۴۰ مقاومت $R_{row} = 1250\,\Omega$ وجود دارد که همهٔ آنها با هم موازی‌اند. مقاومت معادل R_{eq} این ترکیب با استفاده از معادلهٔ ۲۳-۲۴ به صورت زیر داده می‌شود

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{140} \frac{1}{R_j} = 140\,\frac{1}{R_{row}}$$

یا

$$R_{eq} = \frac{R_{row}}{140} = \frac{1250\,\Omega}{140} = 8.93\,\Omega$$

با قراردادن R_{eq} به جای ترکیب موازی مقاومتها می‌توان مدار سادهٔ شدهٔ شکل ۲۳-۱۳ ت را به دست آورد. با به کار بردن قاعدهٔ حلقه به طور پاد ساعتگرد از نقطهٔ b در این مدار، خواهیم داشت

$$\mathscr{E}_{row} - iR_w - iR_{eq} = 0$$

با حل این معادله برای i و قراردادن داده‌ها داریم

$$i = \frac{\mathscr{E}_{row}}{R_w + R_{eq}} = \frac{750\,\mathrm{V}}{800\,\Omega + 8.93\,\Omega}$$

$$= 0.927\,\mathrm{A} \approx 0.93\,\mathrm{A}$$ (پاسخ)

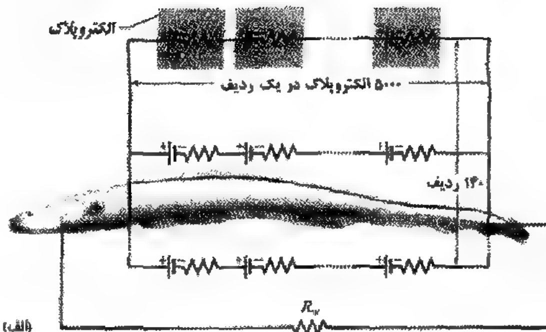
اگر سر یا دم مار ماهی نزدیک به یک ماهی دیگر قرار گیرد، بخش زیادی از این جریان از مسیر باریکی از بدن ماهی می‌گذرد که باعث بی‌حسی یا مرگ آن می‌شود.

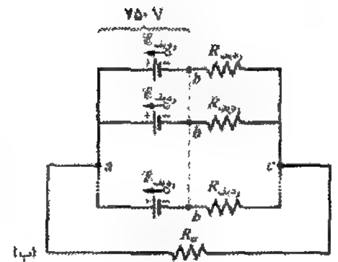
(ب) چقدر جریان i_{row} از هر ردیف شکل ۲۳-۱۳ الف می‌گذرد؟

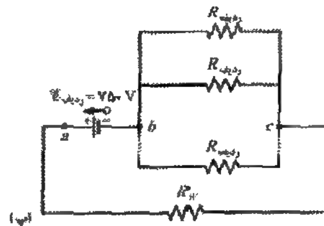
نکتهٔ کلیدی در اینجا چون ردیفها مشابه‌اند، جریان وارد شده به مار ماهی و خارج شده از آن بین ردیفها به تساوی تقسیم می‌شود

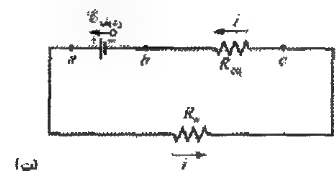
محاسبه: پس داریم:

$$i_{row} = \frac{i}{140} = \frac{0.927\,\mathrm{A}}{140} = 6.6 \times 10^{-3}\,\mathrm{A}$$ (پاسخ)









شکل ۲۳-۱۳ (الف) مدلی از مدار الکتریکی یک مارماهی در آب. emf هر الکتروپلاک $\mathscr{E}$ و مقاومت درونی آن r است. در راستای هر یک از ۱۴۰ ردیف که از سر تا دم مارماهی امتداد دارد، ۵۰۰۰ الکتروپلاک وجود دارد. مقاومت آب اطراف R_w است. (ب) emf هر ردیف $\mathscr{E}_{row}$ و مقاومت آن R_{row} است. (پ) emf بین نقطه‌های a و b برابر $\mathscr{E}_{row}$ است. بین نقطه‌های a و b، ۱۴۰ مقاومت موازی R_{row} وجود دارد. (ت) مدار ساده شده با مقاومت R_{eq} که جایگزین ترکیب موازی مقاومتها شده است.

بنابراین، جریانی که از هر ردیف می‌گذرد کم است، و از جریانی که از آب می‌گذرد حدود دو مرتبه بزرگی کوچکتر است، این بدان معناست که جریان الکتریکی در بدن مارماهی پخش می‌شود و مار ماهی برقدار در هنگام بی‌حس کردن یا کشتن ماهی خود بی‌حس و کشته نمی‌شود.

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۲: حل مدارهای شامل باتریها و مقاومتها

برای حل مدارها به‌منظور به دست آوردن جریانها یا اختلاف پتانسیلهای مجهول دو روش کلی وجود دارد.

۱- اگر مدار را بتوان با جایگزینی مقاومتهای متوالی یا موازی با معادل آنها ساده کرد، این کار را باید انجام داد. اگر بتوان مدار را به یک حلقه تبدیل کرد، آنگاه مانند مسئلهٔ نمونهٔ ۲۳-۲ الف، می‌توان جریانی را که از باتری و آن حلقه می‌گذرد پیدا کرد. ممکن است مجبور باشید به عقب برگردید و مانند مسئلهٔ نمونهٔ ۲۳-۲ ب برای پیداکردن جریان یا اختلاف پتانسیل برای هر مقاومت موردنظر، فرایند ساده‌سازی مدار را کنار بگذارید.

۲- اگر نتوان مدار را به یک حلقه ساده کرد، آنگاه باید مانند مسئلهٔ نمونهٔ ۲۳-۳ از قاعدهٔ انشعاب و قاعدهٔ حلقه برای نوشتن مجموعه معادله‌های همزمان استفاده کرد. شما فقط به تعداد مجهولهایی که در معادله هستند به معادله‌های مستقل نیاز دارید. اگر بخواهید جریان یا اختلاف پتانسیل مقاومت خاصی را پیدا کنید، باید اطمینان یابید که جریان یا اختلاف پتانسیل آن دست کم در یکی از معادله‌های یک حلقه که مقاومت در آن واقع شده، ظاهر می‌شود.

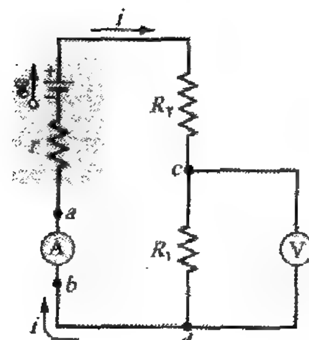
تدبیر ۳: گزینه‌های اختیاری در حل مسئله‌های مدار

در مسئلهٔ نمونهٔ ۲۳-۳، چند گزینهٔ اختیاری داشتیم. (۱) جهت جریانها در شکل ۲۳-۱۲ را اختیاری در نظر گرفتیم. (۲) برای نوشتن معادله‌ها هر یک از سه حلقه را اختیاری انتخاب کردیم. (۳) جهت گردش را در مدار اختیاری در نظر گرفتیم. (۴) نقطهٔ شروع و نقطهٔ پایان برای هر گردش را اختیاری انتخاب کردیم.

چنین اختیاراتی برای مبتدیها ممکن است نگران کننده باشد، ولی برای با تجربه‌ها در حل مدار مشکلی ایجاد نمی‌کند. فقط دو قاعده را حتماً به خاطر بسپارید. نخست اطمینان یابید که هر حلقهٔ انتخابی را به طور کامل طی کرده‌اید. دوم، هرگاه جهتی را برای جریان انتخاب کردید، همان را حفظ کنید تا مقدارهای مربوط به همهٔ جریانها به دست آید. اگر جهت را اشتباه انتخاب کرده باشید، نتیجه با علامت منفی به دست خواهد آمد. آنگاه با حذف علامت منفی و معکوس کردن پیکان نمایش جریان در نمودار مدار، به سادگی تصحیح را انجام دهید. به هر حال، *همان‌طور که در مسئلهٔ نمونهٔ ۲۳-۳ دیدیم، تا همهٔ محاسبه‌های مورد نیاز را برای مدار کامل نکرده‌اید این تصحیح را انجام ندهید.*

۲۳-۸ آمپرسنج و ولت‌سنج

دستگاهی که برای اندازه‌گیری جریان به کار می‌رود، *آمپرسنج* نامیده می‌شود. برای اندازه‌گیری جریان در یک سیم، سیم را قطع می‌کنند و آمپرسنج را طوری در مدار قرار می‌دهند که جریان مورد اندازه‌گیری از آن بگذرد. (در شکل ۲۳-۱۴ آمپرسنج A برای اندازه‌گیری جریان i قرار داده شده است.)



شکل ۲۳-۱۴ یک مدار تک حلقه‌ای که نشان می‌دهد آمپرسنج (A) و ولت‌سنج (V) چگونه در مدار قرار می‌گیرند.

ضروری است که مقاومت R_A آمپرسنج در مقایسه با مقاومتهای دیگر مدار خیلی کوچک باشد. در غیر این صورت، حضور آمپرسنج جریان مورد اندازه‌گیری را تغییر می‌دهد.

وسیله‌ای که برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل به کار می‌رود ولت‌سنج نامیده می‌شود. برای یافتن اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از مدار، بدون آنکه سیم مدار قطع شود، پایانه‌های ولت‌سنج بین آن دو نقطه وصل می‌شود. (در شکل ۲۳-۱۴، ولت‌سنج V برای اندازه‌گیری ولتاژ دو سر R_1 به کار رفته است.)

ضروری است که مقاومت R_V ولت‌سنج در مقایسه با مقاومت هر عنصری که ولت‌سنج به دو سر آن وصل می‌شود خیلی بزرگ باشد. در غیر این صورت خود ولت‌سنج به صورت یک عنصر مهم مدار درمی‌آید و اختلاف پتانسیل مورد اندازه‌گیری را تغییر می‌دهد.

اغلب یک دستگاه اندازه‌گیری طوری ساخته می‌شود، که با کلیدی می‌توان آن را در وضعیت آمپرسنج یا ولت‌سنج قرار داد و چنان طراحی می‌شود که بتوان مقاومت هر عنصر بین دو پایانهٔ آن را نیز اندازه‌گیری کرد، به این وسیله اهم‌سنج می‌گویند. یک چنین مجموعه‌ای *مولتی متر* نام دارد.

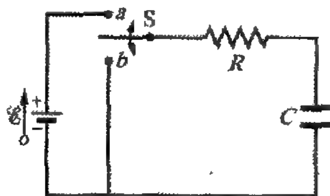
۲۳-۹ مدارهای RC

در بخش‌های گذشته فقط با مدارهایی سروکار داشتیم که در آنها جریانها نسبت به زمان تغییر نمی‌کردند. در اینجا دربارهٔ جریانهای متغیر با زمان بحث می‌کنیم.

باردار شدن یک خازن

خازن با ظرفیت C در شکل ۲۳-۱۵ در آغاز بدون بار است. برای باردار کردن آن، کلید S را در نقطهٔ *a* قرار می‌دهیم. این کار *مدار متوالی RC* شامل خازن، باتری آرمانی با emf برابر با ℰ و مقاومت *R* را کامل می‌کند.

از بخش ۲۱-۲، می‌دانیم که با کامل شدن مدار، بار شروع به شارش (جریان به وجود می‌آید) بین صفحهٔ خازن و پایانهٔ باتری در هر طرف خازن می‌کند. این جریان بار *q* روی صفحه‌ها و اختلاف پتانسیل V_C (برابر با q/C) بین دو سر خازن را زیاد می‌کند. هرگاه این اختلاف پتانسیل برابر با اختلاف پتانسیل دو سر باتری (که برابر با ℰ است) شود، جریان صفر می‌شود. از معادلهٔ ۲۱-۱ $(q = CV)$، *بار* (نهایی) *تعادل* در وقتی که خازن به طور کامل باردار شود برابر با $C\mathscr{E}$ است.



شکل ۲۳-۱۵ وقتی کلید S در وضعیت *a* بسته شود، خازن از طریق مقاومت *باردار می‌شود*. هرگاه کلید در وضعیت *b* قرار گیرد، خازن از طریق مقاومت *تخلیه* می‌شود.

در اینجا فرایند باردار شدن را بررسی می‌کنیم. به ویژه می‌خواهیم بدانیم که به هنگام باردارشدن خازن بار $q(t)$ روی صفحه‌های خازن، اختلاف پتانسیل $V_C(t)$ دو سر خازن، و جریان $i(t)$ در مدار چگونه با زمان تغییر می‌کنند. از قاعدهٔ حلقه در مدار استفاده می‌کنیم و با حرکت ساعتگرد از پایانهٔ منفی باتری شروع به حرکت می‌کنیم. داریم

$$\mathscr{E} - iR - \frac{q}{C} = 0 \qquad (۲۳-۳۰)$$

جمله آخر در سمت چپ اختلاف پتانسیل دو سر خازن را نشان می‌دهد. چون صفحهٔ بالایی خازن که به پایانه مثبت باتری وصل شده نسبت به صفحهٔ پایینی آن در پتانسیل بالاتری قرار دارد، این جمله منفی است. پس، در هنگام گذشتن از خازن از بالا به پایین یک افت پتانسیل وجود دارد.

بی‌درنگ نمی‌توان معادلهٔ ۲۳-۳۰ را حل کرد، چون دو متغیر *i* و *q* در آن وجود دارد. با وجود این متغیرها مستقل از یکدیگر نیستند و با رابطهٔ زیر به هم مربوط‌اند

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad (۲۳-۳۱)$$

با قراردادن این مقدار *i* در معادلهٔ ۲۳-۳۰ و مرتب کردن آن، خواهیم داشت

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathscr{E} \qquad \text{(معادلهٔ باردار شدن)} \qquad (۲۳-۳۲)$$

این معادلهٔ دیفرانسیل، تغییر زمانی بار *q* خازن را در شکل ۲۳-۱۵ توصیف می‌کند. برای حل آن نیاز به تابع $q(t)$ داریم که در این معادله صدق کند و شرایط اولیهٔ خازن بدون بار را برآورده سازد: یعنی در $t = 0$ داشته باشیم $q = 0$.

به زودی نشان خواهیم داد که پاسخ معادلهٔ ۲۳-۳۲ به صورت زیر است

$$q = C\mathscr{E}(1 - e^{-t/RC}) \qquad \text{(باردار شدن خازن)} \qquad (۲۳-۳۳)$$

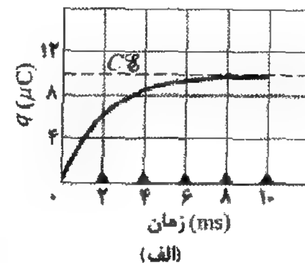
(در اینجا *e* برابر با ۲/۷۱۸ پایهٔ نمایی است نه بار بنیادی). توجه کنید که معادلهٔ ۲۳-۳۳ در شرایط اولیهٔ موردنظر صدق می‌کند، چون در $t = 0$ جملهٔ $e^{-t/RC}$ برابر با یک است و از معادله

$q=0$ حاصل می‌شود. همچنین توجه کنید که وقتی t به سمت بینهایت میل می‌کند (یعنی پس از یک مدت زمان طولانی) جملهٔ $e^{-t/RC}$ صفر می‌شود، این معادله مقدار مناسبی را برای تمام (تعادل) بار خازن، یعنی $q=C\mathscr{E}$ به دست می‌دهد. نمودار $q(t)$ برای فرایند باردار شدن در شکل ۲۳-۱۶ الف نشان داده شده است.

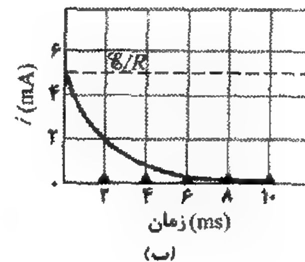
مشتق $q(t)$ عبارت است از جریان $i(t)$ که خازن را باردار می‌کند

$$i=\frac{dq}{dt}=\left(\frac{\mathscr{E}}{R}\right)e^{-t/RC} \quad \text{(باردارشدن خازن)} \quad (۲۳\text{-}۳۴)$$

نمودار $i(t)$ برای فرایند باردارشدن در شکل ۲۳-۱۶ ب نشان داده شده است. توجه کنید که مقدار اولیهٔ جریان $\mathscr{E}/R$ است و با پرشدن کامل خازن به صفر نزدیک می‌شود.



(الف)



(ب)

شکل ۲۳-۱۶ (الف) نمودار معادلهٔ ۲۳-۳۳، که باردار شدن خازن شکل ۲۳-۱۵ را نشان می‌دهد. (ب) نمودار معادلهٔ ۲۳-۳۴، که کاهش جریان در مدار شکل ۲۳-۱۵ را نشان می‌دهد. این نمودارها به ازای $R=2000\Omega$، $C=1\mu F$ و $\mathscr{E}=10V$ رسم شده‌اند؛ مثلثهای کوچک نشان دهندهٔ بازه‌های پیاپی مساوی با ثابت زمانی τ هستند.

> خازنی که باید باردار شود در آغاز مانند یک سیم رابط معمولی در مقابل جریان باردار کننده عمل می‌کند. پس از مدت زمان طولانی، خازن مانند یک سیم قطع شده عمل می‌کند.

با ترکیب معادلهٔ ۲۱-۱ $(q=CV)$ و معادلهٔ ۲۳-۳۳، معلوم می‌شود که اختلاف پتانسیل $V_C(t)$ دو سر خازن در ضمن فرایند باردار شدن عبارت است از

$$V_C=\frac{q}{C}=\mathscr{E}(1-e^{-t/RC}) \quad \text{(باردارشدن خازن)} \quad (۲۳\text{-}۳۵)$$

از این معادله معلوم است که در لحظهٔ $t=0$ داریم $V_C=0$ و در $t\to\infty$ خازن کاملاً باردار می‌شود و داریم $V_C=\mathscr{E}$.

ثابت زمانی

بعد حاصلضرب RC که در معادله‌های ۲۳-۳۳، ۲۳-۳۴ و ۲۳-۳۵ ظاهر می‌شود، زمان است (هم به این دلیل که شناسهٔ یک تابع نمایی باید بدون بعد باشد و هم به این دلیل که در واقع $1/0\Omega\times1/0F=1/0s$). حاصلضرب RC **ثابت زمانی خازنی** مدار نام دارد و با نماد τ نشان داده می‌شود

$$\tau=RC \quad \text{(ثابت زمانی)} \quad (۲۳\text{-}۳۶)$$

از معادلهٔ ۲۳-۳۳، می‌توان دید که در مدت زمان $t=\tau(=RC)$ ، بار در خازن بدون بار اولیه در شکل ۲۳-۱۵ از صفر به مقدار زیر افزایش می‌یابد

$$q=C\mathscr{E}(1-e^{-1})=0/63C\mathscr{E} \quad (۲۳\text{-}۳۷)$$

به عبارتی، در ضمن اولین ثابت زمانی τ بار خازن از صفر به ۶۳٪ مقدار نهایی $C\mathscr{E}$ افزایش می‌یابد. در شکل ۲۳-۱۶، مثلثهای کوچک در راستای محور زمان بازه‌های پیاپی یک ثابت زمانی را در ضمن باردار شدن خازن نشان می‌دهند. زمانهای باردارشدن خازن در مدارهای RC اغلب برحسب τ بیان می‌شود؛ هر چقدر τ بیشتر باشد، زمان باردار شدن خازن بیشتر است.

تخلیهٔ خازن

حال فرض کنید که خازن شکل ۲۳-۱۵ تا پتانسیل V_0 برابر با emf باتری یعنی $\mathscr{E}$ به‌طور کامل پر شود. در لحظهٔ جدید $t=0$ ، کلید S از وضعیت a به وضعیت b قرار داده می‌شود به طوری که خازن بتواند از طریق مقاومت R *تخلیه* شود. بار $q(t)$ روی خازن و جریان $i(t)$ عبوری در تخلیهٔ حلقهٔ خازن و مقاومت به چه صورت برحسب زمان تغییر می‌کنند؟

معادلهٔ دیفرانسیل توصیف کنندهٔ $q(t)$ مانند معادلهٔ ۲۳-۳۲ است با این تفاوت که باتری در حلقهٔ تخلیه وجود ندارد، $\mathscr{E}=0$. پس

$$R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0 \quad \text{(معادلهٔ تخلیهٔ خازن)} \quad (۲۳\text{-}۳۸)$$

جواب این معادلهٔ دیفرانسیل عبارت است از

$$q=q_0e^{-t/RC} \quad \text{(تخلیهٔ خازن)} \quad (۲۳\text{-}۳۹)$$

که در آن $q_0(=CV_0)$ بار اولیهٔ روی خازن است. با جایگذاری می‌توان ثابت کرد که معادلهٔ ۲۳-۳۹ در واقع جواب معادلهٔ ۲۳-۳۸ است.

از معادلهٔ ۲۳-۳۹ معلوم است که q به طور نمایی و با آهنگ ثابت زمانی خازن یعنی $\tau=RC$ نسبت به زمان کاهش می‌یابد. در زمان $t=\tau$ ، بار خازن به مقدار q_0e^{-1} یا تقریباً ۳۷٪ مقدار اولیه کاهش یافته است. توجه کنید که τ بیشتر به معنای بیشترشدن زمان تخلیه است.

با مشتق گرفتن از معادلهٔ ۲۳-۳۹ جریان $i(t)$ به دست می‌آید

$$i = \frac{dq}{dt} = -\left(\frac{q_0}{RC}\right)e^{-t/RC} \quad \text{(تخلیهٔ خازن)} \qquad (۲۳\text{-}۴۰)$$

از این معادله پیداست که جریان نیز با آهنگی که با τ مشخص می‌شود به طور نمایی نسبت به زمان کاهش می‌یابد. جریان اولیهٔ i_0 برابر با q_0/RC است. توجه کنید که i_0 را با اعمال قاعدهٔ حلقه در مدار در $t=0$ به سادگی می‌توان به دست آورد؛ درست پس از اتصال خازن به دو سر مقاومت R پتانسیل اولیهٔ خازن V_0 است، به طوری که جریان باید برابر $i_0 = V_0/R = (q_0/C)/R = q_0/RC$ باشد. علامت منفی را در معادلهٔ ۲۳-۴۰ می‌توان حذف کرد؛ این علامت فقط نشان می‌دهد که بار q خازن در حال کاهش است.

به دست آوردن معادلهٔ ۲۳-۳۳

برای حل معادلهٔ ۲۳-۳۲، نخست آن را به صورت زیر می‌نویسیم

$$\frac{dq}{dt}+\frac{q}{RC}=\frac{\mathscr{E}}{R} \qquad (۲۳\text{-}۴۱)$$

جواب عمومی این معادله دیفرانسیل به شکل زیر است

$$q = q_p + Ke^{-at} \qquad (۲۳\text{-}۴۲)$$

که در آن q_p یک *جواب خاص* معادلهٔ دیفرانسیل، K مقدار ثابتی است که از شرایط اولیه به دست می‌آید، و $a=1/RC$ ضریب q در معادلهٔ ۲۳-۴۱ است. برای پیداکردن q_p، در معادلهٔ ۲۳-۴۱، مقدار $dq/dt=0$ را قرار می‌دهیم (مطابق با شرط نهایی نداشتن بار بیشتر)، فرض می‌کنیم $q=q_p$ و آن را حل می‌کنیم، داریم

$$q_p = C\mathscr{E} \qquad (۲۳\text{-}۴۳)$$

برای محاسبهٔ K، نخست این مقدار را در معادلهٔ ۲۳-۴۲ قرار می‌دهیم تا رابطهٔ زیر به دست آید

$$q = C\mathscr{E} + Ke^{-at}$$

سپس، با قراردادن شرایط اولیهٔ $q=0$ و $t=0$ خواهیم داشت

$$0 = C\mathscr{E} + K$$

یا $K=-C\mathscr{E}$. سرانجام، با توجه به مقدارهای q_p، a و K، معادلهٔ ۲۳-۴۲ به صورت زیر درمی‌آید

$$q = C\mathscr{E} - C\mathscr{E}e^{-t/RC}$$

که با اندک تغییراتی همان معادلهٔ ۲۳-۳۳ است.

✔ ***نکتهٔ وارسی ۵*** جدول زیر چهار گروه مقدار را برای عنصرهای مدار شکل ۲۳-۱۵ نشان می‌دهد. این گروه‌ها را به ترتیب بزرگی (الف) جریان اولیه (وقتی کلید در وضعیت a است) و (ب) زمان لازم برای اینکه جریان به نصف مقدار اولیه‌اش برسد، مرتب کنید

	۱	۲	۳	۴
$\mathscr{E}(V)$	۱۲	۱۲	۱۰	۱۰
$R(\Omega)$	۲	۳	۱۰	۵
$C(\mu F)$	۳	۲	۰/۵	۲

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۳-۵

وقتی اتومبیلی در راستای سنگفرش حرکت می‌کند، الکترونها از سنگفرش به چرخها منتقل و سپس به بدنهٔ اتومبیل وارد می‌شوند. اتومبیل این بار اضافی و انرژی پتانسیل الکتریکی مربوط را گویی بدنهٔ اتومبیل یک صفحهٔ خازن و سنگفرش صفحهٔ دیگر آن است، ذخیره می‌کند (شکل ۲۳-۱۷ الف). وقتی اتومبیل متوقف می‌شود، بار اضافی و انرژی از طریق چرخها، درست مانند تخلیهٔ خازن از طریق یک مقاومت، تخلیه می‌شود. اگر پیش از اینکه اتومبیل تخلیه شود جسم رسانایی در چند سانتی‌متری آن قرار گیرد، انرژی باقیمانده می‌تواند به طور ناگهانی به جرقه‌ای بین اتومبیل و جسم تبدیل شود. فرض کنید جسم رسانا یک مخزن سوخت باشد. اگر انرژی جرقه کمتر از مقدار بحرانی $U_{\text{آتش}} = 50\,\text{mJ}$ باشد جرقه نمی‌تواند سوخت را آتش زده و موجب آتش سوزی شود.

وقتی اتومبیل شکل ۲۳-۱۷ الف در لحظهٔ $t=0$ متوقف شود، اختلاف پتانسیل اتومبیل - زمین $V_0 = 30\,\text{kV}$ است. ظرفیت خازن زمین- اتومبیل $C = 500\,\text{pF}$ و مقاومت هر چرخ $R_{\text{چرخ}} = 100\,\text{G}\Omega$ است. چقدر طول می‌کشد تا تخلیه از طریق چرخها به زیر مقدار بحرانی $U_{\text{آتش}}$ افت کند؟

نکتهٔ کلیدی (۱) در هر لحظهٔ t، انرژی پتانسیل الکتریکی U ذخیره شده در خازن مطابق با معادلهٔ ۲۱-۲۱ ($U=q^2/2C$) به بار ذخیره شدهٔ q مربوط است، (۲) وقتی خازن تخلیه می‌شود، بار مطابق با معادلهٔ ۲۳-۳۹ ($q=q_0e^{-t/RC}$) کاهش می‌یابد.

محاسبه‌ها: چرخها را به عنوان مقاومتهایی که از طریق بدنهٔ اتومبیل از بالا و سنگفرش از پایین به هم وصل شده‌اند در نظر می‌گیریم. شکل ۲۳-۱۷ ب چگونگی اتصال چهار مقاومت موازی به خازن اتومبیل، و شکل ۲۳-۱۷پ مقاومت معادل R آنها را نشان می‌دهد. از معادلهٔ ۲۳-۲۴ داریم

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_{\text{چرخ}}}+\frac{1}{R_{\text{چرخ}}}+\frac{1}{R_{\text{چرخ}}}+\frac{1}{R_{\text{چرخ}}}$$

یا

$$R=\frac{R_{\text{چرخ}}}{4}=\frac{100\times10^{9}\,\Omega}{4}=25\times10^{9}\,\Omega \qquad (۲۳\text{-}۴۴)$$

وقتی اتومبیل متوقف شود، بار اضافی و انرژی از طریق R تخلیه می‌شود.

حال برای تحلیل تخلیه از دو نکتهٔ کلیدی استفاده می‌کنیم. با قراردادن معادلهٔ ۲۳-۳۹ در معادلهٔ ۲۱-۲۱ خواهیم داشت

$$U=\frac{q^2}{2C}=\frac{(q_0e^{-t/RC})^2}{2C}$$

$$=\frac{q_0^2}{2C}e^{-2t/RC} \qquad (۲۳\text{-}۴۵)$$

از معادلهٔ ۲۱-۲۱ ($q=CV$)، می‌توان بار اولیهٔ q_0 روی اتومبیل را به اختلاف پتانسیل اولیهٔ داده شدهٔ V_0 ارتباط داد: $q_0 = CV_0$.
با قراردادن این معادله در معادلهٔ ۲۳-۴۵ خواهیم داشت

$$U=\frac{(CV_0)^2}{2C}e^{-2t/RC}=\frac{CV_0^2}{2}e^{-2t/RC}$$

یا

$$e^{-2t/RC}=\frac{2U}{CV_0^2} \qquad (۲۳-۴۶)$$

با گرفتن لگاریتم طبیعی از دو طرف، داریم

$$\frac{-2t}{RC}=\ln\left(\frac{2U}{CV_0^2}\right)$$

یا

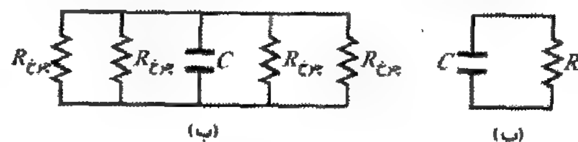
$$t=-\frac{RC}{2}\ln\left(\frac{2U}{CV_0^2}\right) \qquad (۲۳-۴۷)$$

با قراردادن داده‌ها، معلوم می‌شود که زمان لازم برای تخلیه به سطح انرژی $U_{آتش}=50\,\text{mJ}$ عبارت است از

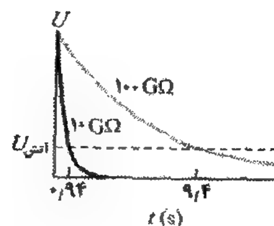
$$t=-\frac{(25\times10^{9}\,\Omega)(500\times10^{-12}\,\text{F})}{2}\times\ln\left(\frac{2(50\times10^{-3}\,\text{J})}{(500\times10^{-12}\,\text{F})(30\times10^{3}\,\text{V})^2}\right)=9.4\,\text{s} \qquad \text{(پاسخ)}$$



(الف)



(ب) (پ)



(ت)

شکل ۲۳-۱۷ (الف) اتومبیل باردار و سنگفرش مانند خازنی عمل می‌کنند که می‌تواند از طریق چرخ‌ها تخلیه شود. (ب) مدار مؤثر خازن اتومبیل - سنگفرش، با چهار چرخ به مقاومت $R_{چرخ}$ که موازی‌اند. (پ) مقاومت معادل R چرخها. (ت) انرژی پتانسیل الکتریکی U در خازن اتومبیل- سنگفرش در ضمن تخلیه کاهش می‌یابد.

آتش سوزی داریم یا خیر: پیش از آنکه سوخت یا مخزن سوخت به طور ایمن به اتومبیل نزدیک شود حداقل زمان $9.4\,\text{s}$ لازم است. در ضمن یک مسابقه، خدمه نمی‌توانند این مدت طولانی منتظر بمانند. بلکه، چرخهای ماشین مسابقه دارای نوعی مواد رسانا (مانند کربن سیاه) هستند که مقاومت چرخها را کاهش می‌دهد و در نتیجه آهنگ تخلیه افزایش می‌یابد. شکل ۲۳-۱۷ ت انرژی ذخیره شدهٔ U را برحسب زمان t به ازای مقاومت چرخ برابر $R=100\,\text{G}\Omega$ (مقداری که در محاسبه استفاده کردیم) نشان می‌دهد. توجه داشته باشید که با مقدار کمتر R تخلیه چقدر سریعتر به سطح $U_{آتش}$ می‌رسد.

بازنگری و خلاصهٔ درس

Emf یک **منبع emf** برای برقراری اختلاف پتانسیل در پایانه‌های خروجی خود روی بارها کار انجام می‌دهد. اگر dW کاری باشد که این منبع برای بردن بار مثبت dq از پایانهٔ منفی به پایانهٔ مثبت انجام می‌دهد، آنگاه **emf** این منبع (کار انجام شده بر یکای بار) عبارت است از

$$\mathscr{E}=\frac{dW}{dq} \qquad (۲۳-۱)\ (\text{تعریف } \mathscr{E})$$

مانند اختلاف پتانسیل یکای emf SI ولت است. **منبع emf آرمانی** وسیله‌ای است که مقاومت درونی ندارد. اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های آن برابر با emf است. **منبع emf واقعی** مقاومت درونی دارد. فقط اگر هیچ جریانی از منبع نگذرد، اختلاف پتانسیل میان پایانه‌های آن برابر با emf خواهد بود.

تحلیل مدارها تغییر پتانسیل موقع حرکت در مقاومت R در جهت جریان برابر $-iR$ و در جهت مخالف آن $+iR$ است (قاعدهٔ مقاومت). تغییر پتانسیل منبع emf آرمانی در جهت پیکان emf برابر با $+\mathscr{E}$ و در جهت مخالف آن $-\mathscr{E}$ است. (قاعدهٔ emf). پایستگی انرژی به قاعدهٔ حلقه می‌انجامد:

قاعدهٔ حلقه: *مجموع جبری تغییرات پتانسیل در گردش کامل در هر حلقه از مدار باید صفر باشد.*

پایستگی بار الکتریکی به قاعدهٔ انشعاب می‌انجامد:

قاعدهٔ انشعاب: *مجموع جبری جریانهایی که وارد هر انشعاب می‌شوند برابر است با مجموع جریانهایی که از آن خارج می‌شوند.*

مدارهای تک حلقه‌ای جریان در یک مدار تک حلقه‌ای شامل مقاومت R و منبع emf برابر با $\mathscr{E}$ و مقاومت درونی r، عبارت است از

$$i=\frac{\mathscr{E}}{R+r} \qquad (۲۳-۴)$$

این معادله برای منبع emf آرمانی با $r=0$ به شکل $i=\mathscr{E}/R$ ساده می‌شود.

توان هرگاه یک باتری واقعی با emf برابر با $\mathscr{E}$ و مقاومت درونی r روی حاملهای بار در جریان i عبوری از باتری کار انجام دهد، آهنگ انتقال انرژی P به حاملهای بار عبارت است از

$$P = iV \qquad (۱۴-۲۴)$$

که V پتانسیل میان دو سر پایانه‌های باتری است. آهنگ اتلاف انرژی P_r به صورت انرژی گرمایی در باتری عبارت است از

$$P_r = i^2 r \qquad (۱۶-۲۳)$$

آهنگ P_{emf} که انرژی شیمیایی در باتری تغییر می‌کند عبارت است از

$$P_{emf} = i\mathscr{E} \qquad (۱۷-۲۳)$$

مقاومتهای متوالی هرگاه مقاومتها **متوالی** باشند، جریان در آنها یکسان است. مقاومت معادل که جایگزین یک ترکیب متوالی مقاومتها می‌شود عبارت است از

$$R_{eq} = \sum_{j=1}^{n} R_j$$ (n مقاومت متوالی) (۷-۲۳)

مقاومتهای موازی هرگاه مقاومتها **موازی** باشند، اختلاف پتانسیل آنها یکسان است. مقاومت معادل که جایگزین یک ترکیب موازی مقاومتها می‌شود عبارت است از

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j}$$ (n مقاومت موازی) (۲۴-۲۳)

مدارهای RC هرگاه emf برابر با $\mathscr{E}$ به مقاومت R و خازن C که مانند شکل ۲۳-۱۵ در وضعیت a کلید به طور متوالی قرار دارند اعمال شود، بار خازن مطابق با رابطهٔ زیر افزایش می‌یابد

$$q = C\mathscr{E}(1-e^{-t/RC})$$ (باردار شدن یک خازن) (۳۳-۲۳)

که در آن $C\mathscr{E} = q_0$ بار (نهایی) در حال تعادل و $RC = \tau$ **ثابت زمانی خازنی** مدار است. در ضمن باردار شدن جریان عبارت است از

$$i = \frac{dq}{dt} = \left(\frac{\mathscr{E}}{R}\right)e^{-t/RC}$$ (باردارشدن خازن) (۳۴-۲۳)

هرگاه خازنی از طریق یک مقاومت تخلیه شود، بار مطابق با رابطهٔ زیر کاهش می‌یابد

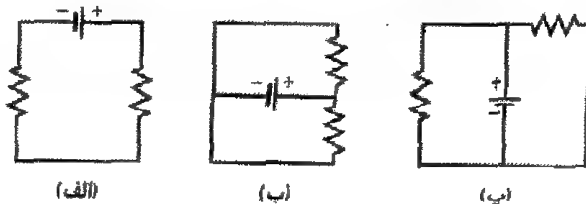
$$q = q_0 e^{-t/RC}$$ (تخلیه خازن) (۳۹-۲۳)

در ضمن تخلیه، جریان عبارت است از

$$i = \frac{dq}{dt} = -\left(\frac{q_0}{RC}\right)e^{-t/RC}$$ (تخلیهٔ خازن) (۴۰-۲۳)

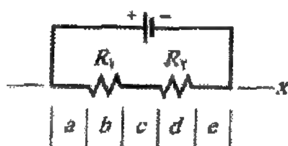
پرسشها

۱- در مورد هر مدار در شکل ۲۳-۱۸، آیا مقاومتها متوالی‌اند یا موازی یا هیچ کدام؟



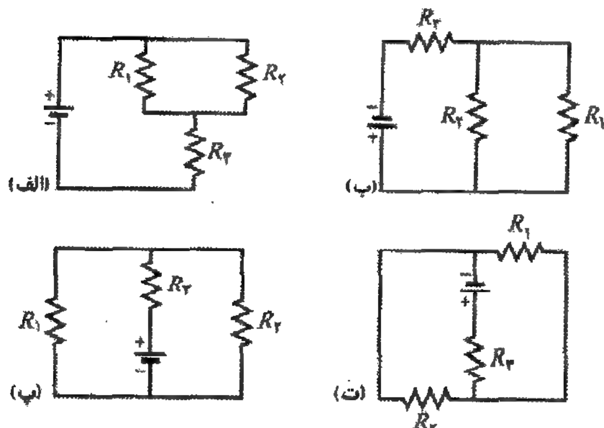
شکل ۲۳-۱۸ پرسش ۱

۲- در شکل ۲۳-۱۹، مداری شامل یک باتری، دو مقاومت و بخشهایی در راستای محور x است که به پنج قسمت با طول مساوی تقسیم شده است. (الف) فرض کنید که $R_1 = R_2$ باشد، این بخشها را به ترتیب بزرگی میدان الکتریکی متوسط در آنها مرتب کنید. (ب) حال فرض کنید که $R_1 > R_2$ باشد، دوباره این بخشها را مرتب کنید. (پ) جهت میدان الکتریکی در راستای محور x چگونه است؟



شکل ۲۳-۱۹ پرسش ۲

۳- (الف) در شکل ۲۳-۲۰ الف، با $R_1 > R_2$، آیا اختلاف پتانسیل دو سر R_2 از اختلاف پتانسیل دو سر R_1 بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟ (ب) آیا جریانی که از مقاومت R_2 می‌گذرد از جریانی که از مقاومت R_1 می‌گذرد بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟

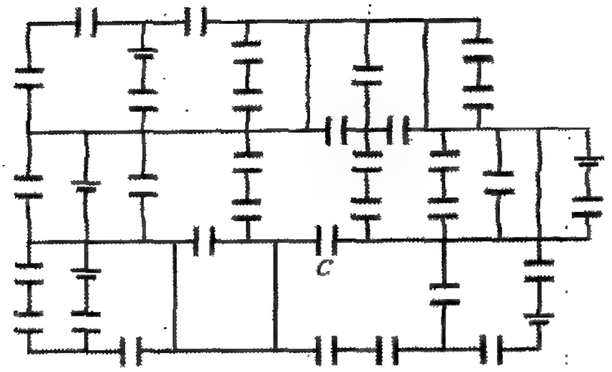


شکل ۲۳-۲۰ پرسشهای ۳ و ۴

۴- (الف) در شکل ۲۳-۲۰ الف، آیا مقاومتهای R_1 و R_3 متوالی‌اند؟ (ب) آیا مقاومتهای R_1 و R_2 موازی‌اند؟ (پ) مقاومت معادل چهار مدار نشان داده شده در شکل ۲۳-۲۰ را به ترتیب بزرگی بنویسید.

۵- مقاومتهای R_1 و R_2، با $R_1 > R_2$ را ابتدا به طور جداگانه، سپس به طور متوالی و در آخر به طور موازی به یک باتری می‌بندیم. آرایشهای آنها را به ترتیب مقدار جریانی که از باتری می‌گذرد از بزرگ به کوچک مرتب کنید.

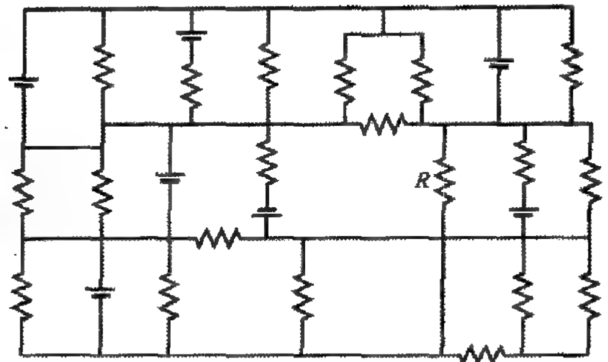
۶- *هزارتوی کاپ- مونستر.* در شکل ۲۳-۲۱ ظرفیت تمام خازنها برابر با $6.0\mu F$ و emf تمام باتریها $10V$ است. بار روی خازن C چقدر است؟ (اگر بتوان حلقهٔ مناسبی را از میان این هزارتو پیدا کرد، در چند ثانیه می‌توان با محاسبهٔ ذهنی جواب را به دست آورد.)



شکل ۲۳-۲۱ پرسش ۶

۷- در ابتدا، مقاومت R_1 با سیمی به یک باتری وصل شده است. سپس مقاومت R_2 به طور موازی به آن اضافه می‌شود. آیا (الف) اختلاف پتانسیل دو سر R_1 و (ب) جریان i_1 جریان که از R_1 می‌گذرد از مقدار قبلی بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟ (پ) آیا مقاومت معادل R_{12} مقاومتهای R_1 و R_2 از R_1 بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟ (ت) آیا جریان کل عبوری از R_1 و R_2 بیشتر از، کمتر از یا مساوی با جریانی است که قبلاً از R_1 می‌گذشت؟

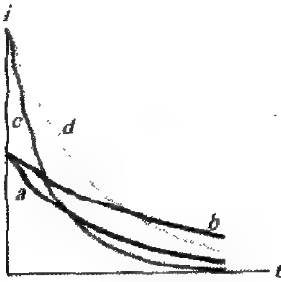
۸- *هزارتوی رس- مونستر* در شکل ۲۳-۲۲، همهٔ مقاومتها ۴/۰ اهمی و emf همهٔ باتریها ۴/۰V است. جریانی که از مقاومت R می‌گذرد چقدر است؟ (اگر بتوان یک حلقهٔ مناسب را در میان این هزارتو پیدا کرد، در چند ثانیه می‌توان با محاسبه ذهنی جواب را به دست آورد.)



شکل ۲۳-۲۲ پرسش ۸

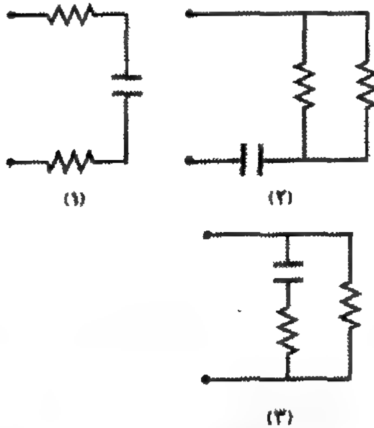
۹- مقاومت R_1 به یک باتری وصل شده است، سپس مقاومت R_2 به طور متوالی به آنها اضافه می‌شود. آیا (الف) اختلاف پتانسیل دو سر R_1 و (ب) جریان i_1 عبوری از R_1 از مقدار قبلی بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟ (پ) آیا مقاومت معادل R_{12} مقاومتهای R_1 و R_2 از R_1 بیشتر است یا کمتر یا با آن مسلوی است؟

۱۰- بعد از آنکه کلید در شکل ۲۳-۱۵ در نقطهٔ a بسته می‌شود، جریان i از مقاومت R عبور می‌کند. شکل ۲۳-۲۳ این جریان را برای چهار مقدار R و خازن C نشان می‌دهد. کدام منحنی مربوط به کدام حالت است: (۱) R و C، (۲) $2R$ و C، (۳) R و $2C$، (۴) $2R$ و $2C$؟



شکل ۲۳-۲۳ پرسش ۱۰

۱۱- شکل ۲۳-۲۴ سه بخش از مداری را نشان می‌دهد که باید به نوبت با کلیدی مانند شکل ۲۳-۱۵ به باتری یکسانی وصل شوند. همهٔ خازنها و همهٔ مقاومتها یکسان هستند. این سه بخش را به ترتیب بزرگی (الف) بار (نهایی) تعادلی روی خازن و (ب) زمان لازم برای اینکه خازن به ۵۰٪ بار نهایی خود برسد از بزرگ به کوچک مرتب کنید.



شکل ۲۳-۲۴ پرسش ۱۱

مسئله‌ها

GO مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

●●● تعداد نقطه‌ها درجهٔ دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرندهٔ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۲۳-۶ اختلاف پتانسیل میان دو نقطه

●۱- سیمی با مقاومت $5/0\Omega$ به یک باتری با emf برابر با $2/0V$ و مقاومت درونی $1/0\Omega$ وصل شده است. در مدت $2/0min$، (الف) چه مقدار انرژی شیمیایی به الکتریکی تبدیل می‌شود؟ (ب) چه مقدار انرژی به صورت انرژی گرمایی در

سیم تلف می‌شود و (پ) چه مقدار انرژی به صورت گرما در باتری تلف می‌شود؟

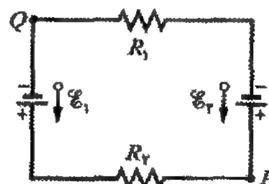
●۲- بار اولیهٔ یک باتری اتومبیل ۱۲/۰ ولتی ۱۲۰ A.h است. با فرض اینکه پتانسیل دو سر پایانه‌ها تا زمان تخلیهٔ کامل باتری ثابت بماند، باتری چند ساعت انرژی با آهنگ ۱۰۰ W می‌تواند تحویل دهد؟

●۳- یک جریان ۵/۰ آمپری به وسیلهٔ یک باتری با قابلیت باردارشدن دوباره با emf برابر با ۶/۰ V در مدت 6min در مداری برقرار می‌شود. انرژی شیمیایی باتری چقدر کاهش می‌یابد؟

●۴- باتری استاندارد لامپ فلاش پیش از آنکه از کار بیفتد تقریباً ۲/۰ W.h انرژی تولید می‌کند. (الف) اگر قیمت باتری ۸ سنت باشد، هزینهٔ روشن کردن یک لامپ ۱۰۰ واتی به مدت ۸/۰ h با استفاده از این باتری چقدر است؟ (ب) هزینهٔ توان فراهم شده به وسیلهٔ شرکت خدمات برق به ازای ۶ سنت برای هر کیلووات ساعت چقدر است؟

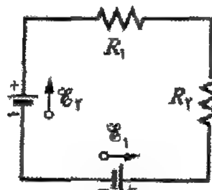
●۵- باتری اتومبیلی با emf برابر با ۱۲V و مقاومت درونی برابر با ۰/۰۴۰Ω با جریان ۵۰ A باردار می‌شود. (الف) اختلاف پتانسیل V دو سر پایانه‌ها چقدر است؟ (ب) آهنگ P_r اتلاف انرژی در داخل باتری و (پ) آهنگ P_{emf} تبدیل انرژی به شکل شیمیایی، چقدر است؟ هرگاه این باتری برای استارت اتومبیل با جریان ۵۰ A مورد استفاده قرار گیرد، (ث) V و (ج) P_r چقدر است؟ ILW

●۶- در شکل ۲۳-۲۵، emf باتریهای آرمانی برابر با $\mathscr{E}_1$=۱۵۰ V و $\mathscr{E}_2$=۵۰ V و مقاومتها R_1=۳/۰ Ω و R_2=۲/۰ Ω است. اگر پتانسیل در نقطهٔ P، ۱۰۰ V تعریف شود، پتانسیل در نقطهٔ Q چقدر است؟



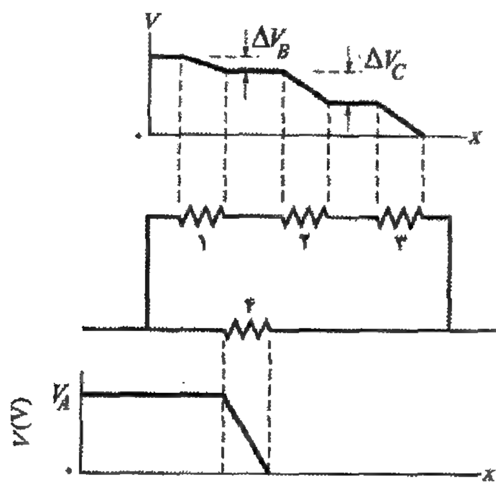
شکل ۲۳-۲۵ مسئلهٔ ۶

●۷- در شکل ۲۳-۲۶، emf باتریهای آرمانی برابر با $\mathscr{E}_1$=۱۲V و $\mathscr{E}_2$=۶/۰ V و مقاومتها برابر R_1=۴/۰ Ω و R_2=۸/۰ Ω است. (الف) جریان، آهنگ اتلاف در (ب) مقاومت ۱ و (پ) مقاومت ۲ و آهنگ تبدیل انرژی در (ت) باتری ۱ و (ث) باتری ۲ چقدر است؟ آیا انرژی توسط (ج) باتری ۱ و (چ) باتری ۲، تولید می‌شود یا گرفته می‌شود؟ SSM WWW



شکل ۲۳-۲۶ مسئلهٔ ۷

●۸- شکل ۲۳-۲۷ مداری شامل چهار مقاومت را نشان می‌دهد که به مدار بزرگتری وصل شده است. نمودار زیر مدار پتانسیل الکتریکی $V(x)$ را بر حسب تابعی از مکان x در طول شاخهٔ پایینی مدار از طریق مقاومت ۴ نشان می‌دهد. نمودار بالای مدار پتانسیل الکتریکی $V(x)$ را برحسب مکان x در طول شاخه بالایی مدار از طریق مقاومتهای ۱، ۲ و ۳ به دست می‌دهد. اختلاف پتانسیلها عبارت‌اند از ΔV_B = ۲/۰۰V و ΔV_C = ۵/۰۰V. مقاومت ۳ برابر با ۲۰۰ Ω است. مقاومت (الف) ۱ و (ب) ۲، چقدر است؟ GO

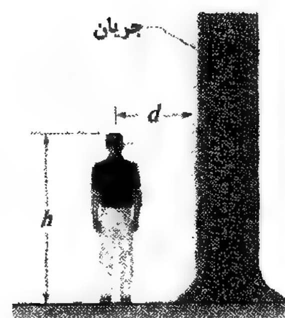


شکل ۲۳-۲۷ مسئلهٔ ۸

●۹- مقاومت کل ۳/۰۰ اهمی از اتصال یک مقاومت نامعلوم به مقاومت ۱۲/۰ اهمی به دست آمده است. (الف) مقاومت نامعلوم باید چقدر باشد و (ب) آیا اتصال باید متوالی باشد یا موازی؟

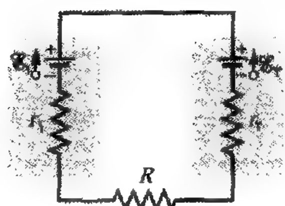
●۱۰- (الف) چقدر کار برحسب الکترون ولت باید انجام گیرد تا باتری آرمانی با emf برابر با ۱۲/۰V الکترونی را از پایانهٔ مثبت باتری به پایانهٔ منفی آن از طریق باتری انتقال دهد؟ (ب) اگر در هر ثانیه $3/40 \times 10^{18}$ الکترون عبور کند، توان باتری برحسب وات چقدر است؟

●●۱۱- ناحیهٔ ایمن از رعد و برق. شکل ۲۳-۲۸ بیانگر این است که چرا موقع آذرخش نباید زیر درخت ایستاد. اگر آذرخش از کنارهٔ درخت پایین بیاید قسمتی از آن ممکن است وقتی به قسمت خشکی در پوستهٔ درخت برسد جهش کند و از طریق بدن شخص به داخل زمین برود. در شکل قسمتی از آذرخش فاصلهٔ d را در هوا جهش کرده و سپس از بدن شخص گذشته است (که مقاومت آن نسبت به هوا قابل چشمپوشی است). بقیهٔ جریان فاصلهٔ h را از طریق هوای مجاور درخت به زمین رفته است. اگر d/h=۰/۴۰۰ و جریان کل I=۵۰۰۰A باشد، جریانی که از بدن شخص می‌گذرد چقدر است؟



شکل ۲۳-۲۸ مسئلهٔ ۱۱

●●۱۲- (الف) در شکل ۲۳-۲۹، اگر جریان در مدار $1/0\,mA$ باشد مقدار R باید چقدر باشد؟ $\mathscr{E}_1 = 2/0\,V$ ، $\mathscr{E}_2 = 3/0\,V$ و $r_1 = r_2 = 3/0\,\Omega$ است. (ب) آهنگ ایجاد انرژی گرمایی در R چقدر است؟



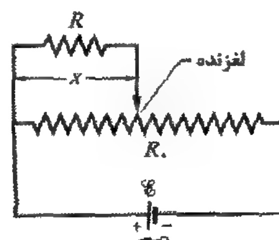
شکل ۲۳-۲۹ مسئلهٔ ۱۲

●●۱۳- در شکل ۲۳-۳۰ بخش AB از مدار، وقتی جریان $i = 1/0\,A$ در جهت نشان داده شده از آن می‌گذرد، انرژی را با آهنگ ۵۰W جذب می‌کند. مقاومت $R = 2/0\,\Omega$ است. (الف) اختلاف پتانسیل میان A و B چقدر است؟ منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی X مقاومت درونی ندارد. (ب) emf چقدر است؟ (پ) نقطهٔ B به پایانهٔ مثبت X وصل شده است یا پایانه منفی آن؟ SSM



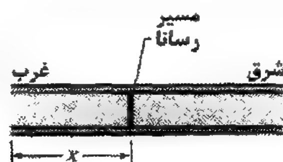
شکل ۲۳-۳۰ مسئلهٔ ۱۳

●●۱۴- شکل ۲۳-۳۱ یک باتری را نشان می‌دهد که به دو سر مقاومت یکنواخت R_0 وصل شده است. لغزنده‌ای از $x = 0$ تا $x = 10\,cm$ از چپ به راست روی مقاومت حرکت می‌کند. حرکت لغزنده میزان مقاومت سمت چپ و مقاومت سمت راست نقطهٔ تماس را تغییر می‌دهد. آهنگ مصرف انرژی در مقاومت R را برحسب تابعی از x پیدا کنید. این تابع را به ازای $\mathscr{E} = 50\,V$ ، $R = 2000\,\Omega$ و $R_0 = 100\,\Omega$ رسم کنید.



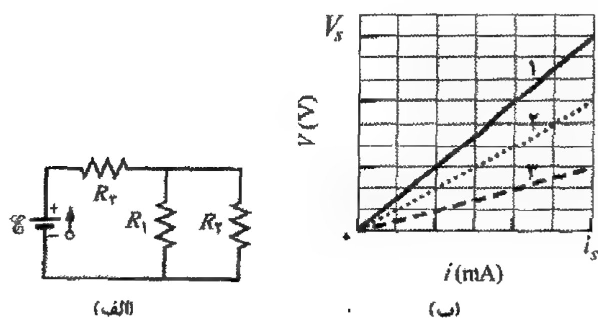
شکل ۲۳-۳۱ مسئلهٔ ۱۴

●●۱۵- کابل زیرزمینی طویلی به طول $10\,km$ که از شرق به غرب کشیده شده شامل دو سیم موازی است که مقاومت هر یک $13\,\Omega/km$ است. در فاصلهٔ x از انتهای غربی، با یک رسانا به مقاومت R که دو سیم را به هم وصل می‌کند یک اتصال کوتاه الکتریکی انجام می‌گیرد (شکل ۲۳-۳۲). مقاومت سیمها و اتصال کوتاه وقتی که از انتهای شرقی آن اندازه‌گیری شود برابر با $100\,\Omega$ و وقتی از انتهای غربی آن اندازه‌گیری شود برابر با $200\,\Omega$ است. (الف) x و (ب) R چقدرند؟



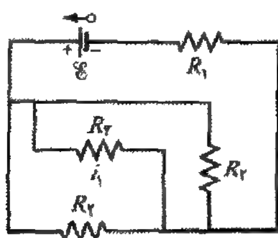
شکل ۲۳-۳۲ مسئلهٔ ۱۵

●●۱۶- emf باتری آرمانی در شکل ۲۳-۳۳ الف $\mathscr{E} = 6/0\,V$ است. نمودار ۱ در شکل ۲۳-۳۳ ب جریان i در مقاومت ۱ مدار را برحسب اختلاف پتانسیل الکتریکی V برقرار شده در دو سر آن مقاومت به دست می‌دهد. مقیاس محور V با $V_s = 18/0\,V$ ، و مقیاس محور i با $i_s = 3/00\,mA$ مشخص شده است. نمودارهای ۲ و ۳ نمودارهای مشابهی را به ترتیب برای مقاومتهای ۲ و ۳ نشان می‌دهند. جریان در مقاومت ۲ چقدر است؟



شکل ۲۳-۳۳ مسئلهٔ ۱۶

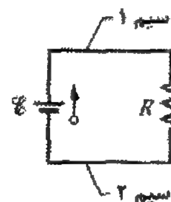
●●۱۷- در شکل ۲۳-۳۴، $R_1 = 6/00\,\Omega$ ، $R_2 = 18/0\,\Omega$ و emf باتری آرمانی $\mathscr{E} = 12/0\,V$ است. (الف) اندازه و (ب) جهت (چپ یا راست) جریان i_1 چیست؟ (پ) چقدر انرژی در چهار مقاومت در $1/00\,min$ مصرف می‌شود؟



شکل ۲۳-۳۴ مسئله ۱۷

●●۱۸- شکل ۲۳-۳۵ مقاومت $R = 6/00\,\Omega$ را نشان می‌دهد که به باتری آرمانی با emf برابر $\mathscr{E} = 12/0\,V$ به کمک سیمهای

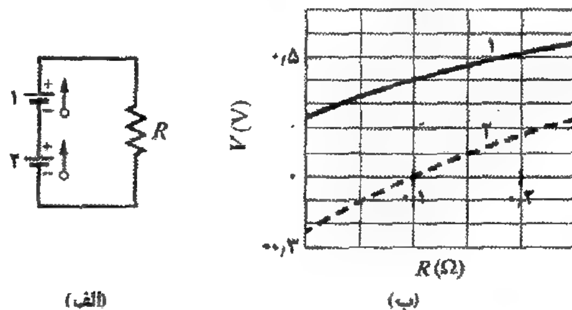
مسی متصل شده است. طول هر سیم $20/0\ \text{cm}$ و شعاع آن $1/00\text{mm}$ است. در چنین مدارهایی در این فصل از اختلاف پتانسیل در طول سیمها و تبدیل انرژی به انرژی گرمایی در آنها چشمپوشی کردیم. اعتبار این چشمپوشی را در مدار شکل ۲۳-۲۹ بررسی کنید. اختلاف پتانسیل دو سر (الف) مقاومت و (ب) هر یک از دو بخش سیم چقدر است؟ با چه آهنگی انرژی به انرژی گرمایی در (پ) مقاومت و (ت) هر بخش سیم تبدیل می‌شود؟



شکل ۲۳-۳۵ مسئلهٔ ۱۸

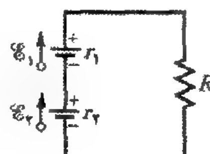
●●۱۹- جریان در یک مدار تک حلقه‌ای با مقاومت R برابر است با $5/0\text{A}$. وقتی مقاومت اضافی $2/0\Omega$ به صورت متوالی با R در مدار قرار داده شود، جریان به $4/0\text{A}$ می‌رسد. R چقدر است؟ ILW

●●۲۰- در شکل ۲۳-۳۶ الف هر دو باتری دارای emf برابر با $\mathscr{E} = 1/20\text{V}$ هستند و مقاومت خارجی R متغیر است. شکل ۲۳-۳۶ ب پتانسیلهای الکتریکی V بین پایانه‌های هر باتری را برحسب تابعی از R به دست می‌دهد: منحنی ۱ مربوط به باتری ۱ و منحنی ۲ مربوط به باتری ۲ است. مقاومت درونی (الف) باتری ۱ و (ب) باتری ۲ چقدر است؟



شکل ۲۳-۳۶ مسئلهٔ ۲۰

●●●۲۱- در شکل ۲۳-۳۷، emf باتری ۱ برابر با $\mathscr{E}_1 = 12/0\text{V}$ و مقاومت درونی $r_1 = 0/016\Omega$ و emf باتری ۲ برابر با $\mathscr{E}_2 = 12/0\text{V}$ و مقاومت درونی آن $r_2 = 0/012\Omega$ است. باتریها به طور متوالی به مقاومت خارجی R وصل شده‌اند. (الف) چه مقدار R اختلاف پتانسیل پایانه به پایانهٔ یکی از باتریها را صفر می‌کند؟ (ب) این کدام باتری است؟ SSM



شکل ۲۳-۳۷ مسئلهٔ ۲۱

●●●۲۲- وقتی مقاومت 500Ω به دو سر یک سلول خورشیدی وصل شود اختلاف پتانسیل $0/10\text{V}$ تولید می‌شود، و هرگاه مقاومت 1000Ω جایگزین شود اختلاف پتانسیل $0/15\text{V}$ تولید می‌شود. (الف) مقاومت درونی و (ب) emf سلول خورشیدی چقدر است؟ (پ) مساحت سلول خورشیدی $5/0\text{cm}^2$ و آهنگ دریافت انرژی از نور بر یکای مساحت برابر با $2/0\text{mW/cm}^2$ است. بازده سلول برای تبدیل انرژی نوری به انرژی گرمایی در مقاومت خارجی 1000Ω چقدر است؟

بخش ۲۳-۷ مدارهای چند حلقه‌ای

●۲۳- در شکل ۲۳-۳۸، $R_1 = R_2 = 4/00\Omega$ و $R_3 = 2/500\Omega$ است. مقاومت معادل میان نقطه‌های D و E را پیدا کنید. (*راهنمایی*: فرض کنید که یک باتری به این دو نقطه وصل است).

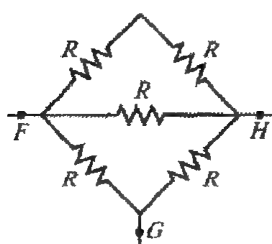


شکل ۲۳-۳۸ مسئلهٔ ۲۳

●۲۴- وقتی مقاومتهای ۱ و ۲ به طور متوالی به یکدیگر وصل شوند، مقاومت معادل $16/0\Omega$ است. هرگاه به طور موازی وصل شوند، مقاومت معادل $3/0\Omega$ است. (الف) مقاومت کوچکتر و (ب) مقاومت بزرگتر چقدر است؟

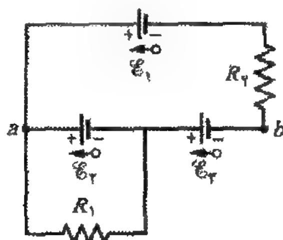
●۲۵- چهار مقاومت $18/0\Omega$ به طور موازی به دو سر یک باتری آرمانی $25/0\text{V}$ وصل شده‌اند. جریانی که از باتری می‌گذرد چقدر است؟

●۲۶- شکل ۲۳-۳۹ پنج مقاومت ۵/۰۰ اهمی را نشان می‌دهد. مقاومت معادل بین نقطه‌های (الف) F و H و (ب) F و G را پیدا کنید. (*راهنمایی*: برای هر زوج نقطه، فرض کنید که یک باتری به دو سر زوج متصل است).



شکل ۲۳-۳۹ مسئلهٔ ۲۶

●۲۷- در شکل ۲۳-۴۰، $R_1 = 100\Omega$ ، $R_2 = 50\Omega$ و در باتریهای آرمانی $\mathscr{E}_1 = 6/0\text{V}$ ، $\mathscr{E}_2 = 5/0\text{V}$ و $\mathscr{E}_3 = 4/0\text{V}$ است. (الف) جریان در مقاومت ۱، (ب) جریان در مقاومت ۲ و (پ) اختلاف پتانسیل بین نقطه‌های a و b را پیدا کنید.

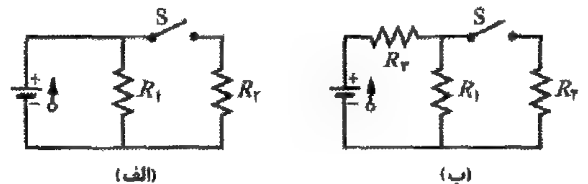


شکل ۲۳-۴۰ مسئلهٔ ۲۷

●۲۸- در شکل ۲۳-۹، اگر $\mathscr{E}_1=۴/۰\,V$ ، $\mathscr{E}_2=۱/۰\,V$ ، $R_1=R_2=۱۰\Omega$ و $R_3=۵/۰\Omega$ و باتری آرمانی باشد، اختلاف پتانسیل V_d-V_c میان نقطه‌های d و c چقدر است؟

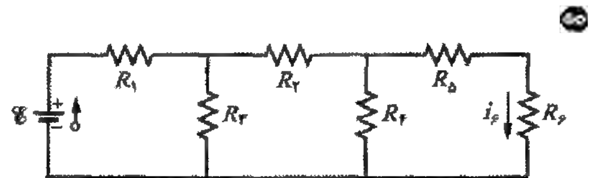
●۲۹- نه سیم مسی به طول l و قطر d به طور موازی به هم وصل شده و یک رسانای مرکب با مقاومت R را به وجود آورده‌اند. اگر سیم مسی به طول l به تنهایی همان مقاومت را داشته باشد، قطر D آن باید چقدر باشد؟ SSM

●●۳۰- مقاومتها در شکلهای ۲۳-۴۱ الف و ب همگی $۶/۰\Omega$ و emf باتریهای آرمانی ۱۲V است. (الف) وقتی کلید S در شکل ۲۳-۴۱ الف بسته شود، آیا پتانسیل الکتریکی V_1 دو سر مقاومت ۱ تغییر می‌کند یا یکسان می‌ماند؟ (ب) وقتی کلید در شکل ۲۳-۴۱ ب بسته شود، آیا V_1 دو سر مقاومت ۱ تغییر می‌کند یا یکسان می‌ماند؟



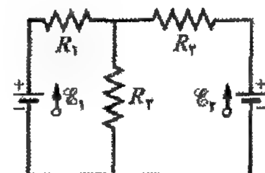
شکل ۲۳-۴۱ مسئلهٔ ۳۰

●●۳۱- در شکل ۲۳-۴۲ جریان در مقاومت ۶ برابر $i_6=۱/۴۰\,A$ و مقاومتها عبارت‌اند از $R_1=R_2=R_3=۲/۰۰\Omega$ ، $R_4=۱۶/۰\Omega$ ، $R_5=۸/۰۰\Omega$ و $R_6=۴/۰۰\Omega$. emf باتری آرمانی چقدر است؟



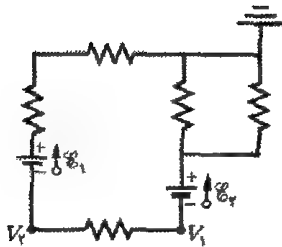
شکل ۲۳-۴۲ مسئله ۳۱

●●۳۲- در شکل ۲۳-۴۳ emf باتریهای آرمانی $\mathscr{E}_1=۱۰/۰\,V$ و $\mathscr{E}_2=۰/۵۰۰\mathscr{E}_1$ و هر یک از مقاومتها $۴/۰۰\Omega$ است. جریان در (الف) مقاومت ۲ و (ب) مقاومت ۳ چقدر است؟



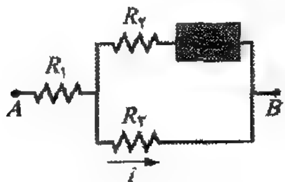
شکل ۲۳-۴۳ مسئله‌های ۳۲، ۴۳ و ۹۸

●●۳۳- در شکل ۲۳-۴۴، emf باتریهای آرمانی $\mathscr{E}_1=۵/۰\,V$ و $\mathscr{E}_2=۱۲\,V$ ، و هر یک از مقاومتها $۲/۰\,\Omega$ و پتانسیل در نقطهٔ اتصال به زمین مدار صفر تعریف می‌شود. پتانسیلهای (الف) V_1 و (ب) V_2 در نقطه‌های نشان داده شده چقدر است؟ SSM



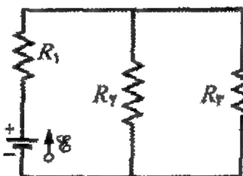
شکل ۲۳-۴۴ مسئلهٔ ۳۳

●●۳۴- شکل ۲۳-۴۵ بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد. مقاومتها عبارت‌اند از $R_1=۲/۰\,\Omega$ ، $R_2=۴/۰\Omega$ ، $R_3=۶/۰\,\Omega$ و جریان نشان داده شده $i=۶/۰\,A$ است. اختلاف پتانسیل الکتریکی میان نقطه‌های A و B که این بخش مدار را به بقیه مدار وصل می‌کند برابر $V_A-V_B=۷۸\,V$ است. (الف) آیا وسیله‌ای که با «جعبه» نشان داده شده است انرژی را از مدار می‌گیرد یا به مدار می‌دهد و (ب) با چه آهنگی؟



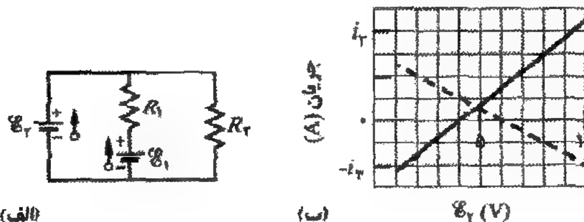
شکل ۲۳-۴۵ مسئلهٔ ۳۴

●●۳۵- در شکل ۲۳-۴۶، $R_1=۲/۰۰\Omega$ ، $R_2=۵/۰۰\Omega$ و باتری آرمانی است. چه مقداری از R_3 آهنگ اتلاف در مقاومت ۳ را بیشینه می‌کند؟



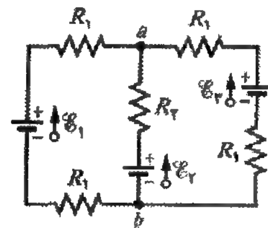
شکل ۲۳-۴۶ مسئله‌های ۳۵، ۹۹، ۱۰۶ و ۱۰۷

●●۳۶- هر دو باتری در شکل ۲۳-۴۷ آرمانی‌اند. مقدار emf باتری ۱ ثابت است ولی emf باتری ۲ می‌تواند میان مقدار ۱/۰V و ۱۰V تغییر کند. نمودار شکل ۲۳-۴۷ ب جریانهای عبوری از دو باتری را برحسب تابعی از $\mathscr{E}_2$ نشان می‌دهد. مقیاس قائم با $i_s=۰/۲۰\,A$ مشخص شده است. باید تصمیم بگیرید که کدام نمودار متناظر با کدام باتری است، ولی در مورد هر دو نمودار، وقتی جهت جریان در باتری خلاف جهت emf باتری باشد، علامت جریان منفی می‌شود. (الف) emf مربوط به $\mathscr{E}_1$ ، (ب) مقاومت R و (پ) مقاومت R_2 چقدر است؟



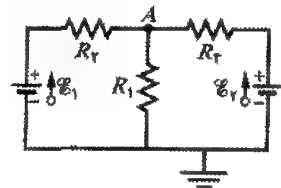
شکل ۲۳-۴۷ مسئلهٔ ۳۶

●●۳۷- در شکل ۲۳-۴۸، مقاومتها عبارت‌اند از $R_1 = 1/0\ \Omega$ و $R_2 = 2/0\ \Omega$ و emf باتریهای آرمانی $\mathscr{E}_1 = 2/0\ V$ و $\mathscr{E}_2 = 4/0\ V$ است. (الف) اندازه و (ب) جهت (بالا یا پایین) جریان در باتری ۱، (پ) اندازه و (ت) جهت جریان در باتری ۲ و (ث) اندازه و (ج) جهت جریان در باتری ۳، چیست؟ (چ) اختلاف پتانسیل $V_a - V_b$ چقدر است؟ ILW



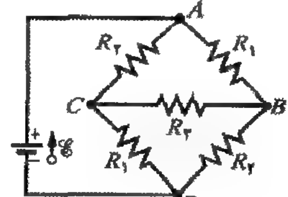
شکل ۲۳-۴۸ مسئله ۳۷

●●۳۸- در شکل ۲۳-۴۹، $\mathscr{E}_1 = 6/00\ V$، $\mathscr{E}_2 = 12/0\ V$، $R_1 = 100\ \Omega$، $R_2 = 200\ \Omega$ و $R_3 = 300\ \Omega$ است. یک نقطهٔ مدار به زمین متصل شده است. ($V = 0$). (الف) اندازه و (ب) جهت (بالا یا پایین) جریان در مقاومت ۱، (پ) اندازه و (ت) جهت (چپ یا راست) جریان در مقاومت ۲ و (ث) اندازه و (ج) جهت جریان در مقاومت ۳ چیست؟ (چ) پتانسیل الکتریکی در نقطهٔ A چقدر است؟ GO



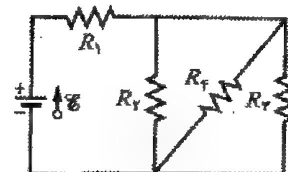
شکل ۲۳-۴۹ مسئلهٔ ۳۸

●●۳۹- در شکل ۲۳-۵۰، $\mathscr{E} = 12/0\ V$، $R_1 = 2000\ \Omega$، $R_2 = 3000\ \Omega$ و $R_3 = 4000\ \Omega$ است. اختلاف پتانسیل (الف) $V_A - V_B$، (ب) $V_B - V_C$، (پ) $V_C - V_D$ و (ت) $V_A - V_C$ چقدر است؟



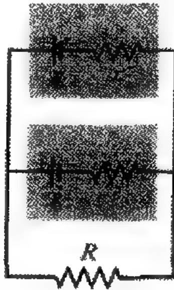
شکل ۲۳-۵۰ مسئلهٔ ۳۹

●●۴۰- در شکل ۲۳-۵۱، $R_1 = 100\ \Omega$، $R_2 = R_3 = 50/0\ \Omega$، $R_4 = 75/0\ \Omega$ و emf باتری آرمانی $\mathscr{E} = 6/00\ V$ است. (الف) مقاومت معادل چقدر است؟ i در (ب) مقاومت ۱، (پ) مقاومت ۲، (ت) مقاومت ۳ و (ث) مقاومت ۴، چقدر است؟



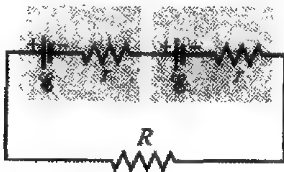
شکل ۲۳-۵۱ مسئله‌های ۴۰ و ۴۸

●●۴۱- در شکل ۲۳-۵۲، دو باتری با emf برابر با $\mathscr{E} = 12/0\ V$ و مقاومت درونی $r = 0/300\ \Omega$ به طور موازی به دو سر مقاومت R بسته شده‌اند. (الف) به ازای چه مقدار R آهنگ مصرف در مقاومت بیشینه است؟ (ب) این بیشینه چقدر است؟



شکل ۲۳-۵۲ مسئله‌های ۴۱ و ۴۲

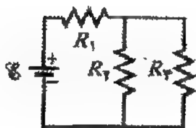
●●۴۲- می‌خواهیم دو باتری مشابه با emf برابر با $\mathscr{E} = 12/0\ V$ و مقاومت درونی $r = 0/200\ \Omega$ را به یک مقاومت خارجی R، به صورت موازی (شکل ۲۳-۵۲) یا به صورت متوالی (شکل ۲۳-۵۳) ببندیم. اگر $R = 2/00r$ باشد، جریان i در مقاومت خارجی در آرایشهای (الف) موازی و (ب) متوالی چقدر است؟ (پ) در کدام آرایش جریان i بیشتر است؟ اگر $R = r/2/00$ باشد، i در مقاومت خارجی در آرایشهای (ت) موازی و (ث) متوالی چقدر است؟ (ج) برای کدام آرایش i بیشتر است؟

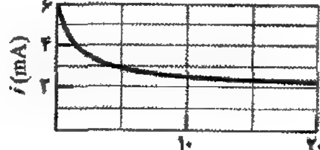


شکل ۲۳-۵۳ مسئلهٔ ۴۲

●●۴۳- در شکل ۲۳-۴۳، $\mathscr{E}_1 = 3/00\ V$، $\mathscr{E}_2 = 1/00\ V$، $R_1 = 4/00\ \Omega$، $R_2 = 2/00\ \Omega$، $R_3 = 5/00\ \Omega$ و هر دو باتری آرمانی‌اند. آهنگ مصرف انرژی در (الف) R_1، (ب) R_2 و (پ) R_3 چقدر است؟ توان (ت) باتری ۱ و (ث) باتری ۲ چقدر است؟

●●۴۴- در شکل ۲۳-۵۴ الف مقاومت ۳ متغیر و emf باتری آرمانی $\mathscr{E} = 12V$ است. شکل ۲۳-۵۴ب جریان عبوری i از باتری را برحسب تابعی از R_3 به دست می‌دهد. وقتی $R_3 \to \infty$ میل کند، منحنی دارای مجانب $2/0mA$ است. (الف) مقاومت R_1 و (ب) مقاومت R_2 چقدر است؟



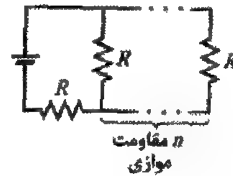


شکل ۲۳-۵۴ مسئلهٔ ۴۴

●●۴۵- تعدادی مقاومت ۱۰ اهمی در اختیار است که توان مصرفی هر کدام بدون سوختن $1/0W$ است. کمترین تعداد

این‌گونه مقاومتها چقدر باید باشد تا ترکیبی از آنها به طور متوالی یا موازی با مقاومت 10Ω ایجاد شود و دست کم توان مصرفی $5/0\,W$ را داشته باشد؟

●●۴۶- در شکل ۲۳-۵۵، آرایه‌ای شامل n مقاومت موازی به طور متوالی به یک باتری آرمانی و یک مقاومت بسته شده‌اند. اندازهٔ همهٔ مقاومتها یکسان است. اگر مقاومت یکسانی به طور موازی به این آرایش افزوده شود، جریان باتری به اندازهٔ ۱/۲۵٪ تغییر می‌کند. مقدار n چیست؟



شکل ۲۳-۵۵ مسئلهٔ ۴۶

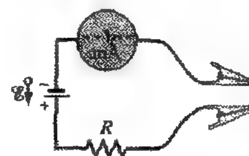
●●۴۷- یک سیم مسی به شعاع $a=0/250\,mm$ دارای یک پوشش آلومینیومی به شعاع خارجی $b=0/380\,mm$ است. در سیم مرکب جریان $i=2/00\,A$ وجود دارد. با استفاده از جدول ۲۲-۱، جریان در (الف) مس و (ب) آلومینیوم را محاسبه کنید. (پ) اگر اختلاف پتانسیل $V=12/0\,V$ میان دو سر جریان را ثابت نگهدارد، طول سیم مرکب چقدر است؟ SSM

●●۴۸- در شکل ۲۳-۵۱، $R_1=7/00\,\Omega$ ، $R_2=12/0\,\Omega$ ، $R_3=4/00\,\Omega$ و emf باتری آرمانی $\varepsilon=24/0\,V$ است. به ازای چه مقدار R_2 آهنگ انتقال انرژی باتری به مقاومتها برابر با (الف) $60/0\,W$، (ب) بیشینهٔ آهنگ ممکن P_{max} و (پ) کمینهٔ آهنگ ممکن P_{min} است؟ (پ) P_{max} و (ت) P_{min} چقدرند؟

بخش ۲۳-۸ آمپرسنج و ولت‌سنج

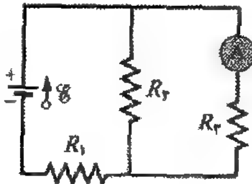
●●۴۹- در شکل ۲۳-۱۴، فرض کنید که $\mathscr{E}=3/0\,V$ ، $r=100\,\Omega$ ، $R_1=250\,\Omega$ و $R_2=300\,\Omega$ باشد. اگر مقاومت R_V ولت‌سنج برابر با $5/0\,k\Omega$ باشد، به هنگام اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل دو سر R_1 چند درصد خطا وجود خواهد داشت؟ از وجود آمپرسنج چشمپوشی کنید.

●●●۵۰- همان‌طور که در شکل ۲۳-۵۶ نشان داده شده است، یک اهم‌سنج ساده با اتصال یک باتری ۱/۵۰ ولتی به طور متوالی با یک مقاومت R و آمپرسنجی که از ۰ تا $1/00\,mA$ را می‌تواند بخواند ساخته شده است. مقاومت R طوری تنظیم می‌شود که هرگاه گیره‌ها به هم وصل شوند، اهم‌سنج با تمام مقیاس $1/00\,mA$ منحرف می‌شود. اندازهٔ مقاومت خارجی که باعث انحراف (الف) ۱۰٪ و (ب) ۵۰٪ و (پ) ۹۰٪ تمام مقیاس می‌شود چقدر است؟ (ت) اگر مقاومت آمپرسنج $20/0\,\Omega$ و مقاومت درونی باتری ناچیز باشد، مقدار R چقدر است؟



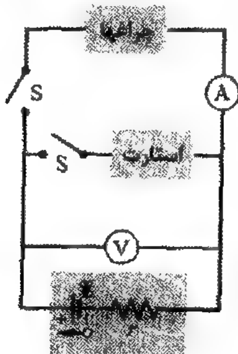
شکل ۲۳-۵۶ مسئلهٔ ۵۰

●●۵۱-(الف) در شکل ۲۳-۵۷، اگر $\mathscr{E}=5/0\,V$ (باتری آرمانی)، $R_1=2/0\,\Omega$ ، $R_2=4/0\,\Omega$ و $R_3=6/0\,\Omega$ باشد، آمپرسنج چه عددی را نشان می‌دهد. (ب) حال جای آمپرسنج و باتری را عوض می‌کنیم. نشان دهید که عدد آمپرسنج تغییر نمی‌کند. ILW



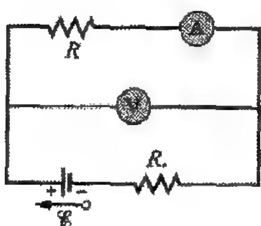
شکل ۲۳-۵۷ مسئلهٔ ۵۱

●●۵۲- وقتی چراغهای اتومبیلی روشن شود، آمپرسنج متوالی با آنها $10/0\,A$ و ولت‌سنج متصل به دو سر آنها $12/0\,V$ را نشان می‌دهند (شکل ۲۳-۵۸). وقتی استارت زده شود آمپرسنج به عدد $8/00\,A$ کاهش می‌یابد و نور چراغها اندکی کم می‌شود. اگر مقاومت درونی باتری $0/0500\,\Omega$ و مقاومت آمپرسنج ناچیز باشد، (الف) emf باتری و (ب) جریانی که در هنگام روشن شدن چراغها از استارت می‌گذرد، چقدر است؟



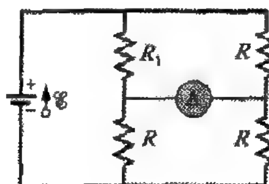
شکل ۲۳-۵۸ مسئلهٔ ۵۲

●●۵۳- در شکل ۲۳-۵۹، ولت‌سنجی با مقاومت $R_V=300\,\Omega$ و آمپرسنجی با مقاومت $R_A=3/00\,\Omega$ برای اندازه‌گیری مقاومت R در مداری که هم‌چنین شامل یک مقاومت $R_0=100\,\Omega$ و یک باتری آرمانی با $\mathscr{E}=12/0\,V$ است، به کار برده می‌شوند. مقاومت R با رابطهٔ $R=V/i$ داده می‌شود که V اختلاف پتانسیل دو سر R و i مقدار خوانده شده توسط آمپرسنج است. ولت‌سنج عدد V' را نشان می‌دهد که عبارت است از V بعلاوهٔ اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج. بنابراین، نسبت دو مقدار خوانده شده R نیست بلکه *مقاومت ظاهری* $R'=V'/i$ است. اگر $R=85/0\,\Omega$ باشد، (الف) مقدار خوانده شده توسط آمپرسنج، (ب) مقدار خوانده شده توسط ولت‌سنج و (پ) R' چقدر است؟ (ت) اگر R_A کم شود، آیا اختلاف میان R' و R افزایش می‌یابد یا کاهش یا یکسان می‌ماند؟



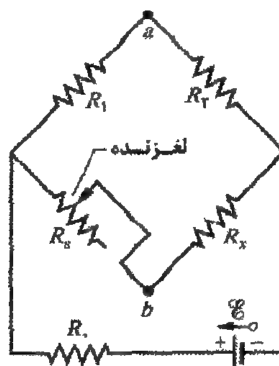
شکل ۲۳-۵۹ مسئلهٔ ۵۳

۵۴- در شکل ۲۳-۶۰، $R_1=2/00R$ ، مقاومت آمپرسنج صفر و باتری آرمانی است. چه مضربی از $\mathscr{E}/R$ جریان آمپرسنج را به دست می‌دهد؟



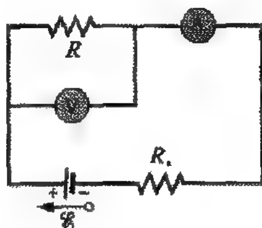
شکل ۲۳-۶۰ مسئلهٔ ۵۴

●●۵۵- در شکل ۲۳-۶۱ مقدار R_s طوری تنظیم می‌شود که با حرکت دادن لغزنده روی آن پتانسیل نقطه‌های a و b برابر شود. (این شرط را با بستن یک آمپرسنج حساس بین نقطهٔ a و نقطهٔ b می‌توان برقرار کرد؛ اگر این نقطه‌ها در یک پتانسیل باشند، آمپرسنج منحرف نمی‌شود.) نشان دهید که هرگاه این تنظیم انجام شود، این رابطه برقرار است: $R_x = R_sR_2/R_1$. مقاومت مجهول (R_x) را با استفاده از این دستگاه که پل وتستون نامیده می‌شود می‌توان برحسب مقاومت استاندارد (R_s) اندازه‌گیری کرد.



شکل ۲۳-۶۱ مسئله‌های ۵۵ و ۱۱۱

●●۵۶- در شکل ۲۳-۶۲ ولت‌سنجی با مقاومت $R_V=300\,\Omega$ و آمپرسنجی با مقاومت $R_A=3/00\Omega$ برای اندازه‌گیری مقاومت R در مداری که در آن یک مقاومت $R_0=100\,\Omega$ و یک باتری آرمانی با $\mathscr{E}=12/0\,V$ نیز وجود دارد، به کار برده می‌شوند. مقاومت R با رابطهٔ $R=V/i$ داده می‌شود که V مقدار نشان داده شده توسط ولت‌سنج و i جریان در مقاومت R است. ولی، آمپرسنج مقدار i را نشان نمی‌دهد بلکه مقدار i' را نشان می‌دهد، که عبارت است از i بعلاوهٔ جریانی که از ولت‌سنج می‌گذرد. بنابراین، نسبت دو مقدار خوانده شده R نیست بلکه فقط یک مقاومت *ظاهری* $R'=V/i'$ است. اگر $R=85/0\Omega$ باشد، (الف) مقدار نشان داده شدهٔ آمپرسنج، (ب) مقدار نشان داده شدهٔ ولت‌سنج و (پ) R' چقدر است؟ (ت) اگر R_V افزایش یابد، آیا اختلاف میان R' و R افزایش می‌یابد یا کاهش یا یکسان می‌ماند؟



شکل ۲۳-۶۲ مسئلهٔ ۵۶

بخش ۲۳-۹ مدارهای RC

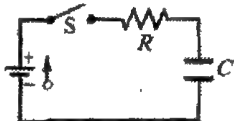
●۵۷- برحسب ثابت زمانی τ، زمان لازم برای باردار شدن یک خازن بدون بار در یک مدار متوالی RC به اندازهٔ ۹۹/۰٪ بار اولیهٔ آن چقدر است؟ SSM

●۵۸- خازنی با بار اولیهٔ q_0 از طریق مقاومتی تخلیه می‌شود. برحسب ثابت زمانی τ چقدر زمان نیاز است تا خازن (الف) نخست یک سوم از بار خود و (ب) دو سوم بار خود را از دست بدهد؟

●۵۹- مقاومت $15/0\,k\Omega$ و خازنی به طور متوالی به هم وصل شده‌اند و سپس اختلاف پتانسیل $12/0\,V$ به طور ناگهانی به دو سر آنها اعمال می‌شود. اختلاف پتانسیل دو سر خازن در مدت $1/30\,\mu s$ به $5/00V$ افزایش می‌یابد. (الف) ثابت زمانی مدار را محاسبه کنید. (ب) ظرفیت خازن را پیدا کنید. ILW

●۶۰- در یک مدار متوالی RC، $\mathscr{E}=12/0\,V$ ، $R=1/40\,M\Omega$ و $C=1/80\,\mu F$ است. (الف) ثابت زمانی را محاسبه کنید. (ب) بیشینهٔ باری را که روی خازن در ضمن باردار شدن ظاهر می‌شود پیدا کنید. (پ) چقدر طول می‌کشد تا خازن تا $16/0\,\mu C$ باردار شود؟

●۶۱- کلید S در شکل ۲۳-۶۳ در لحظهٔ $t=0$ بسته می‌شود تا خازن خالی با ظرفیت $C=15/0\,\mu F$ از طریق مقاومت $R=20/0\,\Omega$ باردار شود. در چه زمانی پتانسیل دو سر خازن برابر با پتانسیل دو سر مقاومت می‌شود؟



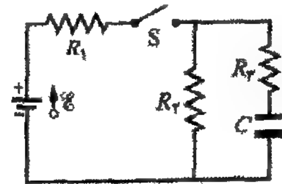
شکل ۲۳-۶۳ مسئله‌های ۶۱ و ۷۶

●●۶۲- خازنی با اختلاف پتانسیل اولیهٔ $100V$ از طریق مقاومتی وقتی که در لحظهٔ $t=0$ کلید میان آنها بسته شود شروع به تخلیه می‌کند. در $t=10/0s$ ، اختلاف پتانسیل دو سر خازن $1/00V$ می‌شود. (الف) ثابت زمانی مدار چقدر است؟ (ب) اختلاف پتانسیل دو سر خازن در $t=17/0\,s$ چقدر است؟

●●۶۳- اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های یک خازن نشتی $2/0\mu F$ (بدان معنا که بار از یک صفحه به صفحه دیگر نشت می‌کند) در مدت $2/0s$ به یک چهارم مقدار اولیهٔ آن می‌رسد. مقاومت معادل بین صفحه‌های خازن چقدر است؟

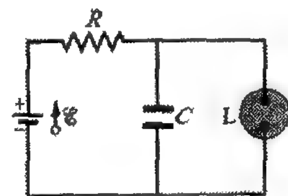
●●۶۴- خازن ۱μF با انرژی اولیهٔ ذخیره شدهٔ ۰/۵۰J از طریق مقاومت ۱MΩ تخلیه می‌شود. (الف) بار اولیه روی خازن چقدر است؟ (ب) وقتی تخلیه شروع شد جریان در مقاومت چقدر است؟ عبارتی پیدا کنید که تابعی برحسب زمان بدهد، (پ) اختلاف پتانسیل V_C دو سر خازن، (ت) اختلاف پتانسیل V_R دو سر مقاومت و (ث) آهنگی را که در آن انرژی گرمایی در مقاومت ایجاد می‌شود، پیدا کنید.

●●۶۵- در مدار شکل ۲۳-۶۴، $\mathscr{E}=۱/۲kV$ ، $C=۶/۵\mu F$ ، $R_1=R_2=R_3=۰/۷۳M\Omega$. با خازن کاملاً خالی (در $t=۰$) کلید S ناگهان بسته می‌شود. در $t=۰$ (الف) جریان i_1 در مقاومت ۱، (ب) جریان i_2 در مقاومت ۲ و (پ) جریان i_3 در مقاومت ۳ چقدر است؟ در $t=\infty$ (یعنی پس از ثابتهای زمانی زیاد)، (ت) i_1 ، (ث) i_2 و (ج) i_3 چقدرند؟ اختلاف پتانسیل V_2 در دو سر مقاومت ۱ در (چ) $t=۰$ و (ح) $t=\infty$ چقدر است؟ (خ) V_2 را برحسب t میان این دو زمان حدی رسم کنید.
SSM WWW



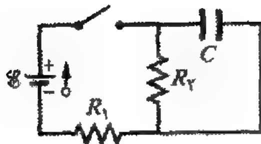
شکل ۲۳-۶۴ مسئلهٔ ۶۵

●●۶۶- شکل ۲۳-۶۵ مدار یک لامپ چشمک‌زن را، مانند لامپی که در محلی در بزرگراهها بسته می‌شود، نشان می‌دهد. لامپ فلورسنت L (با ظرفیت ناچیز) به طور موازی به خازن C در یک مدار RC وصل شده است. فقط هنگامی که اختلاف پتانسیل دو سر لامپ به ولتاژ فروریزش V_L می‌رسد جریانی از لامپ می‌گذرد. در این حال خازن به طور کامل از طریق لامپ تخلیه می‌شود و لامپ برای مدت کوتاهی چشمک می‌زند. در مورد لامپی با ولتاژ فروریزش $V_L=۷۲/۰V$ که به باتری آرمانی ۹۵/۰V و خازن ۰/۱۵۰μF وصل شده است، چه مقاومت R برای دو چشمک در ثانیه لازم است؟



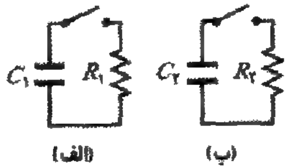
شکل ۲۳-۶۵ مسئلهٔ ۶۶

●●۶۷- در شکل ۲۳-۶۶، $R_1=۱۰/۰k\Omega$ ، $R_2=۱۵/۰k\Omega$ ، $C=۰/۴۰۰\mu F$ و emf باتری آرمانی $\mathscr{E}=۲۰/۰V$ است. نخست کلید بسته می‌شود و زمانی طولانی می‌گذرد تا حالت پایا برقرار شود. سپس کلید در لحظهٔ $t=۰$ باز می‌شود. جریان در مقاومت ۲ در $t=۴/۰۰ms$ چقدر است؟



شکل ۲۳-۶۶ مسئله‌های ۶۷ و ۹۷

●●●۶۸- شکل ۲۳-۶۷ دو مدار با یک خازن باردار را نشان می‌دهد که باید از طریق مقاومتی در حالت بسته بودن کلید تخلیه شود. در شکل ۲۳-۵۶ الف، $R_1=۲۰/۰\Omega$ و $C_1=۵/۰۰\mu F$ است. در شکل ۲۳-۵۶ ب، $R_2=۱۰/۰\Omega$ و $C_2=۸/۰۰\mu F$ است. نسبت بارهای اولیه روی دو خازن $q_{02}/q_{01}=۱/۵۰$ است. در لحظهٔ $t=۰$ هر دو کلید بسته می‌شوند. در چه زمان t بار دو خازن برابر خواهد شد؟

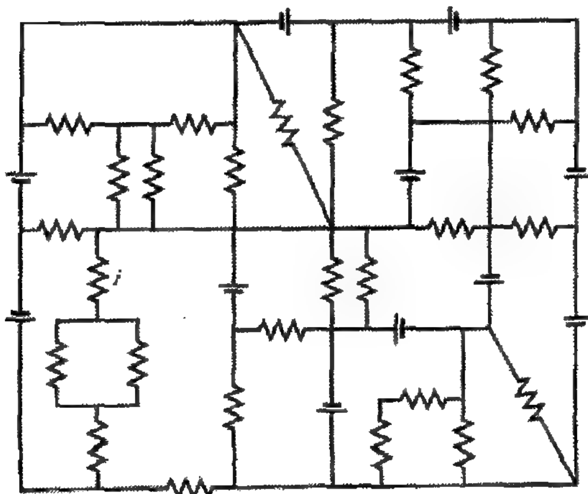


شکل ۲۳-۶۷ مسئلهٔ ۶۸

●●●۶۹- مقاومت ۳/۰۰MΩ و خازن ۱/۰۰μF با باتری آرمانی $\mathscr{E}=۴/۰۰V$ به طور متوالی بسته شده‌اند. در زمان ۱/۰۰s پس از اتصال، آهنگ (الف) افزایش بار خازن (ب) انرژی ذخیره شده در خازن، (پ) اتلاف انرژی گرمایی به وجود آمده در مقاومت و (ت) انرژی تولید شده توسط باتری، چقدر است؟

مسئله‌های اضافی

۷۰- (الف) اندازه و (ب) جهت (بالا یا پایین) جریان i در شکل ۲۳-۶۸ ، که مقدار همهٔ مقاومتها ۴/۰Ω و همهٔ باتریها آرمانی و emf آنها ۱۰V است، چیست؟



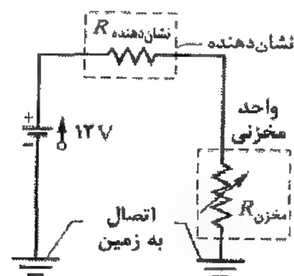
شکل ۲۳-۶۸ مسئلهٔ ۷۰

۷۱- فرض کنید در حالی که روی صندلی نشسته‌اید، جدایی بار بین لباسهایتان و صندلی شما را در پتانسیل ۲۰۰V قرار دهد و ظرفیت خازن بین شما و صندلی ۱۵۰pF باشد. وقتی می‌ایستید،

جدایی بین بدن شما و صندلی زیاد می‌شود و ظرفیت تا ۱۰pF کاهش می‌یابد. (الف) حالا پتانسیل بدن شما چقدر است؟ وقتی بار از طریق بدن و کفشها خارج می‌شود (شما خازنی هستید که از طریق یک مقاومت تخلیه انجام می‌گیرد) پتانسیل در طول زمان کاهش می‌یابد. فرض کنید که مقاومت در طول این راه ۳۰۰ GΩ باشد. اگر وقتی پتانسیل شما بیشتر از ۱۰۰V است و قطعه‌ای الکتریکی را لمس کنید، به آن قطعه آسیب خواهد رسید. (ب) چقدر باید منتظر بمانید تا پتانسیل شما به مقدار ایمن ۱۰۰V برسد؟

اگر لباس رسانایی به تن داشته باشید که به زمین متصل باشد، پتانسیل شما تا وقتی که ایستاده‌اید افزایش نمی‌یابد؛ هم‌چنین ممکن است خیلی سریع تخلیه انجام گیرد چون مقاومت از راه اتصال به زمین خیلی کمتر از بدن و کفشهای شماست. (پ) فرض کنید وقتی ایستاده‌اید پتانسیل شما ۱۴۰۰V و ظرفیت صندلی با بدن شما ۱۰pF باشد. مقاومت لباس رسانا تا زمین چقدر باید باشد تا تخلیه در ۱۰۰V در مدت ۰/۳۰ s انجام گیرد، که کمتر از زمانی است که مثلاً بخواهید به رایانه برسید.

۷۲- طرحوار دستگاه اندازه‌گیری بنزین یک اتومبیل در شکل ۲۳-۶۹ نشان داده شده است. مقاومت دستگاه نشان دهنده (خط‌چین) ۱۰Ω است. واحد مخزنی شناوری است که به مقاومتی وصل شده است که مقاومت آن به طور خطی برحسب حجم بنزین تغییر می‌کند. وقتی مخزن خالی است مقدار این مقاومت ۱۴۰Ω و وقتی مخزن پر است مقدار آن ۲۰Ω است. وقتی که مخزن (الف) خالی و (ب) نیمه خالی و (پ) پر است، جریان در مدار را پیدا کنید. باتری را آرمانی فرض کنید.



شکل ۲۳-۶۹ مسئلهٔ ۷۲

۷۳- کنترل کنندهٔ روی یک اسباب بازی الکترونیکی دارای یک مقاومت متغیر است که به دو سر یک خازن ۰/۲۲۰μF وصل شده است. خازن تا ۵/۰۰V باردار و سپس از طریق یک مقاومت تخلیه می‌شود. زمان کاهش اختلاف پتانسیل دو سر صفحه‌ها به ۰/۸۰۰V با ساعت داخل وسیله اندازه‌گیری می‌شود. اگر گسترهٔ زمان تخلیه که به طور مؤثر می‌تواند تغییر داده شود از ۱۰/۰μs تا ۶/۰۰ms باشد، (الف) مقدار پایین و (ب) مقدار بالای گسترهٔ مقاومت باید چقدر باشد؟ SSM

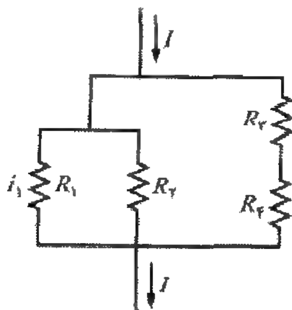
۷۴- (الف) در شکل ۲۳-۴ الف نشان دهید که آهنگ مصرف انرژی در R به صورت انرژی گرمایی، در $R=r$ بیشینه است. (ب) نشان دهید که این توان بیشینه برابر است با $P=\mathscr{E}^2/4r$.

۷۵- سیمهای A و B با طولهای مساوی ۴۰/۰m و قطرهای مساوی ۲/۶۰ mm به طور متوالی به هم وصل شده‌اند. اختلاف پتانسیل ۶۰/۰V به‌دو انتهای سیم مرکب اعمال می‌شود. مقاومت سیمها عبارت‌اند از $R_A=0/127\Omega$ ، $R_B=0/729\Omega$. در مورد سیم A، (الف) بزرگی J چگالی جریان و (ب) اختلاف پتانسیل V، چقدر است؟ (پ) جنس سیم A از چه ماده‌ای است (به جدول ۲۲-۱ نگاه کنید)؟ در مورد سیم B، (ت) J و (ث) V چقدر است؟ (ج) جنس سیم B از چه ماده‌ای است؟ SSM

۷۶- شکل ۲۳-۶۳ یک باتری آرمانی را با $\mathscr{E}=12V$ ، مقاومت $R=4/0\Omega$ و خازن بدون بار $C=4/0\mu F$ نشان می‌دهد. پس از بسته شدن کلید، جریان عبوری از مقاومت، پس از باردار شدن خازن به اندازهٔ ۸/۰μC چقدر است؟

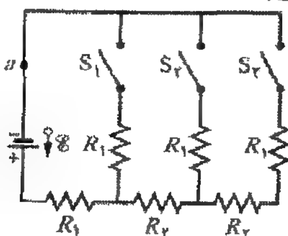
۷۷- استارت اتومبیلی خیلی آهسته می‌چرخد و تعمیرکار باید دربارهٔ تعویض آن، کابل یا باتری تصمیم بگیرد. از کتابچهٔ راهنمای اتومبیل معلوم می‌شود که مقاومت درونی باتری ۱۲ ولتی نباید بیشتر از ۰/۰۲۰Ω ، مقاومت استارت نباید بیشتر از ۰/۲۰۰Ω و مقاومت کابل نباید بیشتر از ۰/۰۴۰Ω باشد. تعمیرکار موتور را روشن می‌کند و ولتاژ دو سر باتری را ۱۱/۴V، ولتاژ دو سر کابل را ۳/۰V و جریان را ۵۰A اندازه‌گیری می‌کند. کدام قطعه معیوب است؟ SSM

۷۸- شکل ۲۳-۷۰ قسمتی از مداری را نشان می‌دهد که جریان $I=6/00A$ از آن می‌گذرد. مقاومتها عبارت‌اند از $R_1=R_2=2/00R_3=2/00R_4=4/00\Omega$. جریان i_1 در مقاومت ۱ چقدر است؟



شکل ۲۳-۷۰ مسئلهٔ ۷۸

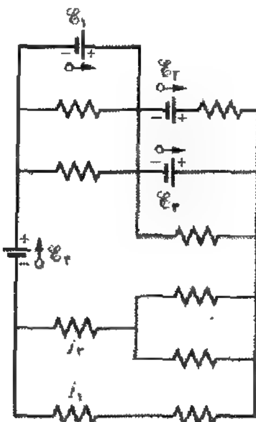
۷۹- در شکل ۲۳-۷۱، $R_1=20/0\Omega$ ، $R_2=10/0\Omega$ و emf باتری آرمانی $\mathscr{E}=120V$ است. اگر (الف) فقط کلید S_1 ، (ب) فقط کلید S_1 و S_2 و (پ) هر سه کلید، بسته شوند، جریان در نقطهٔ a چقدر است؟



شکل ۲۳-۷۱ مسئلهٔ ۷۹

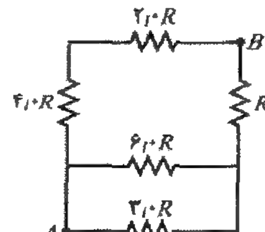
۸۰- در شکل ۲۳-۷۲، emf باتریهای آرمانی $\mathscr{E}_1=20/0V$ ، $\mathscr{E}_2=10/0V$ ، $\mathscr{E}_3=5/00V$ و $\mathscr{E}_4=5/00V$ و مقاومت هر یک

از مقاومتها برابر با $2/00\Omega$ است. (الف) اندازه و (ب) جهت (چپ یا راست) جریان i_1 و (پ) اندازه و (ت) جهت جریان i_2 چیست؟ (این را فقط با یک محاسبهٔ ذهنی می‌توان پاسخ داد.) (ث) با چه آهنگی انرژی به باتری ۴ منتقل می‌شود و آیا (ج) انرژی توسط باتری تولید می‌شود یا جذب؟



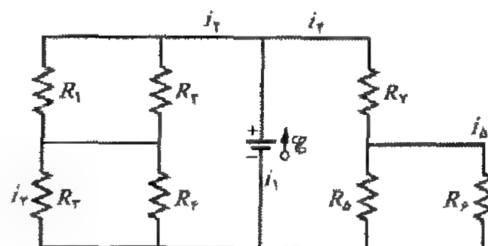
شکل ۲۳-۷۲ مسئلهٔ ۸۰

۸۱- در شکل ۲۳-۷۳، $R = 10\Omega$ است. مقاومت معادل میان نقطه‌های A و B چقدر است؟ (*راهنمایی:* اگر در ابتدا فرض کنیم که نقطه‌های A و B به یک باتری وصل شده‌اند این مدار ساده‌تر خواهد شد.)



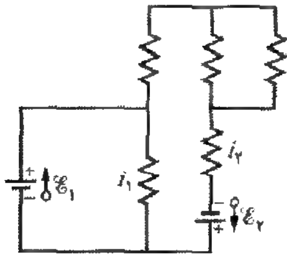
شکل ۲۳-۷۳ مسئلهٔ ۸۱

۸۲- در شکل ۲۲-۷۴، emf باتری آرمانی $\mathscr{E} = 30/0\,V$ و مقاومتها عبارت‌اند از $R_1 = R_2 = 14\Omega$، $R_3 = R_4 = R_5 = 6/0\Omega$، $R_6 = 2/0\,\Omega$ و $R_7 = 1/5\,\Omega$. جریانهای (الف) i_2، (ب) i_4، (پ) i_1، (ت) i_3 و (ث) i_5 چقدرند؟



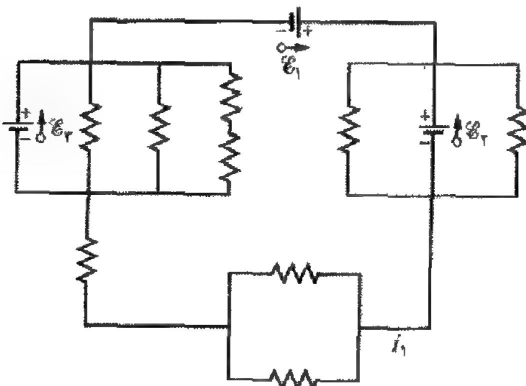
شکل ۲۳-۷۴ مسئلهٔ ۸۲

۸۳- در شکل ۲۳-۷۵، emf های باتریهای آرمانی $\mathscr{E}_1 = 12/0\,V$ و $\mathscr{E}_2 = 4/00\,V$ و اندازهٔ هر یک از مقاومتها $4/00\Omega$ است. (الف) اندازه و (ب) جهت (بالا یا پایین) i_1 چیست؟ (پ) اندازه و (ت) جهت i_2 چیست؟ (ث) آیا باتری ۱ انرژی تولید می‌کند یا جذب؟ و (ج) آهنگ انتقال انرژی آن چقدر است؟ (چ) آیا باتری ۲ انرژی تولید می‌کند یا جذب و (ح) آهنگ انتقال انرژی آن چقدر است؟



شکل ۲۳-۷۵ مسئلهٔ ۸۳

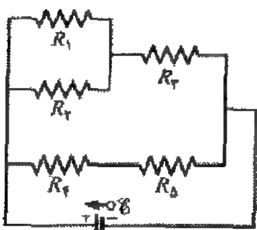
۸۴- در شکل ۲۳-۷۶، emf باتریهای آرمانی $\mathscr{E}_1 = 20/0\,V$ و $\mathscr{E}_2 = 10/0\,V$ و $\mathscr{E}_3 = 5/00\,V$ و اندازه هر یک از مقاومتها $2/00\,\Omega$ است. (الف) اندازه و (ب) جهت (چپ یا راست) جریان i_1 چیست؟ (پ) آیا باتری ۱ انرژی تولید می‌کند یا جذب، و (ت) توان آن چقدر است؟ (ث) آیا باتری ۲ انرژی تولید می‌کند یا جذب و (ج) توان آن چقدر است؟ (چ) آیا باتری ۳ انرژی تولید می‌کند یا جذب و (ح) توان آن چقدر است؟



شکل ۲۳-۷۶ مسئلهٔ ۸۴

۸۵- یک مقاومت دمایی- پایدار از یک مقاومت ساخته شده از سیلیسیوم و یک مقاومت ساخته شده از آهن تشکیل شده است که به طور متوالی به هم متصل‌اند. اگر در گسترهٔ دمایی وسیعی حول $20°\,C$ مقاومت کل 1000Ω مورد نیاز باشد، (الف) مقاومت سیلیسیومی و (ب) مقاومت آهنی چقدر است؟ (به جدول ۲۲-۱ نگاه کنید.) SSM

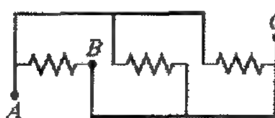
۸۶- در شکل ۲۳-۷۷، یک باتری آرمانی با $\mathscr{E} = 12/0\,V$ به شبکهٔ مقاومتهای $R_1 = 6/00\Omega$، $R_2 = 12/0\,\Omega$، $R_3 = 4/00\Omega$، $R_4 = 3/00\Omega$ و $R_5 = 5/00\Omega$ بسته شده است. اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵ چقدر است؟



شکل ۲۳-۷۷ مسئلهٔ ۸۶

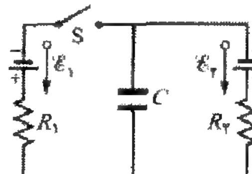
۸۷- در یک مقاومت $0/10\Omega$ که به یک باتری $1/5\,V$ متصل است، انرژی گرمایی با آهنگ $10\,W$ ظاهر می‌شود. (الف) چه اختلاف پتانسیلی باید در دوسر مقاومت برقرار باشد؟ (ب) مقاومت داخلی باتری باید چقدر باشد؟

۸۸- شکل ۲۳-۷۸ سه مقاومت ۲۰/۰ اهمی را نشان می‌دهد. مقاومت معادل میان نقطه‌های (الف) A و B، (ب) A و C و (پ) B و C را پیدا کنید. (راهنمایی: تصور کنید که به هر زوج نقطهٔ داده شده یک باتری متصل است.)



شکل ۲۳-۷۸ مسئلهٔ ۸۸

۸۹- مدار شکل ۲۳-۷۹ یک خازن، دو باتری آرمانی، دو مقاومت و یک کلید را نشان می‌دهد. در آغاز S به مدت طولانی باز است. اگر سپس این کلید به مدت طولانی بسته شود، تغییر در بار خازن چقدر می‌شود؟ فرض کنید که $C = ۳/۰ V$، $R_1 = ۰/۲۰ \Omega$ و $R_2 = ۰/۴۰ \Omega$.



شکل ۲۳-۷۹ مسئلهٔ ۸۹

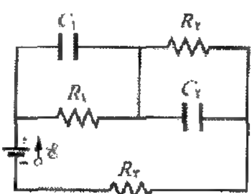
۹۰- در شکل ۲۳-۸ الف، با در نظر گرفتن مسیری که شامل R، r_1 و $\mathscr{E}_1$ است، اختلاف پتانسیل میان a و c را محاسبه کنید.

۹۱- در شکل ۲۳-۵ الف، اگر $\mathscr{E} = ۱۲V$، $R_1 = ۳/۰ \Omega$، $R_2 = ۴/۰ \Omega$ و $R_3 = ۵/۰ \Omega$ باشد، اختلاف پتانسیل دو سر R_2 را پیدا کنید.

۹۲- در شکل ۲۳-۱۴، فرض کنید که $\mathscr{E} = ۵/۰V$، $r = ۲/۰\Omega$، $R_1 = ۵/۰\Omega$ و $R_2 = ۴/۰\Omega$ است. اگر مقاومت آمپرسنج R_A برابر $۰/۱۰\Omega$ باشد، در اندازه‌گیری جریان چه درصد خطایی وارد می‌شود؟ فرض کنید که ولت سنج وجود ندارد.

۹۳- یک خط قدرت $۱۲۰ V$ با یک فیوز $۱۵A$ حفاظت می‌شود. بیشینهٔ تعداد لامپ ۵۰۰ واتی که به طور همزمان و به طور موازی در این خط می‌توانند کار کنند بدون آنکه فیوز بر اثر اضافه جریان بسوزد، چقدر است؟

۹۴- در شکل ۲۳-۸۰، $R_1 = ۵/۰۰ \Omega$، $R_2 = ۱۰/۰ \Omega$، $R_3 = ۱۵/۰ \Omega$، $C_1 = ۵/۰۰ \mu F$، $C_2 = ۱۰/۰ \mu F$ و emf باتری آرمانی $\mathscr{E} = ۲۰/۰ V$ است. با فرض اینکه مدار در حالت پایا باشد، انرژی کل ذخیره شده در دو خازن چقدر است؟



شکل ۲۳-۸۰ مسئلهٔ ۹۴

۹۵- خازن C که در ابتدا بدون بار است توسط وسیله‌ای با emf ثابت که به طور متوالی توسط مقاومت R به آن وصل شده است کاملاً باردار می‌شود. (الف) نشان دهید که انرژی ذخیره شدهٔ نهایی در خازن نصف انرژی تولید شده توسط منبع emf است. (ب) با انتگرالگیری مستقیم از i^2R روی زمان باردارشدن، نشان دهید که انرژی گرمایی مصرف شده به وسیلهٔ مقاومت نیز نصف انرژی تولید شده توسط منبع emf است. SSM

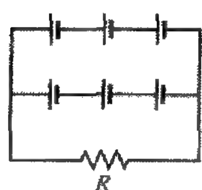
۹۶- دو مقاومت R_1 و R_2 می‌توانند به طور متوالی یا به طور موازی به باتری با emf برابر با $\mathscr{E}$ وصل شوند. می‌خواهیم آهنگ مصرف انرژی ترکیب موازی پنج برابر مقدار آن در ترکیب متوالی باشد. اگر $R_1 = ۱۰۰ \Omega$ باشد، (الف) کمترین و (ب) بیشترین دو مقدار R_2 باید چقدر باشد تا این آهنگ مصرف حاصل شود؟

۹۷- در شکل ۲۳-۶۶، emf باتری آرمانی $\mathscr{E} = ۳۰ V$، مقاومتها $R_1 = ۲۰ k\Omega$ و $R_2 = ۱۰ k\Omega$ و خازن بدون بار است. وقتی در لحظهٔ $t = ۰$ کلید بسته شود، جریان در (الف) مقاومت ۱ و (ب) مقاومت ۲ چقدر است؟ (پ) پس از زمان طولانی جریان در مقاومت ۲ چقدر است؟ SSM

۹۸- در شکل ۲۳-۴۳، $R_1 = ۱۰/۰ \Omega$، $R_2 = ۲۰/۰ \Omega$ و emf باتریهای آرمانی $\mathscr{E}_1 = ۲۰/۰ V$ و $\mathscr{E}_2 = ۵۰/۰ V$ است. به ازای چه مقدار از R_3 هیچ جریانی از باتری ۱ نمی‌گذرد؟

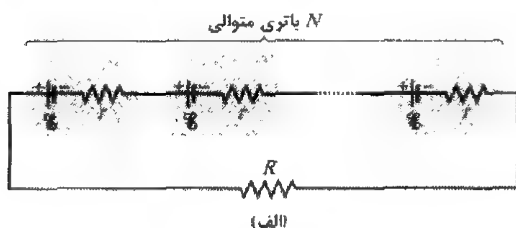
۹۹- در شکل ۲۳-۴۶، $R_1 = R_2 = ۱۰/۰ \Omega$ و emf باتری آرمانی $\mathscr{E} = ۱۲/۰ V$ است. (الف) چه مقداری از R_3 آهنگ تولید انرژی در باتری را بیشینه می‌کند و (ب) این آهنگ بیشینه چقدر است؟ SSM

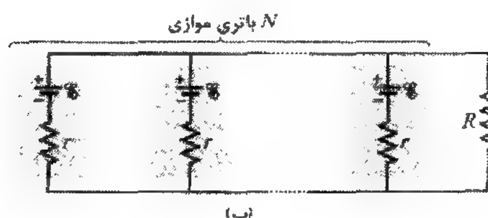
۱۰۰- emf هر یک از شش باتری واقعی شکل ۲۳-۸۱ برابر با $۲۰ V$ و مقاومت آن $۴/۰\Omega$ است. (الف) چه جریانی از مقاومت (خارجی) $R = ۴/۰\Omega$ می‌گذرد؟ (ب) اختلاف پتانسیل دو سر هر باتری چقدر است؟ (پ) توان هر باتری چقدر است؟ (ت) با چه آهنگی هر باتری انرژی را به انرژی گرمایی درونی تبدیل می‌کند؟



شکل ۲۳-۸۱ مسئلهٔ ۱۰۰

۱۰۱- فرض کنید دسته‌ای شامل N باتری مشابه با emf برابر با $\mathscr{E}$ و مقاومت درونی r، همه به طور متوالی (شکل ۲۳-۸۲ الف) یا همه به طور موازی (شکل ۲۳-۸۲ ب) بسته شده و به دو سر مقاومت R متصل‌اند. نشان دهید که اگر $R = r$ باشد هر دو آرایش در R جریان یکسانی به دست می‌دهند.



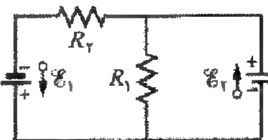


شکل ۲۳-۸۲ مسئلهٔ ۱۰۱

۱۰۲- جدول اختلاف پتانسیل الکتریکی V_T دو سر پایانه‌های یک باتری را برحسب تابعی از جریان i که از باتری کشیده می‌شود نشان می‌دهد. (الف) معادله‌ای بنویسید که رابطهٔ میان V_T و i را نشان دهد. داده‌ها را به ماشین حساب خود وارد کنید و برازش برگشتی خطی از V_T را برحسب i به دست آورید. از پارامترهای برازش (ب) emf باتری و (پ) مقاومت درونی آن را به دست آورید.

$i(A)$	۵۰/۰	۷۵/۰	۱۰۰	۱۲۵	۱۵۰	۱۷۵	۲۰۰
$V_T(V)$	۱۰/۷	۹/۰۰	۷/۷۰	۶/۰۰	۴/۸۰	۳/۰۰	۱/۷۰

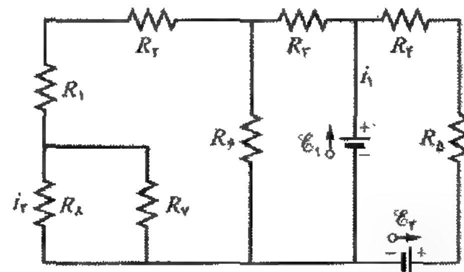
۱۰۳- در شکل ۲۳-۸۳، $\mathscr{E}_1 = ۶/۰۰\,V$، $\mathscr{E}_2 = ۱۲/۰\,V$، $R_1 = ۲۰۰\,\Omega$ و $R_2 = ۱۰۰\,\Omega$. (الف) اندازه و (ب) جهت (بالا یا پایین) جریان در مقاومت ۱، (پ) اندازه و (ت) جهت جریان در مقاومت ۲ و (ث) اندازه و (ج) جهت جریان در باتری ۲ چیست؟



شکل ۲۳-۸۳ مسئلهٔ ۱۰۳

۱۰۴- یک لامپ ۱۲۰ ولتی سه راهی که دو رشته دارد در ۱۰۰، ۲۰۰ و ۳۰۰ وات کار می‌کند. یک رشته می‌سوزد. پس از این لامپ با همان شدت (مصرف انرژی با همان آهنگ) در وضعیت کلید پایینی مانند وضعیت کلید بالا کار می‌کند ولی در وضعیت وسط کار نمی‌کند. (الف) وضعیت دو رشته نسبت به کلید سه وضعیتی چگونه است؟ مقدار مقاومتهای رشتهٔ (ب) کوچکتر و (پ) بزرگتر چقدر است؟

۱۰۵- در شکل ۲۳-۸۴، $R_1 = R_2 = ۲/۰\,\Omega$، $R_3 = ۴/۰\,\Omega$، $R_4 = ۳/۰\,\Omega$، $R_5 = ۱/۰\,\Omega$ و $R_6 = R_7 = R_8 = ۸/۰\,\Omega$ و emf باتریهای آرمانی $\mathscr{E}_1 = ۱۶V$ و $\mathscr{E}_2 = ۸/۰\,V$ است. (الف) اندازه و (ب) جهت (بالا یا پایین) جریان i_1 و (پ) اندازه و (ت) جهت جریان i_2 چیست؟ آهنگ انتقال انرژی در (ث) باتری ۱ و (ج) باتری ۲ چقدر است؟ آیا در (چ) باتری ۱ و (ح) در باتری ۲، انرژی تولید می‌شود یا جذب؟



شکل ۲۳-۸۴ مسئلهٔ ۱۰۵

۱۰۶- در شکل ۲۳-۴۶، $\mathscr{E} = ۶/۰۰V$، $R_1 = ۱۰۰\,\Omega$، $R_2 = ۳۰۰\,\Omega$ و $R_3 = ۶۰۰\,\Omega$ است. (الف) مقاومت معادل سه مقاومت، (ب) پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت ۱ و (پ) جریان در مقاومت ۳ چقدر است؟

۱۰۷- در شکل ۲۳-۴۶، emf باتری آرمانی $\mathscr{E} = ۱۲/۰\,V$ و مقدار هر مقاومت $۴/۰۰\,\Omega$ است. (الف) جریان در مقاومت ۳ و (ب) آهنگ تولید انرژی چقدر است؟

۱۰۸- خازنی با ظرفیت C_0 پس از اینکه به باتری با emf برابر با $\mathscr{E}_0$ به مدت طولانی بسته شد، در لحظهٔ $t = ۰$ از طریق مقاومت $۲۰۰۰۰۰\,\Omega$ تخلیه می‌شود. سپس اختلاف پتانسیل دو سر خازن برحسب تابعی از زمان در یک بازهٔ زمانی کوتاه اندازه‌گیری می‌شود؛ نتایج آن در زیر آمده است. (الف) معادله‌ای بنویسید که اختلاف پتانسیل دو سر خازن را برحسب زمان توصیف کند. داده‌ها را وارد ماشین حساب خود کنید و یک برازش برگشتی خطی از $\ln V_C$ برحسب t انجام دهید. از پارامترهای برازش، (ب) emf باتری یعنی $\mathscr{E}_0$ و (ب) ثابت زمانی τ را برای این مدار تعیین کنید. (ت) سرانجام مقدار C_0 را تعیین کنید.

$V_C(V)$	۹/۹	۷/۲	۵/۷	۴/۴	۳/۴	۲/۷	۲/۰
$t(s)$	۰/۲۰	۰/۴۰	۰/۶۰	۰/۸۰	۱/۰	۱/۲	۱/۴

۱۰۹- توسط یک منبع با emf برابر با $\mathscr{E}$ به یک خط انتقالی با مقاومت R توان داده می‌شود. نسبت توان مصرف شده در خط با $\mathscr{E} = ۱۱۰۰۰۰\,V$ به توان مصرف شده به ازای $\mathscr{E} = ۱۱۰\,V$ را با فرض اینکه توان داده شده در دو حالت یکسان است پیدا کنید.

۱۱۰- یک باتری با emf برابر با $\mathscr{E} = ۲/۰۰V$ و مقاومت درونی $r = ۰/۵۰۰\,\Omega$ موتوری را به حرکت درمی‌آورد. این موتور یک وزنهٔ ۲/۰۰ نیوتونی را با تندی ثابت $v = ۰/۵۰۰\,m/s$ بلند می‌کند. دو ترکیب در جریان i مدار باتری - موتور و اختلاف پتانسیل V در دو سر پایانه‌های موتور این کار را امکان‌پذیر می‌کند. از میان دو پاسخ ممکن، (الف) i بزرگتر و (ب) V متناظر و (پ) i کوچکتر و (ت) V متناظر، چقدرند؟

۱۱۱- (الف) اگر نقطه‌های a و b در شکل ۲۳-۶۱ با سیمی با مقاومت r به هم وصل شوند، نشان دهید که جریان در مدار عبارت است از

$$i = \frac{\mathscr{E}(R_s + R_x)}{(R + ۲r)(R_s + R_x) + ۲R_s R_x}$$

که در آن $\mathscr{E}$ برابر با emf باتری آرمانی و $R = R_1 = R_2$ است. فرض کنید که R_0 برابر با صفر است. (ب) آیا این فرمول با نتیجهٔ مسئله ۵۵ سازگار است؟

۲۴ میدانهای مغناطیسی



اگر در شب تاریکی در نیمهٔ عرضهای جغرافیایی بالا در بیرون باشید، ممکن است بتوانید شفق قطبی را ببینید، یک «پردهٔ» وهم آلودی از نور که از آسمان به پایین آویزان است. این پرده فقط محلی نیست؛ بلکه ممکن است ۲۰۰km ارتفاع و ۴۰۰۰km طول داشته باشد که به صورت قوسی به دور زمین کشیده شده است. با این وجود، ضخامت آن فقط حدود ۱۰۰m است.

چه چیزی باعث این چشم‌انداز عظیم شده و چه چیزی آن را این قدر نازک کرده است؟

پاسخ در همین فصل.

۱-۲۴ فیزیک چیست؟

همان‌طور که قبلاً بحث کردیم، یک هدف مهم فیزیک مطالعهٔ این است که *میدان الکتریکی* چگونه *نیروی الکتریکی* وارد بر یک ذرهٔ باردار را ایجاد می‌کند. هدف تقریباً نزدیک به آن عبارت است از مطالعهٔ چگونگی ایجاد یک *نیروی مغناطیسی* وارد بر ذرهٔ باردار (متحرک) توسط یک *میدان مغناطیسی* یا وارد بر جسم مغناطیسی مانند یک آهنربا. اگر قبلاً با یک آهنربا یادداشتی را به در یخچال متصل کرده باشید یا به طور اتفاقی یک کارت اعتباری را با نزدیک کردن به آهنربا پاک کرده باشید نشانه‌ای از اینکه میدان مغناطیسی چیست، به دست آورده‌اید. آهنربا به وسیلهٔ میدان مغناطیسی خود روی در یا کارت اعتباری اثر می‌گذارد.

کاربردهای میدانهای مغناطیسی و نیروهای مغناطیسی بی‌شمار است و هر سال به طور سریع تغییر می‌کنند. در اینجا فقط چند مثال می‌آوریم. چندین دهه صنعت سرگرمی به ضبط مغناطیسی موسیقی و تصویر روی نوارهای صوتی و تصویری وابسته بود. هر چند فناوری دیجیتالی به طور وسیعی جایگزین ضبط مغناطیسی شده است، این صنعت هنوز به آهنرباهایی که دستگاههای پخش دیسک فشردهٔ صوتی و تصویری و دیسک سخت رایانه‌ها را کنترل می‌کنند وابسته است؛ آهنرباها همچنین در گوشیها، تلویزیونها، رایانه‌ها و تلفنها کاربرد دارند. اتومبیلهای جدید به دهها آهنربا مجهزند، زیرا برای روشن شدن موتور، کنترل خودکار شیشه‌ها، کنترل سقف آفتابی و کنترل برف پاک کن به آنها نیاز دارند. بیشتر سامانه‌های هشدار ایمنی، زنگ درها و درهای خودکار از آهنرباها بهره می‌گیرند. خلاصه با آهنرباها محاصره شده‌ایم.



شکل ۲۴-۱ استفاده از یک آهنربای الکتریکی برای جمع آوری و انتقال آهن قراضه‌ها در یک کارخانهٔ فولاد.

علم میدانهای مغناطیسی فیزیک است؛ کاربرد میدانهای مغناطیسی مهندسی است. علم و کاربری با این پرسش شروع می‌شود «چه چیزی میدان مغناطیسی را ایجاد می‌کند؟»

۲-۲۴ چه چیزی میدان مغناطیسی را ایجاد می‌کند؟

چون میدان الکتریکی $\vec{E}$ توسط بار الکتریکی ایجاد می‌شود، به طور معقول می‌توان انتظار داشت که میدان مغناطیسی $\vec{B}$ توسط بار مغناطیسی ایجاد شود. اگرچه بارهای مغناطیسی مجزا (به نام *تک قطبیهای مغناطیسی*) با نظریه‌های معینی پیش‌بینی شده‌اند، ولی وجودآنها تا کنون تأیید نشده است، پس میدانهای مغناطیسی چگونه ایجاد می‌شوند؟ دو روش وجود دارد.

یک روش برای ایجاد **آهنربای الکتریکی** عبارت است از به‌کارگیری ذره‌های باردار الکتریکی متحرک، مانند جریان در یک سیم. این جریان یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند که برای مثال می‌تواند برای کنترل دیسک‌ران سخت افزاری رایانه یا جمع‌آوری آهن قراضه‌ها (شکل ۲۴-۱) مورد استفاده قرار گیرد. در فصل ۲۵ دربارهٔ میدان مغناطیسی ناشی از جریان بحث می‌کنیم.

روش دیگر برای ایجاد میدان مغناطیسی عبارت است از به‌کارگیری ذره‌های بنیادی مانند الکترونها، چون این ذره‌ها دارای میدان مغناطیسی *ذاتی* در اطراف خود هستند. یعنی، میدان مغناطیسی یک مشخصهٔ اصلی چنین ذره‌هایی محسوب می‌شود درست مانند جرم و بار الکتریکی (یا نبود بار الکتریکی) که *مشخصه‌های اصلی* هستند. همان‌طور که در فصل ۲۸ بحث می‌کنیم، میدانهای مغناطیسی الکترونها در مواد معینی به هم افزوده می‌شوند تا یک میدان مغناطیسی خالص در اطراف ماده به دست آید. چنین افزایشی دلیلی بر این است که چرا یک **آهنربای دائمی** از نوعی که برای آویزان کردن یادداشت به در یخچال به کار می‌رود دارای میدان مغناطیسی دائمی است. در مواد دیگر، میدانهای مغناطیسی الکترونها یکدیگر را خنثی می‌کنند، و هیچ میدان مغناطیسی خالصی در اطراف ماده وجود ندارد. به دلیل این خنثی کردن است که بدن انسان در اطراف خود میدان مغناطیسی دائمی ندارد، البته این خوب است چون اگر چنین نبود هر وقت از کنار در یخچال می‌گذشتیم به طرف آن کشیده می‌شدیم.

اولین کار ما در این فصل این است که میدان مغناطیسی $\vec{B}$ را تعریف کنیم. این کار را با استفاده از این واقعیت تجربی که هرگاه یک ذرهٔ باردار در میدان مغناطیسی حرکت کند، یک نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ بر آن ذره وارد می‌شود، انجام می‌دهیم.

۲۴-۳ تعریف $\vec{B}$

میدان الکتریکی $\vec{E}$ در یک نقطه را با قراردادن ذرهٔ آزمون با بار q به حالت سکون در آن نقطه و اندازه‌گیری نیروی الکتریکی $\vec{F}_E$ که بر آن وارد می‌شود معین کردیم. بنابراین، $\vec{E}$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q} \tag{۲۴-۱}$$

اگر تک قطبی مغناطیسی وجود داشته باشد، می‌توانیم $\vec{B}$ را به همین روش تعریف کنیم. ولی چون چنین ذره‌هایی پیدا نشده‌اند، $\vec{B}$ را باید با روش دیگری یعنی برحسب نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ وارد بر ذرهٔ آزمون باردار الکتریکی متحرک تعریف کنیم.

در اصل، برای این کار یک ذرهٔ باردار را به نقطه‌ای که می‌خواهیم $\vec{B}$ را تعریف کنیم پرتاب می‌کنیم، و جهتها و تندیهای ذره را تغییر می‌دهیم و نیروی $\vec{F}_B$ وارد بر ذره در آن نقطه را تعیین می‌کنیم. پس از چند آزمایش از این قبیل، معلوم خواهد شد که هرگاه سرعت $\vec{v}$ ذره در راستای محور خاصی باشد که از آن نقطه می‌گذرد، نیروی $\vec{F}_B$ صفر خواهد بود. در مورد همهٔ جهتهای دیگر $\vec{v}$، بزرگی $\vec{F}_B$ همیشه با $V\sin\phi$ متناسب است، که در آن ϕ زاویهٔ بین محور نیروی صفر و جهت $\vec{v}$ است. افزون بر این، جهت $\vec{F}_B$ همیشه بر جهت $\vec{v}$ عمود است. (اینها نشان می‌دهند که پای یک ضرب برداری در میان است.)

حال **میدان مغناطیسی** $\vec{B}$ را به صورت کمیتی برداری که در راستای محور نیروی صفر قرار دارد تعریف می‌کنیم. پس از آن بزرگی $\vec{F}_B$ را در وقتی که $\vec{v}$ در راستای عمود بر آن محور باشد اندازه‌گیری کرده و بزرگی $\vec{B}$ را بر حسب بزرگی این نیرو تعریف می‌کنیم:

$$B=\frac{F_B}{|q|v}$$

که در آن q بار ذره است.

همهٔ این نتایج را می‌توان در معادلهٔ برداری زیر خلاصه کرد:

$$\vec{F}_B=q\vec{v}\times\vec{B} \tag{۲۴-۲}$$

یعنی، نیروی $\vec{F}_B$ وارد بر ذره برابر است با حاصلضرب بار q در ضرب برداری سرعت $\vec{v}$ ذره و میدان $\vec{B}$ (همهٔ اینها در یک چارچوب مرجع اندازه‌گیری می‌شوند). با استفاده از معادلهٔ ۳-۲۷ در مورد ضرب برداری، می‌توان بزرگی $\vec{F}_B$ را به صورت زیر نوشت

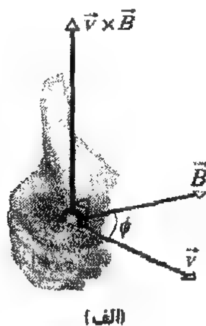
$$F_B=|q|\,vB\sin\phi \tag{۲۴-۳}$$

که در آن ϕ زاویهٔ بین جهتهای سرعت $\vec{v}$ و میدان مغناطیسی $\vec{B}$ است.

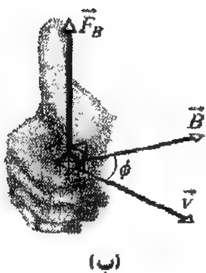
تعیین نیروی مغناطیسی وارد بر یک ذره

از معادلهٔ ۲۴-۳ معلوم است که بزرگی نیروی $\vec{F}_B$ که بر ذره‌ای در یک میدان مغناطیسی اثر می‌کند متناسب با بار q و تندی v ذره است. بنابراین، اگر بار صفر یا ذره در حال سکون باشد، نیروی وارد بر ذره صفر است. از معادلهٔ ۲۴-۳ هم‌چنین پیداست که هرگاه $\vec{v}$ و B با هم موازی $(\phi=0°)$ یا پاد موازی $(\phi=180°)$ باشند، نیرو برابر با صفر و هرگاه $\vec{v}$ و $\vec{B}$ بر یکدیگر عمود باشند نیرو بیشینه است.

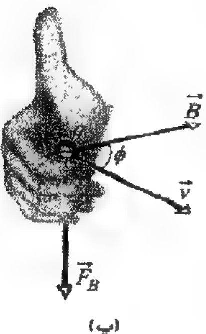
معادلهٔ ۲۴-۲ همه این نتایج به اضافهٔ جهت $\vec{F}_B$ را به دست می‌دهد. از بخش ۳-۸، می‌دانیم که حاصلضرب برداری $\vec{v}\times\vec{B}$ در معادلهٔ ۲۴-۲ برداری است که بر دو بردار $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عمود است. قانون دست راست (شکل ۲۴-۲ الف) حاکی از آن است که وقتی انگشتها از $\vec{v}$ به سمت $\vec{B}$ خم شوند، شست دست



(الف)



(ب)



(پ)

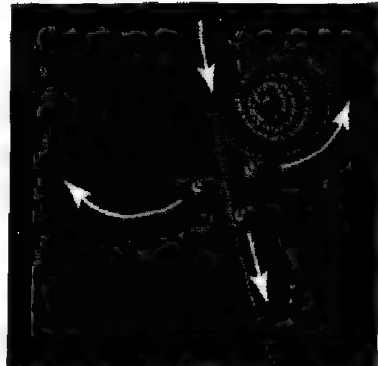
شکل ۲۴-۲ (الف) قانون دست راست (که در آن $\vec{v}$ با زاویهٔ کوچکتر ϕ بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$، به سمت B خم می‌شود) جهت $v\times\vec{B}$ را در جهت انگشت شست به دست می‌دهد. (ب) اگر q مثبت باشد، آنگاه جهت $\vec{F}_B$ در جهت $q\vec{v}\times\vec{B}$ خواهد بود. (پ) اگر q منفی باشد، آنگاه $\vec{F}_B$ در خلاف جهت $\vec{v}\times\vec{B}$ خواهد بود.

راست در جهت $\vec{v}\times\vec{B}$ خواهد بود. اگر q مثبت باشد، آنگاه (مطابق با معادلهٔ ۲۴-۲) نیروی $\vec{F}_B$ همان علامت $\vec{v}\times\vec{B}$ را دارد و در نتیجه باید در همان جهت باشد: یعنی در مورد q مثبت، $\vec{F}_B$ در جهت انگشت شست است، (شکل ۲۴-۲ ب). اگر q منفی باشد، آنگاه نیروی $\vec{F}_B$ و حاصلضرب برداری $\vec{v}\times\vec{B}$ دارای علامت مخالف یکدیگرند و در نتیجه باید در جهت عکس یکدیگر باشند. در مورد q منفی، $\vec{F}_B$ در خلاف جهت انگشت شست است، (شکل ۲۴-۲ پ).

در هر حال، بدون توجه به علامت بار الکتریکی،

> نیروی $\vec{F}_B$ وارد بر ذرهٔ باردار که با سرعت $\vec{v}$ در یک میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در حال حرکت است همواره بر $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عمود است.

بنابراین، $\vec{F}_B$ هرگز مؤلفه‌ای موازی با $\vec{v}$ ندارد. این بدان معناست که $\vec{F}_B$ نمی‌تواند تندی v ذره را تغییر دهد (و بنابراین، نمی‌تواند انرژی جنبشی ذره را تغییر دهد). این نیرو فقط می‌تواند جهت $\vec{v}$ (و بنابراین، جهت حرکت) را تغییر دهد؛ به این ترتیب $\vec{F}_B$ فقط می‌تواند به ذره شتاب دهد.



شکل ۲۴-۳ مسیر دو الکترون (e^-) و یک پوزیترون (e^+) در اتاقک حباب واقع در میدان مغناطیسی یکنواخت که به طرف خارج از صفحه کاغذ است

جدول ۲۴-۱

چند میدان مغناطیسی تقریبی

در سطح یک ستارهٔ نوترونی	10^{8} T
در نزدیکی یک آهنربای الکتریکی بزرگ	۱/۵T
در نزدیکی آهنربای میله‌ای کوچک	10^{-2} T
در سطح زمین	10^{-4} T
در فضای بین ستاره‌ای	10^{-10} T
کوچکترین مقدار در اتاقی که به طور مغناطیسی حفاظت شده است	10^{-14} T

برای اینکه درک خود را از معادلهٔ ۲۴-۲ افزایش دهیم، شکل ۲۴-۳ را در نظر می‌گیریم، که ردهای بر جای ماندهٔ ذره‌های باردار را که به سرعت در *اتاقک حباب* حرکت کرده‌اند نشان می‌دهد. این اتاقک که با هیدروژن مایع پر شده در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قوی که به طرف خارج از سطح شکل است، قرار دارد. یک ذرهٔ گامای فرودی- که به دلیل نداشتن بار ردی ندارد- با خارج کردن یک الکترون از اتم هیدروژن (رد طویلی که با $\bar{e}$ نشان داده شده است) به یک الکترون (رد مارپیچ نشان داده شده با $\bar{e}$) و یک پوزیترون (رد نشان داده شده با e^+) تبدیل شده است. با معادلهٔ ۲۴-۲ و شکل ۲۴-۲ بررسی کنید که هر سه رد حاصل از این دو ذرهٔ منفی و یک ذرهٔ مثبت در جهتهای مناسب خم می‌شوند.

یکای SI میدان $\vec{B}$ از معادله‌های ۲۴-۲ و ۲۴-۳ به دست می‌آید و عبارت است از نیوتون بر کولن- متر بر ثانیه. بنابر قرارداد این یکا را **تسلا** (T) می‌نامند:

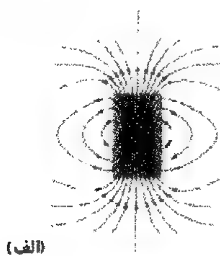
$$1\ \text{تسلا} = 1\ \text{T} = \frac{\text{نیوتون}}{(\text{کولن})\ (\text{متر/ثانیه})}$$

به یاد آورید که یک کولن بر ثانیه همان آمپر است، پس داریم

$$1\ \text{T} = 1\frac{\text{نیوتون}}{(\text{کولن/ثانیه})\ (\text{متر})} = 1\frac{\text{N}}{\text{A.m}} \qquad (۲۴\text{-}۴)$$

یکای قبلی $\vec{B}$ (غیر SI) که هنوز هم استفاده می‌شود، *گاوس* (G) است و داریم

$$1\ \text{تسلا} = 10^{4}\ \text{گاوس} \qquad (۲۴\text{-}۵)$$



(الف)

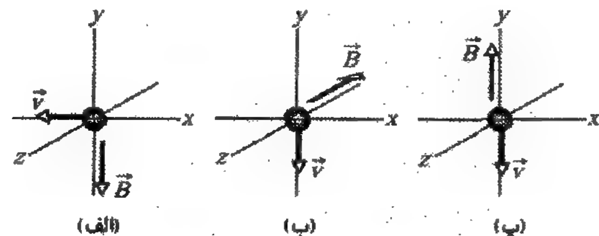


(ب)

شکل ۲۴-۴ (الف) خطهای میدان مغناطیسی یک آهنربای میله‌ای. (ب) یک «آهنربای گاوی»- یک آهنربای میله‌ای که داخل شکمبه گاو سُر داده می‌شود تا از رسیدن خرده قراضهٔ آهنهایی که به طور اتفاقی بلعیده شده‌اند به روده گاو جلوگیری کند. براده آهنهای موجود در دو انتهای آن خطهای میدان مغناطیسی را آشکار می‌کنند.

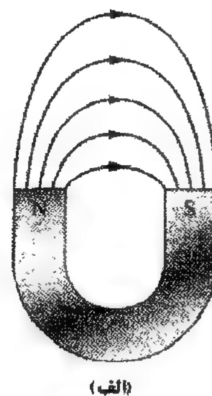
در جدول ۲۴-۱ میدان به وجود آمده در چند وضعیت فهرست شده‌اند. توجه کنید که میدان مغناطیسی زمین در نزدیکی سطح زمین تقریباً 10^{-4}T (=۱۰۰μT یا 1G) است.

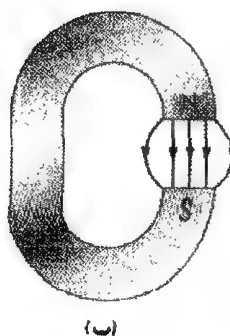
✔ نکتهٔ وارسی ۱ شکل سه وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها ذرهٔ بارداری با سرعت $\vec{v}$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ حرکت می‌کند. در هر وضعیت، جهت نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ وارد بر ذره چگونه است؟



خطهای میدان مغناطیسی

همان‌طور که برای میدان الکتریکی انجام دادیم، می‌توانیم میدان مغناطیسی را نیز با خطهای میدان نمایش دهیم. در اینجا نیز قاعده‌های مشابهی اعمال می‌شوند: (۱) راستای مماس بر خط میدان مغناطیسی در هر نقطه راستای $\vec{B}$ را در آن نقطه به دست می‌دهد، و (۲) فاصلهٔ میان خطها بیانگر بزرگی $\vec{B}$ است. جایی که خطها به هم نزدیکترند، میدان مغناطیسی قویتر است و بر عکس.





شکل ۲۴-۵ (الف) یک آهنربای نعلی شکل و (ب) یک آهنربای C شکل (فقط تعدادی از خطهای میدان خارجی نشان داده شده است.)

شکل ۲۴-۴ الف نشان می‌دهد که چطور میدان مغناطیسی در مجاورت یک میلهٔ مغناطیسی (آهنربای دائمی به شکل میله) می‌توانند به وسیلهٔ خطهای میدان نمایش داده شود. تمام خطها از آهنربا می‌گذرند، و حلقه‌های بسته‌ای را تشکیل می‌دهند (حتی آنها که در شکل بسته نشان داده نشده‌اند.) اثرهای مغناطیسی خارجی یک آهنربای میله‌ای در مجاورت دو سر آن قویترین مقدار را دارد، جایی که خطهای میدان کمترین فاصله را دارند. بنابراین، میدان مغناطیسی آهنربای میله‌ای در شکل ۲۴-۴ ب، براده‌های آهن را به طور عمده نزدیک دو سر آهنربا جمع می‌کند.

خطهای (بسته) مغناطیسی از یک طرف وارد آهنربا و از یک طرف خارج می‌شوند. آن طرف که خطهای میدان از آن خارج می‌شوند *قطب شمال* آهنربا، و طرف دیگر که خطهای میدان وارد می‌شوند، *قطب جنوب* آهنربا نامیده می‌شود. چون یک آهنربا دو قطب دارد، به آن **دوقطبی مغناطیسی** می‌گویند. آهنرباهایی که برای نگه داشتن یادداشت روی یخچال به کار می‌روند میله‌های مغناطیسی کوتاهی هستند. شکل ۲۴-۵ دو شکل متداول دیگر آهنرباها را نشان می‌دهد: یک *آهنربای نعلی شکل* و دیگری آهنربایی که آن را به صورت C خم کرده‌اند به طوری که *وجه‌های دو قطب* در مقابل یکدیگر قرار گرفته‌اند. (پس میدان مغناطیسی بین وجه‌های قطبها تقریباً یکنواخت است.) بدون توجه به شکل آهنرباها، اگر دو آهنربا را در مجاورت یکدیگر قرار دهیم درمی‌یابیم که:

> ☜ **قطب‌های ناهمنام مغناطیسی یکدیگر را می‌ربایند و قطبهای مغناطیسی همنام یکدیگر را می‌رانند.**

زمین یک میدان مغناطیسی دارد که با سازوکاری که هنوز ناشناخته است در هستهٔ آن تولید می‌شود. در سطح زمین می‌توانیم به وسیلهٔ یک قطب نما که در اصل یک آهنربای میله‌ای باریک است که روی تکیه‌گاه کم اصطکاکی قرار دارد، میدان مغناطیسی را آشکار کنیم. این آهنربای میله‌ای، یا این سوزن، به این دلیل می‌چرخد، چون سر قطب شمال آن به طرف ناحیهٔ شمالگان زمین جذب می‌شود. بنابراین، قطب جنوب میدان مغناطیسی زمین باید به طرف ناحیهٔ شمالگان واقع باشد. در این صورت به طور منطقی باید قطبی را که در آنجاست قطب جنوب بنامیم. با وجود این، چون آن جهت را شمال می‌نامیم، مجبوریم بگوییم که زمین دارای *قطب شمال ژئومغناطیسی* در آن جهت است.

با اندازه‌گیریهای خیلی دقیق درمی‌یابیم که در نیمکرهٔ شمالی، خطهای میدان مغناطیسی زمین به طور کلی به سمت پایین به داخل زمین و به طرف ناحیهٔ شمالگان است. در نیمکرهٔ جنوبی آنها به طور کلی به سمت بالا از زمین خارج و از ناحیهٔ جنوبگان یعنی، *قطب جنوب ژئومغناطیسی* زمین دور می‌شوند.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۴-۱

میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی ۱/۲mT به طور عمود به سمت بالا در حجم یک اتاقک آزمایشگاهی برقرار است. پروتونی با انرژی جنبشی ۵/۳ MeV وارد اتاقک می‌شود و به طور افقی از جنوب به شمال حرکت می‌کند. وقتی پروتون وارد اتاقک می‌شود، نیروی مغناطیسی منحرف کنندهٔ وارد بر آن چقدر است؟ جرم پروتون $1/67\times10^{-27}$kg است. (از میدان مغناطیسی زمین چشمپوشی کنید.)

نکته‌های کلیدی چون پروتون باردار است و در میدان مغناطیسی حرکت می‌کند، یک نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ بر آن اثر خواهد کرد. چون جهت اولیهٔ سرعت پروتون در راستای یک خط میدان مغناطیسی نیست، $\vec{F}_B$ به سادگی برابر صفر نیست.

بزرگی. برای یافتن بزرگی $\vec{F}_B$، از معادلهٔ ۲۴-۳ ($F_B=|q|vB\sin\phi$) استفاده می‌کنیم، مشروط بر آنکه اول تندی v پروتون را به دست آوریم. v را از انرژی جنبشی داده شده پیدا می‌کنیم، چون $K=\frac{1}{2}mv^2$ است. از حل آن برای v، خواهیم داشت

$$v=\sqrt{\frac{2K}{m}}=\sqrt{\frac{(2)(5/3\ \text{MeV})(1/60\times10^{-13}\ \text{J/MeV})}{1/67\times10^{-27}\ \text{kg}}}$$
$$=3/2\times10^{7}\ \text{m/s}$$

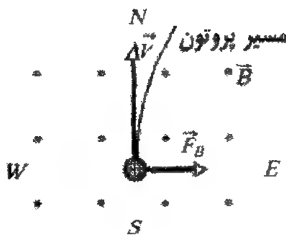
سپس از معادلهٔ ۲۴-۳ داریم

$$F_B=|q|vB\sin\phi$$
$$=(1/60\times10^{-19}\text{C})(3/2\times10^{7}\ \text{m/s})\times(1/2\times10^{-3}\ \text{T})(\sin90°)$$
$$=6/1\times10^{-15}\ \text{N}\qquad\text{(پاسخ)}$$

شاید به نظر برسد که این نیروی کوچکی است، ولی این نیرو بر ذره‌ای به جرم کوچک وارد می‌شود، که شتاب زیادی را ایجاد می‌کند: یعنی،

$$a=\frac{F_B}{m}=\frac{6/1\times10^{-15}\ \text{N}}{1/67\times10^{-27}\ \text{kg}}=3/7\times10^{12}\ \text{m/s}^2$$

جهت. برای پیداکردن جهت $\vec{F}_B$، از این **واقعیت** که $\vec{F}_B$ در جهت $q\vec{v}\times\vec{B}$ قرار دارد استفاده می‌کنیم. چون بار q مثبت است، $\vec{F}_B$ باید در همان جهت $\vec{v}\times\vec{B}$ باشد، که با قاعدهٔ دست راست برای ضرب برداری تعیین می‌شود (مانند شکل ۲۴-۲ ب). می‌دانیم که $\vec{v}$ به طور افقی در جهت جنوب به شمال و $\vec{B}$ به طور قائم به سوی بالاست. قاعدهٔ دست راست نشان می‌دهد که نیروی منحرف کننده $\vec{F}_B$ همان‌طور که شکل ۲۴-۶ نشان می‌دهد، به طور افقی از غرب به شرق است. (آرایه‌ای از نقطه‌ها در شکل نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی به طرف خارج صفحهٔ شکل است. آرایه‌ای از ×ها نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی به طرف داخل صفحهٔ شکل است.)



شکل ۲۴-۶ نمای از بالای پروتونی که از جنوب به شمال با سرعت $\vec{v}$ در اتاقک حرکت می‌کند. میدان مغناطیسی در اتاقک همان‌طور که توسط آرایه‌ای از نقطه‌ها نشان داده شده است (و شبیه نوک پیکانهاست) به طور عمود به سمت بالاست. پروتون به طرف شرق منحرف شده است.

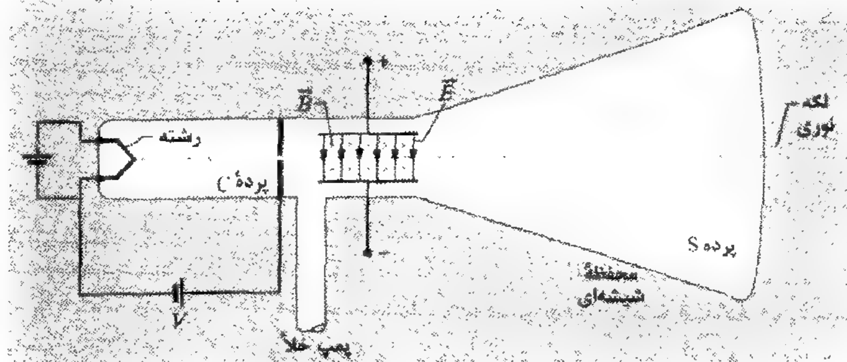
اگر بار ذره منفی باشد، نیروی مغناطیسی منحرف کننده در جهت مخالف خواهد بود، یعنی به طور افقی از شرق به غرب. اگر مقدار منفی برای q قرار دهیم، این به طور خودکار توسط معادلهٔ ۲۴-۲ پیش‌بینی شده است.

۲۴-۴ میدانهای عمود برهم: کشف الکترون

هم میدان الکتریکی $\vec{E}$ و هم میدان مغناطیسی $\vec{B}$ می‌توانند نیرویی بر یک ذره باردار وارد کنند. هرگاه دو میدان بر یکدیگر عمود باشند، آنها را *میدانهای چلیپایی* نیز می‌نامند. در اینجا بررسی می‌کنیم که وقتی ذره‌های بارداری، مانند الکترونها، در میدانهای عمود بر هم حرکت کنند چه پیش می‌آید. به عنوان مثال تجربه‌ای را که در سال ۱۸۹۷/۱۲۷۶ توسط جی.جی. تامسون[1] در دانشگاه کمبریج به کشف الکترون انجامید در نظر می‌گیریم.

شکل ۲۴-۷ صورت ساده شدهٔ یک دستگاه تجربی امروزی تامسون را نشان می‌دهد - یک *لامپ پرتوکاتودی* (که مشابه لامپ تصویر در تلویزیونهای معمولی است). ذره‌های باردار (که اکنون آنها را به عنوان الکترون می‌شناسیم) توسط یک رشتهٔ داغ در قسمت انتهایی لامپ تخلیه شده گسیل می‌شوند و به وسیلهٔ اختلاف پتانسیل V شتاب می‌گیرند. پس از اینکه آنها از شکافی در پردهٔ C عبور کردند، باریکهٔ نازکی را تشکیل می‌دهند. سپس آنها از ناحیهٔ میدانهای عمود بر هم $\vec{E}$ و $\vec{B}$ عبور می‌کنند و به طرف پردهٔ فلورسان S می‌روند و در آنجا یک لکهٔ نوری ایجاد می‌کنند (روی پردهٔ تلویزیون لکه قسمتی از تصویر است). نیروهای وارد بر ذره‌های باردار در ناحیهٔ میدانهای عمود بر هم می‌توانند آنها را از مرکز پرده منحرف کنند. با تنظیم بزرگی و جهت میدانها، تامسون توانست جای لکهٔ نوری به وجود آمده روی پرده را تنظیم کند. به یاد بیاورید که نیروی وارد بر یک ذرهٔ باردار منفی از طرف میدان الکتریکی در خلاف جهت میدان است. بنابراین، در مورد ترتیب شکل ۲۴-۷، به الکترونها نیرویی به سمت بالای صفحه توسط میدان الکتریکی E و نیرویی به سمت پایین صفحه توسط میدان مغناطیسی B وارد می‌شود؛

1. J.J. Thomson



شکل ۲۴-۷ نوع امروزی از دستگاه جی.جی. تامسون برای اندازه‌گیری نسبت جرم به بار الکترون. میدان الکتریکی $\vec{E}$ با اتصال باتری به پایانه‌های صفحهٔ منحرف کننده برقرار می‌شود. میدان مغناطیسی $\vec{B}$ توسط جریان در مجموعه‌ای از پیچه‌ها (نشان داده نشده است) به وجود می‌آید. میدان مغناطیسی نشان داده شده به سمت داخل صفحهٔ شکل است که با آرایه‌ای از ×ها (شبیه به انتهای پردار یک پیکان نمایش داده شده است.)

یعنی این نیروها متقابل‌اند. روش تامسون با مرحله‌های زیر معادل است.

۱. قرار می‌دهیم $E=0$ و $B=0$ و وضعیت لکه را روی پردهٔ S ناشی از باریکه منحرف نشده در نظر می‌گیریم.
۲. میدان $\vec{E}$ را برقرار می‌کنیم و انحراف حاصل از باریکه را اندازه می‌گیریم.
۳. با حفظ میدان $\vec{E}$، اکنون $\vec{B}$ را برقرار می‌کنیم و مقدار آن را چنان تنظیم می‌کنیم تا باریکه به وضع منحرف نشده برگردد. (با نیروهای متقابل می‌توان آنها را خنثی کرد).

انحراف یک ذرهٔ باردار در میدان الکتریکی $\vec{E}$ بین دو صفحه (در اینجا مرحلهٔ ۲) را در مسئلهٔ نمونهٔ ۱۸-۴ بررسی کردیم. دیدیم که انحراف ذره در انتهای صفحه‌ها برابر است با

$$y=\frac{|q|EL^2}{2mv^2} \qquad (۲۴-۶)$$

که در آن v تندی ذره، m جرم و q بار آن و L طول صفحه‌هاست. می‌توان همین معادله را برای باریکهٔ الکترونهای شکل ۲۴-۷ به کار برد؛ اگر نیاز باشد می‌توان انحراف را با اندازه‌گیری انحراف باریکه روی صفحهٔ S محاسبه کرد و سپس انحراف y را در انتهای صفحه‌ها به دست آورد. (چون جهت انحراف با علامت ذره مشخص می‌شود، تامسون توانست نشان دهد که ذره‌هایی که پرده را روشن می‌کنند بار منفی دارند.)

هرگاه دو میدان در شکل ۲۴-۷ به گونه‌ای تنظیم شوند که دو نیروی منحرف کننده خنثی شوند (مرحلهٔ ۳)، از معادله‌های ۲۴-۱ و ۲۴-۳ خواهیم داشت

$$|q|E=|q|vB\sin(90°)=|q|vB$$

یا

$$v=\frac{E}{B} \qquad (۲۴-۷)$$

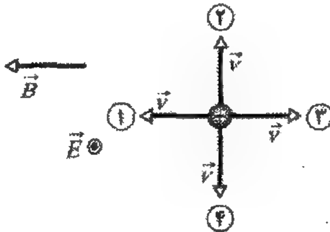
بنابراین، میدانهای عمود بر هم امکان می‌دهند که تندی ذره‌های بارداری را که از میان آنها می‌گذرند به دست آوریم. با قراردادن معادلهٔ ۲۴-۷ به جای v در معادلهٔ ۲۴-۶ و مرتب کردن آن خواهیم داشت

$$\frac{m}{|q|}=\frac{B^2L^2}{2yE} \qquad (۲۴-۸)$$

که در آن تمام کمیتهای سمت راست می‌توانند اندازه‌گیری شوند. بنابراین، میدانهای عمود بر هم امکان می‌دهند تا نسبت $m/|q|$ ذره‌هایی را که از دستگاه تامسون می‌گذرند اندازه‌گیری کنیم.

تامسون مدعی بود که این ذره‌ها در همهٔ موارد یافت می‌شوند. او همچنین بر این باور بود که آنها با ضریب ۱۰۰۰ از سبکترین اتم شناخته شده (هیدروژن) سبکترند. (بعداً ثابت شد که نسبت دقیق ۱۸۳۶/۱۵ است.) اندازه‌گیری $m/|q|$ توسط او، همراه با جسارت او در دو ادعایش به عنوان «کشف الکترون» به حساب می‌آید.

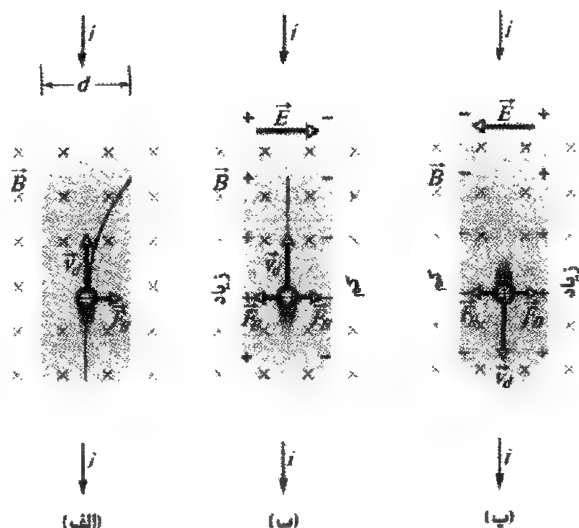
✔ **نکتهٔ وارسی ۲** شکل چهار جهت را برای بردار سرعت $\vec{v}$ یک ذرهٔ باردار مثبت که در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ (به سمت خارج صفحه که با یک نقطه دایره‌ای نمایش داده شده‌است) و میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ حرکت می‌کند نشان می‌دهد. (الف) جهتهای ۱، ۲ و ۳ را به ترتیب بزرگی نیروی خالص وارد بر ذره مرتب کنید. (ب) از این چهار جهت کدامیک به نیروی خالص صفر می‌انجامد؟



۲۴-۵ میدانهای عمود بر هم: اثر هال

همان‌طور که بحث کردیم، باریکه‌ای از الکترونها می‌توانند در خلأ توسط میدان مغناطیسی منحرف شوند. آیا الکترونهای رسانش رانشی در یک سیم مسی نیز می‌توانند توسط میدان مغناطیسی منحرف شوند؟ در سال ۱۸۷۹/۱۲۵۸ ادوین اچ. هال[1]، که در آن سال یک دانشجوی ۲۴ سالهٔ دانشگاه جان هاپکینز بود، نشان داد که آنها می‌توانند منحرف شوند. این **اثر هال** امکان می‌دهد که دریابیم آیا حاملهای بار در رسانا بار مثبت دارند یا منفی. علاوه بر آن، می‌توانیم تعداد چنین حاملهایی را در واحد حجم رسانا اندازه‌گیری کنیم.

1 . Edwin H.Hall



شکل ۲۴–۸ یک نوار مسی که حامل جریان i است در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ قرار داده شده است. (الف) وضعیت بلافاصله پس از برقراری میدان مغناطیسی. مسیر خمیده‌ای که توسط الکترون طی می‌شود نشان داده شده است. (ب) وضعیت موقع تعادل که به سرعت پیش می‌آید. توجه کنید که بارهای منفی در سمت راست نوار انباشته می‌شوند و بارهای مثبت خنثی نشده‌ای را در سمت چپ باقی می‌گذارند. بنابراین، سمت چپ نسبت به سمت راست پتانسیل بالاتری دارد. (پ) برای همان جهت جریان، اگر حاملهای بار به طور مثبت باردار باشند، آنها در سمت راست انباشته می‌شوند و سمت راست در پتانسیل بالاتری خواهد بود.

شکل ۲۴–۸ الف یک نوار مسی به پهنای d را نشان می‌دهد که حامل جریان i است و جهت قراردادی آن از بالای شکل به پایین آن اختیار شده است. این حاملهای بار الکترونها هستند و همان‌طور که می‌دانیم، در جهت مخالف از پایین به بالا (با تندی رانشی v_d) سوق داده می‌شوند. در لحظهٔ نشان داده شده در شکل ۲۴–۸ الف، یک میدان مغناطیسی خارجی به سمت داخل صفحهٔ شکل برقرار شده است. از معادلهٔ ۲۴–۲ می‌بینیم که نیروی مغناطیسی منحرف کنندهٔ $\vec{F}_B$ بر هر الکترون رانشی وارد می‌شود و آن را به طرف لبهٔ راست نوار هل می‌دهد.

با گذشت زمان، الکترونها به سمت راست حرکت می‌کنند و بیشتر آنها در روی لبهٔ سمت راست نوار انباشته می‌شوند، و بارهای مثبت خنثی نشده‌ای در محلهای معینی در لبهٔ سمت چپ باقی می‌مانند. جدایی بارهای مثبت و منفی در نوار یک میدان الکتریکی $\vec{E}$ ایجاد می‌کنند، که در شکل ۲۴–۸ ب از سمت چپ به سمت راست است. این میدان نیروی الکتریکی $\vec{F}_E$ بر هر الکترون وارد می‌کند که می‌خواهد آن را به سمت چپ هل دهد.

تعادل به سرعت برقرار می‌شود که در آن نیروی الکتریکی روی هر الکترون تا وقتی افزایش می‌یابد تا اینکه درست نیروی مغناطیسی را خنثی کند. وقتی این رخ می‌دهد، همان‌طور که شکل ۲۴–۸ ب نشان می‌دهد، نیروی ناشی از $\vec{B}$ و نیروی ناشی از $\vec{E}$ در توازن خواهند بود. سپس الکترونهای رانشی در امتداد نوار با سرعت $\vec{v}_d$ به طرف بالای صفحه حرکت می‌کنند بدون آنکه الکترونها در لبهٔ سمت راست نوار تجمع کنند و از این رو میدان الکتریکی $\vec{E}$ افزایش بیشتری نمی‌یابد.

اختلاف پتانسیل هال V به میدان الکتریکی در دو سر نوار به پهنای d مربوط است. از معادلهٔ ۲۰–۴۲، بزرگی این اختلاف پتانسیل عبارت است از

$$V = Ed \qquad (۹–۲۴)$$

با اتصال یک ولت‌سنج به پهنای نوار، می‌توان اختلاف پتانسیل بین دو لبهٔ نوار را اندازه‌گیری کرد. افزون بر این، ولت‌سنج نشان می‌دهد که کدام لبه در پتانسیل بیشتری است. در مورد وضعیت شکل ۲۴–۸ ب، درمی‌یابیم که لبهٔ سمت چپ در پتانسیل بالاتری قرار دارد، که با این فرض که حاملهای بار به طور منفی بار دارند مطابقت دارد.

یک لحظه فرض مخالفی را در نظر می‌گیریم، و آن اینکه حاملهای بار در جریان i بار مثبت داشته باشند (شکل ۲۴–۸ پ). متقاعد شوید که وقتی این حاملهای بار از بالای نوار به پایین آن می‌روند، توسط نیروی $\vec{F}_B$ به لبهٔ راست هل داده می‌شوند و بنابراین، پتانسیل لبهٔ *راست* بالاتر خواهد بود. چون بیان آخر با چیزی که ولت‌سنج نشان می‌دهد مغایر است، پس حاملهای بار باید بار منفی داشته باشند.

اکنون از نظر کمی بحث را دنبال می‌کنیم. وقتی نیروهای الکتریکی و مغناطیسی در حالت موازنه هستند (شکل ۲۴–۸ ب)، از معادله‌های ۲۴–۱ و ۲۴–۳ خواهیم داشت

$$eE = ev_d B \qquad (۱۰–۲۴)$$

از معادلهٔ ۲۲–۷، تندی رانشی v_d عبارت است از

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{i}{neA} \qquad (۱۱–۲۴)$$

که در آن $J(=i/A)$ چگالی جریان در نوار، A مساحت مقطع نوار، و n *چگالی عددی* حاملهای بار (تعداد بریکای حجم آنها) است.

در معادلهٔ ۲۴–۱۰ با قرار دادن E از معادلهٔ ۲۴–۹ و نیز قرار دادن v_d از معادلهٔ ۲۴–۱۱، خواهیم داشت

$$n = Bi/vle \qquad (۱۲–۲۴)$$

که در آن $l(=A/d)$ ضخامت نوار است. با این معادله می‌توان n را از کمیتهای قابل اندازه‌گیری پیدا کرد.

هم‌چنین می‌توان با به کار بردن اثر هال تندی رانشی v_d حاملهای بار را به طور مستقیم اندازه گرفت، که یادآوری می‌شود از مرتبهٔ سانتی‌متر بر ساعت است. در این تجربهٔ هوشمندانه، نوار فلزی در میدان مغناطیسی به طور مکانیکی در جهت مخالف سرعت رانشی حاملهای بار، حرکت داده می‌شود. سپس تندی نوار متحرک چنان تنظیم می‌شود که اختلاف پتانسیل هال صفر شود. با این شرط، بدون اثر هال، سرعت حاملهای بار *نسبت به چارچوب آزمایشگاهی* باید صفر باشد، پس سرعت نوار از نظر بزرگی باید مساوی ولی در جهت مخالف با سرعت حاملهای بار منفی باشد.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۴-۲

شکل ۲۴-۹ مکعب فلزی توپری به ضلع $d = ۱/۵\ \mathrm{cm}$ را نشان می‌دهد که در جهت مثبت y با سرعت ثابت $\vec{v}$ به بزرگی $۴/۰\ \mathrm{m/s}$ حرکت می‌کند. حرکت مکعب در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی $۰/۰۵۰\ \mathrm{T}$ در جهت مثبت z صورت می‌گیرد.

(الف) به دلیل حرکت در میدان مغناطیسی کدام وجه مکعب در پتانسیل پایینتر و کدامیک در پتانسیل بالاتری قرار دارد؟

نکته‌های کلیدی چون مکعب در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ حرکت می‌کند، نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ بر ذره‌های باردار آن از جمله الکترونهای رسانش اثر می‌کند.

استدلال: وقتی که مکعب در آغاز شروع به حرکت در میدان مغناطیسی می‌کند، الکترونها نیز همین طور عمل می‌کنند. چون بار هر الکترون q است و با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیسی حرکت می‌کند، نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ که بر الکترون اثر می‌کند با معادلهٔ ۲۴-۲ داده می‌شود. چون q منفی است، جهت $\vec{F}_B$ در خلاف جهت $\vec{v}\times\vec{B}$ است، که در شکل ۲۴-۹ در جهت مثبت محور x است. بنابراین، $\vec{F}_B$ در جهت منفی محور x به طرف وجه سمت چپ مکعب (که در شکل ۲۴-۹ دیده نمی‌شود) عمل می‌کند.

بیشتر الکترونها در مکانهایی در اتمهای مکعب ثابت هستند. اما چون مکعب فلزی است، دارای الکترونهای رسانشی است که آزادانه حرکت می‌کنند. برخی از این الکترونهای رسانش توسط $\vec{F}_B$ به سمت وجه چپ مکعب منحرف می‌شوند، در نتیجه این وجه بار منفی پیدا می‌کند و وجه راست به طور مثبت باردار می‌شود. این جدایی بارها از هم میدان الکتریکی $\vec{E}$ را ایجاد می‌کند که جهت آن از وجه سمت راست با بار مثبت به طرف وجه سمت چپ با بار منفی است. بنابراین، وجه سمت چپ در پتانسیل الکتریکی پایینتر و وجه سمت راست در پتانسیل الکتریکی بالاتری قرار دارند.

(ب) اختلاف پتانسیل بین وجه‌های با پتانسیل الکتریکی بالاتر و پایینتر چقدر است؟

نکته‌های کلیدی

۱- میدان الکتریکی $\vec{E}$ حاصل از جدایی بارها به هر الکترون نیروی الکتریکی $\vec{F}_E = q\vec{E}$ وارد می‌کند. چون q منفی است، جهت این نیرو در خلاف جهت میدان $\vec{E}$ ، یعنی به سمت راست، است. پس، بر هر الکترون $\vec{F}_E$ به سمت راست و $\vec{F}_B$ به سمت چپ وارد می‌شود.

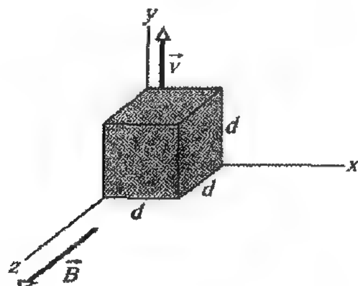
۲- وقتی مکعب شروع به حرکت در میدان مغناطیسی می‌کند و جدایی بارها شروع می‌شود، بزرگی $\vec{E}$ از صفر شروع به افزایش می‌کند. بنابراین، بزرگی $\vec{F}_E$ نیز از صفر شروع به افزایش می‌کند که در آغاز از بزرگی $\vec{F}_B$ کوچکتر است. ضمن مرحلهٔ اخیر، نیروی خالص وارد بر هر الکترون بیشتر توسط $\vec{F}_B$ صورت می‌گیرد، و با افزایش جدایی بارها الکترونهای بیشتری را به سمت چپ مکعب حرکت می‌دهد.

۳- با وجود این، وقتی جدایی بارها بیشتر شود، سرانجام بزرگی F_E با بزرگی F_B برابر می‌شود. از این به بعد نیروی خالص وارد بر هر الکترون صفر می‌شود، و هیچ الکترون اضافی به سمت وجه چپ مکعب حرکت نمی‌کند. بنابراین، بزرگی نیروی $\vec{F}_E$ از این بیشتر نمی‌شود و الکترونها در تعادل قرار می‌گیرند.

محاسبه‌ها: به دنبال اختلاف پتانسیل V میان وجه‌های سمت چپ و راست مکعب پس از رسیدن به حالت تعادل هستیم (که سریع رخ می‌دهد). V را از معادلهٔ ۲۴-۹ $(V = Ed)$ می‌توان به دست آورد مشروط بر آنکه ابتدا بزرگی E میدان الکتریکی را در وضعیت تعادل به دست آوریم. این کار را با استفاده از معادلهٔ مربوط به موازنهٔ نیروها $(F_E = F_B)$ می‌توان انجام داد.

$|q|E$ را به جای F_E و سپس به جای F_B کمیت $|q|vB\sin\phi$ را از معادلهٔ ۲۴-۳ قرار می‌دهیم. از شکل ۲۴-۹ می‌توان دید که زاویهٔ ϕ بین بردار $\vec{v}$ و $\vec{B}$ برابر $۹۰°$ است، بنابراین، با توجه به اینکه $\sin\phi = ۱$ و $F_E = F_B$ ، خواهیم داشت

$$|q|E = |q|vB\sin ۹۰° = |q|vB$$



شکل ۲۴-۹ یک مکعب فلزی توپر به ضلع d که با سرعت ثابت $\vec{v}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ حرکت می‌کند.

از این $E = vB$ به دست می‌آید؛ پس از $V = Ed$ خواهیم داشت

$$V = vBd \qquad (۲۴\text{-}۱۳)$$

با قراردادن مقدارهای معلوم داریم

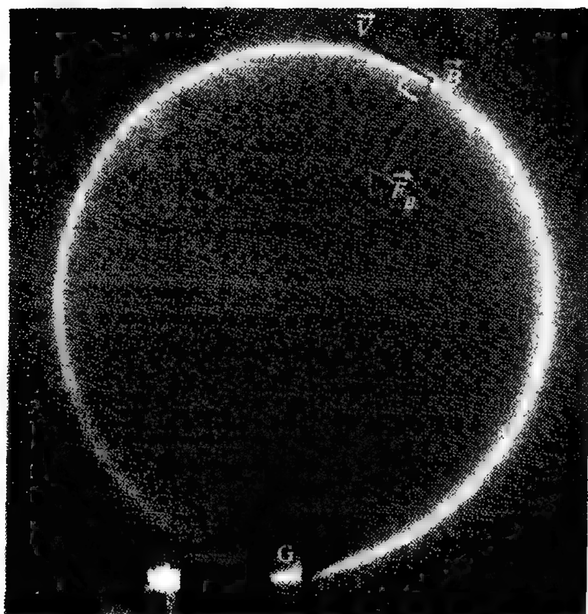
$$V = (۴/۰\ \mathrm{m/s})(۰/۰۵۰\ \mathrm{T})(۰/۰۱۵\ \mathrm{m}) = ۰/۰۰۳۰\ \mathrm{V} = ۳/۰\ \mathrm{mV} \qquad \text{(پاسخ)}$$

۲۴-۶ ذرهٔ باردار در حرکت دایره‌ای

اگر ذره‌ای با تندی ثابت روی دایره‌ای حرکت کند، می‌توان مطمئن شد که نیروی خالص وارد بر ذره دارای بزرگی ثابت و به طرف مرکز دایره و همیشه بر سرعت ذره عمود است. سنگی را که به انتهای ریسمانی بسته شده است و در سطح بدون اصطکاکی روی دایره‌ای حرکت می‌کند، یا ماهواره‌ای را که در یک مدار دایره‌ای دور زمین در گردش است، در نظر بگیرید. در

حالت اول، کشش در ریسمان نیرو و شتاب رو بـه مرکـز مـورد نیاز را تأمین می‌کند. در حالت دوم، جاذبهٔ گرانشی زمین، نیرو و شتاب را فراهم می‌آورد.

شکل ۲۴-۱۰، مثال دیگری را نشان می‌دهد: در اینجا *تفنگ الکترونی*، باریکه‌ای از الکترونها را به داخل یک اتاقک پرتاب کرده است. الکترونها در صفحهٔ شکل با تندی v وارد می‌شوند و در ناحیهٔ میدان مغناطیسی یکنواخت B که به سمت خارج صفحه شکل است حرکت می‌کنند. در نتیجه، نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B = q\vec{v}\times\vec{B}$ پیوسته الکترونها را منحرف می‌کند و چون $\vec{v}$ و B همیشه بر یکدیگر عمودند، این انحراف باعث می‌شود که الکترونها در یک مسیر دایره‌ای حرکت کنند. این مسیر در عکس قابل دیدن است، چون وقتی الکترونهایی که حرکت دایره‌ای دارند به اتمهای گاز داخل اتاقک برخورد کنند، آنها نور گسیل می‌کنند.



شکل ۲۴-۱۰ الکترونها در یک اتاقک محتوی گاز در فشار پایین دارای حرکت دایره‌ای هستند (مسیر آنها دایرهٔ درخشان است). میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به سمت خارج صفحهٔ شکل در اتاقک برقرار است. به جهت نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ توجه کنید؛ برای اینکه حرکت دایره‌ای رخ دهد، $\vec{F}_B$ باید به طرف مرکز دایره باشد. قانون دست راست را برای ضرب برداری به کار برید و مطمئن شوید که $\vec{F}_B=q\vec{v}\times\vec{B}$ جهت مناسب را برای $\vec{F}_B$ به دست می‌دهد. (علامت q را فراموش نکنید.)

می‌خواهیم عاملهای مشخصهٔ حرکت دایره‌ای این الکترونها یا هر ذره به بزرگی بار q و جرم m را که با تندی v عمود بر میدان مغناطیسی $\vec{B}$ حرکت می‌کند تعیین کنیم. از معادلهٔ ۲۴-۳ نیرویی که بر ذره وارد می‌شود دارای بزرگی $|q|vB$ است. با توجه به قانون دوم نیوتون $(\vec{F}=m\vec{a})$ برای حرکت دایره‌ای یکنواخت (معادلهٔ ۶-۱۸) خواهیم داشت

$$F = m\frac{v^2}{r} \qquad (۲۴-۱۴)$$

و از آنجا، داریم

$$|q|vB = \frac{mv^2}{r} \qquad (۲۴-۱۵)$$

از حل ایـن معادلـه بـرای r، شـعاع مسیر دایـره‌ای بـه دسـت می‌آوریم

$$r = \frac{mv}{|q|B} \qquad \text{(شعاع)} \quad (۲۴-۱۶)$$

زمان تناوب T (زمان یک دوران کامل) برابر است با محیط دایره تقسیم بر تندی

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v}\frac{mv}{|q|B} = \frac{2\pi m}{|q|B} \qquad \text{(زمان تناوب)} \quad (۲۴-۱۷)$$

بسامد f (تعداد دور در یکای زمان) عبارت است از

$$f = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m} \qquad \text{(بسامد)} \quad (۲۴-۱۸)$$

پس، بسامد زاویه‌ای ω حرکت برابر است با

$$\omega = 2\pi f = \frac{|q|B}{m} \qquad \text{(بسامد زاویه‌ای)} \quad (۲۴-۱۹)$$

کمیتهای T ، f و ω به تندی ذره بستگی ندارند (مشروط بر آنکه تندی ذره خیلی کمتر از تندی نور باشد). ذره‌های سریع روی دایره‌های بزرگتر و ذره‌های کند روی دایره‌های کوچکتر حرکت می‌کنند، اما همهٔ آنها با نسبت بار به جرم یکسان، q/m، در زمان T (زمان تناوب) یک دور کامل می‌چرخند. با استفاده از معادلهٔ ۲۴-۲ می‌توان نشان داد که اگر در جهت $\vec{B}$ نگاه کنیم، جهت چرخش برای ذرهٔ مثبت همیشه پاد ساعتگرد، و برای ذره منفی همیشه ساعتگرد است.

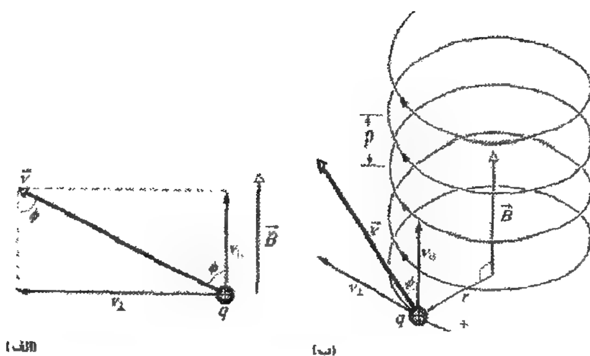
مسیرهای مارپیچی

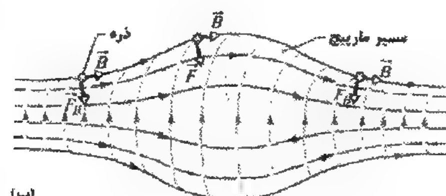
اگر سرعت یک ذرهٔ باردار مؤلفه‌ای موازی با میدان مغناطیسی (یکنواخت) داشته باشد، این ذره در مسیری مارپیچی به دور بردار میدان حرکت خواهد کرد. برای مثال، شکل ۲۴-۱۱ الف بردار سرعت $\vec{v}$ چنین ذره‌ای را که به دو مؤلفه، یکی موازی با $\vec{B}$ و دیگری عمود بر آن تجزیه شده است نشان می‌دهد

$$v_{\parallel} = v\cos\phi \quad , \quad v_{\perp} = v\sin\phi \qquad (۲۴-۲۰)$$

مؤلفهٔ موازی سرعت، *گام* p مارپیچ، یعنی فاصلهٔ بین دو دور مجـاور (شـکل ۲۴-۱۱ ب) را معین مـی‌کنـد. مؤلفـهٔ عمـودی سرعت، شعاع مارپیچ را به دست می‌دهد و کمیتی است که باید به جای v در معادلهٔ ۲۴-۱۶ قرار داده شود.

شکل ۲۴-۱۱ پ ذرهٔ بارداری را نشان مـی‌دهـد کـه دارای حرکت مارپیچی در یک میدان مغناطیسی غیر یکنواخت است. هرچه خطهای میدان در سمت راست و چـپ بـه هـم نزدیکتـر باشند بیانگر این است که میدان در آنجا قویتر است. وقتی میدان در یک انتها به قدر کافی قوی باشد، ذره از آن انتها «بازمی‌تابد». اگـر ذره از هـر دو انتهـا بازبتابـد، مـی‌گوینـد ذره در *بطـری مغناطیسی* به دام افتاده است.



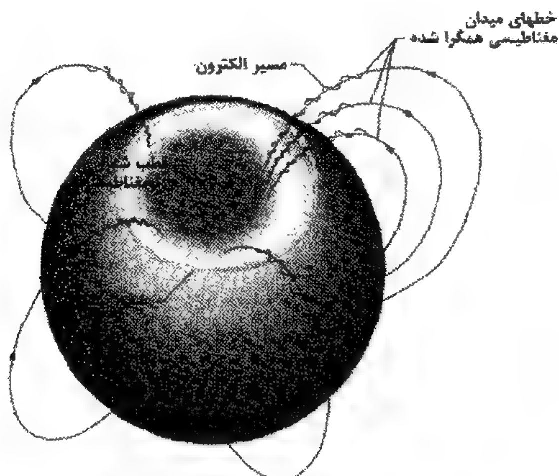


شکل ۲۴-۱۱ (الف) ذره‌ باردار در میدان مغناطیسی B حرکت می‌کند، سرعت آن $\vec{v}$ با جهت میدان زاویهٔ ϕ می‌سازد. (ب) ذره یک مسیر مارپیچی به شعاع r و گام p را طی می‌کند. (پ) ذره بارداری به طور مارپیچ در میدان مغناطیسی غیر یکنواخت حرکت می‌کند. (ذره ممکن است به دام افتد و بین ناحیه‌های میدان قوی در هر یک از دو انتها، به طور مارپیچ رفت و برگشت کند.) توجه کنید که بردارهای نیروی مغناطیسی در سمت چپ و راست دارای مؤلفه‌ای به طرف مرکز شکل‌اند.

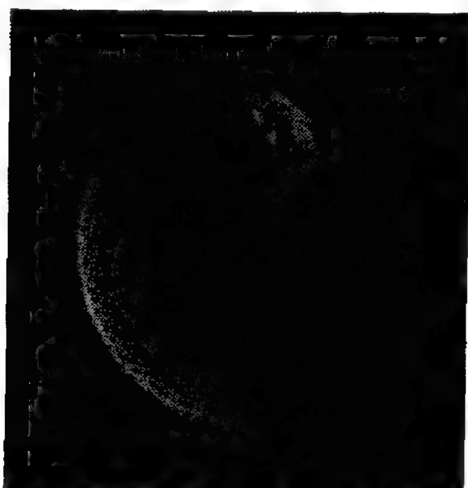
الکترونها و پروتونها توسط میدان مغناطیسی زمین به همین روش به دام می‌افتند؛ ذره‌های به دام افتاده *کمربندهای تابشی وان آلن* را تشکیل می‌دهند که بالای جو زمین بین قطبهای مغناطیسی شمال و جنوب زمین حلقه می‌زنند. ذره‌های به دام افتاده در عرض چند ثانیه از یک سر بطری مغناطیسی به سر دیگر آن، به جلو و عقب می‌جهند.

وقتی شراره‌های بزرگ خورشیدی، الکترونها و پروتونهای اضافی پرانرژی را به داخل کمربندهای تابشی پرتاب می‌کنند، یک میدان الکتریکی در ناحیه‌ای که الکترونها معمولاً بازتاب می‌کنند ایجاد می‌شود. این میدان مانع بازتاب می‌شود و الکترونها را به سمت پایین به داخل جو می‌راند. الکترونها در آنجا با اتمها و مولکولهای هوا برخورد می‌کنند و باعث می‌شوند که هوا نور گسیل کند. این نور شفق قطبی را تشکیل می‌دهد - پرده‌ای از نور که تا ارتفاع تقریباً ۱۰۰km به پایین آویزان است. نور سبز توسط اتمهای اکسیژن و نور صورتی توسط مولکولهای نیتروژن گسیل می‌شوند، ولی اغلب نور آنها چنان ضعیف است که فقط نور سفید را مشاهده می‌کنیم.

شفق قطبی به صورت کمانهایی در بالای زمین در ناحیه‌ای که *شفق بیضی‌سان* نامیده می‌شود، گسترش می‌یابد که در شکل‌های ۲۴-۱۲ و ۲۴-۱۳ به صورتی که از فضا دیده می‌شود نشان داده شده است. اگرچه شفق قطبی دراز است، اما ضخامت آن (شمال به جنوب) فقط حدود ۱۰۰m است چون، وقتی الکترونها به طور مارپیچ روی خطهای میدان مغناطیسی به طور همگرا پایین می‌آیند، مسیر الکترونهایی که شفق را به وجود می‌آورند، باریک می‌شود (شکل ۲۴-۱۲).

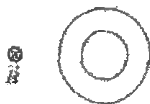


شکل ۲۴-۱۲ شفق بیضی‌سان که قطب شمال ژئومغناطیسی زمین را احاطه کرده است (در شمال غربی گرینلند). خطهای میدان مغناطیسی به طرف این قطب همگرا شده‌اند. الکترونهایی که به طرف زمین حرکت می‌کنند «گیر می‌افتند» و در حالی که در عرضهای جغرافیایی بالا وارد جو زمین می‌شوند، حول این خطهای میدان حرکت مارپیچی انجام می‌دهند و شفق را در این بیضی‌سان ایجاد می‌کنند.



شکل ۲۴-۱۳ تصویری با رنگ ساختگی از داخل شفق بیضی‌سان شمالی که توسط ماهوارهٔ *کاشف دینامیک*[1] با استفاده از نور فرابنفش گسیل شده از اتمهای برانگیختهٔ اکسیژن در شفق گرفته شده است. هلال سمت چپ قسمت روشن شدهٔ زمین با خورشید است.

✔ ***نکتهٔ وارسی ۳*** شکل مسیرهای دایره‌ای دو ذره را نشان می‌دهد که با تندی یکسان در میدان مغناطیسی یکنواخت B که به سمت داخل صفحه است، حرکت می‌کنند. یک ذره پروتون است و دیگری الکترون (که جرم کمتری دارد) (الف) کدام ذره دایرهٔ کوچکتر را طی می‌کند، و (ب) آیا آن ذره ساعتگرد حرکت می‌کند یا پاد ساعتگرد؟



1 Dynamic Explorer

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۴-۳

شکل ۲۴-۱۴ اساس یک *طیف‌سنج* جرم را نشان می‌دهد که می‌تواند برای اندازه‌گیری جرم یک یون به کار برده شود؛ یونی به جرم m (که مورد اندازه‌گیری است) و بار q که در چشمهٔ S تولید می‌شود. یون که در ابتدا ساکن است توسط میدان الکتریکی ناشی از اختلاف پتانسیل V شتاب می‌گیرد. یون چشمه را ترک می‌کند و وارد اتاقک جداکننده‌ای می‌شود که در آن میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ عمودبر مسیر یون وجود دارد. آشکارساز عریضی پایین دیوارهٔ اتاقک را پوشانده است، و $\vec{B}$ موجب می‌شود که یون در یک نیم دایره حرکت و به آشکارساز برخورد کند. فرض کنید که $B=۸۰/۰۰۰\,\text{mT}$ ، $V=۱۰۰۰/۰\,\text{V}$ و یونهای با بار $q=+۱/۶۰۲۲\times۱۰^{-۱۹}\,\text{C}$ به نقطه‌ای که در فاصلهٔ $x=۱/۶۲۵۴\,\text{m}$ قرار دارد به آشکارساز برخورد کنند. جرم m یون برحسب یکای جرم اتمی (معادلهٔ ۱-۷: $۱u=۱/۶۶۰۵\times۱۰^{-۲۷}\,\text{kg}$) چقدر است؟

نکته‌های کلیدی (۱) چون میدان مغناطیسی (یکنواخت) موجب می‌شود که یون (باردار) یک مسیر دایره‌ای را طی کند، می‌توان جرم m یون را به شعاع r مسیر از طریق معادلهٔ ۲۴-۱۶ $(r=mv/qB)$ ارتباط داد. از شکل ۲۴-۱۴ می‌توان دید که $r=x/۲$ ، و بزرگی B میدان مغناطیسی هم داده شده است. با این حال، تندی v یون در میدان مغناطیسی را پس از اینکه یون به دلیل اختلاف پتانسیل V شتاب می‌گیرد نداریم. (۲) برای ارتباط v و V از این نکته استفاده می‌کنیم که انرژی مکانیکی $(E_{mec}=K+U)$ در ضمن شتابدارشدن پایسته است.

یافتن تندی: وقتی یون از چشمه خارج می‌شود انرژی جنبشی آن تقریباً صفر است. در پایان شتاب گرفتن، انرژی جنبشی آن $\frac{۱}{۲}mv^۲$ است. هم‌چنین، حین شتاب گرفتن، یون مثبت بر اثر تغییر در پتانسیل V- حرکت می‌کند. بنابراین، چون بار q یون مثبت است، انرژی پتانسیل به اندازهٔ qV- تغییر می‌کند. حال اگر پایستگی انرژی مکانیکی را به صورت زیر بنویسیم

$$\Delta K+\Delta U=۰$$

خواهیم داشت

$$\frac{۱}{۲}mv^۲-qV=۰$$

و از آنجا

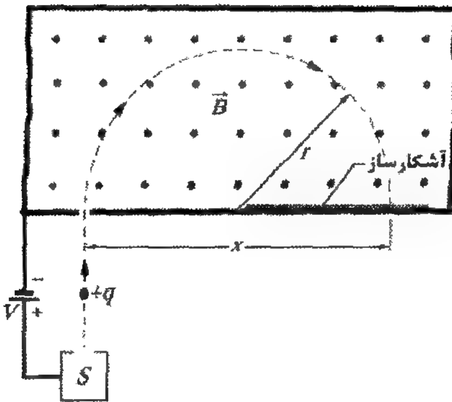
$$v=\sqrt{\frac{۲qV}{m}} \qquad (۲۴-۲۱)$$

یافتن جرم: با قراردادن این مقدار در معادلهٔ ۲۴-۱۶ خواهیم داشت

$$r=\frac{mv}{qB}=\frac{m}{qB}\sqrt{\frac{۲qV}{m}}=\frac{۱}{B}\sqrt{\frac{۲mV}{q}}$$

بنابراین،

$$x=۲r=\frac{۲}{B}\sqrt{\frac{۲mV}{q}}$$



شکل ۲۴-۱۴ اساس طیف‌سنج جرم. یک یون مثبت، پس از خروج از چشمهٔ S و شتاب گرفتن توسط اختلاف پتانسیل V وارد اتاقکی با میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ می‌شود. یون در آنجا یک نیم دایره به شعاع r را طی می‌کند و به یک صفحهٔ عکاسی در فاصلهٔ x از محل ورودش به اتاقک برخورد می‌کند.

با حل این معادله برای m و قراردادن داده‌ها خواهیم داشت

$$m=\frac{B^۲qx^۲}{۸V}$$
$$=\frac{(۰/۰۸۰۰۰۰\text{T})^۲(۱/۶۰۲۲\times۱۰^{-۱۹}\,\text{C})(۱/۶۲۵۴\text{m})^۲}{۸(۱۰۰۰/۰\,\text{V})}$$
$$=۳/۳۸۶۳\times۱۰^{-۲۵}\text{kg}=۲۰۳/۹۳\,\text{u} \qquad \text{(پاسخ)}$$

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۴-۴

الکترونی با انرژی جنبشی $۲۲/۵\,\text{eV}$ وارد ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی $۴/۵۵\times۱۰^{-۴}\,\text{T}$ می‌شود. زاویهٔ میان جهت $\vec{B}$ و سرعت الکترون $\vec{v}$ برابر با $۶۵/۵^\circ$ است. گام مسیر مارپیچ طی شده توسط الکترون چقدر است؟

نکته‌های کلیدی (۱) گام p عبارت است از مسافتی که الکترون موازی با میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در مدت یک دورهٔ تناوب دوران T می‌پیماید. (۲) دورهٔ تناوب T ، بدون توجه به زاویهٔ میان جهت $\vec{v}$ و $\vec{B}$ با معادلهٔ ۲۴-۱۷ داده می‌شود (به شرطی که این زاویه صفر نباشد، اگر صفر باشد الکترون نمی‌چرخد).

محاسبه‌ها: با استفاده از معادله‌های ۲۴-۲۰ و ۲۴-۱۷ خواهیم داشت

$$p=v_{\|}T=(v\cos\phi)\frac{۲\pi m}{qB} \qquad (۲۴-۲۲)$$

همان‌طور که در مورد پروتون در مسئلهٔ نمونهٔ ۲۴-۱ دیدیم، تندی v الکترون را می‌توان از انرژی جنبشی آن محاسبه کرد، که برابر است با $v=۲/۸۱\times۱۰^۶\,\text{m/s}$. با قراردادن این مقدار و داده‌های معلوم در معادلهٔ ۲۴-۲۲ خواهیم داشت

$$P=(۲/۸۱\times۱۰^۶\,\text{m/s})(\cos ۶۵/۵^\circ)\times\frac{۲\pi(۹/۱۱\times۱۰^{-۳۱}\text{kg})}{(۱/۶۰\times۱۰^{-۱۹}\,\text{C})(۴/۵۵\times۱۰^{-۴}\text{T})}$$

$$=۹/۱۶\text{cm} \qquad \text{(پاسخ)}$$

۲۴-۷ سیکلوترون و سینکروترون

باریکه‌هایی از ذره‌های پر انرژی مانند الکترونها و پروتونهای پرانرژی در بررسی اتمها و هسته‌ها جهت آشکارسازی ساختار بنیادین ماده بینهایت مفید هستند. چنین باریکه‌هایی در کشف اینکه هسته‌های اتمی از پروتونها و نوترونها ساخته شده‌اند و نیز در کشف اینکه پروتونها و نوترونها از کوارکها و گلوئونها تشکیل شده‌اند ابزارهای مفیدی بوده‌اند. چالش در مورد چنین باریکه‌هایی این است که چگونه می‌توان آنها را ایجاد و کنترل کرد. چون الکترونها و پروتونها باردار هستند، اگر در اختلاف پتانسیلهای بزرگی حرکت کنند، تا انرژیهای مورد نیاز بالایی می‌توانند شتابدار شوند. چون جرم الکترونها کم است، شتابدار کردن آنها به این طریق می‌تواند در مسافت معقولی انجام گیرد. ولی چون پروتونها (و ذره‌های باردار دیگر) جرم بزرگتری دارند، مسافت مورد نیاز برای شتابدار کردن آنها خیلی زیاد است.

پاسخ زیرکانه برای این مسئله این است که ابتدا پروتونها و ذره‌های سنگین دیگر در یک اختلاف پتانسیل نسبتاً کم (به طوری که انرژی نسبتاً کمی به دست آورند) حرکت کنند و سپس با استفاده از یک میدان مغناطیسی در مسیری دایره‌ای به عقب بچرخند و دوباره در یک اختلاف پتانسیل نسبتاً کم حرکت کنند. اگر این کار هزاران بار تکرار شود، ذره‌ها انرژی خیلی زیادی پیدا می‌کنند.

در اینجا دربارهٔ دو *شتابدهنده* بحث می‌کنیم که در آنها به طور مکرر از میدان مغناطیسی برای آوردن ذره‌ها به ناحیهٔ شتابدهی استفاده می‌شود، به این ترتیب ذره‌ها انرژی بیشتر و بیشتری به دست می‌آورند و سرانجام به صورت یک باریکهٔ پرانرژی خارج می‌شوند.

سیکلوترون

شکل ۲۴-۱۵ نمای از بالای ناحیه‌ای از *سیکلوترون* را نشان می‌دهد که در آن ذره‌ها (مانند پروتون) حرکت دایره‌ای انجام می‌دهند. دو قسمت D شکل توخالی (هر یک به طرف مستقیم خود باز می‌شود) از ورقهٔ مسی شناخته شده‌اند. این قسمتها که دی نامیده می‌شوند، بخشی از یک نوسانگر الکتریکی را تشکیل می‌دهند که اختلاف پتانسیل الکتریکی متناوبی در دو طرف شکاف میان آنها برقرار است. علامت الکتریکی دی‌ها طوری عوض می‌شود که میدان الکتریکی در شکاف به تناوب تغییر جهت می‌دهد، ابتدا در جهت یک دی و سپس به طرف دی دیگر تغییر می‌کند. دی‌ها در میدان مغناطیسی بزرگی که به طرف خارج از صفحهٔ کاغذ است قرار دارند. بزرگی B میدان از طریق آهنربای تولید کنندهٔ میدان کنترل می‌شود.

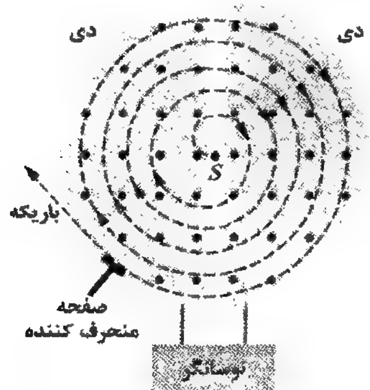
فرض کنید پروتونی، که توسط چشمهٔ S واقع در مرکز سیکلوترون در شکل ۲۴-۱۵ پرتاب شده است، در آغاز به طرف دی با بار منفی حرکت کند. پروتون به طرف این دی شتاب می‌گیرد و وارد آن می‌شود. وقتی وارد شد توسط دیواره‌های مسی دی از میدانهای الکتریکی حفاظت می‌شود، یعنی میدان الکتریکی وارد دی نمی‌شود. ولی، دی مسی (غیر مغناطیسی) مانع میدان مغناطیسی نمی‌شود، از این رو پروتون در یک مسیر دایره‌ای که شعاع آن به تندی پروتون بستگی دارد حرکت می‌کند، این شعاع با معادلهٔ ۲۴-۱۶ $(r = mv/|q|B)$ داده می‌شود.

حال فرض می‌کنیم در لحظه‌ای که پروتون از شکاف مرکزی در دی اول خارج می‌شود، اختلاف پتانسیل بین دی‌ها معکوس شود. بنابراین، پروتون *دوباره* با دی با بار منفی روبه‌رو می‌شود و *دوباره* شتاب می‌گیرد. این فرایند ادامه می‌یابد و همواره پروتون در حال چرخش با نوسانهای پتانسیل دی همگام است تا آنکه با حرکت در مسیری مارپیچی از لبهٔ دی خارج شود. در آنجا صفحهٔ منحرف کننده‌ای وجود دارد که پروتون را از طریق یک خروجی به بیرون می‌فرستد.

کلید عملکرد سیکلوترون در این است که بسامد f که پروتون با آن در میدان مغناطیسی می‌چرخد (و بستگی به تندی هم *ندارد*) باید با بسامد ثابت f_{osc} نوسانگر الکتریکی برابر باشد، یعنی

$$f = f_{osc} \quad \text{(شرط تشدید)} \quad (۲۴-۲۳)$$

این *شرط تشدید* حاکی از آن است که، اگر بخواهیم انرژی پروتون در حال چرخش افزایش یابد، لازم است در بسامد f_{osc}، برابر با بسامد طبیعی f که با آن پروتون در میدان مغناطیسی می‌چرخد، به آن انرژی داده شود.



شکل ۲۴-۱۵ اجزای یک سیکلوترون، چشمه ذرهٔ S و دی‌ها نشان داده شده‌اند. میدان مغناطیسی یکنواخت از صفحه شکل خارج می‌شود. پروتونهای در حال چرخش در مسیری مارپیچی داخل دی‌های توخالی به طرف خارج حرکت می‌کنند و هر بار که از شکاف میان دی‌ها می‌گذرند، انرژی می‌گیرند.

ترکیب معادله‌های ۲۴-۱۸ $(f = |q|B/2\pi m)$ و ۲۴-۲۳ به ما امکان می‌دهد که شرط تشدید را به صورت زیر بنویسیم

$$|q|B = 2\pi m f_{osc} \quad (۲۴-۲۴)$$

در مورد پروتون q و m مقدارهایی ثابت‌اند. (فرض می‌کنیم) نوسانگر به گونه‌ای طراحی شود که در تک بسامد ثابت f_{osc} کار کند. در این صورت، سیکلوترون با تغییردادن B «کوک» می‌شود تا معادلهٔ ۲۴-۲۴ برقرار باشد و پروتونهای زیادی با چرخیدن در میدان مغناطیسی به صورت یک باریکه خارج شوند.

انواع دیگر ذره‌های باردار را می‌توان توسط یک سیکلوترون شتاب داد تا به صورت یک باریکهٔ پرانرژی خارج شوند. برای مثال، *دوترونها* (شامل یک پروتون و یک نوترون) می‌توانند شتابدار شوند، چون بار آنها مانند بار پروتون است. ولی، ذره‌های بدون بار الکتریکی، مانند نوترونها نمی‌توانند توسط سیکلوترون شتابدار شوند. باریکه‌ای از نوترونهای پرانرژی را می‌توان با کوبیدن آنها به یک هدف بریلیوم تولید کرد. این همان آرایشی است که در بیمارستانها برای فراهم کردن نوترونهای سریع جهت درمان سرطان مورد استفاده قرار می‌گیرد. باریکهٔ دوترونی که از سیکلوترونی در بیمارستان خارج می‌شود به یک هدف بریلیومی در جلوی ناحیهٔ سرطانی بیمار فرستاده می‌شود. وقتی دوترون با هسته‌های بریلیوم برخورد کند، نوترونها از هسته‌های بریلیوم بیرون کشیده شده و وارد ناحیهٔ سرطانی می‌شوند و بافتهای سرطانی را از بین می‌برند (شکل ۲۴-۱۶). همه اینها می‌تواند در یک بیمارستان انجام گیرد زیرا دوترونها موقع چرخش در یک سیکلوترون، به جای مسیر مستقیم خیلی طولانی، می‌توانند تا انرژیهای زیاد شتابدار شوند.



شکل ۲۴-۱۶ با توجه به نامرئی بودن، باریکهٔ نوترونها از ورودی سمت راست با باریکهٔ لیزر همراه می‌شوند.

سینکروترون پروتون

سیکلوترونهای معمولی، برای پروتونهایی با انرژی بالاتر از $50\,\text{MeV}$ کارایی خود را از دست می‌دهند زیرا یکی از فرضها در طراحی آن که بسامد گردش ذرهٔ باردار در حال چرخش در میدان مغناطیسی از تندی ذره مستقل است — تنها برای تندیهایی صحیح است که خیلی کمتر از تندی نور باشند. در تندیهای بیشتر پروتون (تقریباً بالاتر از ۱۰٪ تندی نور)، باید با مسئله به طور نسبیتی رفتار کنیم. بنابر نظریهٔ نسبیت، وقتی تندی پروتون در حال چرخش به تندی نور نزدیک می‌شود بسامد چرخش پروتون به طور پیوسته کاهش می‌یابد. بنابراین، پروتونها از همگامی با نوسانگر سیکلوترون — که بسامدش در f_{osc} ثابت است باز می‌مانند و سرانجام انرژی پروتون در حال چرخش از افزایش باز می‌ایستد.

مسئله دیگری هم وجود دارد. برای یک پروتون $500\,\text{GeV}$ در میدان مغناطیسی $1/5\,\text{T}$، شعاع مسیر $1/1\,\text{km}$ است. در این شرایط آهنربای متناسب برای یک سیکلوترون معمولی با اندازهٔ مناسب بسیار گران تمام می‌شود، و مساحت وجه قطبها تقریباً $4\times10^{6}\,\text{m}^2$ خواهد بود.

سینکروترون پروتون برای رفع این دو مشکل طراحی شده است. میدان مغناطیسی B و بسامد نوسانگر f_{osc}، به جای اینکه مانند سیکلوترونهای معمولی مقدارهای ثابتی داشته باشند به گونه‌ای هستند که در حین چرخهٔ شتاب گرفتن نسبت به زمان تغییر می‌کنند. وقتی این امر به طور مناسبی انجام گیرد، (۱) بسامد پروتونهای در حال چرخش در تمام مدت همگام نوسانگر باقی می‌ماند، و (۲) پروتونها مسیری دایره‌ای — نه مارپیچی — را طی می‌کنند. به این ترتیب، تنها لازم است که آهنربا در امتداد مسیر دایره‌ای، گسترش یابد نه روی سطح $4\times10^{6}\,\text{m}^2$. با این وجود، اگر بخواهیم انرژی خیلی زیادی به دست آید، باید بازهم مسیر دایره‌ای را بزرگتر اختیار کنیم. پیرامون سینکروترون پروتون در آزمایشگاه ملی شتابدهندهٔ فرمی (آزمایشگاه فرمی) در ایلینویز $6/3\,\text{km}$ است و می‌تواند پروتونهایی با انرژیهای تقریباً برابر با $1\,\text{TeV}(=10^{12}\,\text{eV})$ ایجاد کند.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۴-۵

فرض کنید سیکلوترونی در بسامد نوسانگر $12\,\text{MHz}$ کار می‌کند و شعاع دی آن $R=53\,\text{cm}$ است.

(الف) بزرگی میدان مغناطیسی برای اینکه دوترونها در سیکلوترون شتاب بگیرند چقدر است؟ جرم دوترون $m=3/34\times10^{-27}\,\text{kg}$ است.

نکتهٔ کلیدی به ازای یک بسامد نوسانگر f_{osc} معین، بزرگی میدان مغناطیسی B مورد نیاز برای شتابدار کردن ذره‌ای در سیکلوترون، مطابق با معادلهٔ ۲۴-۲۴ $(|q|B=2\pi m f_{osc})$ به نسبت جرم به بار $m/|q|$ آن ذره بستگی دارد.

محاسبه‌ها: در مورد دوترونها و بسامد نوسانگری با $f_{osc}=12\,\text{MHz}$، خواهیم داشت

$$B=\frac{2\pi m f_{osc}}{|q|}=\frac{(2\pi)(3/34\times10^{-27}\,\text{kg})(12\times10^{6}\,\text{s}^{-1})}{1/60\times10^{-19}\,\text{C}}$$

$$=1/57\,\text{T}\approx1/6\,\text{T} \qquad \text{(پاسخ)}$$

توجه کنید که برای شتاب دادن به پروتونها، بزرگی B باید نصف شود به شرطی که بسامد نوسانگر در $12\,\text{MHz}$ ثابت بماند.

(ب) انرژی جنبشی دوترونها چقدر است؟

نکته‌های کلیدی (۱) انرژی جنبشی ($\frac{1}{2}mv^2$) دوترون خارج شده از سیکلوترون برابر با انرژی جنبشی آن درست قبل از خارج شدن در وقتی است که در مسیر دایره‌ای به شعاع تقریباً برابر با شعاع R دی سیکلوترون حرکت می‌کرد. (۲) تندی v دوترون را در آن مسیر دایره‌ای می‌توان از معادلهٔ ۲۴-۱۶ ($r = mv/|q|B$) به دست آورد.

محاسبه‌ها: با حل این معادله برای v و با قراردادن R به جای r و قراردادن داده‌های معلوم، داریم

$$v = \frac{R|q|B}{m} = \frac{(0/53\,\text{m})(1/6\times10^{-19}\,\text{C})(1/57\,\text{T})}{3/34\times10^{-27}\,\text{kg}}$$

$$= 3/99\times10^{7}\,\text{m/s}$$

این تندی متناظر با انرژی جنبشی زیر است

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}(3/34\times10^{-27}\text{kg})(3/99\times10^{7}\,\text{m/s})^2$$

$$= 2/7\times10^{-12}\,\text{J} \quad \text{(پاسخ)}$$

یا تقریباً ۱۷MeV.

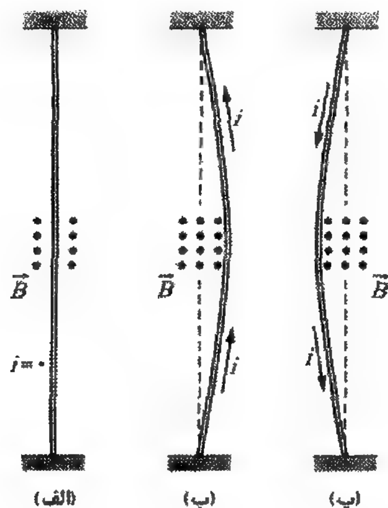
۲۴-۸ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

قبلاً دیدیم (در مورد اثر هال) که میدان مغناطیسی به الکترونهای در حال حرکت در سیم نیرویی به سمت کنارهٔ سیم وارد می‌کند. این نیرو باید به خود سیم منتقل شود، چون الکترونهای رسانش نمی‌توانند از کناره‌های سیم خارج شوند.

در شکل ۲۴-۱۷ الف، سیم قائم بدون جریانی که دو انتهایش ثابت شده‌اند، در شکاف میان وجه‌های قائم یک آهنربا در قطبها قرار دارد. میدان مغناطیسی بین این وجه‌ها به سمت خارج از صفحه شکل است. در شکل ۲۴-۱۷ ب، جریان در سیم به سمت بالاست و سیم به سمت راست منحرف شده است. در شکل ۲۴-۱۷ پ، جهت جریان در سیم برعکس است و سیم به سمت چپ منحرف می‌شود.

شکل ۲۴-۱۸ نشان می‌دهد که در داخل سیم شکل ۲۴-۱۷ ب چه چیزی رخ می‌دهد. یکی از الکترونهای رسانش را درنظر می‌گیریم که با تندی رانشی فرضی v_d به سمت پایین در حال حرکت است. معادلهٔ ۲۴-۳، که باید در آن $\phi = 90°$ قرار دهیم، حاکی از آن است که باید نیروی $\vec{F}_B$ با بزرگی ev_dB بر هر الکترون وارد شود. از معادلهٔ ۲۴-۲ مشاهده می‌کنیم که این نیرو باید به سمت راست باشد. در این صورت انتظار داریم که همهٔ سیم تحت تأثیر این نیروی به سمت راست واقع شود، که با شکل ۲۴-۱۷ ب سازگار است.

اگر در شکل ۲۴-۱۸، جهت میدان یا جهت جریان را برعکس کنیم، نیروی وارد بر سیم برعکس و سیم به سمت چپ منحرف می‌شود. هم‌چنین، توجه کنید که اهمیتی ندارد که



شکل ۲۴-۱۷ یک سیم قابل انعطاف از میان وجه‌های یک آهنربا در قطبها گذشته است. (فقط وجه قطب دورتر نشان داده شده است.) (الف) بدون جریانی در سیم، سیم مستقیم است. (ب) وقتی جریانی به سمت بالا از سیم بگذرد، سیم به سمت راست منحرف می‌شود. (پ) وقتی جریان به سمت پایین باشد، سیم به سمت چپ منحرف می‌شود. اتصالها برای ورود جریان به یک سر و خروج آن از سر دیگر نشان داده نشده‌اند.

بارهای الکتریکی منفی باشند و به سمت پایین (جهت واقعی) حرکت کنند یا بارهای مثبت باشند و به سمت بالا حرکت کنند، جهت نیروی منحرف کنندهٔ سیم یکسان است. پس با اطمینان جهت جریان بار مثبت را به کار می‌بریم.

طول L از سیم در شکل ۲۴-۱۸ را در نظر می‌گیریم. همهٔ الکترونهای رسانش در این قسمت سیم در مدت زمان $t = L/v_d$ از صفحهٔ xx در شکل ۲۴-۱۸ می‌گذرند. بنابراین، در این زمان باری که از صفحه می‌گذرد عبارت است از

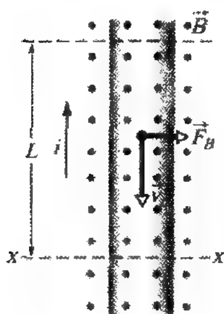
$$q = it = i\frac{L}{v_d}$$

با قراردادن این مقدار در معادلهٔ ۲۴-۳ خواهیم داشت

$$F_B = qv_dB\sin\phi = \frac{iL}{v_d}v_d\sin 90°$$

یا

$$F_B = iLB \qquad (۲۴\text{-}۲۵)$$



شکل ۲۴-۱۸ نمای نزدیکی از یک قسمت از سیم شکل ۲۴-۱۶ ب. جهت جریان به سمت بالاست، که به معنای حرکت رانشی الکترونها به سمت پایین است. میدان مغناطیسی که به طرف خارج صفحه است باعث می‌شود الکترونها و سیم به سمت راست منحرف شوند.

این معادله نیرویی را به دست می‌دهد که به یک قطعه از سیم مستقیم به طول L که حامل جریان i واقع در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ عمود بر سیم است وارد می‌شود.

اگر میدان مغناطیسی، مانند شکل ۲۴-۱۹ بر سیم عمود *نباشد*، نیروی مغناطیسی با معادلهٔ کلی‌تر ۲۴-۲۵ چنین به دست می‌آید

$$\vec{F}_B = i\vec{L}\times\vec{B} \quad \text{(نیروی وارد بر جریان)} \qquad (۲۴-۲۶)$$

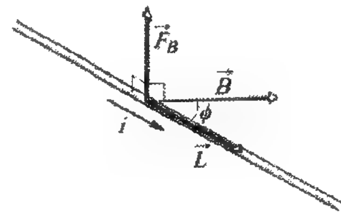
در اینجا $\vec{L}$ *بردار طول* است که بزرگی آن L و در جهت جریان (قراردادی) در سیم است. بزرگی نیروی F_B عبارت است از

$$F_B = iLB\sin\phi \qquad (۲۴-۲۷)$$

که در آن ϕ زاویهٔ میان جهتهای $\vec{L}$ و $\vec{B}$ است. جهت $\vec{F}_B$ همان جهت ضرب برداری $\vec{L}\times\vec{B}$ است چون جریان i را یک کمیت مثبت در نظر گرفتیم. معادلهٔ ۲۴-۲۶ حاکی از آن است که $\vec{F}_B$ همیشه بر صفحهٔ شامل $\vec{L}$ و $\vec{B}$، همان‌طور که در شکل ۲۴-۱۹ نشان داده شده، عمود است.

معادلهٔ ۲۴-۲۶ معادل با معادلهٔ ۲۴-۲ است و می‌توان هر یک از آنها را برای معادلهٔ تعریف کنندهٔ $\vec{B}$ در نظر گرفت. در عمل، B را با استفاده از معادلهٔ ۲۴-۲۶ تعریف می‌کنیم چون اندازه‌گیری نیروی مغناطیسی وارد بر سیم خیلی راحت‌تر از اندازه‌گیری نیروی وارد بر ذرهٔ در حال حرکت است.

اگر سیم مستقیم یا میدان مغناطیسی یکنواخت نباشد، می‌توان تصور کرد که سیم به قطعه‌های مستقیم کوچکی تقسیم



شکل ۲۴-۱۹ سیم حامل جریان i با میدان مغناطیسی $\vec{B}$ زاویه ϕ می‌سازد. طول سیم در میدان برابر L و بردار طول $\vec{L}$ است (در جهت جریان). نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B=i\vec{L}\times\vec{B}$ بر سیم وارد می‌شود.

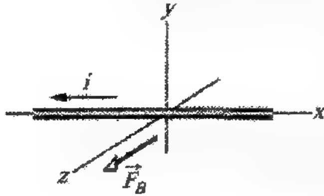
شده است و برای هر قطعه معادلهٔ ۲۴-۲۶ را به کار می‌بریم. بنابراین، نیروی وارد بر کل سیم از جمع برداری نیروی وارد بر قطعه‌های تشکیل دهندهٔ سیم به دست می‌آید. در حد دیفرانسیلی می‌توان نوشت

$$d\vec{F}_B = id\vec{L}\times\vec{B} \qquad (۲۴-۲۸)$$

و نیروی برایند وارد بر هر آرایشی از جریانها را با انتگرالگیری از معادلهٔ ۲۴-۲۸ روی آن آرایش می‌توان به دست آورد.

در به کار بردن معادلهٔ ۲۴-۲۸، به خاطر داشته باشید که چیزی به عنوان یک قطعه سیم به طول dL حامل جریان که منزوی باشد وجود ندارد. باید همیشه راهی وجود داشته باشد که جریان از یک سر سیم وارد و از سر دیگر خارج شود.

✔ ***نکتهٔ وارسی ۴*** شکل جریان i در سیمی واقع در یک میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ و نیز نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ وارد بر سیم را نشان می‌دهد. جهت میدان به گونه‌ای است که نیروی وارد بر سیم بیشینه است. میدان در چه جهتی است؟



مسئلهٔ نمونهٔ ۲۴-۶

جریان $i=۲۸\text{A}$ از یک سیم مسی مستقیم و افقی عبور می‌کند. بزرگی و جهت میدان مغناطیسی کمینهٔ $\vec{B}$ مورد نیاز برای معلق ماندن سیم، یعنی موازنه کردن نیروی مغناطیسی حاصل و نیروی گرانشی وارد بر آن، چقدر است؟ چگالی خطی (جرم یکای طول) سیم $۴۶/۶\,\text{g/m}$ است.

نکته‌های کلیدی (۱) چون سیم حامل جریان است، اگر آن را در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ قرار دهیم، یک نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ بر آن وارد می‌شود. برای موازنه کردن با نیروی گرانشی رو به پایین $\vec{F}_g$ وارد بر سیم، $\vec{F}_B$ باید به سمت بالا باشد (شکل ۲۴-۲۰). (۲) جهت $\vec{F}_B$ به جهتهای $\vec{B}$ و بردار طول سیم $\vec{L}$ از طریق معادلهٔ ۲۴-۲۶ ($\vec{F}_B=i\vec{L}\times\vec{B}$) مربوط می‌شود.

محاسبه‌ها: چون $\vec{L}$ در جهت افق است (و جریان مثبت گرفته می‌شود)، برای اینکه $\vec{F}_B$ (در شکل ۲۴-۲۰) رو به بالا باشد، از معادلهٔ ۲۴-۲۶ و قاعدهٔ دست راست، $\vec{B}$ باید افقی و به سمت راست باشد.

بزرگی $\vec{F}_B$ عبارت است از $F_B = iLB\sin\phi$ (معادلهٔ ۲۴-۲۷). چون می‌خواهیم $\vec{F}_B$ با $\vec{F}_g$ خنثی شود، باید داشته باشیم

$$iLB\sin\phi = mg \qquad (۲۴-۲۹)$$

که در آن mg بزرگی $\vec{F}_g$ و m جرم سیم است. هم‌چنین، برای خنثی کردن $\vec{F}_g$ کمینهٔ بزرگی میدان B برای $\vec{F}_B$ را می‌خواهیم. بنابراین، نیاز داریم در معادلهٔ ۲۴-۲۹، $\sin\phi$ بیشینه باشد. برای انجام این کار، $\phi=۹۰^\circ$ را در معادله قرار می‌دهیم که به ازای آن $\vec{B}$ بر سیم عمود است. پس داریم $\sin\phi=۱$ و از معادلهٔ ۲۴-۲۹ خواهیم داشت

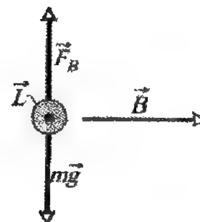
$$B = \frac{mg}{iL\sin\phi} = \frac{(m/L)g}{i} \qquad (۲۴-۳۰)$$

چون چگالی خطی سیم m/L است، نتیجه را به این صورت نوشته‌ایم. با قراردادن داده‌های معلوم خواهیم داشت

$$B = \frac{(۴۶/۶\times۱۰^{-۳}\ \text{kg/m})(۹/۸\,\text{m/s}^۲)}{۲۸\ \text{A}}$$

$$= ۱/۶\times۱۰^{-۲}\ \text{T} \qquad \text{(پاسخ)}$$

این تقریباً ۱۶۰ برابر شدت میدان مغناطیسی زمین است.

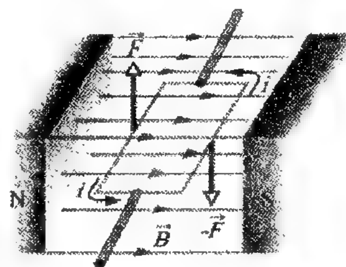


شکل ۲۴-۲۰ سیم (نشان داده شده با مقطع) حامل جریان به طرف خارج از صفحه است.

۲۴-۹ گشتاور نیروی وارد بر حلقهٔ جریان

بسیاری از کارها در جهان با موتورهای الکتریکی انجام می‌شوند. نیروهای پشت این کار نیروهای مغناطیسی هستند که در بخش قبلی مطالعه کردیم، یعنی نیروهایی که میدان مغناطیسی بر سیمی حامل جریان وارد می‌کند.

شکل ۲۴-۲۱ موتور ساده‌ای را نشان می‌دهد که شامل یک حلقهٔ حامل جریان واقع در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ است. دو نیروی مغناطیسی $\vec{F}$ و $-\vec{F}$ گشتاور نیرویی بر حلقه وارد می‌کنند و تمایل دارند که حلقه را نسبت به محور مرکزی آن بچرخانند. هرچند که بسیاری از جزییات اساسی منظور نشده‌اند ولی چگونگی تأثیر میدان مغناطیسی بر حلقهٔ جریان که حرکت چرخشی ایجاد می‌کند نشان داده شده است.



شکل ۲۴-۲۱ اجزای یک موتور الکتریکی. سیمی به شکل حلقهٔ مستطیلی شکل، که در میدان مغناطیسی قرار دارد حامل جریان است و آزادانه می‌تواند حول محور ثابتی بچرخد. نیروهای مغناطیسی وارد بر سیم گشتاور نیرویی ایجاد می‌کنند که آن را می‌چرخانند. یک جابه‌جاگر (نشان داده نشده است) در هر نیم دور جهت جریان را معکوس می‌کند به طوری که گشتاور نیرو همیشه در یک جهت یکسان عمل می‌کند.

شکل ۲۴-۲۲ الف حلقهٔ مستطیل شکلی با ضلعهای a و b را نشان می‌دهد که حامل جریان i است و در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار دارد. حلقه را طوری در میدان قرار می‌دهیم که درازاهای نشان داده شده با ۱ و ۳ عمود بر جهت میدان هستند (که به سمت داخل صفحه است) ولی پهناهای نشان داده شده با ۲ و ۴ بر میدان عمود نیستند. سیمهایی برای هدایت جریان به داخل و خارج حلقه مورد نیاز هستند ولی برای ساده‌سازی آنها نشان داده نشده‌اند.

برای مشخص کردن سمتگیری حلقه در میدان مغناطیسی، بردار عمود $\vec{n}$ را به کار می‌بریم که بر صفحهٔ حلقه عمود است. شکل ۲۴-۲۲ ب قانون دست راست را برای یافتن جهت $\vec{n}$ نشان می‌دهد. اگر انگشتهای دست راست خود را در هر نقطه از حلقه در جهت جریان قرار دهید یا همراه آن خم کنید، آنگاه امتداد انگشت شست جهت بردار عمود $\vec{n}$ را مشخص می‌کند.

در شکل ۲۴-۲۲ پ، بردار عمود بر حلقه با جهت میدان مغناطیسی $\vec{B}$ زاویهٔ اختیاری θ می‌سازد. می‌خواهیم نیروی خالص و گشتاور نیروی خالصی را که در این سمتگیری بر حلقه وارد می‌شود به‌دست آوریم.

نیروی خالص وارد بر حلقه عبارت است از مجموع برداری نیروهایی که بر چهار ضلع آن وارد می‌شوند. در ضلع ۲ بردار $\vec{L}$ در معادلهٔ ۲۴-۲۶ در جهت جریان و بزرگی آن b است. زاویه میان $\vec{L}$ و $\vec{B}$ برای ضلع ۲ (به شکل ۲۴-۲۲ پ نگاه کنید) $\theta - 90°$ است. بنابراین، بزرگی نیروی وارد بر این ضلع عبارت است از

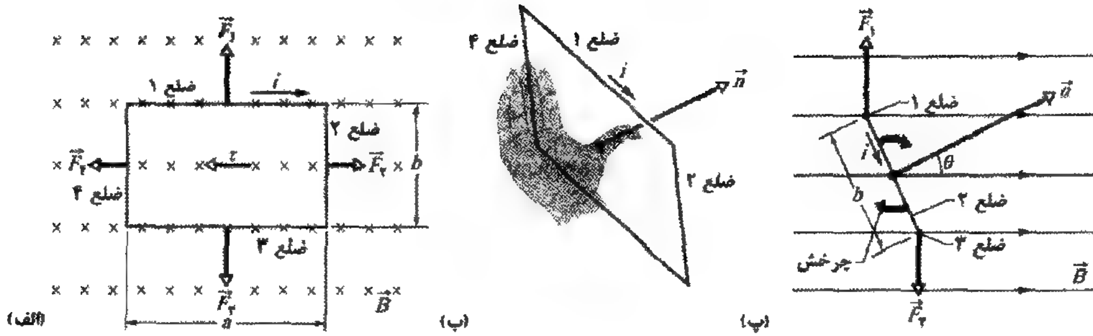
$$F_2 = ibB\sin(90° - \theta) = ibB\cos\theta \qquad (۲۴-۳۱)$$

می‌توانید نشان دهید که بزرگی نیروی $\vec{F}_4$ که بر ضلع ۴ وارد می‌شود همان بزرگی $\vec{F}_2$ را دارد ولی در خلاف جهت آن است. بنابراین، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_4$ یکدیگر را کاملاً خنثی می‌کنند. برایند این نیروها صفر است و چون خط اثر مشترک آنها از مرکز حلقه می‌گذرد، گشتاور نیروی خالص آنها نیز صفر است.

ولی برای ضلعهای ۱ و ۳ وضعیت فرق می‌کند. در مورد اینها $\vec{L}$ بر $\vec{B}$ عمود است، به طوری که نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_3$ بزرگی یکسان iaB را دارند. چون جهت این دو نیرو مخالف یکدیگر است، حلقه نمی‌تواند بر اثر آنها به بالا یا پایین حرکت کند. البته همان‌طور که شکل ۲۴-۲۲ پ نشان می‌دهد، این دو نیرو دارای خط اثر مشترک *نیستند* و در نتیجه آنها گشتاور نیروی خالصی *ایجاد می‌کنند*. این گشتاور نیرو به گونه‌ای حلقه را می‌چرخاند که بردار عمود $\vec{n}$ را در جهت میدان مغناطیسی $\vec{B}$ قرار دهد. این گشتاور نیرو دارای بازوی گشتاور $(\frac{b}{2})\sin\theta$ نسبت به محور مرکزی حلقه است. بزرگی گشتاور نیروی τ' ناشی از نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_3$ عبارت است از (به شکل ۲۴-۲۲ پ نگاه کنید)

$$\tau' = (iaB\frac{b}{2}\sin\theta) + (iaB\frac{b}{2})\sin\theta = iabB\sin\theta \qquad (۲۴-۳۲)$$

حال فرض کنید به جای تک حلقهٔ حامل جریان یک پیچه با N حلقه یا دور قرار دهیم. افزون بر این، فرض کنید که دورها را چنان فشرده و نزدیک به هم پیچیده‌اند که می‌توانند دارای ابعاد یکسان و در یک صفحه واقع باشند. بنابراین، حلقه‌ها تشکیل یک *پیچهٔ تخت* را می‌دهند و گشتاور نیروی τ' که بزرگی آن از معادلهٔ ۲۴-۳۲ به دست می‌آید بر هر یک از حلقه‌ها وارد می‌شود. پس بزرگی گشتاور نیروی کل وارد بر پیچه عبارت است از



شکل ۲۴-۲۲ حلقهٔ مستطیل شکلی به درازای a و پهنای b که حامل جریان i است و در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار داده شده است. گشتاور نیروی τ بردار عمود n را با جهت میدان مغناطیسی هم خط می‌کند. (الف) حلقه وقتی با نگاه کردن در جهت میدان مغناطیسی مشاهده شود. (ب) نمایی از حلقه که نشان می‌دهد چطور قانون دست راست جهت n را که عمود بر صفحهٔ حلقه است مشخص می‌کند. (پ) نمای از پهلوی حلقه از طرف ضلع ۲. حلقه به ترتیب مشخص شده می‌چرخد.

$$\tau = N\tau' = NiabB\sin\theta = (NiA)B\sin\theta \qquad (۲۴-۳۳)$$

که در آن $A\ (=ab)$ مساحتی است که به وسیلهٔ پیچه محصور شده است. کمیتهای داخل پرانتز (NiA) کنار هم نوشته شده‌اند، چون همهٔ آنها از خواص پیچه هستند؛ تعداد دور آن، مساحت آن و جریانی که در آن برقرار است. معادلهٔ ۲۴-۳۳ صرفنظر از شکل پیچه برای هر پیچهٔ تخت مشروط بر آنکه در یک میدان مغناطیسی یکنواخت واقع باشد، برقرار است.

به جای اینکه توجه خود را به حرکت پیچه متمرکز کنیم، ساده‌تر است که حرکت بردار $\vec{n}$ را که عمود بر صفحهٔ پیچه است پیگیری کنیم. معادلهٔ ۲۴-۳۳ بر آن دلالت دارد که پیچهٔ تخت حامل جریان که در میدان مغناطیسی واقع است می‌خواهد طوری بچرخد که $\vec{n}$ متوجه جهت میدان باشد. در یک موتور، وقتی $\vec{n}$ شروع به قرارگرفتن در جهت میدان می‌کند، جریان در پیچه معکوس می‌شود، به طوری که گشتاور نیرو به چرخاندن پیچه ادامه می‌دهد. این معکوس شدن خودکار جهت جریان از طریق جابه‌جاگری که به طور الکتریکی پیچه در حال چرخش را به اتصالهای ثابت تغذیه کنندهٔ جریان در سیمها وصل می‌کند انجام می‌گیرد.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۴-۷

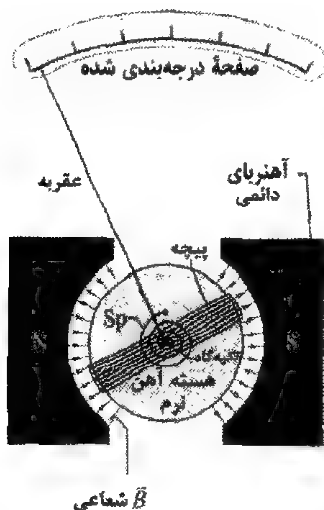
ولت‌سنجها و آمپرسنجهای قیاسی با اندازه‌گیری گشتاور نیروی اعمال شده توسط میدان مغناطیسی بر یک پیچهٔ حامل جریان کار می‌کنند. با انحراف عقربه روی یک صفحهٔ درجه‌بندی شده عدد موردنظر نشان داده می‌شود. شکل ۲۴-۲۳ اجزای یک *گالوانومتر* را نشان می‌دهد که اساس ولت‌سنجها و آمپرسنجهای قیاسی است. فرض کنید که درازای پیچه $2/1\,cm$ و پهنای آن $1/2\,cm$ است. پیچه ۲۵۰ دور دارد و به گونه‌ای نصب شده است که بتواند در میدان مغناطیسی *شعاعی* یکنواختی به بزرگی $B = 0/23\,T$ حول محوری (به داخل صفحهٔ شکل) بچرخد.

برای هر سمتگیری پیچه، میدان مغناطیسی خالص عبوری از پیچه عمود بر بردار عمودی پیچه (و بنابراین موازی با صفحهٔ پیچه) است. فنر Sp گشتاور نیروی مخالفی ایجاد می‌کند که با گشتاور نیروی مغناطیسی موازنه می‌کند، به طوری که جریان پایای معین i در پیچه، منجر به یک انحراف زاویه‌ای پایای ϕ می‌شود. هر چقدر جریان بیشتر باشد، میزان انحراف عقربه بیشتر و بنابراین، به گشتاور نیروی بیشتری نیاز است. اگر جریان $100\mu A$ انحراف زاویه‌ای 28° ایجاد کند، ثابت پیچش κ فنر با استفاده از معادلهٔ ۱۵-۲۲ $(\tau = -\kappa\phi)$ چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی با جریان ثابتی که از وسیله می‌گذرد، گشتاور نیروی مغناطیسی حاصل (معادلهٔ ۲۴-۳۳) با گشتاور نیروی فنر خنثی می‌شود. بنابراین، بزرگیهای این گشتاورهای نیرو مساوی‌اند.

محاسبه‌ها: این تساوی را به این صورت می‌نویسیم

$$NiAB\sin\theta = \kappa\phi \qquad (۲۴-۳۴)$$



شکل ۲۴-۲۳ اجزای یک گالوانومتر. این وسیله بسته به مدار خارجی می‌تواند به ولت‌سنج یا آمپرسنج تبدیل شود.

در اینجا ϕ انحراف زاویه‌ای پیچه و عقربه و $A(=2/52\times10^{-4}\,m^2)$ مساحت احاطه شده توسط پیچه است. چون میدان مغناطیسی خالصی که از پیچه می‌گذرد همیشه بر بردار عمودی پیچه عمود است، برای هر سمتگیری عقربه $\theta=90^\circ$ است. با حل معادلهٔ ۲۴-۳۴ برای κ، پیدا می‌کنیم

$$\kappa=\frac{NiAB\sin\theta}{\phi}$$

$$=(250)(100\times10^{-6}\,A)(2/52\times10^{-4}\,m^2)\times\frac{(0/33T)(\sin 90)}{28}$$

$$=5/2\times10^{-8}\,N.m/\text{درجه}$$ (پاسخ)

خیلی از آمپرسنجها و ولت‌سنجهای امروزی رقمی‌اند، از نوعی که مستقیماً خوانده می‌شوند و به گونه‌ای کار می‌کنند که پیچه حرکتی ندارد.

۲۴-۱۰ گشتاور دو قطبی مغناطیسی

همان‌طور که بحث کردیم، عمل گشتاور باعث چرخاندن یک پیچهٔ حامل جریان واقع در میدان مغناطیسی می‌شود. از این نظر، پیچه مانند یک آهنربای میله‌ای واقع در میدان مغناطیسی رفتار می‌کند. بنابراین، مانند یک آهنربای میله‌ای، به پیچهٔ حامل جریان *دوقطبی مغناطیسی* گفته می‌شود.افزون بر این، برای توصیف گشتاور نیروی ناشی از میدان مغناطیسی وارد بر پیچه یک *گشتاور دوقطبی مغناطیسی* $\vec{\mu}$ به پیچه نسبت می‌دهیم. جهت $\vec{\mu}$ همان جهت بردار $\vec{n}$ عمود بر صفحهٔ پیچه و بنابراین، با قاعدهٔ دست راست در شکل ۲۴-۲۲ داده می‌شود. یعنی اگر پیچه را با انگشتان دست راست خود در جهت جریان i بگیریم؛ انگشت شست جهت $\vec{\mu}$ را به دست می‌دهد. بزرگی $\vec{\mu}$ با رابطه زیر داده می‌شود

$$\mu=NiA \quad \text{(گشتاور مغناطیسی)} \qquad (۲۴-۳۵)$$

که در آن N تعداد دورهای پیچه، i جریان عبوری از پیچه و A مساحت محصور توسط هر حلقهٔ پیچه است. از این معادله که در آن، i برحسب آمپر و A برحسب مترمربع است می‌توان دید که یکای $\vec{\mu}$ آمپر- مترمربع $(A.m^2)$ است.

با استفاده از تعریف $\vec{\mu}$، معادلهٔ ۲۴-۳۳ در مورد گشتاور نیروی وارد بر پیچه در میدان مغناطیسی به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\tau=\mu B\sin\theta \qquad (۲۴-۳۶)$$

که در آن θ زاویهٔ میان بردارهای $\vec{\mu}$ و $\vec{B}$ است.

این رابطه را می‌توان به رابطهٔ برداری زیر تعمیم داد

$$\vec{\tau}=\vec{\mu}\times\vec{B} \qquad (۲۴-۳۷)$$

که شباهت زیادی به معادلهٔ متناظر برای گشتاور وارد شده توسط *میدان الکتریکی* بر یک *دوقطبی الکتریکی*، یعنی معادلهٔ ۱۸-۳۴ دارد

$$\vec{\tau}=\vec{p}\times\vec{E}$$

در هر مورد گشتاور نیروی ناشی از میدان- هم‌مغناطیسی و هم الکتریکی- برابر است با ضرب برداری گشتاور دو قطبی مربوط در بردار میدان.

یک دو قطبی مغناطیسی در میدان مغناطیسی خارجی دارای *انرژی پتانسیل مغناطیسی* است که به سمتگیری دو قطبی در میدان بستگی دارد. در مورد دو قطبیهای الکتریکی نشان دادیم که (معادلهٔ ۱۸-۳۸)

$$U(\theta)=-\vec{p}\,0\vec{E}$$

در مشابهت با آن، برای حالت مغناطیسی می‌توان نوشت

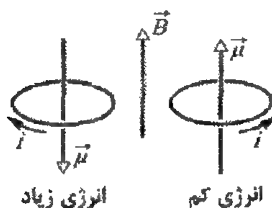
$$U(\theta)=-\vec{\mu}.\vec{B} \qquad (۲۴-۳۸)$$

هرگاه گشتاور دو قطبی $\vec{\mu}$ با میدان مغناطیسی هم جهت باشد (شکل ۲۴-۲۴) دو قطبی مغناطیسی کمترین انرژی $(=-\mu B\cos 0=-\mu B)$ را دارد. هرگاه $\vec{\mu}$ در خلاف جهت میدان باشد، بیشترین انرژی $(=-\mu B\cos180^\circ=+\mu B)$ را دارد. در معادلهٔ ۲۴-۳۸ که در آن U بر حسب ژول و B برحسب تسلاست، می‌توان دید که یکای $\vec{\mu}$ ژول بر تسلا (J/T) به جای آمپر- مترمربع است که از معادلهٔ ۲۴-۳۵ حاصل می‌شد.

اگر گشتاور اعمال شده (ناشی از یک «عامل خارجی») یک دوقطبی مغناطیسی را از سمتگیری اولیهٔ θ_i به سمتگیری θ_f بچرخاند، آنگاه کار W_a توسط گشتاور اعمال شده روی دوقطبی انجام می‌شود. اگر پیش از تغییر در سمتگیری و پس از آن **دوقطبی در حال سکون** باشد، آنگاه کار W_a برابر است با

$$W_a=U_f-U_i \qquad (۲۴-۳۹)$$

که در آن U_f و U_i با معادلهٔ ۲۴-۳۸ محاسبه می‌شوند.



شکل ۲۴-۲۴ سمتگیریهای مربوط به بیشترین و کمترین انرژی یک دو قطبی مغناطیسی (در اینجا پیچهٔ حامل جریان) در میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}$. جهت i جهت گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ از طریق قاعدهٔ دست راست را که در شکل ۲۴-۲۱ ب برای $\vec{n}$ نشان داده شده است مشخص می‌کند.

تاکنون فقط پیچهٔ حامل جریان را به عنوان دو قطبی مغناطیسی در نظر گرفتیم. اما یک آهنربای میله‌ای ساده یا یک کرهٔ چرخان باردار نیز یک دو قطبی مغناطیسی است. خود زمین (تقریباً) یک دوقطبی مغناطیسی است. بالاخره اغلب ذره‌های زیر اتمی، از جمله الکترون، پروتون و نوترون دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی هستند. به طوری که در فصل ۲۸ خواهید دید، همهٔ این ذره‌ها را می‌توان مانند یک حلقهٔ جریان در نظر گرفت. برای

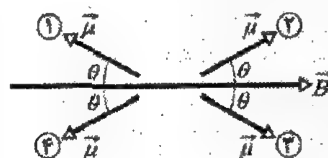
مقایسه، برخی مقدارهای گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی با تقریب در جدول ۲۴-۲ نشان داده شده‌اند.

جدول ۲۴-۲

برخی مقدارهای گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی

آهنربای میله‌ای کوچک	5 J/T
زمین	$8/0\times10^{22}$ J/T
پروتون	$1/4\times10^{-26}$ J/T
الکترون	$9/3\times10^{-24}$ J/T

✔ **نکتهٔ وارسی ۵** در شکل چهار سمتگیری، با زاویهٔ θ، برای گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ در یک میدان مغناطیسی نشان داده شده است. این سمتگیریها را به ترتیب بزرگی (الف) اندازهٔ گشتاور نیروی وارد شده به دو قطبی و (ب) انرژی پتانسیل دو قطبی، مرتب کنید.



مسئلهٔ نمونهٔ ۲۴-۸

شکل ۲۴-۲۵ یک پیچهٔ دایره‌ای با ۲۵۰ دور سیم و مساحت A برابر با $2/52\times10^{-4}\,m^2$ و جریان $100\mu A$ را نشان می‌دهد. این پیچه در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $B=0/85\,T$ که گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ آن در آغاز با $\vec{B}$ هم جهت است، به حالت سکون قرار دارد.

(الف) در شکل ۲۴-۲۵، جهت جریان در پیچه چگونه است؟

قاعدهٔ دست راست: پیچه را طوری در دست راست خود بگیرید که انگشت شست در جهت $\vec{\mu}$ باشد. در این صورت جهتی که انگشتان خود را دور پیچه می‌چرخانید، جهت جریان در پیچه است. بنابراین، در سیمهای رویی پیچه، آنهایی که در شکل ۲۴-۲۵ می‌بینیم، جریان از بالا به پایین است.

(ب) گشتاور نیروی اعمال شده توسط عامل خارجی، برای چرخاندن پیچه از سمتگیری اولیه به $90°$، به طوری که $\vec{\mu}$ بر B عمود و پیچه دوباره به حالت سکون درآید، باید چقدر کار انجام دهد؟

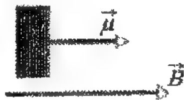
نکتهٔ کلیدی کار W_a انجام شده توسط گشتاور نیروی اعمال شده برابر با تغییر در انرژی پتانسیل پیچه به علت تغییر در سمتگیری آن است.

محاسبه‌ها: از معادلهٔ ۲۴-۳۹ $(W_a=U_f-U_i)$، داریم

$$W_a=U(90°)-U(0°)$$
$$=-\mu B\cos 90°-(-\mu B\cos 0°)=0+\mu B$$
$$=\mu B$$

با قراردادن μ از معادلهٔ ۲۴-۳۵ $(\mu=NiA)$، داریم

$$W_a=(NiA)B$$
$$=(250)(100\times10^{-6}A)(2/52\times10^{-4}m^2)(0/85T)$$
$$=5/356\times10^{-6}J\approx5/4\mu J$$ (پاسخ)



شکل ۲۴-۲۵ نمای جانبی یک پیچهٔ دایره‌ای حامل جریان. پیچه طوری سمتگیری کرده است که گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ با میدان مغناطیسی $\vec{B}$ هم جهت است.

بازنگری و خلاصهٔ درس

میدان مغناطیسی B *میدان مغناطیسی* $\vec{B}$ برحسب نیروی $\vec{F}_B$ وارد بر یک ذرهٔ آزمون با بار q که با سرعت $\vec{v}$ در میدان در حال حرکت است تعریف می‌شود

$$\vec{F}_B=q\vec{v}\times\vec{B} \quad (24\text{-}2)$$

یکای SI میدان $\vec{B}$ **تسلا** (T) است:

$1T=1N/(A.m)=10^4$ گاوس.

اثر هال وقتی یک نوار رسانا به ضخامت l که حامل جریان i است در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ قرار گیرد، برخی حاملهای بار (با بار e) در کناره‌های رسانا جمع می‌شوند، و یک اختلاف پتانسیل V میان کناره‌های نوار ایجاد می‌کنند. قطبیت ولتاژ در کناره‌ها علامت حاملهای بار را به دست می‌دهد؛ چگالی عددی n حاملهای بار را می‌توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد

$$n=\frac{Bi}{Vle} \quad (24\text{-}12)$$

ذرهٔ باردار با حرکت دایره‌ای در میدان مغناطیسی

مسیر یک ذرهٔ باردار با جرم m و بزرگی بار $|q|$ که با سرعت $\vec{v}$ عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ حرکت می‌کند، به صورت دایره است. با استفاده از قانون دوم نیوتون در مورد حرکت دایره‌ای رابطهٔ زیر حاصل می‌شود

$$|q|vB=\frac{mv^2}{r} \quad (24\text{-}15)$$

از این رابطه شعاع r دایره به دست می‌آید

$$r=\frac{mv}{|q|B} \quad (24\text{-}16)$$

بسامد دوران f، بسامد زاویه‌ای ω و دورهٔ تناوب حرکت T با رابطهٔ زیر داده می‌شوند

$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{T}=\frac{|q|B}{2\pi m} \quad (24\text{-}17,\ 24\text{-}18,\ 24\text{-}19)$$

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

به یک سیم حامل جریان i که در میدان مغناطیسی واقع است نیرویی جانبی وارد می‌شود

$$\vec{F}_B = i\vec{L}\times\vec{B} \qquad (۲۴-۲۶)$$

نیروی جانبی وارد بر عنصر جریان $id\vec{L}$ در میدان مغناطیسی عبارت است از

$$d\vec{F}_B = id\vec{L}\times\vec{B} \qquad (۲۴-۲۸)$$

جهت بردار طول $\vec{L}$ یا $d\vec{L}$ همان جهت i است.

گشتاور وارد بر پیچهٔ حامل جریان به پیچه‌ای (با N دور و مساحت A و حامل جریان i) که در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ واقع است گشتاور نیروی $\vec{\tau}$ وارد می‌شود که با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B} \qquad (۲۴-۳۷)$$

در اینجا $\vec{\mu}$ **گشتاور دو قطبی مغناطیسی** پیچه با بزرگی $\mu = NiA$ است و جهت آن با قانون دست راست داده می‌شود.

انرژی سمتگیری دو قطبی مغناطیسی **انرژی پتانسیل مغناطیسی** یک دو قطبی مغناطیسی در میدان مغناطیسی عبارت است از

$$U(\theta) = -\vec{\mu}.\vec{B} \qquad (۲۴-۳۸)$$

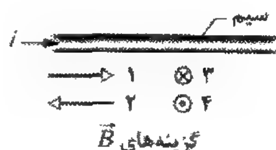
اگر یک عامل خارجی دو قطبی مغناطیسی را از سمتگیری اولیهٔ θ_i به سمتگیری دیگر θ_f بچرخاند، کار W_a انجام شده روی دو قطبی توسط میدان مغناطیسی عبارت است از

$$W_a = \Delta U = (U_f - U_i) \qquad (۲۴-۳۹)$$

پرسشها

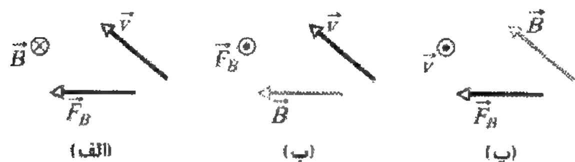
۱- در بخش ۲۴-۴، دربارهٔ ذرهٔ بارداری بحث کردیم که در میدانهای عمود بر هم با نیروهای $\vec{F}_E$ و $\vec{F}_B$ مخالف هم حرکت می‌کند. در آنجا دیدیم که اگر تندی ذره با معادلهٔ ۲۴-۷ $(v = E/B)$ داده شود، ذره روی یک خط راست حرکت می‌کند (یعنی هیچ یک از نیروها بر دیگری غلبه ندارد). اگر تندی ذره (الف) $v < E/B$ و (ب) $v > E/B$ باشد، کدام نیرو غلبه دارد؟

۲- شکل ۲۴-۲۶ سیمی حامل جریان به طرف راست را نشان می‌دهد که در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد. شکل همچنین چهار گزینه را برای جهت میدان نشان می‌دهد. (الف) این گزینه‌ها را به ترتیب بزرگی اختلاف پتانسیلی که در پهنای سیم برقرار می‌شود مرتب کنید. (ب) در کدام گزینه طرف بالای سیم نسبت به طرف پایین پتانسیل بیشتری دارد؟



شکل ۲۴-۲۶ پرسش ۲

۳- شکل ۲۴-۲۷ سه وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها یک ذره با بار مثبت با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ حرکت می‌کند و نیروی مغناطیسی $\vec{F}_B$ به آن وارد می‌شود. در هر وضعیتی مشخص کنید که آیا سمتگیری بردارها از نظر فیزیکی قابل قبول‌اند یا نه؟



شکل ۲۴-۲۷ پرسش ۳

۴- شکل ۲۴-۲۸ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت $\vec{E}$ و $\vec{B}$ عمود بر هم را نشان می‌دهد و در یک لحظهٔ معین، بردارهای سرعت ۱۰ ذرهٔ باردار در جدول ۲۴-۳ فهرست شده است. (بردارها با مقیاس رسم نشده‌اند). تندیهای داده شده در جدول کوچکتر یا بزرگتر از E/B هستند. (به پرسش ۱ نگاه کنید). کدام ذره پس از لحظهٔ نشان داده شده در شکل ۲۴-۲۸ به طرف خارج از صفحه به طرف شما حرکت می‌کند؟



شکل ۲۴-۲۸ پرسش ۴

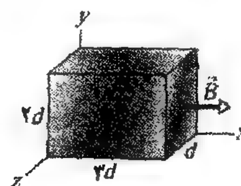
جدول ۲۴-۳

پرسش ۴

ذره	بار	تندی	ذره	بار	تندی
۱	+	کوچکتر	۶	−	بزرگتر
۲	+	بزرگتر	۷	+	کوچکتر
۳	+	کوچکتر	۸	+	بزرگتر
۴	+	بزرگتر	۹	−	کوچکتر
۵	−	کوچکتر	۱۰	−	بزرگتر

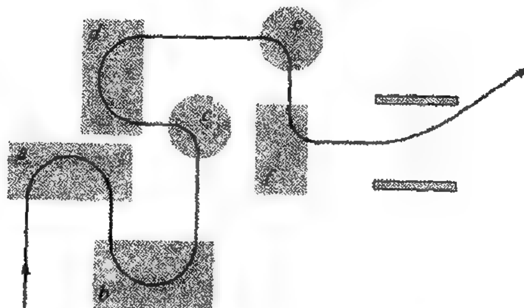
۵- شکل ۲۴-۲۹ مکعب فلزی توپری را نشان می‌دهد که با تندی v معینی در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ حرکت می‌کند. ابعاد جسم به ترتیب نشان داده شده مضربی از d هستند. شش گزینه برای جهت سرعت وجود دارد: موازی x، y یا z یا در جهت مثبت یا در جهت منفی. (الف) این شش گزینه را بنابر اختلاف پتانسیل ایجاد شده در دو طرف جسم از

بزرگترین مرتب کنید. (ب) برای کدام گزینه وجه جلویی در پتانسیل کمتری است؟



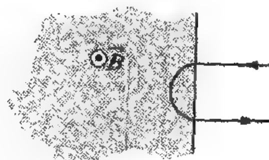
شکل ۲۴-۲۹ پرسش ۵

۶- شکل ۲۴-۳۰ مسیر ذره‌ای را نشان می‌دهد که از شش ناحیه شامل میدان مغناطیسی یکنواخت می‌گذرد، این مسیرها نیمدایره یا ربع دایره‌اند. ذره هنگام ترک آخرین ناحیه، بین دو صفحهٔ باردار موازی حرکت می‌کند و به طرف صفحهٔ با پتانسیل بیشتر منحرف می‌شود. جهت میدان مغناطیسی در هر یک از شش ناحیه چگونه است؟



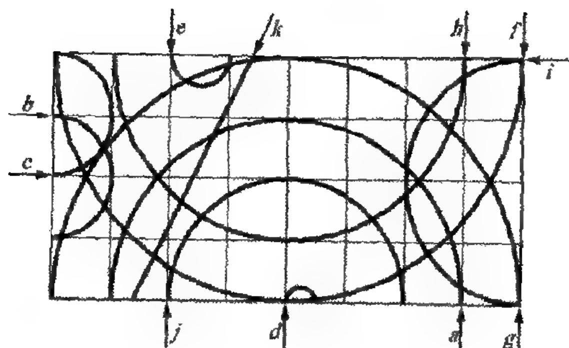
شکل ۲۴-۳۰ پرسش ۶

۷- در شکل ۲۴-۳۱، ذرهٔ بارداری با تندی v_0 وارد میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ می‌شود، و در مدت زمان T_0 یک مسیر نیمدایره‌ای را طی می‌کند و سپس از میدان خارج می‌شود. (الف) بار الکتریکی مثبت است یا منفی؟ (ب) آیا تندی نهایی ذره بزرگتر از v_0 است یا کوچکتر یا با آن مساوی است؟ (پ) اگر تندی اولیه ۰/۵v_0 باشد، آیا زمان طی شده در میدان $\vec{B}$ بیشتر از T_0 است یا کمتر یا با آن مساوی است؟ (ت) آیا مسیر یک نیمدایره است، بیشتر از نیمدایره یا کمتر از نیمدایره است؟



شکل ۲۴-۳۱ پرسش ۷

۸- دورزدن ذره. شکل ۲۴-۳۲، ۱۱ مسیر را در ناحیه‌ای از میدان مغناطیسی یکنواخت نشان می‌دهد. یکی از مسیرها خط راست است و بقیه نیمدایره‌اند. جدول ۲۴-۴ جرم، بار و تندی ۱۱ ذره را به دست می‌دهد که این مسیرها را در میدان در جهتهای نشان داده شده پیموده‌اند. کدام مسیر در شکل متناظر با کدام ذره در جدول است؟



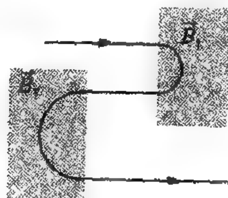
شکل ۲۴-۳۲ پرسش ۸

جدول ۲۴-۴

پرسش ۸

ذره	جرم	بار	تندی
۱	۲m	q	v
۲	m	۲q	v
۳	m/۲	q	۲v
۴	۳m	۳q	۳v
۵	۲m	q	۲v
۶	m	$-q$	۲v
۷	m	$-$۴q	v
۸	m	$-q$	v
۹	۲m	$-$۲q	۳v
۱۰	m	$-$۲q	۸v
۱۱	۳m	۰	۳v

۹- شکل ۲۴-۳۳ مسیر الکترونی را نشان می‌دهد که از دو ناحیه شامل میدان مغناطیسی یکنواخت با بزرگیهای B_1 و B_2 می‌گذرد. مسیر الکترون در هر ناحیه یک نیمدایره است. (الف) کدام میدان قویتر است؟ (ب) جهت هر میدان چگونه است؟ (پ) آیا زمان سپری شده توسط الکترون در ناحیهٔ $\vec{B}_1$ نسبت به ناحیهٔ $\vec{B}_2$ بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟



شکل ۲۴-۳۳ پرسش ۹

۱۰- شکل ۲۴-۳۴ مسیر الکترونی را در ناحیه‌ای از میدان مغناطیسی یکنواخت نشان می‌دهد. این مسیر شامل دو بخش مستقیم است که هر یک میان یک جفت از صفحه‌های باردار یکنواخت واقع شده‌اند و دو بخش نیمدایره است. کدام صفحه در پتانسیل الکتریکی بالاتر در (الف) جفت صفحه‌های بالایی و

(ب) جفت صفحه‌های پایینی است؟ (پ) جهت میدان مغناطیسی چگونه است؟



شکل ۲۴-۳۴ پرسش ۱۰

۱۱- (الف) در نکتهٔ وارسی ۵، اگر گشتاور دو قطبی $\vec{\mu}$ از سمتگیری ۱ به سمتگیری ۲ بچرخد، آیا کار انجام شده روی دو قطبی *توسط میدان مغناطیسی* مثبت است یا منفی یا صفر است؟ (ب) کار انجام شده روی دوقطبی توسط میدان مغناطیسی را به ترتیب بزرگی این سه چرخش مرتب کنید: ۲ ← ۱ , ۲ ← ۴ , ۲ ← ۳.

مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

•-•••تعداد نقطه‌ها درجهٔ دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرندهٔ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۲۴-۳ تعریف $\vec{B}$

•۱- الکترونی با سرعت

$$\vec{v}=(۲/۰\times۱۰^{۶}\ \mathrm{m/s})\hat{i}+(۳/۰\times۱۰^{۶}\ \mathrm{m/s})\hat{j}$$

در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}=(۰/۰۳۰\,\mathrm{T})\hat{i}+(۰/۱۵\,\mathrm{T})\hat{j}$ حرکت می‌کند. (الف) نیروی وارد بر الکترون را پیدا کنید. (ب) محاسبه را برای پروتونی با همین سرعت تکرار کنید.

•۲- یک ذرهٔ آلفا با سرعت $\vec{v}$ با بزرگی ۵۵۰m/s در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی ۰/۰۴۵T حرکت می‌کند (بار ذره آلفا $+۳/۲\times۱۰^{-۱۹}\,\mathrm{C}$ و جرم آن $۶/۶\times۱۰^{-۲۷}\,\mathrm{kg}$ است.) زاویهٔ میان $\vec{v}$ و $\vec{B}$ برابر با °۵۲ است. بزرگی (الف) نیروی $\vec{F}_B$ وارد بر ذره ناشی از میدان و (ب) شتاب ذره ناشی از $\vec{F}_B$ چقدر است؟ (پ) آیا تندی ذره افزایش می‌یابد یا کاهش یا ثابت می‌ماند؟

•۳- پروتونی با زاویهٔ °۲۳/۰ نسبت به جهت یک میدان مغناطیسی با شدت ۲/۶۰mT حرکت می‌کند و نیروی مغناطیسی $۶/۵۰\times۱۰^{-۱۷}\mathrm{N}$ بر آن وارد می‌شود. (الف) تندی پروتون و (ب) انرژی جنبشی آن را برحسب الکترون ولت، محاسبه کنید. SSM ILW

•۴- ذره‌ای به جرم ۱۰g و بار ۸۰μC در میدان مغناطیسی یکنواخت در ناحیه‌ای که شتاب سقوط آزاد $-۹/۸\hat{j}\,\mathrm{m/s^2}$ است حرکت می‌کند. سرعت ذره مقدار ثابت $۲۰\hat{i}\,\mathrm{km/s}$ است که بر میدان مغناطیسی عمود است. میدان مغناطیسی چگونه است؟

••۵- الکترونی در میدان مغناطیسی یکنواختی حرکت می‌کند که با $\vec{B}=B_x\hat{i}+(۳/۰B_x)\hat{j}$ داده شده است. در یک لحظهٔ معین سرعت الکترون $\vec{v}=(۲/۰\hat{i}+۴/۰\hat{j})\mathrm{m/s}$ و نیروی مغناطیسی وارد بر آن $(۶/۴\times۱۰^{-۱۹}\mathrm{N})\hat{k}$ است. B_x را پیدا کنید.

••۶- پروتونی در میدان مغناطیسی یکنواختی حرکت می‌کند که با $\vec{B}=(۱۰\hat{i}-۲۰\hat{j}+۳۰\hat{k})\mathrm{mT}$ داده شده است. در لحظهٔ t_1 سرعت پروتون با $\vec{v}=v_x\hat{i}+v_y\hat{j}+(۲/۰\,\mathrm{km/s})\hat{k}$ و نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون با $\vec{F}_B=(۴/۰\times۱۰^{-۱۷}\,\mathrm{N})\hat{i}+(۲/۰\times۱۰^{-۱۷}\,\mathrm{N})\hat{j}$ داده شده است. در آن لحظه (الف) v_x و (ب) v_y چقدر است؟

بخش ۲۴-۴ میدانهای عمود بر هم: کشف الکترون

•۷- در شکل ۲۴-۳۵، الکترونی از حالت سکون با اختلاف پتانسیل $V_1=۱/۰۰\mathrm{kV}$ شتابدار شده و وارد شکاف میان دو صفحهٔ موازی با فاصلهٔ $d=۲۰/۰\,\mathrm{mm}$ و اختلاف پتانسیل $V_2=۱۰۰\mathrm{V}$ می‌شود. صفحهٔ پایینی در پتانسیل کمتر است. از اثر لبه‌ها چشمپوشی کرده و فرض کنید که بردار سرعت الکترون بر بردار میدان الکتریکی میان صفحه‌ها عمود است. بر حسب بردار یکه، میدان مغناطیسی یکنواختی که موجب حرکت الکترون در راستای یک خط راست در شکاف می‌شود چقدر است؟ ILW



شکل ۲۴-۳۵ مسئلهٔ ۷

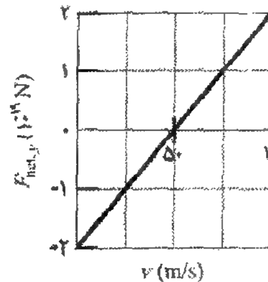
•۸- میدان الکتریکی ۱/۵۰kV/m و میدان مغناطیسی ۰/۴۰۰T بر الکترون متحرکی اثر می‌کنند به طوری که هیچ نیروی خالصی ایجاد نمی‌شود. اگر میدانها بر یکدیگر عمود باشند، تندی الکترون چقدر است؟

•۹- سرعت اولیهٔ الکترونی $(۱۲/۰\hat{j}+۱۵/۰\hat{k})\mathrm{km/s}$ و شتاب ثابت آن درناحیه‌ای که میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یکنواختی وجود دارند $(۲/۰۰\times۱۰^{۱۳}\mathrm{m/s^2})\hat{i}$ است. اگر $\vec{B}=(۴۰۰\mu\mathrm{T})\hat{i}$ باشد، میدان الکتریکی $\vec{E}$ را پیدا کنید.

••۱۰- پروتونی در میدانهای مغناطیسی و الکتریکی یکنواختی حرکت می‌کند. میدان مغناطیسی $\vec{B}=-۲/۵۰\hat{i}\mathrm{mT}$ است. در یک لحظه سرعت پروتون $\vec{v}=۲۰۰۰\hat{j}\,\mathrm{m/s}$ است. در این لحظه اگر میدان الکتریکی (الف) $۴/۰۰\hat{k}\mathrm{V/m}$، (ب) $-۴/۰۰\hat{k}\mathrm{V/m}$ و (پ) $۴/۰۰\hat{i}\mathrm{V/m}$ باشد، نیروی خالص وارد بر ذره را برحسب بردار یکه پیدا کنید.

●●۱۱- یک چشمهٔ یون، یونهای ^6Li ایجاد می‌کند که بار آنها $+e$ و جرم آنها $9/99\times10^{-27}$ kg است. یونها توسط اختلاف پتانسیل $10kV$ شتاب می‌گیرند و به طور افقی وارد ناحیه‌ای می‌شوند که در آنجا میدان مغناطیسی یکنواخت قائمی به بزرگی $B=1/2T$ وجود دارد. شدت کمترین میدان الکتریکی را محاسبه کنید که در همان منطقه برقرار شود و یونهای ^6Li بتوانند بدون انحراف از آن بگذرند.

●●●۱۲- در لحظهٔ t_1، الکترونی در جهت مثبت محور x از میان دو میدان الکتریکی $\vec{E}$ و میدان مغناطیسی $\vec{B}$ فرستاده می‌شود که $\vec{E}$ موازی محور y است. شکل ۲۴-۳۶ مؤلفهٔ y نیروی خالص وارد بر الکترون، $F_{net,y}$ را از طرف دو میدان برحسب تابعی از تندی v الکترون در لحظهٔ t_1 نشان می‌دهد. مقیاس محور سرعت با $v_s=100/0m/s$ مشخص شده است. مؤلفه‌های x و z نیروی خالص در لحظهٔ t_1 برابر صفرند. با فرض $B_x=0$، (الف) بزرگی E و (ب) $\vec{B}$ را برحسب بردار یکه پیدا کنید.



شکل ۲۴-۳۶ مسئلهٔ ۱۲

بخش ۲۴-۵ میدانهای عمود بر هم: اثر هال

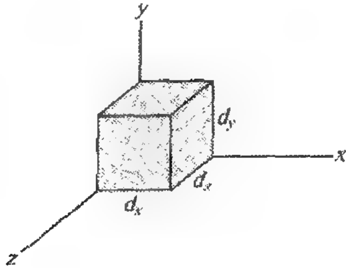
●۱۳- یک نوار مسی به ضخامت $150\mu m$ و پهنای $4/5mm$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ با بزرگی $0/65T$ و با $\vec{B}$ عمود بر نوار قرار دارد. سپس جریان $i=23A$ در نوار فرستاده می‌شود به طوری که اختلاف پتانسیل هال V در دو سر پهنای نوار برقرار می‌شود. V را محاسبه کنید. (تعداد حاملهای بار یکای حجم مس $8/47\times10^{28}$ الکترون بر متر مکعب است.)

●۱۴- همان‌طور که در شکل ۲۴-۳۷ نشان داده شده است، یک نوار فلزی به درازای $6/50cm$، به پهنای $0/850cm$ و ضخامت $0/760mm$ با سرعت ثابت $\vec{v}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $B=1/20mT$ که عمود بر نوار است حرکت می‌کند. اختلاف پتانسیل $3/90\mu V$ بین نقطه‌های x و y در دو طرف نوار برقرار است. تندی v را محاسبه کنید.



شکل ۲۴-۳۷ مسئلهٔ ۱۴

●●۱۵- در شکل ۲۴-۳۸، مکعب رسانای توپری با ابعاد $d_x=5/00m$، $d_y=3/00m$ و $d_z=2/00m$ با سرعت ثابت $\vec{v}=(20/0m/s)\hat{i}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}=(30/0\,mT)\hat{j}$ حرکت می‌کند. (الف) میدان الکتریکی داخل مکعب بر حسب بردار یکه و (ب) اختلاف پتانسیل دو سر مکعب چقدر است؟



شکل ۲۴-۳۸ مسئله‌های ۱۵ و ۱۶

●●●۱۶- شکل ۲۴-۳۸ قطعه فلزی را نشان می‌دهد که وجه‌های آن با محورهای مختصات موازی‌اند. این قطعه در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $0/020T$ قرار دارد. طول یک ضلع این قطعه $25cm$ است که با مقیاس نشان داده نشده است. این قطعه با تندی $3/0m/s$ به نوبت موازی با هر محور حرکت می‌کند و اختلاف پتانسیل V ظاهر شده در دو طرف قطعه اندازه‌گیری می‌شود. در حرکت موازی با محور y، $V=12mV$، موازی با محور z، $V=18mV$ و موازی با محور x، $V=0$ است. ابعاد قطعه (الف) d_x، (ب) d_y و (پ) d_z چقدرند؟

بخش ۲۴-۶ ذرهٔ باردار در حرکت دایره‌ای

●۱۷- الکترونی با انرژی جنبشی $1/20keV$ دایره‌ای را در صفحهٔ عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی می‌پیماید. شعاع مدار $25/0cm$ است. (الف) تندی الکترون، (ب) بزرگی میدان مغناطیسی، (پ) بسامد چرخش و (ت) دورهٔ تناوب حرکت را پیدا کنید. SSM

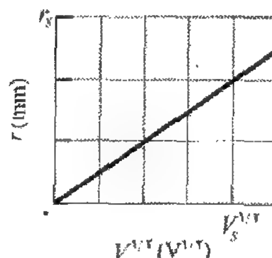
●۱۸- الکترونی از حالت سکون توسط اختلاف پتانسیل $350V$ شتاب می‌گیرد. الکترون سپس با سرعتی عمود بر میدان وارد میدان مغناطیسی یکنواختی (بابزرگی $200mT$) می‌شود. (الف) تندی الکترون و (ب) شعاع مسیر آن در میدان مغناطیسی را محاسبه کنید.

●۱۹- چه میدان مغناطیسی یکنواختی باید عمود بر باریکه‌ای از الکترونهای متحرک با تندی $1/30\times10^6m/s$ اعمال شود تا الکترونها در دایره‌ای به شعاع $0/350m$ حرکت کنند؟

●۲۰- در یک آزمایش هسته‌ای پروتونی با انرژی جنبشی $1/0MeV$ در مسیری دایره‌ای در میدان مغناطیسی یکنواختی حرکت می‌کند. انرژی (الف) یک ذرهٔ آلفا $(q=+2e, m=4/0u)$ و (ب) یک دوترون $(q=+e, m=2/0u)$ چقدر باید باشد تا در همان مسیر دایره‌ای حرکت کنند؟

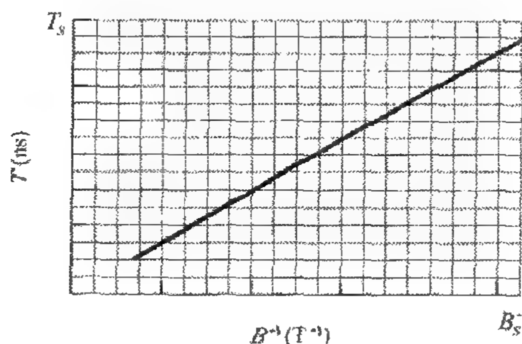
•۲۱- (الف) بسامد چرخش الکترونی با انرژی $100\,eV$ را در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $35.0\,\mu T$ پیدا کنید. (ب) اگر سرعت الکترون بر میدان مغناطیسی عمود باشد، شعاع مسیر آن را محاسبه کنید.

•۲۲- الکترونی از حالت سکون با اختلاف پتانسیل V شتاب می‌گیرد و سپس وارد ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی یکنواخت می‌شود که در آن حرکت دایره‌ای یکنواختی انجام می‌گیرد. شکل ۲۴-۳۹ شعاع r این حرکت را برحسب $V^{1/2}$ به دست می‌دهد. مقیاس محور عمودی $r_s = 3.0\,mm$، و مقیاس محور افقی با $V_s^{1/2} = 40.0\,V^{1/2}$ مشخص شده است. بزرگی میدان مغناطیسی چقدر است؟



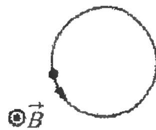
شکل ۲۴-۳۹ مسئلهٔ ۲۲

•۲۳- ذره معینی با بردار سرعت عمود بر جهت یک میدان مغناطیسی یکنواخت به داخل آن فرستاده می‌شود. شکل ۲۴-۴۰ دورهٔ تناوب T حرکت ذره را برحسب معکوس میدان مغناطیسی B نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $T_s = 40.0\,ns$ و مقیاس محور افقی با $B_s^{-1} = 5.0\,T^{-1}$ مشخص شده است. نسبت m/q جرم ذره به بزرگی بار آن چقدر است؟



شکل ۲۴-۴۰ مسئلهٔ ۲۳

•۲۴- در شکل ۲۴-۴۱ ذره‌ای روی یک دایره در ناحیه‌ای که در آن میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $B = 4.00\,mT$ وجود دارد حرکت می‌کند. ذره می‌تواند پروتون یا الکترون باشد (شما باید انتخاب کنید). به این ذره نیروی مغناطیسی با بزرگی $3.20 \times 10^{-15}\,N$ وارد می‌شود. (الف) تندی ذره، (ب) شعاع دایره و (پ) دورهٔ تناوب حرکت چقدر است؟



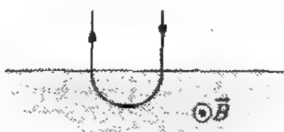
شکل ۲۴-۴۱ مسئلهٔ ۲۴

•۲۵- یک ذرهٔ آلفا $(q = +2e\,,\, m = 4.00\,u)$ در مسیری دایره‌ای به شعاع $4.50\,cm$ در میدان مغناطیسی یکنواختی با $B = 1.20\,T$ حرکت می‌کند. (الف) تندی ذره، (ب) دورهٔ تناوب چرخش آن، (پ) انرژی جنبشی آن و (ت) اختلاف پتانسیلی را که برای رسیدن به این انرژی توسط آن شتابدار شده است، محاسبه کنید.

••۲۶- ذره‌ای با حرکت دایره‌ای یکنواخت به شعاع $26.1\,\mu m$ در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد. نیروی مغناطیسی وارد بر ذره دارای بزرگی $1.60 \times 10^{-17}\,N$ است. انرژی جنبشی ذره چقدر است؟

••۲۷- الکترونی در یک مسیر مارپیچی در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $0.300\,T$ حرکت می‌کند. گام مسیر $6.00\,\mu m$ و بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون برابر با $2.00 \times 10^{-15}\,N$ است. تندی الکترون چقدر است؟

••۲۸- در شکل ۲۴-۴۲، ذرهٔ بارداری وارد ناحیه‌ای از یک میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ می‌شود، نصف دایره‌ای را طی می‌کند و سپس از آن ناحیه خارج می‌شود. ذره می‌تواند پروتون یا الکترون باشد (شما باید تصمیم بگیرید). این ذره $130\,ns$ را در این ناحیه سپری می‌کند. (الف) بزرگی $\vec{B}$ چقدر است؟ (ب) اگر ذره با دو برابر انرژی جنبشی اولیه (در راستای همان مسیر) دوباره به میدان مغناطیسی برگردد، در این حرکت چه مدت زمان در میدان خواهد بود؟



شکل ۲۴-۴۲ مسئلهٔ ۲۸

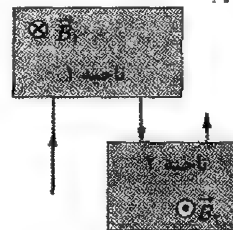
••۲۹- پوزیترونی با انرژی جنبشی $2.00\,keV$ به داخل میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $0.100\,T$ پرتاب می‌شود، به طوری که بردار سرعت آن با $\vec{B}$ زاویهٔ $89.0°$ می‌سازد. (الف) دورهٔ تناوب، (ب) گام p و (پ) شعاع r مسیر مارپیچی آن را پیدا کنید. **SSM WWW**

••۳۰- الکترونی روی مسیری مارپیچی در میدان مغناطیسی یکنواختی که با رابطهٔ $\vec{B} = (20\hat{i} - 50\hat{j} - 30\hat{k})\,mT$ داده می‌شود حرکت می‌کند. در زمان $t = 0$ سرعت الکترون با رابطهٔ $\vec{v} = (20\hat{i} - 30\hat{j} + 50\hat{k})\,m/s$ داده می‌شود. (الف) زاویهٔ ϕ میان $\vec{v}$ و $\vec{B}$ چقدر است؟ سرعت الکترون نسبت به زمان تغییر

می‌کند. آیا (ب) تندی آن و (پ) زاویهٔ ϕ نسبت به زمان تغییر می‌کند؟ (ت) شعاع مسیر مارپیچی چقدر است؟

●●۳۱- یک طیف‌سنج جرم تجارتی (به مسئلهٔ نمونهٔ ۲۴-۳ نگاه کنید) برای جداکردن یونهای اورانیوم با جرم $3/92\times10^{-25}$ kg و بار الکتریکی $3/20\times10^{-19}$ C از نمونه‌های مربوط به کار می‌رود. یونها توسط اختلاف پتانسیل ۱۰۰ kV شتاب می‌گیرند و سپس وارد میدان مغناطیسی یکنواختی می‌شوند و در مسیری به شعاع ۱/۰۰ m خم می‌شوند. یونها پس از انحراف به اندازهٔ $180°$ و عبور از شکافی به پهنای ۱/۰۰ mm و ارتفاع ۱/۰۰ cm در ظرفی جمع‌آوری می‌شوند. (الف) بزرگی میدان مغناطیسی (عمودی) جداکننده چقدر است؟ اگر این دستگاه برای جداکردن ۱۰۰ mg ماده در ساعت به کار رود، (ب) جریان یونهای موردنظر در دستگاه و (پ) انرژی گرمایی تلف شده را در مدت ۱/۰۰ h محاسبه کنید.

●●۳۲- در شکل ۲۴-۴۳، الکترونی با انرژی جنبشی اولیهٔ ۴/۰ keV در لحظهٔ $t=0$ وارد ناحیهٔ ۱ می‌شود. در آن ناحیه میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۰/۰۱۰ T و به طرف داخل صفحه برقرار است. الکترون یک نیمدایره را طی می‌کند و سپس از ناحیهٔ ۱ خارج و به طرف ناحیهٔ ۲ که ۲۵/۰ cm با آن فاصله دارد حرکت می‌کند. یک اختلاف پتانسیل الکتریکی $\Delta V=2000$ V در دو سر این فاصله برقرار است با قطبیتی که تندی الکترونها را به طور یکنواخت با عبور از این فاصله افزایش می‌دهد. در ناحیهٔ ۲ میدان مغناطیسی یکنواختی به طرف خارج از صفحه با بزرگی ۰/۰۲۰ T وجود دارد. الکترون یک نیمدایره را می‌پیماید و سپس ناحیهٔ ۲ را ترک می‌کند. در چه زمان t آنجا را ترک می‌کند؟



شکل ۲۴-۴۳ مسئلهٔ ۳۲

●●۳۳- نوع خاصی از ذرهٔ بنیادی با تبدیل به یک الکترون e^- و یک پروتون e^+ واپاشیده می‌شود. فرض کنید ذره‌ای که واپاشیده می‌شود در حالت سکون در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ با بزرگی ۳/۵۳ mT قرار داشته و e^- و e^+ از نقطهٔ واپاشی در مسیرهایی که در صفحهٔ عمود بر $\vec{B}$ قرار دارند از هم دور شوند. چه مدت پس از واپاشی e^- و e^+ برخورد می‌کنند؟

●●۳۴- چشمه‌ای الکترونی را با تندی $v=1/5\times10^7$ m/s به میدان مغناطیسی یکنواختی با بزرگی $B=1/0\times10^{-3}$ T پرتاب می‌کند. سرعت الکترون با جهت میدان مغناطیسی زاویهٔ $\theta=10°$ می‌سازد. فاصلهٔ d از نقطهٔ پرتاب که در آن الکترون بعداً خط میدانی را که از نقطهٔ پرتاب می‌گذرد قطع می‌کند پیدا کنید.

۲۴-۷ سیکلوترونها و سینکروترونها

●●۳۵- طول کل مسیر پیموده شده توسط یک دوترون در سیکلوترون مسئلهٔ نمونهٔ ۲۴-۵ را در ضمن (کل) فرایند شتاب‌گیری محاسبه کنید. فرض کنید که پتانسیل شتاب دهنده میان دی‌ها ۸۰ kV باشد.

●●۳۶- در یک سیکلوترون مشخص پروتون در دایره‌ای به شعاع ۰/۵۰۰ m حرکت می‌کند. بزرگی میدان مغناطیسی ۱/۲۰ T است. (الف) بسامد نوسانگر چقدر است؟ (ب) انرژی جنبشی پروتون برحسب الکترون ولت چقدر است؟

●●۳۷- پروتونی در یک سیکلوترون با شروع از حالت تقریباً سکون در مرکز، در مسیری دایره‌ای حرکت می‌کند. وقتی که از شکاف بین دی‌ها می‌گذرد، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دی‌ها ۲۰۰ V است. (الف) با هر بار عبور از شکاف انرژی جنبشی آن چقدر افزایش می‌یابد؟ (ب) وقتی که ۱۰۰ بار از شکاف بگذرد انرژی جنبشی آن چقدر است؟ فرض کنید r_{100} شعاع مسیر دایره‌ای پروتون در هنگام کامل‌شدن دور صدم و موقع ورود به یک دی، و r_{101} شعاع بعدی موقع ورود به دی در زمان بعدی باشد، (پ) وقتی شعاع از r_{100} به r_{101} تغییر کند درصد افزایش شعاع چقدر است؟ یعنی

$$\text{درصد افزایش} = \frac{r_{101}-r_{100}}{r_{100}}\times 100 \ (\text{درصد})$$

چقدر است؟

●●۳۸- سیکلوترونی با دی به شعاع ۵۳/۰ cm در بسامد نوسانگر برابر با ۱۲/۰ MHz برای شتاب دادن به پروتونها کار می‌کند. (الف) بزرگی B میدان مغناطیسی موردنیاز برای رسیدن به تشدید چقدر است؟ (ب) در این بزرگی، انرژی جنبشی پروتونی که از سیکلوترون خارج می‌شود چقدر است؟ اکنون فرض کنید که $B=1/57$ T باشد. (پ) حالا چه بسامد نوسانگری برای رسیدن به تشدید لازم است؟ (ت) در این بسامد، انرژی جنبشی پروتون خارج شده چقدر است؟

بخش ۲۴-۸ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

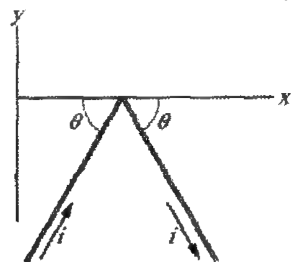
●۳۹- یک سیم ۱۳/۰ گرمی به طول $L=62/0$ cm توسط دو رابط قابل انعطاف در میدان مغناطیسی یکنواختی آویزان است (شکل ۲۴-۴۴). (الف) بزرگی و (ب) جهت (چپ یا راست) جریان موردنیاز برای حذف نیروی کشش در رابط‌های نگهدارنده چیست؟



شکل ۲۴-۴۴ مسئلهٔ ۳۹

●۴۰- سیم خمیدهٔ نشان داده شده در شکل ۲۴-۴۵ در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد. طول هر قسمت مستقیم ۲/۰ m

و با محور x زاویهٔ θ=۶۰° می‌سازد و حامل جریان ۲/۰A است. اگر میدان مغناطیسی با (الف) ۴/۰$\hat{k}$T و (ب) ۴/۰$\hat{i}$T داده شود، نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیم برحسب بردار یکه چگونه است؟



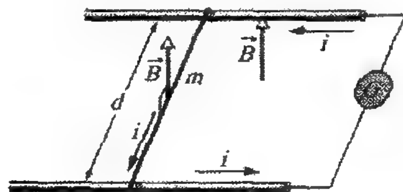
شکل ۲۴-۴۵ مسئلهٔ ۴۰

●۴۱- یک خط قدرت افقی از جنوب به شمال حامل جریان ۵۰۰۰A است. میدان مغناطیسی زمین (۶۰/۰μT) به طرف شمال است و نسبت به افق به اندازهٔ ۷۰/۰° به پایین تمایل دارد. (الف) بزرگی و (ب) جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ۱۰۰m از سیم ناشی از میدان زمین را پیدا کنید. SSM

●۴۲- سیمی به طول ۱/۸۰m حامل جریان ۱۳/۰A است و با میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی B=۱/۵۰T زاویه ۳۵/۰° می‌سازد. نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را محاسبه کنید.

●۴۳- سیمی به طول ۵۰/۰cm حامل جریان ۰/۵۰۰A در جهت مثبت محور x در میدان مغناطیسی $\vec{B}$=(۳/۰۰mT)$\hat{j}$+(۱۰/۰mT)$\hat{k}$ است. برحسب بردار یکه، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم چیست؟

●●۴۴- در شکل ۲۴-۴۶، یک سیم فلزی به جرم m=۲۴/۱mg می‌تواند روی دو ریل موازی افقی به فاصلهٔ d=۲/۵۶cm از یکدیگر و با اصطکاک ناچیز بلغزد. این دستگاه در میدان مغناطیسی قائم یکنواختی با بزرگی ۵۶/۳mT واقع است. در لحظهٔ t=۰، وسیلهٔ G به ریلها وصل می‌شود که در سیم و ریلها جریان ثابت i=۹/۱۳mA را ایجاد می‌کند (حتی در وقتی که سیم در حرکت است). در t=۶۱/۱ms (الف) تندی و (ب) جهت حرکت (چپ یا راست) سیم را پیدا کنید.



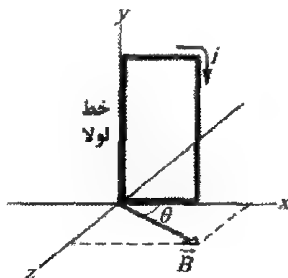
شکل ۲۴-۴۶ مسئلهٔ ۴۴

●●●۴۵- یک میلهٔ مسی به جرم ۱/۰kg روی دو ریل افقی به فاصلهٔ ۱/۰m از یکدیگر قرار دارد و حامل جریان ۵۰A از یک ریل به ریل دیگر است. ضریب اصطکاک استاتیک میان میله و ریلها ۰/۶۰ است. (الف) بزرگی و (ب) زاویهٔ (نسبت به قائم) کمترین میدان مغناطیسی که میله را در آستانهٔ لغزش قرار می‌دهد چقدر است؟

●●●۴۶- رسانای دراز صلبی که در امتداد محور x قرار دارد در جهت منفی x حامل جریان ۵/۰A است. میدان مغناطیسی موجود $\vec{B}$ با رابطهٔ $\vec{B}$=۳/۰$\hat{i}$+۸/۰$x^2\hat{j}$ داده می‌شود که x برحسب متر و B برحسب میلی تسلاست. برحسب بردار یکه، نیروی وارد بر یک بخش ۲/۰ متری این رسانا را که میان x=۱/۰m و x=۳/۰m قرار دارد پیدا کنید.

بخش ۲۴-۹ گشتاور نیروی وارد بر حلقهٔ جریان

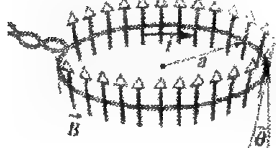
●۴۷- شکل ۲۴-۴۷ یک پیچهٔ مستطیل شکل را با ۲۰ دور سیم به ابعاد ۱۰cm در ۵/۰cm نشان می‌دهد. این پیچه حامل جریان ۰/۱۰A است و در یک طولش لولا شده است. پیچه در صفحهٔ xy قرار دارد و با جهت میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی ۰/۵۰T زاویهٔ θ=۳۰° می‌سازد. برحسب بردار یکه، گشتاور نیروی وارد بر پیچه نسبت به خط لولا چیست؟ SSM



شکل ۲۴-۴۷ مسئلهٔ ۴۷

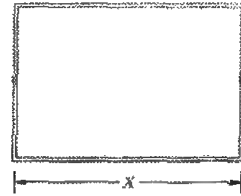
●۴۸- یک حلقهٔ جریان تک دور که از آن جریان ۴/۰۰A می‌گذرد به شکل یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع ۵۰/۰، ۱۲۰ و ۱۳۰ سانتی‌متر است. این حلقه در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۷۵/۰mT که جهت آن موازی با جریان در ضلع ۱۳۰ سانتی‌متری حلقه است قرار دارد. بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر (الف) ضلع ۱۳۰ سانتی‌متری، (ب) ۵۰/۰ سانتی‌متری و (پ) ۱۲۰ سانتی‌متری چقدر است؟

●●۴۹- شکل ۲۴-۴۸ یک حلقه سیم به شعاع a=۱/۸m را نشان می‌دهد که بر جهت کلی یک میدان مغناطیسی واگرا و با تقارن شعاعی عمود است. بزرگی میدان مغناطیسی در همه جای حلقه یکسان و مساوی B=۳/۴mT است و جهت ان در همه جای حلقه با خط عمود بر صفحهٔ حلقه زاویهٔ θ=۲۰° می‌سازد. سیمهای رابط پیچیده شده اثری در مسئله ندارند. اگر از حلقه جریان i=۴/۶mA عبور کند، بزرگی و جهت نیرویی را که میدان بر حلقه وارد می‌کند پیدا کنید.



شکل ۲۴-۴۸ مسئلهٔ ۴۹

●●●۵۰- در شکل ۲۴-۴۹ حلقهٔ مستطیل شکلی که حامل جریان است در صفحهٔ میدان مغناطیسی یکنواختی با بزرگی $0/040\,T$ قرار دارد. این حلقه شامل یک دور سیم رسانای قابل انعطاف است که دور پایه‌ای قابل انعطاف پیچیده شده است به طوری که ابعاد مستطیل می‌تواند تغییر کند. (طول کل سیم تغییر نمی‌کند).وقتی طول لبهٔ x تقریباً از صفر تا بیشینهٔ مقدار آن برابر $4/0\,cm$ تغییر کند، بزرگی گشتاور نیروی τ وارد بر حلقه تغییر می‌کند. بیشینهٔ مقدار τ برابر با $4/80\times10^{-8}\,N$ است. جریان در حلقه چقدر است؟

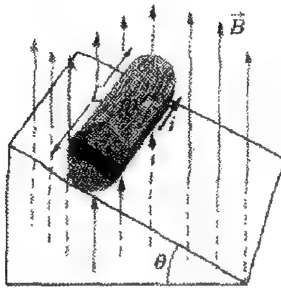


شکل ۲۴-۴۹ مسئلهٔ ۵۰

●●●۵۱- مقاومت پیچهٔ گالوانومتری (به مسئله نمونهٔ ۲۴-۷ نگاه کنید) $75/3\,\Omega$ است؛ وقتی جریان $1/62\,mA$ از پیچه می‌گذرد عقربهٔ آن به طور کامل منحرف می‌شود. (الف) مقدار مقاومت کمکی مورد نیاز جهت تبدیل گالوانومتر به یک ولت‌سنج که در انحراف کامل مقدار $1/00\,V$ را نشان دهد چقدر است؟ (ب) این مقاومت باید با گالوانومتر به طور متوالی وصل شود یا موازی؟ (پ) مقدار مقاومت کمکی مورد نیاز جهت تبدیل گالوانومتر به یک آمپرسنج که در انحراف کامل مقدار $50/0\,mA$ را نشان دهد چقدر است؟ (ت) این مقاومت باید به طور متوالی وصل شود یا موازی؟

●●●۵۲- الکترونی با تندی $2/19\times10^{6}\,m/s$ روی دایره‌ای به شعاع $r = 5/29\times10^{-11}\,m$ حرکت می‌کند. این مسیر دایره‌ای را به صورت یک حلقهٔ جریان با جریان ثابت برابر با نسبت بزرگی بار الکترون به دورهٔ تناوب حرکت در نظر بگیرید. اگر دایره در میدان مغناطیسی یکنواختی با بزرگی $B = 7/10\,mT$ قرار گیرد، بیشینهٔ بزرگی ممکن گشتاور نیروی ایجاد شده توسط میدان روی حلقه چقدر است؟

●●●۵۳- شکل۲۴-۵۰یک استوانهٔ چوبی به جرم $m = 0/250\,kg$ و طول $L = 0/100\,m$ را نشان می‌دهد که $N = 10/0$ دور سیم در امتداد طول به دور آن پیچیده شده است، به طوری که صفحهٔ پیچهٔ سیم محور استوانه را شامل می‌شود. این استوانه روی سطح شیبداری با زاویهٔ θ نسبت به راستای افقی، با صفحهٔ پیچه موازی با سطح شیبدار رها می‌شود. اگر بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت $0/500\,T$ باشد، کمترین جریان در پیچه باید چقدر باشد تا مانع از غلتیدن استوانه به طرف پایین شود؟



شکل ۲۴-۵۰ مسئلهٔ ۵۳

بخش ۲۴-۱۰ گشتاور دوقطبی مغناطیسی

●۵۴- یک حلقهٔ سیمی دایره‌ای به شعاع $15/0\,cm$ حامل جریان $2/60\,A$ است. این حلقه طوری قرار گرفته است که بردار عمود بر صفحهٔ آن با میدان مغناطیسی یکنواخت با بزرگی $12/0\,T$ زاویهٔ $41/0°$ می‌سازد. (الف) بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی حلقه را محاسبه کنید. (ب) بزرگی گشتاور نیروی وارد بر حلقه چقدر است؟

●۵۵- شعاع یک پیچهٔ دایره‌ای با ۱۶۰ دور برابر با $1/90\,cm$ است. (الف) جریانی را که باعث ایجاد گشتاور دو قطبی مغناطیسی با بزرگی $2/30\,A.m^2$ می‌شود محاسبه کنید. (ب) بیشینهٔ بزرگی گشتاوری را که به پیچهٔ حامل این جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت $35/0\,mT$ وارد می‌شود پیدا کنید. SSM

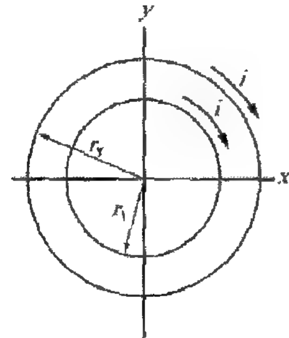
●۵۶- بزرگی گشتاور دوقطبی مغناطیسی زمین $8/00\times10^{22}\,J/T$ است. فرض کنید که این گشتاور بر اثر بارهایی که در قسمت بیرونی هستهٔ مذاب زمین حرکت می‌کنند ایجاد می‌شود. اگر شعاع مسیر دایره‌ای این بارها $3500\,km$ باشد، جریانی را که ایجاد می‌کنند محاسبه کنید.

●۵۷- ضلعهای یک حلقهٔ حامل جریان $5/0\,A$ به شکل مثلث قائم الزاویه برابر ۳۰، ۴۰ و ۵۰ سانتی‌متر است. این حلقه در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $80\,mT$ واقع است که جهت آن با جریان در ضلع ۵۰ سانتی‌متر حلقه موازی است. بزرگی (الف) گشتاور دو قطبی مغناطیسی حلقه و (ب) گشتاور نیروی وارد بر حلقه را پیدا کنید.

●۵۸- یک دو قطبی مغناطیسی با گشتاور دو قطبی با بزرگی $0/02\,J/T$ در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $52\,mT$ از حالت سکون رها می‌شود. از چرخش دو قطبی به واسطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر آن نمی‌توان جلوگیری کرد. وقتی که این دو قطبی به اندازه‌ای که گشتاور دو قطبی آن در جهت میدان مغناطیسی است می‌چرخد، انرژی جنبشی آن برابر $0/80\,mJ$ است. (الف) زاویهٔ اولیهٔ میان گشتاور دو قطبی و میدان مغناطیسی چقدر است؟ (ب) وقتی دو قطبی (به طور لحظه‌ای) بعداً به سکون می‌رسد این زاویه چقدر است؟

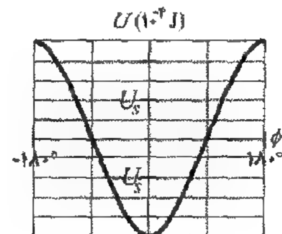
●۵۹- دو حلقه سیم دایره‌ای شکل هم مرکز به شعاعهای $r_1 = 20/0\,cm$ و $r_2 = 30/0\,cm$ واقع در صفحهٔ xy، هر یک

حامل جریان ساعتگرد ۷/۰۰A هستند (شکل ۲۴-۵۱). (الف) بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص را پیدا کنید. (ب) اگر در حلقهٔ داخلی جریان معکوس شود محاسبه را تکرار کنید. SSM



شکل ۲۴-۵۱ مسئله ۵۹

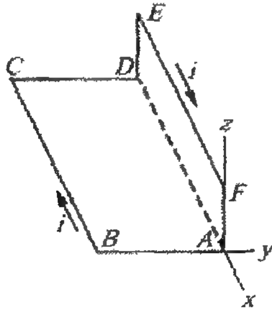
●●۶۰- شکل ۲۴-۵۲ انرژی پتانسیل U یک دو قطبی مغناطیسی واقع در میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}$ را بر حسب زاویهٔ ϕ میان جهتهای $\vec{B}$ و گشتاور دو قطبی نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $U_s = ۲/۰ \times ۱۰^{-۴}$ J مشخص شده است. این دو قطبی می‌تواند برای تغییر ϕ، حول محوری با اصطکاک ناچیز بچرخد. چرخش پاد ساعتگرد از $\phi = ۰$ مقدارهای مثبت ϕ و چرخش ساعتگرد مقدارهای منفی به دست می‌دهد. دو قطبی در زاویهٔ $\phi = ۰$ با انرژی جنبشی چرخشی $۶/۷ \times ۱۰^{-۴}$ J در جهت چرخش پاد ساعتگرد رها می‌شود. دو قطبی تا چه مقدار بیشینهٔ ϕ خواهد چرخید؟ (به بیان بخش ۸-۶، نقطهٔ برگشت در چاه پتانسیل شکل ۲۴-۵۲ در چه مقدار ϕ است؟)



شکل ۲۴-۵۲ مسئلهٔ ۶۰

●●۶۱- یک حلقه سیم دایره‌ای شکل به شعاع ۸/۰cm حامل جریان ۰/۲۰A است. بردار یکهٔ موازی با گشتاور دو قطبی $\vec{\mu}$ با $۰/۶۰\hat{i} - ۰/۸۰\hat{j}$ داده شده است. اگر حلقه در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = (۰/۲۵T)\hat{i} + (۰/۳۰T)\hat{k}$ قرار گیرد، (الف) گشتاور نیروی وارد بر حلقه (برحسب بردار یکه) و (ب) انرژی پتانسیل مغناطیسی حلقه را پیدا کنید.

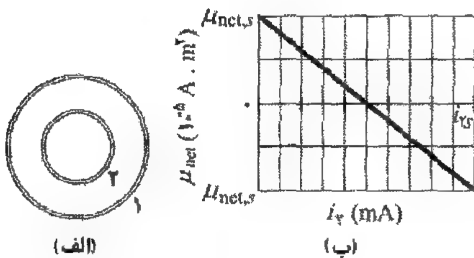
●●۶۲- شکل ۲۴-۵۳ حلقهٔ جریان $ABCDEFA$ را نشان می‌دهد که حامل جریان $i = ۵/۰۰$A است. ضلعهای حلقه با محورهای نشان داده شده موازی‌اند و $AB = ۲۰/۰$ cm، $BC = ۳۰/۰$ cm و $FA = ۱۰/۰$ cm. گشتاور دو قطبی مغناطیسی این حلقه برحسب بردار یکه چیست؟ (راهنمایی: دو جریان یکسان و مخالف i را در قسمت AD در نظر بگیرید، سپس مسئله را برای دو حلقهٔ مستطیلی $ABCDA$ و $ADEFA$ حل کنید.)



شکل ۲۴-۵۳ مسئلهٔ ۶۲

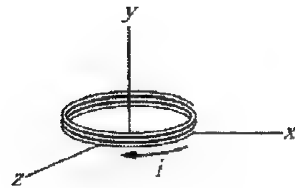
●●۶۳- سیمی به طول ۲۵/۰ cm که حامل جریان ۴/۵۱ mA است باید به شکل یک پیچهٔ دایره‌ای شکل درآمده و در میدان مغناطیسی یکنواخت B با بزرگی ۵/۷۱mT قرار داده شود. اگر گشتاور نیروی وارد بر پیچه از میدان بیشینه شود، (الف) زاویهٔ میان $\vec{B}$ و گشتاور دو قطبی مغناطیسی پیچه و (ب) تعداد دورهای پیچه چقدر است؟ (پ) بزرگی این بیشینهٔ گشتاور نیرو چقدر است؟ SSM ILW

●●۶۴- در شکل ۲۴-۵۴ الف، دو پیچهٔ هم مرکز که در یک صفحه واقع‌اند حامل جریانهایی در جهت مخالف یکدیگرند. جریان در پیچهٔ بزرگتر ۱ ثابت است. جریان $i_۲$ در پیچهٔ ۲ می‌تواند تغییر کند. شکل ۲۴-۵۴ ب گشتاور مغناطیسی خالص دو پیچه را بر حسب تابعی از $i_۲$ به دست می‌دهد. مقیاس محور عمودی با $\mu_{net,s} = ۲/۰ \times ۱۰^{-۵}$ A.m^۲، و مقیاس محور افقی با $i_{۲s} = ۱۰/۰$mA مشخص شده‌اند. اگر جریان در پیچهٔ ۲ معکوس شود، بزرگی گشتاور مغناطیسی دو پیچه وقتی $i_۲ = ۷/۰$ mA باشد چقدر است؟



شکل ۲۴-۵۴ مسئله ۶۴

●●۶۵- پیچهٔ شکل ۲۴-۵۵ حامل جریان $i = ۲/۰۰$A است و در جهت نشان داده شده موازی با صفحهٔ xy دارای ۳/۰۰ دور و مساحت $۴/۰۰ \times ۱۰^{-۳}$ m^۲ است و در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = (۲/۰۰\hat{i} - ۳/۰۰\hat{j} - ۴/۰\hat{k})$mT قرار دارد. (الف) انرژی پتانسیل مغناطیسی پیچه- میدان مغناطیسی و (ب) گشتاور نیروی مغناطیسی وارد بر پیچه (برحسب بردار یکه) را پیدا کنید.



شکل ۲۴-۵۵ مسئلهٔ ۶۵

مسئله‌های اضافی

۶۶- سیمی که در امتداد محور y از $y=0$ تا $y=0/250\,\text{m}$ قرار دارد حامل جریان $2/00\text{mA}$ در جهت منفی محور است. این سیم به طور کامل در میدان مغناطیسی غیر یکنواختی قرار دارد که با $\vec{B}=(0/300\,\text{T/m})y\hat{i}+(0/400\,\text{T/m})y\hat{j}$ داده شده است. نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را برحسب بردار یکه را پیدا کنید.

۶۷- فیزیکدانی به نام گوداشمیت[1] روشی برای اندازه‌گیری دقیق جرم یونهای سنگین با سنجش دورهٔ چرخش آنها در یک میدان مغناطیسی معلوم ابداع کرده است. یون یک بار یونیدهٔ ید در مدت زمان $1/29\text{ms}$ در میدان مغناطیسی $45/0\,\text{mT}$ به اندازهٔ $7/00$ دور می‌چرخد. جرم آن را برحسب یکای جرم اتمی حساب کنید.

۶۸- الکترونی در لامپ تصویر یک تلویزیون قدیمی در میدان مغناطیسی باشدت $83/0\,\text{mT}$ با سرعت $7/20\times10^{6}\,\text{m/s}$ حرکت می‌کند. (الف) بیشینه و (ب) کمینهٔ بزرگی نیروی وارد بر الکترون از طرف میدان چقدر است؟ (پ) در نقطه‌ای شتاب الکترون $4/90\times10^{14}\,\text{m/s}^2$ است. زاویهٔ میان سرعت الکترون و میدان مغناطیسی چقدر است؟

۶۹- یک ساعت دیواری دایره‌ای ساکن دارای صفحه‌ای به شعاع 15cm است. شش دور سیم روی پیرامون آن پیچیده شده است؛ این سیم حامل جریان $2/0\text{A}$ در جهت ساعتگرد است. ساعت در جایی قرار دارد که میدان مغناطیسی خارجی یکنواختی با بزرگی $70\,\text{mT}$ وجود دارد (اما ساعت هنوز دقیق کار می‌کند). عقربهٔ ساعت شمار در ساعت $1/00$ بعد از ظهر دقیقاً در جهت میدان مغناطیسی خارجی قرار دارد. (الف) عقربهٔ دقیقه شمار پس از چند دقیقه در جهت گشتاور نیروی وارد بر سیم‌پیچ بر اثر میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد؟ (ب) بزرگی گشتاور نیرو را پیدا کنید.

۷۰- در آزمایش اثر هال، جریان $3/0\text{A}$ از رسانایی به پهنای $1/0\,\text{cm}$ و طول $4/0\text{cm}$ و ضخامت $10\mu\text{m}$ عبور می‌کند و وقتی میدان مغناطیسی $1/5\text{T}$ به طور عمود از ضخامت رسانا می‌گذرد یک اختلاف پتانسیل عرضی هال (در پهنا) برابر با $10\mu\text{V}$ ایجاد می‌کند. از این داده‌ها، (الف) سرعت رانشی حاملهای بار و (ب) چگالی عددی حاملهای بار را پیدا کنید. (پ) روی نمودار قطبیت اختلاف پتانسیل هال را با جهتهای جریان و میدان مغناطیسی فرض شده و نیز با فرض اینکه حاملهای بار الکترون هستند نشان دهید.

۷۱- اتم ۱ به جرم 35u و اتم ۲ به جرم 37u هر دو با بار $+e$ یک بار یونیده‌اند. پس از ورود آنها به یک طیف‌سنج جرم (شکل ۲۴-۱۴) و شتاب گرفتن آنها با اختلاف پتانسیل $V=7/3\text{kV}$ از حالت سکون، هر یون در مسیری دایره‌ای در میدان مغناطیسی یکنواخت $B=0/50\,\text{T}$ حرکت می‌کند. فاصلهٔ Δx میان نقطه‌هایی که یونها با آشکارساز برخورد می‌کنند چقدر است؟

۷۲- الکترونی که با انرژی جنبشی $2/5\,\text{keV}$ در امتداد جهت مثبت محور x حرکت می‌کند وارد ناحیه‌ای می‌شود که در آن میدان الکتریکی یکنواختی با بزرگی 10kV/m در جهت منفی محور y برقرار است. یک میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ برای حفظ حرکت الکترون در امتداد محور x برقرار و جهت $\vec{B}$ طوری انتخاب می‌شود که بزرگی مورد نیاز $\vec{B}$ را کمینه کند. برحسب بردار یکه $\vec{B}$ چگونه است؟

۷۳- در شکل ۲۴-۵۶، الکترونی با تندی $v=100\,\text{m/s}$ در امتداد محور x در میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت حرکت می‌کند. جهت میدان مغناطیسی $\vec{B}$ به طرف داخل صفحه و بزرگی آن $5/00\text{T}$ است. میدان الکتریکی برحسب بردار یکه را پیدا کنید.

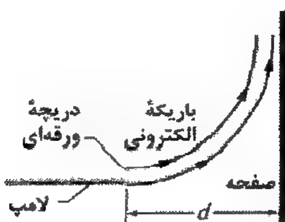


شکل ۲۴-۵۶ مسئلهٔ ۷۳

۷۴- باریکه‌ای از الکترونها با انرژی جنبشی K از یک «دریچهٔ» نازک ورقه‌ای در انتهای یک لولهٔ شتابدهنده خارج می‌شود. یک صفحهٔ فلزی در فاصلهٔ d از این دریچه به طور عمود بر جهت باریکهٔ خروجی قرار دارد. (شکل ۲۴-۵۷). (الف) نشان دهید که اگر میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ را طوری برقرار کنیم که مقدار آن برابر با

$$B=\sqrt{\frac{2mK}{e^2d^2}}$$

باشد، از برخورد باریکه با صفحه می‌توان جلوگیری کرد. در این رابطه m و e جرم و بار الکترون هستند. (ب) $\vec{B}$ باید در چه جهتی باشد؟



شکل ۲۴-۵۷ مسئلهٔ ۷۴

۷۵- یک پروتون، یک دوترون $(q=+e\,,\,m=2/0\text{u})$ و یک ذرهٔ آلفا $(q=+2e\,,\,m=4/0\text{u})$ با اختلاف پتانسیل یکسانی

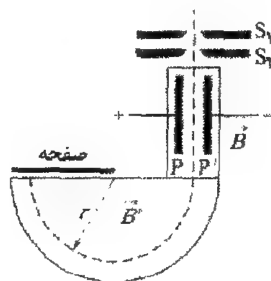
1. S.A. Goudsmit

شتاب می‌گیرند و سپس وارد ناحیه‌ای از میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ می‌شوند و عمود بر $\vec{B}$ حرکت می‌کنند. نسبت (الف) انرژی جنبشی پروتون K_p به انرژی جنبشی ذرهٔ آلفا K_α و (ب) انرژی جنبشی دوترون K_d به K_α چقدر است؟ اگر شعاع مسیر دایره‌ای پروتون ۱۰cm باشد، شعاع (پ) مسیر دوترون و (ت) مسیر ذرهٔ آلفا چقدر است؟ **SSM**

۷۶- پروتونی با بار $+e$ و جرم m با سرعت اولیهٔ $\vec{v} = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j}$ وارد میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = B\hat{i}$ می‌شود. عبارتی را برای سرعت $\vec{v}$ برحسب بردار یکه در هر لحظهٔ t پیدا کنید.

۷۷- ذره‌ای به جرم ۶/۰g با تندی ۴/۰km/s در صفحهٔ xy در ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی یکنواخت داده شده با ۵/۰$\hat{i}$mT حرکت می‌کند. در یک لحظه، وقتی سرعت ذره در جهت ۳۷° نسبت به جهت مثبت محور x به طور پاد ساعتگرد قرار گرفته است، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره ۰/۴۸$\hat{k}$N است. بار ذره چقدر است؟ **SSM**

۷۸- طیف سنجی که در شکل ۲۴-۵۸ نشان داده شده است، یونهایی را که دارای سرعت یکسانی هستند از هم جدا می‌کند. یونها پس از عبور از دو شکاف S_1 و S_2 از یک جداکنندهٔ سرعت عبور می‌کنند که مرکب از یک میدان الکتریکی است که به وسیلهٔ صفحه‌های باردار P و P' ایجاد می‌شود و یک میدان مغناطیسی $\vec{B}$ که عمود بر میدان الکتریکی و مسیر یون است. یونهایی که بدون انحراف از میدانهای عمود برهم $\vec{E}$ و $\vec{B}$ عبور می‌کنند وارد ناحیه‌ای می‌شوند که میدان مغناطیسی دوم $\vec{B}'$ وجود دارد و وادار می‌شوند که مسیرهایی دایره‌ای را طی کنند. یک صفحهٔ عکاسی ورود آنها را ثبت می‌کند. نشان دهید برای یونها $q/m = E/rBB'$ که در آن r شعاع مدار دایره‌ای است.



شکل ۲۴-۵۸ مسئلهٔ ۷۸

۷۹- در یک لحظه، $\vec{v} = (-2/00\hat{i} + 4/00\hat{j} - 6/00\hat{k})$m/s سرعت پروتون در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = (2/00\hat{i} - 4/00\hat{j} + 8/00\hat{k})$mT است. در این لحظه (الف) نیروی مغناطیسی $\vec{F}$ وارد بر پروتون برحسب بردار یکه، (ب) زاویهٔ میان $\vec{v}$ و $\vec{F}$ و (پ) زاویهٔ میان $\vec{v}$ و $\vec{B}$ را پیدا کنید.

۸۰- (الف) در شکل ۲۴-۸ نشان دهید که نسبت بزرگی میدان الکتریکی هال E به بزرگی E_C میدان الکتریکی مسبب حرکت بار (جریان) در طول نوار عبارت است از

$$\frac{E}{E_C} = \frac{B}{ne\rho}$$

که در آن ρ مقاومت ویژهٔ ماده و n چگالی عددی حاملهای بار است. (ب) مقدار عددی این نسبت را برای مسئلهٔ ۱۳ محاسبه کنید. (به جدول ۲۲-۱ نگاه کنید.)

۸۱- در لحظهٔ $t = 0$ الکترونی با انرژی جنبشی ۱۲keV از $x = 0$ در جهت مثبت محور x که موازی با مؤلفهٔ افقی میدان مغناطیسی $\vec{B}$ زمین است حرکت می‌کند. بزرگی مؤلفهٔ قائم رو به پایین میدان برابر با ۵۵/۰μT است. (الف) بزرگی شتاب الکترون ناشی از $\vec{B}$ چقدر است؟ (ب) وقتی که الکترون به نقطهٔ $x = 20$cm می‌رسد، فاصلهٔ الکترون از محور x چقدر است؟ **SSM**

۸۲- سرعت الکترون وقتی وارد میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = 60\hat{i}\mu$T می‌شود برابر $\vec{v} = (32\hat{i} + 40\hat{j})$km/s است. (الف) شعاع مسیر مارپیچی الکترون و (ب) گام مسیر چقدر است؟ (پ) از نظر ناظری که به ناحیهٔ میدان مغناطیسی از نقطهٔ ورود الکترون نگاه می‌کند، آیا حرکت مارپیچی الکترون ساعتگرد است یا پاد ساعتگرد؟

۸۳- یک پروتون، یک دوترون $(q = +e, m = 2/0u)$ و یک ذرهٔ آلفا $(q = +2e, m = 4/0u)$ همگی با انرژی جنبشی یکسان و در ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ می‌شوند و عمود بر $\vec{B}$ حرکت می‌کنند. نسبت (الف) شعاع r_d مسیر دوترون به شعاع r_p مسیر پروتون و (ب) شعاع r_α مسیر ذرهٔ آلفا به r_p چقدر است؟

۸۴- ذره‌ای با بار ۲/۰C در میدان مغناطیسی یکنواختی حرکت می‌کند. در یک لحظه سرعت ذره $(2/0\hat{i} + 4/0\hat{j} + 6/0\hat{k})$m/s و نیروی مغناطیسی وارد بر ذره $(4/0\hat{i} - 20\hat{j} + 12\hat{k})$N است. مؤلفه‌های x و y میدان مغناطیسی برابرند. $\vec{B}$ به چه صورت است؟

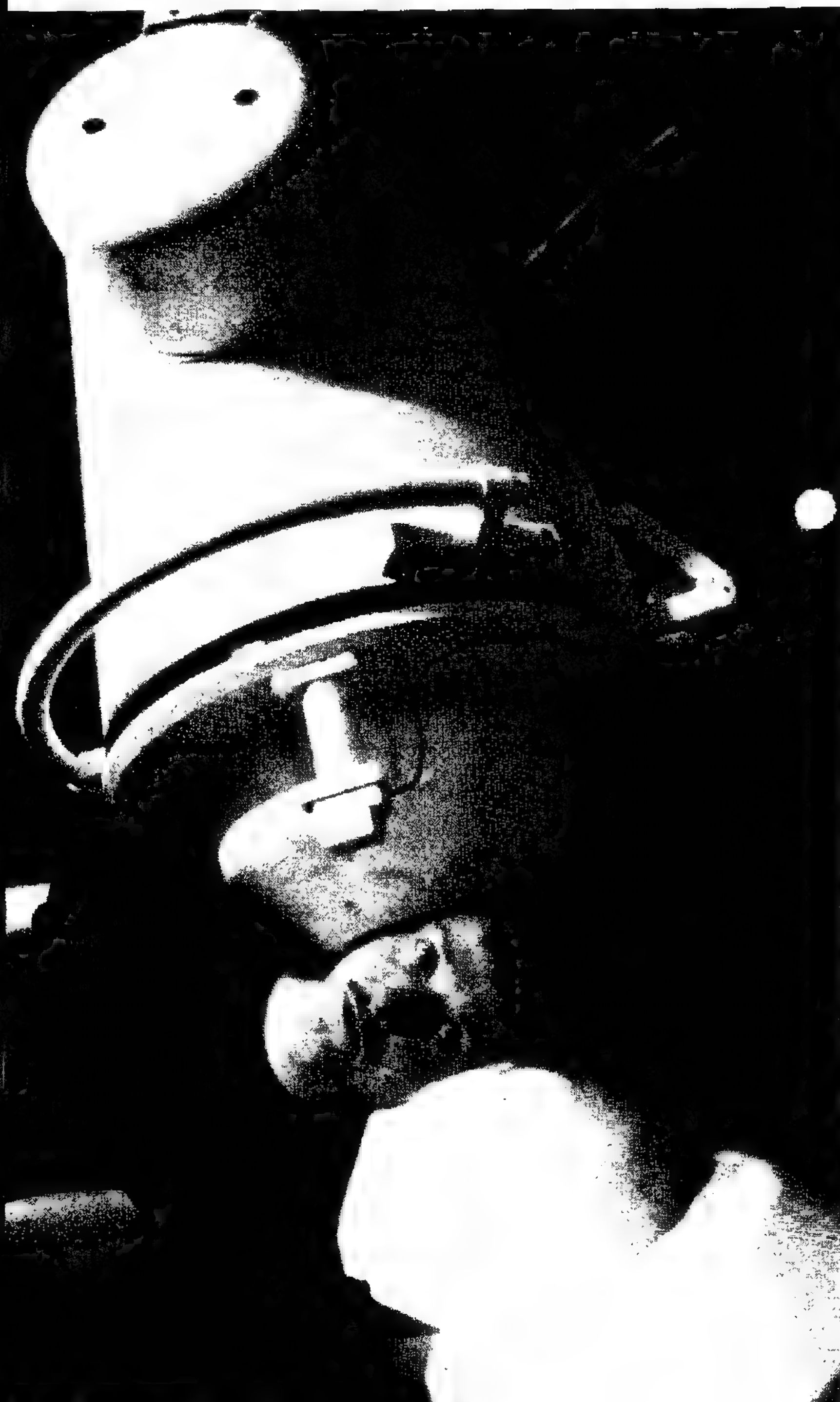
۸۵- ذره‌ای با بار ۵/۰μC در ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی $-20\hat{i}$mT و میدان الکتریکی $300\hat{j}$ V/m حرکت می‌کند. در یک لحظه سرعت ذره $(17\hat{i} - 11\hat{j} + 7/0\hat{k})$km/s است. در این لحظه نیروی الکترومغناطیسی خالص (مجموع نیروهای الکتریکی و مغناطیسی) وارد بر ذره برحسب بردار یکه چیست؟

۸۶- سیمی که در امتداد محور x از $x = 0$ تا $x = 1/00$m قرار دارد حامل جریان ۳/۰۰A در جهت مثبت x است. این سیم در میدان مغناطیسی غیر یکنواخت

$\vec{B} = (۴/۰۰\text{T/m}^۲)x^۲\hat{i} - (۰/۶۰۰\ \text{T/m}^۲)x^۲\hat{j}$ قرار دارد. نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را برحسب بردار یکه پیدا کنید.

۸۷- ثابت کنید که رابطهٔ $\tau = NiAB\sin\theta$ نه تنها در مورد حلقهٔ مستطیلی شکل ۲۴-۲۲ بلکه در مورد هر حلقهٔ بسته با هر شکلی درست است. (*راهنمایی:* تا جایی که به توزیع جریان مربوط است، به جای یک حلقه با شکل دلخواه، مجموعه‌ای از حلقه‌های دراز و نازک پهلوی هم و تقریباً مستطیلی شکل را در نظر بگیرید که تقریباً معادل با حلقه با شکل دلخواه است.)

۲۵ میدانهای مغناطیسی ناشی از جریانها



وقتی این جمله را می‌خوانید، ناحیهٔ مشخصی از مغز شما فعال شده است. وقتی گل سرخی را بو می‌کنید یا مدادی را در دست خود حس می‌کنید، ناحیه‌های دیگری فعال می‌شوند. یکی از بهترین راهها برای تعیین اینکه کدام ناحیه فعال شده است این است که میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط این فعال‌سازی را آشکار کنیم. وسیله‌ای که در این تصویر می‌بینید می‌تواند میدان مغناطیسی برقرار شده توسط مغز شخص را آشکار کند به طوری که نقشهٔ فعالیت مغز را بتوان به آنچه که شخص انجام می‌دهد مربوط کرد. با وجود این، هیچ مادهٔ مغناطیسی در مغز وجود ندارد.

پس فعالیت مغز چگونه می‌تواند میدان مغناطیسی ایجاد کند؟

پاسخ در همین فصل.

۲۵-۱ فیزیک چیست؟

یک عقیدهٔ اساسی در فیزیک این است که یک ذرهٔ باردار متحرک در اطراف خود میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند. بنابراین، جریانی از ذره‌های باردار متحرک، یک میدان مغناطیسی در اطراف جریان ایجاد می‌کند. این مشخصهٔ *الکترومغناطیس* که مطالعهٔ آثار الکتریکی و مغناطیسی را در هم می‌آمیزد، برای مردمانی که آن را کشف کرده‌اند شگفت انگیز بوده است. چه شگفت انگیز باشد یا نباشد، این مشخصه در زندگی روزمره اهمیت فوق العاده‌ای داشته است چون اساس وسایل بی‌شمار الکترومغناطیسی همین امر است. برای مثال، میدان مغناطیسی که به وسیلهٔ یک جریان الکتریکی ایجاد می‌شود در ماشینهایی که نوارها یا دیسکهای رمزگذاری شده را به طور مغناطیسی ثبت می‌کنند یا می‌خوانند مانند دیسکهای نرم رایانه‌های قدیمی، نوارهای صوتی و تصویری یافت می‌شود. چنین میدانی در قطارهایی که به طور مغناطیسی بالاتر از ریل حرکت می‌کنند (قطارهای مگ لو)[1] و وسایل دیگری که برای بلندکردن بارهای سنگین به کار می‌روند نیز یافت می‌شود.

قدم اول در این فصل عبارت است از تعیین میدان مغناطیسی ناشی از جریان در بخش خیلی کوچکی از سیم حامل جریان. سپس میدان مغناطیسی ناشی از کل سیم را برای چند آرایش مختلف سیم محاسبه می‌کنیم.

۲۵-۲ محاسبهٔ میدان مغناطیسی ناشی از جریان

شکل ۲۵-۱ سیمی به شکل دلخواه، حامل جریان i را نشان می‌دهد. می‌خواهیم میدان مغناطیسی $\vec{B}$ را در نزدیکی نقطهٔ P پیدا کنیم. ابتدا به طور ذهنی سیم را به عنصرهای دیفرانسیلی ds تقسیم و سپس برای هر عنصر یک بردار طول $d\vec{s}$ تعریف می‌کنیم که طول آن ds و جهت آن همان جهت جریان در ds باشد. سپس یک *عنصر جریان – طول* دیفرانسیلی به صورت $id\vec{s}$ تعریف می‌کنیم؛ می‌خواهیم میدان $d\vec{B}$ ایجاد شده در P توسط یک عنصر جریان – طول نوعی را محاسبه کنیم. از تجربه درمی‌یابیم که مانند میدانهای الکتریکی، میدانهای مغناطیسی باید بر هم نهاده شوند تا میدان خالص به دست آید. بنابراین، میدان خالص $\vec{B}$ در نقطهٔ P را با جمع کردن از طریق انتگرالگیری سهمهای $d\vec{B}$ از تمامی عنصرهای جریان – طول محاسبه می‌کنیم. ولی، این جمع کردن نسبت به فرایند مربوط به میدانهای الکتریکی به دلیل پیچیدگی با چالش بیشتری همراه است؛ در حالی که عنصر بار dq که میدان الکتریکی را ایجاد می‌کند یک نرده‌ای است، عنصر جریان – طول $id\vec{s}$ که میدان مغناطیسی را به وجود می‌آورد یک بردار است، که از ضرب یک نرده‌ای در بردار حاصل می‌شود.

معلوم شده است که بزرگی میدان $d\vec{B}$ ایجاد شده در نقطهٔ P در فاصلهٔ r توسط یک عنصر جریان – طول $id\vec{s}$ عبارت است از

$$dB=\frac{\mu_{0}}{4\pi}\frac{ids\sin\theta}{r^{2}} \qquad (۲۵-۱)$$

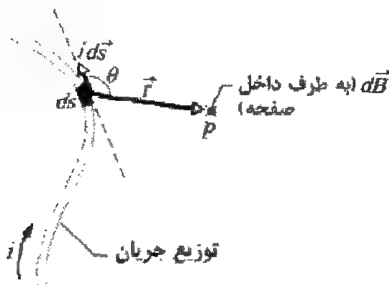
که در آن θ زاویهٔ میان جهتهای $d\vec{s}$ و $\hat{r}$ است که $\hat{r}$ بردار یکه‌ای است که از ds به طرف P کشیده می‌شود. نماد μ_0 ثابتی به نام *ثابت تراوایی* است که مقدار آن به طور دقیق به صورت زیر تعریف شده است

$$\mu_{0}=4\pi\times10^{-7}\ \text{T.m/A}\approx1/26\times10^{-6}\ \text{T.m/A} \qquad (۲۵-۲)$$

جهت $d\vec{B}$، همان‌طور که در شکل ۲۵-۱ به طرف داخل صفحه نشان داده شده است، همان جهت ضرب برداری $d\vec{s}\times\hat{r}$ است. بنابراین، معادلهٔ ۲۵-۱ را می‌توان در شکل برداری به صورت زیر نوشت

$$d\vec{B}=\frac{\mu_{0}}{4\pi}\frac{id\vec{s}\times\hat{r}}{r^{2}} \qquad \text{(قانون بیو- ساوار)}\ (۲۵-۳)$$

این معادلهٔ برداری و شکل نرده‌ای آن، معادلهٔ ۲۵-۱ به نام **قانون بیو**[2] **و ساوار**[3] شناخته شده است. این قانون، که به طور تجربی به دست آمده است، یک قانون عکس مجذوری است. از این قانون برای محاسبهٔ میدان مغناطیسی خالص $\vec{B}$ که در یک نقطه توسط توزیعهای مختلف جریان ایجاد شده است استفاده خواهیم کرد.



شکل ۲۵-۱ عنصر جریان- طول $id\vec{s}$ یک میدان مغناطیسی دیفرانسیلی $d\vec{B}$ در نقطهٔ P ایجاد می‌کند. علامت × (انتهای یک پیکان) در نقطهٔ P بیانگر این است که $d\vec{B}$ در آنجا به سمت *داخل صفحه* است.

1. Maglev = magnetically leviated trains

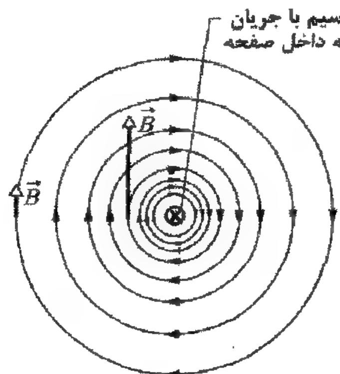
2. Biot
3. Savart

میدان‌های مغناطیسی ناشی از جریان در یک سیم مستقیم دراز

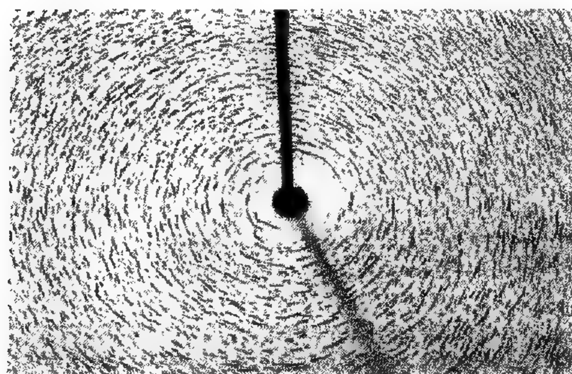
با استفاده از قانون بیو و ساوار به سادگی ثابت خواهیم کرد که بزرگی میدان مغناطیسی در فاصلهٔ عمودی R از یک سیم مستقیم دراز (بینهایت) حامل جریان i با معادلهٔ زیر داده می‌شود

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \quad \text{(سیم مستقیم دراز)} \quad (۴-۲۵)$$

بزرگی میدان B در معادلهٔ ۲۵-۴ فقط به جریان و فاصلهٔ عمودی R آن نقطه از سیم بستگی دارد. همان‌طور که شکل ۲۵-۲ نشان می‌دهد و براده‌های آهن در شکل ۲۵-۳ دلالت بر آن دارد، در محاسبهٔ خود نشان خواهیم داد که خطهای میدان $\vec{B}$ دایره‌های هم مرکزی را دور سیم تشکیل می‌دهند. زیادشدن فاصلهٔ بین خطها در شکل ۲۵-۲ با افزایش فاصله از سیم حاکی از آن است که بزرگی $\vec{B}$ بنابر معادلهٔ ۲۵-۴ متناسب با $\frac{1}{R}$ کاهش می‌یابد. طولهای دو بردار $\vec{B}$ در شکل نیز کاهش با $\frac{1}{R}$ را نشان می‌دهد.



شکل ۲۵-۲ خطهای میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط جریان در یک سیم مستقیم دراز به شکل دایره‌های هم مرکز به دور سیم هستند. در اینجا جریان همان‌طور که با x نشان داده شده است به طرف داخل صفحه است.

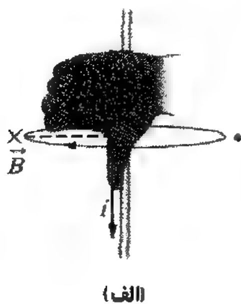


شکل ۲۵-۳ براده‌های آهنی که روی مقوا ریخته شده‌اند با عبور جریان از سیم مرکزی روی دایره‌های هم مرکزی جمع می‌شوند. این سمتگیری که در راستای خطهای میدان مغناطیسی است بر اثر میدان مغناطیسی ناشی از جریان حاصل شده است.

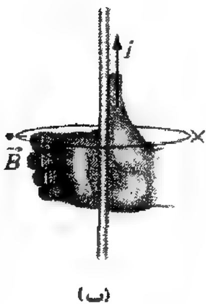
در اینجا از قاعدهٔ سادهٔ دست راست برای پیداکردن جهت میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط یک عنصر جریان- طول، مانند بخشی از یک سیم دراز، استفاده می‌کنیم.

> ☜ قاعدهٔ دست راست: عنصر طول را در دست راست خود طوری بگیرید که انگشت شست در جهت جریان باشد. در این صوررت انگشتهای دیگر که طبیعتاً به دور سیم می‌پیچند در جهت خطهای میدان مغناطیسی ناشی از آن عنصر خواهند بود.

نتیجه کاربرد قاعدهٔ دست راست در مورد جریان در سیم مستقیم شکل ۲۵-۲ در شکل ۲۵-۴ الف در نمای از پهلو نشان داده شده است. برای تعیین جهت میدان مغناطیسی $\vec{B}$ ایجاد شده در هر نقطهٔ معین توسط این جریان، به طور ذهنی انگشتهای دست راست خود را دور سیم طوری بپیچید که انگشت شست در جهت جریان باشد. حال نوک انگشتهای دست خود را از آن نقطه بگذرانید؛ در این صورت جهت آنها جهت میدان مغناطیسی در آن نقطه را نشان خواهند داد. در شکل ۲۵-۲، $\vec{B}$ در هر نقطه *بر خط میدان مغناطیسی مماس است*؛ در شکل ۲۵-۴، *بر خط‌چین شعاعی وصل کنندهٔ آن نقطه و جریان عمود است.*



(الف)



(ب)

شکل ۲۵-۴ قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان را به دست می‌دهد. (الف) وضعیت شکل ۲۵-۲ که از پهلو دیده می‌شود. میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در هر نقطه در سمت چپ سیم بر خط‌چین شعاعی عمود و همان‌طور که با علامت × نشان داده شده در جهت انگشتهاست. اگر جریان معکوس شود، $\vec{B}$ در هر نقطه در سمت چپ سیم بازهم بر خط‌چین شعاعی عمود است ولی همان‌طور که با نقطه نشان داده شده به سمت خارج صفحه است.

اثبات معادلهٔ ۲۵-۴

شکل ۲۵-۵، درست مانند شکل ۲۵-۱ است و کار مهمی را که در دست داریم شرح می‌دهد با این تفاوت که حالا سیم مستقیم و طول آن بینهایت است. می‌خواهیم میدان $\vec{B}$ را در نقطهٔ P، واقع در فاصلهٔ عمودی R از سیم پیدا کنیم. بزرگی میدان مغناطیسی دیفرانسیلی ایجاد شده در نقطهٔ P توسط عنصر جریان- طول $i\,d\vec{s}$ واقع در فاصلهٔ r از نقطهٔ P با معادلهٔ ۲۵-۱ داده می‌شود

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds\sin\theta}{r^2}$$

جهت $d\vec{B}$ در شکل ۲۵-۵ همان جهت $d\vec{s}\times\hat{r}$، یعنی به طور مستقیم به داخل صفحه است.

توجه کنید که $d\vec{B}$ در نقطهٔ P برای تمام عنصرهای جریان- طول تقسیم شدهٔ سیم همین جهت را دارد. بنابراین، بزرگی میدان مغناطیسی ایجاد شده در نقطهٔ P توسط عنصرهای جریان- طول در نیمهٔ بالایی سیم بینهایت دراز با انتگرالگیری dB در معادلهٔ ۲۵-۱ از ۰ تا ∞ به دست می‌آید.

اکنون یک عنصر جریان- طول را در نیمهٔ پایینی سیم در نظر می‌گیریم که فاصلهٔ آن در پایین نقطهٔ P برابر فاصلهٔ $d\vec{s}$ در بالای نقطهٔ P باشد. بنابر معادلهٔ ۲۵-۳ میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط این عنصر جریان- طول در نقطهٔ P همان بزرگی و جهت میدان حاصل از عنصر $i\,d\vec{s}$ در شکل ۲۵-۵ را دارد. افزون بر این، میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط نیمهٔ پایینی سیم دقیقاً همان است که توسط نیمهٔ بالایی سیم ایجاد شده است. برای به دست آوردن بزرگی میدان مغناطیسی *کل* $\vec{B}$ در نقطهٔ P، کافی است که نتیجهٔ به دست آمده از انتگرالگیری را در ۲ ضرب کنیم. داریم

$$B = 2\int_0^\infty dB = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\sin\theta\,ds}{r^2} \qquad (۲۵-۵)$$

متغیرهای θ، s و r در این معادله مستقل نیستند؛ شکل ۲۵-۵ رابطهٔ بین آنها را به صورت زیر نشان می‌دهد

$$r=\sqrt{s^2+R^2}$$

و

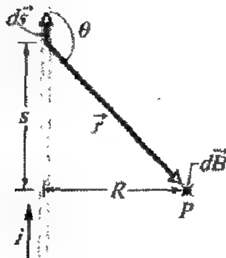
$$\sin\theta = \sin(\pi-\theta) = \frac{R}{\sqrt{s^2+R^2}}$$

با قراردادن این مقدارها و استفاده از انتگرال ۱۹ پیوست (ث)، معادلهٔ ۲۵-۵ به صورت زیر درمی‌آید

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\int_0^\infty \frac{R\,ds}{(s^2+R^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\left[\frac{s}{(s^2+R^2)^{1/2}}\right]_0^\infty = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \qquad (۲۵-۶)$$

این همان رابطه‌ای است که می‌خواستیم اثبات کنیم. توجه کنید که میدان مغناطیسی در P ناشی از نیمهٔ پایینی یا نیمهٔ بالایی سیم



شکل ۲۵-۵ محاسبهٔ میدان مغناطیسی ایجاد شده به وسیلهٔ جریان i در یک سیم مستقیم دراز. میدان $d\vec{B}$ در نقطهٔ P همان‌طور که نشان داده شده است، به عنصر جریان- طول $i\,d\vec{s}$ مربوط است و در جهت رو به داخل صفحه قرار دارد.

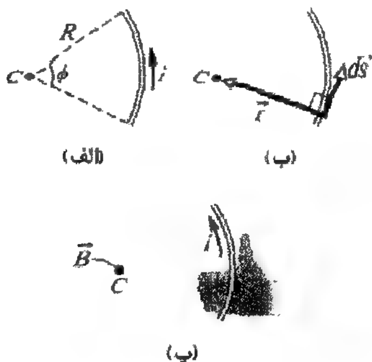
بینهایت دراز در شکل ۲۵-۵ نصف این مقدار خواهد شد؛ یعنی

$$B=\frac{\mu_0 i}{4\pi R} \quad \text{(سیم مستقیم نیم بینهایت)} \qquad (۲۵-۷)$$

میدان مغناطیسی ناشی از جریان در سیمی به شکل کمان دایره‌ای

برای یافتن میدان مغناطیسی ناشی از جریان در سیمی منحنی شکل در یک نقطه دوباره از معادلهٔ ۲۵-۱ استفاده می‌کنیم. برای این کار بزرگی میدان ناشی از یک عنصر جریان- طول را می‌نویسیم و دوباره برای به دست آوردن میدان خالص ایجاد شده از همهٔ عنصرهای جریان- طول، انتگرال می‌گیریم. این انتگرالگیری بسته به شکل سیم ممکن است مشکل باشد؛ ولی، وقتی سیم به شکل کمان دایره‌ای و نقطه در مرکز انحنا باشد، انتگرالگیری نسبتاً ساده است.

شکل ۲۵-۶ الف، چنین سیم کمان شکلی را با زاویهٔ مرکزی ϕ، و شعاع R و مرکز C نشان می‌دهد که حامل جریان i است. در نقطهٔ C هر عنصر جریان- طول $i\,ds$ از سیم یک میدان



شکل ۲۵-۶ (الف) سیمی به شکل کمان دایره‌ای با مرکز C حامل جریان i است. (ب) برای هر عنصر سیم در روی کمان، زاویهٔ میان جهتهای $d\vec{s}$ و $\hat{r}$ برابر با ۹۰° است. (پ) چگونگی تعیین جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان داخل سیم در مرکز C؛ میدان در جهت انگشتها، به سمت خارج از صفحه است و با نقطه‌ای در C نشان داده شده است.

مغناطیسی با بزرگی dB ایجاد می‌کند که با رابطهٔ ۲۵-۱ داده می‌شود. افزون بر این، همان‌طور که شکل ۲۵-۶ ب نشان می‌دهد، مهم نیست که این عنصر کجای سیم باشد، زاویهٔ θ میان بردارهای $d\vec{s}$ و $\hat{r}$ برابر با $90°$ است، هم‌چنین $r=R$ است. بنابراین، با قراردادن R به جای r و $90°$ به جای θ در معادلهٔ ۲۵-۱، به دست می‌آوریم

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds\sin 90°}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds}{R^2} \qquad (۲۵-۸)$$

میدان حاصل از هر عنصر جریان- طول در کمان در نقطهٔ C همین بزرگی را دارد.

به کار بردن قانون دست راست در هر نقطه از طول سیم (مانند شکل ۲۵-۶پ) نشان می‌دهد که همهٔ میدانهای دیفرانسیلی $d\vec{B}$ در C جهت یکسانی دارند- مستقیماً رو به خارج صفحه. بنابراین، میدان کل در نقطهٔ C به طور ساده جمع (از طریق انتگرالگیری) همهٔ میدانهای $d\vec{B}$ است. از تساوی $ds = Rd\phi$ برای تغییر متغیر انتگرالگیری از ds به $d\phi$ استفاده می‌کنیم و از معادلهٔ ۲۵-۸ به دست می‌آوریم

$$B = \int dB = \int_0^{\phi}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{iR\,d\phi}{R^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\int_0^{\phi}d\phi$$

با انتگرالگیری داریم

$$B = \frac{\mu_0 i\phi}{4\pi R} \qquad \text{(در مرکز کمان دایره‌ای)} \qquad (۲۵-۹)$$

توجه کنید که این معادله *فقط* میدان مغناطیسی را در مرکز خمیدگی یک کمان دایره‌ای حامل جریان به دست می‌دهد. وقتی در معادله مقدار عددی قرار می‌دهیم باید مراقب باشیم که ϕ را به جای درجه برحسب رادیان بنویسیم. برای مثال، برای پیداکردن بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز سیم دایره‌ای حامل جریان، به جای ϕ مقدار 2π رادیان را در معادلهٔ ۲۵-۹ قرار می‌دهیم، داریم

$$B = \frac{\mu_0 i(2\pi)}{4\pi R} = \frac{\mu_0 i}{2R} \qquad \text{(در مرکز دایرهٔ کامل)} \qquad (۲۵-۱۰)$$

میدان مغناطیسی ناشی از فعالیت مغز

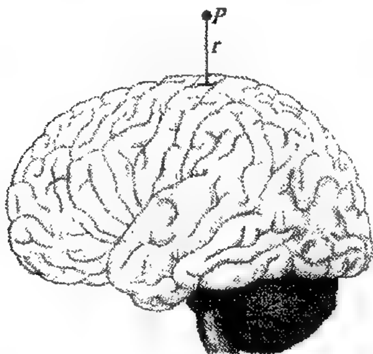
دانشمندان، پژوهشگران پزشکی و فیزیولوژیستها به درک چگونگی عملکرد مغز انسان علاقه‌مندند. یکی از وسایل جدید آنها *مگنتوانسفالوگرافی* (MEG) است، و آن روشی است که در آن میدانهای مغناطیسی مغز شخص وقتی فعالیتی مانند مطالعه انجام می‌دهد، نمایش داده می‌شود. این کار بخشی از مغز، مثل بخشی که مطالعه را پردازش می‌کند فعال می‌سازد و تپهای الکتریکی ضعیفی را باعث می‌شود که در مسیرهای رسانایی میان سلولهای مغز فرستاده می‌شوند. مانند هر جریان دیگری، هر تپی میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند.

میدانهای مغناطیسی آشکار شده در MEG احتمالاً توسط تپهایی در دیواره‌های شکافهای (شقاقهای) واقع در سطح مغز ایجاد شوند (شکل ۲۵-۷). برای برآورد بزرگی چنین میدانی در نقطهٔ P واقع در فاصلهٔ $r=2\text{cm}$ از تپ از معادلهٔ ۲۵-۱ استفاده می‌کنیم. فرض کنید مسیر تپ بر سطح مغز مماس در نظر گرفته شود به طوری که زاویهٔ θ در معادلهٔ ۲۵-۱ برابر $90°$ باشد. در یک تپ نوعی، جریان برابر $i=10\mu\text{A}$ و طول مسیر رسانا حدود 1mm است. فرض کنید این طول به اندازه‌ای کوتاه است که در معادلهٔ ۲۵-۱ به جای عنصر طول ds می‌توان 1mm را قرار داد. از معادلهٔ ۲۵-۱ خواهیم داشت

$$B = \frac{(4\pi\times10^{-7}\ \text{T.m/A})}{4\pi}\frac{(10\times10^{-6}\ \text{A})(1\times10^{-3}\ \text{m})}{(2\times10^{-2}\ \text{m})^2}\sin 90°$$

$$= 2/5\times10^{-12}\ \text{T} \approx 3\text{pT}$$

این میدان مغناطیسی *خیلی* کوچکی است، بیش از یک میلیون بار ضعیفتر از میدان مغناطیسی زمین در محل شما. بنابراین، اگر بخواهید میدان مغناطیسی مغز را آشکار کنید، نمی‌توانید به سادگی قطب نمایی را نزدیک مغز بگیرید و انتظار داشته باشید که فعالیت مغز عقربهٔ قطب‌نما را بچرخاند. بلکه به ابزارهای بسیار حساسی به نام اسکوئید[1] نیاز دارید که میدانهای مغناطیسی کمتر از 1PT را اندازه‌گیری کند، و حتی باید مراقب باشید که چشمه‌های دیگر میدانهای مغناطیسی متغیر در حوزهٔ آشکارسازی را حذف کنید.



شکل ۲۵-۷ تپی در دیوارهٔ شکاف در سطح مغز در نقطهٔ P و در فاصلهٔ r یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۵-۱ مهارت خود را تقویت کنید

سیم شکل ۲۵-۸ الف حامل جریان i و شامل کمانی دایره‌ای به شعاع R و زاویهٔ مرکزی $\frac{\pi}{2}\text{rad}$ ، و دو بخش مستقیم است که امتداد آنها در مرکز C یکدیگر را قطع می‌کنند. میدان مغناطیسی $\vec{B}$ ایجاد شده توسط جریان در C چقدر است؟

نکته‌های کلیدی در اینجا می‌توان با به کار بردن قانون بیو-ساوار، معادلهٔ ۲۵-۳ ، در سیم میدان مغناطیسی $\vec{B}$ را در نقطهٔ C به دست آورد. با محاسبهٔ $\vec{B}$ در سه بخش مجزای سیم- یعنی (۱) بخش مستقیم در چپ، (۲) بخش مستقیم در راست، و (۳) کمان دایره‌ای کاربرد معادلهٔ ۲۵-۳ ساده می‌شود.

1. Saperconducting quantum interference devices=SQUID

بخش‌های مستقیم: برای هر عنصر جریان- طول در بخش ۱، زاویهٔ θ میان $d\vec{s}$ و $\hat{r}$ صفر است (معادلهٔ ۲۵-۸ ب)؛ پس از معادلهٔ ۲۵-۱ داریم

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds\sin\theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds\sin 0}{r^2} = 0$$

بنابراین، جریان در کل طول بخش مستقیم ۱ در ایجاد میدان مغناطیسی در C سهمی ندارد

$$B_1 = 0$$

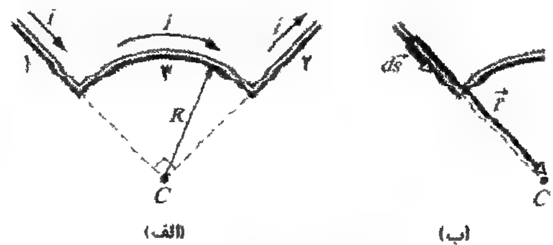
وضعیت مشابهی در بخش مستقیم ۲ برقرار است که در آن زاویهٔ θ میان $d\vec{s}$ و $\hat{r}$ در مورد هر عنصر جریان- طول برابر $180°$ است. پس

$$B_2 = 0$$

کمان دایره‌ای: کاربرد قانون بیو- ساوار برای محاسبهٔ میدان مغناطیسی در مرکز یک کمان دایره‌ای به معادلهٔ ۲۵-۹، $(B = \mu_0 i\phi/4\pi R)$ می‌انجامد. در اینجا زاویهٔ مرکزی ϕ برابر $\pi/2\,\text{rad}$ است. بنابراین، از معادلهٔ ۲۵-۹، بزرگی میدان مغناطیسی $\vec{B}_3$ در مرکز C کمان عبارت است از

$$B_3 = \frac{\mu_0 i(\pi/2)}{4\pi R} = \frac{\mu_0 i}{8R}$$

برای یافتن جهت $\vec{B}_3$ ، قاعدهٔ دست راست را مانند شکل ۲۵-۴ به کار می‌بریم. به طور ذهنی دست راست خود را مانند شکل ۲۵-۸ پ به دور کمان دایره‌ای حلقه کنید به طوری که شست شما در جهت جریان باشد. جهتی که انگشتان دست دور سیم می‌چرخند جهت خطهای میدان مغناطیسی دور سیم را مشخص می‌کند. در ناحیهٔ نقطهٔ C (داخل کمان دایره‌ای)، انگشتان دست به *داخل صفحه* است. پس، $\vec{B}_3$ متوجه داخل آن صفحه است.





$\vec{B}_3$ C

(پ)

شکل ۲۵-۸ (الف) سیمی با دو بخش مستقیم (۱ و ۲) و یک کمان دایره‌ای (۳) حامل جریان i است. (ب) در مورد عنصر جریان- طول بخش ۱، زاویهٔ میان $d\vec{s}$ و $\hat{r}$ صفر است. (پ) با تعیین جهت میدان مغناطیسی $\vec{B}_3$ در C ناشی از جریان در کمان دایره‌ای؛ میدان به طرف داخل صفحه است.

میدان خالص: به طور کلی، وقتی دو یا سه میدان مغناطیسی را برای پیداکردن *میدان مغناطیسی خالص* ترکیب می‌کنیم، **میدانها را باید به صورت بردار ترکیب کنیم نه به طور ساده بزرگی آنها را با هم جمع کنیم.** البته، در اینجا فقط کمان دایره‌ای در نقطهٔ C میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند. بنابراین، می‌توان بزرگی میدان خالص $\vec{B}$ را به صورت زیر نوشت

$$B = B_1 + B_2 + B_3 = 0 + 0 + \frac{\mu_0 i}{8R} = \frac{\mu_0 i}{8R} \qquad \text{(پاسخ)}$$

جهت B در جهت $\vec{B}_3$ ، یعنی به طرف داخل شکل ۲۵-۸ است.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۵-۲ مهارت خود را تقویت کنید

شکل ۲۵-۹ الف دو سیم دراز موازی را که حامل جریانهای i_1 و i_2 در خلاف جهت یکدیگرند نشان می‌دهد. بزرگی و جهت میدان مغناطیسی در نقطهٔ P چقدر است؟ فرض کنید $i_1 = 15\text{A}$ ، $i_2 = 32\text{A}$ و $d = 5/3\,\text{cm}$.

نکته‌های کلیدی (۱) میدان مغناطیسی خالص $\vec{B}$ در نقطهٔ P عبارت است از جمع برداری میدانهای مغناطیسی حاصل از دو سیم. (۲) می‌توان میدان مغناطیسی حاصل از هر جریانی را با استفاده از قانون بیو- ساوار در مورد جریان به دست آورد. در مورد نقطه‌های نزدیک جریان در سیم مستقیم دراز، این قانون به معادلهٔ ۲۵-۴ می‌انجامد.

تعیین بردارها: در شکل ۲۵-۹ الف، نقطهٔ P در فاصلهٔ R از هردو جریان i_1 و i_2 قرار دارد. بنابراین، از معادلهٔ ۲۵-۴ معلوم می‌شود که در نقطهٔ P این جریانها میدانهای مغناطیسی B_1 و B_2 را با بزرگیهای زیر ایجاد می‌کنند

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi R} \qquad \text{و} \qquad B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi R}$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ شکل ۲۵-۹ الف، توجه کنید که زاویه‌های قاعده (بین ضلعهای R و d) هر دو $45°$ است. از این می‌توان نوشت $\cos 45° = R/d$ و $d\cos 45°$ را به جای R قرار داد. پس بزرگی میدانهای B_1 و B_2 عبارت‌اند از

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d\cos 45°} \qquad \text{و} \qquad B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d\cos 45°}$$

برای یافتن جمع برداری آنها، $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ را ترکیب می‌کنیم، که میدان خالص $\vec{B}$ در P حاصل می‌شود. برای پیدا کردن جهتهای $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ قاعدهٔ دست راست شکل ۲۵-۴ را برای هر یک از جریانهای شکل ۲۵-۹ الف به کار می‌بریم. در مورد سیم ۱، با جریان به طرف بیرون صفحه، انگشت شست را به طرف بیرون صفحه می‌گیریم و به طور ذهنی سیم را با دست راست حلقه می‌کنیم به طوری که شست به طرف خارج صفحه باشد. انگشتان خم شده نشان می‌دهند که خطهای میدان پاد ساعتگردند. به ویژه، در ناحیهٔ نقطهٔ P ، آنها متوجه بالا و به

طرف چپ‌اند. به خاطر بیاورید که میدان مغناطیسی در نقطه‌ای در نزدیکی سیم مستقیم دراز حامل جریان باید بر خط شعاعی میان آن نقطه و جریان عمود باشد. پس، $\vec{B}_1$، همان‌طور که در شکل ۲۵-۹ ب رسم شده به طرف چپ است. (به نماد عمود بودن بردار $\vec{B}_1$ و خط وصل کنندهٔ P و سیم ۱ دقت کنید.)

با تکرار این تحلیل در مورد جریان در سیم ۲، معلوم می‌شود که جهت $\vec{B}_2$ همان‌طور که در شکل ۲۵-۹ ب رسم شده متوجه بالا و به طرف راست است. (به نماد عمود بودن بردار $\vec{B}_2$ و خط وصل کنندهٔ نقطهٔ P و سیم ۲ توجه کنید.)

جمع کردن بردارها: اکنون برای پیداکردن میدان مغناطیسی خالص $\vec{B}$ در نقطهٔ P هم با استفاده از ماشین حساب با قابلیت برداری و هم با تجزیهٔ بردارها به مؤلفه‌ها و سپس ترکیب مؤلفه‌های $\vec{B}$، می‌توانیم $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ را به طور برداری با هم جمع کنیم. با وجود این، در شکل ۲۵-۹ ب روش سومی وجود دارد: چون $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ بر یکدیگر عمودند، اینها ضلعهای یک مثلث قائم الزاویه را که $\vec{B}$ وتر آن است تشکیل می‌دهند. از قضیهٔ فیثاغورس داریم

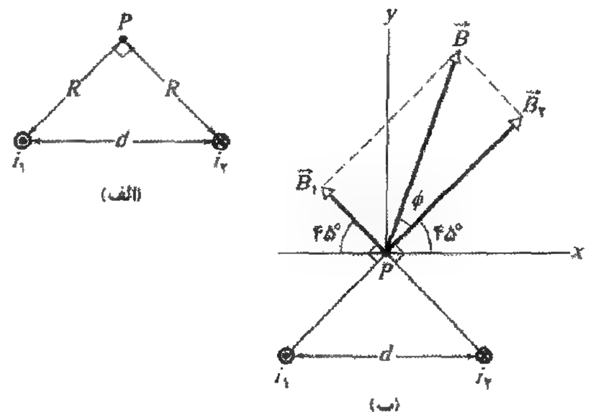
$$B=\sqrt{B_1^2+B_2^2}=\frac{\mu_0}{2\pi d(\cos 45^\circ)}\sqrt{i_1^2+i_2^2}$$

$$=\frac{(4\pi\times 10^{-7}\ \mathrm{T.m/A})\sqrt{(15\mathrm{A})^2+(32\mathrm{A})^2}}{(2\pi)(5/3\times 10^{-2}\ \mathrm{m})(\cos 45^\circ)}$$

$$=1/89\times 10^{-4}\ \mathrm{T}\approx 190\ \mu\mathrm{T} \qquad \text{(پاسخ)}$$

زاویهٔ ϕ میان جهتهای $\vec{B}$ و $\vec{B}_2$ در شکل ۲۵-۹ ب از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$\phi=\tan^{-1}\frac{B_1}{B_2}$$



شکل ۲۵-۹ (الف) دو سیم حامل جریانهای i_1 و i_2 در خلاف جهت یکدیگرند (به طرف خارج و به داخل صفحه). به زاویهٔ قائمه در P توجه کنید. (ب) میدانهای جداگانه $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ به طور برداری ترکیب می‌شوند و میدان خالص $\vec{B}$ را به دست می‌دهند.

که در آن B_1 و B_2 در بالا داده شده‌اند، خواهیم داشت

$$\phi=\tan^{-1}\frac{i_1}{i_2}=\tan^{-1}\frac{15\mathrm{A}}{32\mathrm{A}}=25^\circ$$

پس زاویهٔ میان جهت $\vec{B}$ و محور x نشان داده شده در شکل ۲۵-۲ ب عبارت است از

$$\phi+45^\circ=25^\circ+45^\circ=70^\circ \qquad \text{(پاسخ)}$$

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۱: قاعده‌های دست راست

جهت کمک به طبقه‌بندی قاعده‌های مربوط به دست راست که دیدید (و آنهایی که بعداً خواهند آمد) در اینجا بر آنها مروری می‌کنیم.

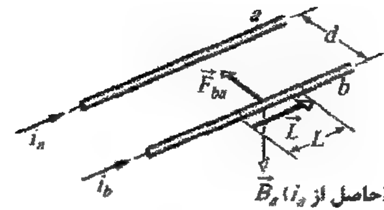
قاعدهٔ دست راست برای ضرب برداری. این قاعده در بخش ۳-۸ معرفی شد، این روشی است که جهت بردار حاصل از ضرب برداری را تعیین می‌کند. انگشتان دست راست خود را در راستای اولین بردار در ضرب به سمت بردار دوم با زاویهٔ کوچکتر میان دو بردار خم می‌کنیم. انگشت شست کشیده شده جهت بردار حاصل از ضرب برداری را به دست می‌دهد. در فصل ۱۱ برای یافتن جهت بردارهای گشتاور نیرو و بردار اندازه حرکت زاویه‌ای؛ در فصل ۲۴ برای پیداکردن جهت نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی، از قاعدهٔ دست راست استفاده کردیم.

قاعده‌های دست راست خمیده- مستقیم برای مغناطیس. در خیلی از موارد مربوط به مغناطیس، لازم است بین یک عنصر «خمیده» و یک عنصر «مستقیم» رابطه‌ای برقرار کنیم. می‌توان این کار را با انگشتان (خمیده) و شست (مستقیم) دست راست انجام داد. قبلاً در مثالی در بخش ۲۴-۹ مشاهده کردیم که جریان دور یک حلقه (عنصر خمیده) به بردار عمود $\vec{n}$ (عنصر مستقیم) حلقه مربوط است: اگر انگشتان دست راست خود را دور جریان حلقه کنیم، در این صورت انگشت شست جهت $\vec{n}$ را به دست می‌دهد. این جهت گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ حلقه را نیز نشان می‌دهد.

در این بخش دومین قانون دست راست خمیده- مستقیم را مشاهده کردیم. برای تعیین جهت خطهای میدان مغناطیسی به دور یک عنصر جریان- طول، انگشت شست دست راست خود را در جهت جریان قرار می‌دهیم. آنگاه انگشتان دور عنصر جریان- طول در جهت خطهای میدان می‌پیچند.

۲۵-۳ نیروی میان دو جریان موازی

دو سیم دراز موازی حامل جریان بر یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. شکل ۲۵-۱۰ چنین دو سیمی را نشان می‌دهد که به فاصلهٔ d از یکدیگر واقع‌اند و حامل جریانهای i_a و i_b هستند. نیروهایی را که این دو سیم بر یکدیگر وارد می‌کنند تحلیل می‌کنیم.



شکل ۲۵-۱۰ دو سیم موازی که حامل جریانهای هم جهت‌اند یکدیگر را جذب می‌کنند. $\vec{B}_a$ میدان مغناطیسی در سیم b است که توسط جریان در سیم a ایجاد می‌شود. $\vec{F}_{ba}$ نیرویی است که بر سیم b وارد می‌شود، چون این سیم حامل جریان در میدان $\vec{B}_a$ قرار دارد.

ابتدا نیرویی را که بر اثر جریان در سیم a در شکل ۲۵-۱۰ به سیم b وارد می‌شود به دست می‌آوریم. این جریان یک میدان مغناطیسی $\vec{B}_a$ ایجاد می‌کند و در واقع همین میدان باعث نیرویی است که ما در پی آن هستیم. برای به دست آوردن نیرو، باید بزرگی و جهت میدان $\vec{B}_a$ *را در محل سیم* b بدانیم. بزرگی B_a در هر نقطه از سیم b از معادلهٔ ۲۵-۴ برابر است با

$$B_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d} \qquad (۲۵-۱۱)$$

مطابق با قاعدهٔ دست راست خمیده- مستقیم جهت $\vec{B}_a$ در سیم b همان‌طور که در شکل ۲۵-۱۰ نشان داده شده است به طرف پایین است.

اکنون که میدان را داریم، می‌توانیم نیروهای وارد بر سیم b را به دست آوریم. معادلهٔ ۲۴-۲۶ حاکی از آن است که نیروی $\vec{F}_{ba}$ که به وسیلهٔ میدان مغناطیسی خارجی بر طول L از سیم b وارد می‌شود برابر است با

$$\vec{F}_{ba} = i_b \vec{L} \times \vec{B}_a \qquad (۲۵-۱۲)$$

که در آن $\vec{L}$ بردار طول سیم است. در شکل ۲۵-۱۰ بردارهای $\vec{L}$ و $\vec{B}_a$ بر یکدیگر عمودند و بنابراین، از معادلهٔ ۲۵-۱۱ می‌توان نوشت

$$F_{ba} = i_b L B_a \sin 90^\circ = \frac{\mu_0 L i_a i_b}{2\pi d} \qquad (۲۵-۱۳)$$

جهت $\vec{F}_{ba}$ در جهت ضرب برداری $\vec{L} \times \vec{B}_a$ است. با استفاده از قاعدهٔ دست راست برای ضرب برداری $\vec{L}$ و $\vec{B}_a$ در شکل ۲۵-۱۰، درمی‌یابیم که $\vec{F}_{ba}$ ، همان‌طور که نشان داده شده است به طور مستقیم به طرف سیم a است.

روش کلی برای پیداکردن نیروی وارد بر سیم حامل جریان چنین است:

> ☜ برای یافتن نیروی وارد بر یک سیم حامل جریان که از سیم دیگر حامل جریان حاصل می‌شود، ابتدا میدان مغناطیسی حاصل از سیم دوم را در محل سیم اول به دست می‌آوریم. سپس نیروی وارد توسط این میدان را بر سیم اول پیدا می‌کنیم.

اکنون این روش را برای محاسبهٔ نیرویی که توسط جریان سیم b بر سیم a وارد می‌شود به کار می‌بریم. خواهیم دید که نیرو مستقیماً به سمت سیم b است؛ از این رو سیمها با جریانهای موازی یکدیگر را جذب می‌کنند. به همین ترتیب، اگر دو جریان پاد موازی باشند می‌توان نشان داد که سیمها یکدیگر را دفع می‌کنند. بنابراین

> ☜ جریانهای موازی یکدیگر را جذب و جریانهای پاد موازی یکدیگر را دفع می‌کنند.

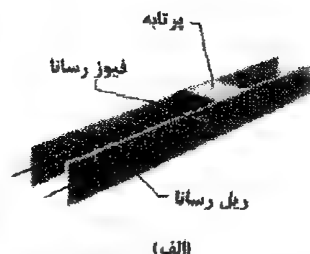
نیرویی که میان دو سیم موازی عمل می‌کند اساسی برای تعریف آمپر است، که یکی از هفت یکای اصلی SI است. تعریفی که در سال ۱۳۲۵/۱۹۴۶ بیان شد این است: یک آمپر عبارت است از جریان ثابتی که اگر در دو رسانای مستقیم موازی نامتناهی با سطح مقطع دایره‌ای ناچیز ثابت نگهداشته شود و این دو رسانا در خلأ به فاصلهٔ ۱ متر واقع باشند، نیروی 2×10^{-7} نیوتون بر متر بر هر یک از این رساناها وارد شود.

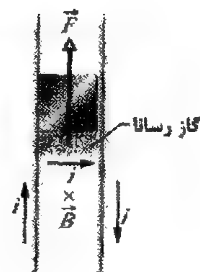
تفنگ ریلی

یک کاربرد فیزیک معادلهٔ ۲۵-۱۳ تفنگ ریلی است. در این وسیله، نیروی مغناطیسی در یک لحظهٔ کوتاه به پرتابه‌ای تا تندی بالا شتاب می‌دهد. اساس تفنگ ریلی در شکل ۲۵-۱۱ الف نشان داده شده است. جریان بزرگی در امتداد یکی از دو ریل رسانای موازی، فرستاده می‌شود و پس از گذشتن از یک «فیوز» رسانا (مانند یک قطعهٔ نازک مسی) در راستای ریل دوم به چشمهٔ جریان برمی‌گردد. پرتابه‌ای که قرار است شلیک شود در فاصلهٔ دور از فیوز و به طور شل بین ریلها قرار دارد. بلافاصله پس از برقراری جریان، فیوز ذوب و بخار می‌شود و یک گاز رسانا بین دو ریل در جایی که فیوز قرار داشت به وجود می‌آید.

قاعدهٔ دست راست خمیده- مستقیم شکل ۲۵-۴ بیانگر این است که جریانها در ریلهای شکل ۲۵-۱۱ الف در بین ریلها میدانهای مغناطیسی رو به پایین ایجاد می‌کنند. میدان مغناطیسی خالص $\vec{B}$ بر اثر عبور جریان i از گاز نیروی $\vec{F}$ را به گاز وارد می‌کند، (شکل ۲۵-۱۱ ب). از معادلهٔ ۲۵-۱۲ و قاعدهٔ دست راست در مورد ضرب برداری، درمی‌یابیم که $\vec{F}$ در امتداد ریلها و به طرف بیرون است. وقتی گاز تحت نیرویی به طرف بیرون در امتداد ریلها قرار گیرد، پرتابه را می‌راند و به آن شتابی به بزرگی $5\times10^6\,g$ می‌دهد و سپس آن را با تندی $10\,km/s$ پرتاب می‌کند، همهٔ اینها در $1\,ms$ رخ می‌دهند. شاید روزی تفنگهای ریلی بتوانند برای پرتاب مواد در استخراج معادن به فضای بیرون ماه یا یک سیاره مورد استفاده قرار گیرند.

> ✔ ***نکتهٔ وارسی ۱*** شکل سه سیم دراز، مستقیم و موازی را نشان می‌دهد که به فاصلهٔ مساوی از یکدیگر واقع‌اند و حامل جریانهای یکسان یا به سمت داخل یا خارج از صفحه‌اند. این سیمها را به ترتیب بزرگی نیروی وارد بر هر یک توسط دو سیم دیگر مرتب کنید.
>
> 
>





شکل ۲۵-۱۱ (الف) تفنگ ریلی، وقتی که جریان i در آن برقرار است. این جریان به سرعت باعث بخارشدن فیوز رسانا می‌شود. (ب) جریان یک میدان مغناطیسی $\vec{B}$ میان ریلها ایجاد می‌کند، و میدان باعث وارد آوردن نیروی $\vec{F}$ به گاز رسانا می‌شود که قسمتی از مسیر جریان است. گاز پرتابه را در امتداد ریلها به جلو می‌راند و آن را پرتاب می‌کند.

۲۵-۴ قانون آمپر

می‌توانیم میدان الکتریکی خالص حاصل از هر توزیع بار را ابتدا با نوشتن میدان الکتریکی دیفرانسیلی $d\vec{E}$ ناشی از یک عنصر بار و سپس با جمع سهم $d\vec{E}$ از تمام عنصرها، پیدا کنیم. ولی، اگر توزیع پیچیده باشد باید از رایانه استفاده کرد. لازم به یادآوری است که اگر توزیع دارای تقارن صفحه‌ای، استوانه‌ای یا کروی باشد، می‌توانیم با به کاربردن قانون گاوس میدان الکتریکی خالص را با تلاش بسیار کمتری به دست آوریم.

به همین ترتیب، می‌توانیم میدان مغناطیسی خالص ناشی از هر توزیع جریان را ابتدا با نوشتن میدان مغناطیسی دیفرانسیلی $d\vec{B}$ (معادلهٔ ۲۵-۳) ناشی از یک عنصر جریان- طول و سپس با جمع سهم $d\vec{B}$ تمام عنصرها پیدا کنیم. دوباره از رایانه در مورد توزیع پیچیده می‌توان استفاده کرد. با وجود این، اگر توزیع دارای تقارن باشد، می‌توان **قانون آمپر** را برای یافتن میدان مغناطیسی با تلاش بسیار کمتری به کار برد. این قانون، که آن را می‌توان از قانون بیو- ساوار به دست آورد، به نام آندره ماری آمپر[1] (۱۲۱۵-۱۱۵۴/۱۸۳۶-۱۷۷۵) که یکای SI به نام اوست، نامگذاری شده است. البته، این قانون در واقع توسط جیمز کلارک ماکسول[2] فیزیکدان انگلیسی پیش‌بینی شده بود.

قانون آمپر چنین است

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{enc}} \quad \text{(قانون آمپر)} \quad (۲۵\text{-}۱۴)$$

حلقهٔ روی علامت انتگرال بدان معناست که باید ضرب نرده‌ای (نقطه‌ای) $\vec{B}\cdot d\vec{s}$ دور یک حلقه بسته، به نام *حلقهٔ آمپری* انتگرالگیری شود. جریان i_{enc} جریان *خالصی* است که از حلقه می‌گذرد.

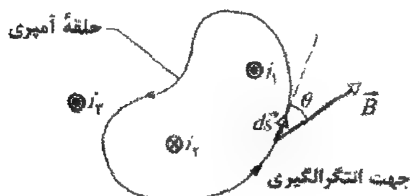
برای مشاهدهٔ معنی ضرب نرده‌ای $\vec{B}\cdot d\vec{s}$ و انتگرال آن، ابتدا قانون آمپر را در وضعیت کلی شکل ۲۵-۱۲ به کار می‌بریم. این شکل مقطع سه سیم مستقیم دراز را نشان می‌دهد که حامل جریانهای i_1 ، i_2 و i_3 به طرف خارج یا به طرف داخل صفحه‌اند. یک حلقهٔ آمپری دلخواه که در سطح صفحهٔ کاغذ واقع است، دو تا از سه سیم را دربردارد. جهت پاد ساعتگرد که روی حلقه مشخص شده بیانگر جهت دلخواه انتگرالگیری برای معادلهٔ ۲۵-۱۴ است.

برای به کاربردن قانون آمپر، به طور ذهنی حلقه را به عنصرهای بردار دیفرانسیلی $d\vec{s}$ تقسیم می‌کنیم که در همه جا مماس بر حلقه و در جهت انتگرالگیری هستند. فرض کنید در محل عنصر $d\vec{s}$ که در شکل ۲۵-۱۲ نشان داده شده است، میدان مغناطیسی خالص حاصل از هر سه سیم برابر با $\vec{B}$ باشد. چون سیمها بر صفحه عمودند، می‌دانیم که میدان مغناطیسی ناشی از هر جریان در $d\vec{s}$ در صفحهٔ شکل ۲۵-۱۲ واقع است؛ بنابراین، میدان مغناطیسی خالص $\vec{B}$ آنها در $d\vec{s}$ نیز باید در آن صفحه باشد. ولی سمتگیری $\vec{B}$ در آن صفحه را نمی‌دانیم. در شکل ۲۵-۱۲، $\vec{B}$ به طور دلخواه با زاویهٔ θ نسبت به $d\vec{s}$ رسم شده است.

ضرب نرده‌ای $\vec{B}\cdot d\vec{s}$ در سمت چپ معادلهٔ ۲۵-۱۴ برابر با $B\cos\theta ds$ است. پس، قانون آمپر را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \oint B\cos\theta\, ds = \mu_0 i_{\text{enc}} \quad (۲۵\text{-}۱۵)$$

اکنون ضرب نرده‌ای $\vec{B}\cdot d\vec{s}$ را می‌توان به عنوان ضرب یک طول ds از حلقهٔ آمپری و مؤلفهٔ میدان $B\cos\theta$ که مماس بر حلقه است در نظر گرفت. بنابراین، می‌توانیم انتگرالگیری را به عنوان جمع چنین ضربهایی دور کل حلقه به حساب آوریم.



شکل ۲۵-۱۲ قانون آمپر به کار رفته برای یک حلقهٔ آمپری دلخواه که دو سیم مستقیم دراز را دربردارد ولی سیم سوم را دربرندارد. به جهت جریانها توجه کنید.

1. Andre Marie Ampere
2. James Clerk Maxwell

وقتی چنین انتگرالی را حساب می‌کنیم نیازی نداریم قبل از انتگرالگیری جهت $\vec{B}$ را بدانیم. بلکه، به طور دلخواه فرض می‌کنیم که $\vec{B}$ در حالت کلی در جهت انتگرالگیری باشد (مانند شکل ۲۵-۱۲). اکنون قاعدهٔ دست راست خمیده- مستقیم زیر را به کار می‌بریم تا علامت مثبت یا منفی هر یک از جریانها را که جریان خالص احاطه شدهٔ i_{enc} را تشکیل می‌دهند مشخص کنیم:

> ☜ انگشتان دست راست خود را دور حلقهٔ آمپری خم کنید، آنها جهت انتگرالگیری را نشان می‌دهند. به جریانی که از حلقه در جهت کلی شست باز شده بگذرد علامت مثبت و به جریانی که به طور کلی در خلاف این جهت باشد، علامت منفی نسبت داده می‌شود.

سرانجام، معادلهٔ ۲۵-۱۵ را برای بزرگی $\vec{B}$ حل می‌کنیم. اگر معلوم شود که B مثبت است آن وقت جهتی که برای $\vec{B}$ انتخاب کرده‌ایم درست است. اگر منفی به دست آید، از علامت منفی چشمپوشی و $\vec{B}$ را در جهت مخالف دوباره رسم می‌کنیم.

در شکل ۲۵-۱۳ قاعدهٔ خمیده- مستقیم را برای قانون آمپر در وضعیت شکل ۲۵-۱۲ به کار می‌بریم. با توجه به جهت پادساعتگرد که برای انتگرالگیری مشخص شده، جریان خالصی که به وسیله حلقه دربرگرفته شده برابر است با

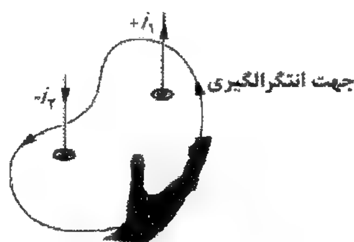
$$i_{enc} = i_1 - i_2$$

(جریان i_2 به وسیلهٔ حلقه دربرگرفته نشده است.) پس می‌توانیم معادلهٔ ۲۵-۱۵ را به صورت زیر بنویسیم

$$\oint B\cos\theta\, ds = \mu_0 (i_1 - i_2) \qquad (۲۵\text{-}۱۶)$$

ممکن است تعجب کنید که چرا جریان i_2 در بزرگی میدان مغناطیسی B در سمت چپ معادلهٔ ۲۵-۱۶ اثر دارد، ولی در سمت راست نیازی به آن نیست. پاسخ این است که چون انتگرالگیری معادلهٔ ۲۵-۱۶ دور تمام حلقه انجام می‌گیرد، اثر جریان i_2 در ایجاد میدان مغناطیسی حذف می‌شود. برعکس، اثر جریان دور حلقه در ایجاد میدان مغناطیسی حذف نمی‌شود.

معادلهٔ ۲۵-۱۶ را نمی‌توانیم برای به دست آوردن بزرگی B میدان مغناطیسی حل کنیم، چون برای وضعیت شکل ۲۵-۱۲ اطلاعات کافی برای ساده‌سازی و انتگرالگیری در اختیار نداریم.



شکل ۲۵-۱۳ قاعدهٔ دست راست برای قانون آمپر، برای تعیین علامت جریانهایی که به وسیلهٔ حلقهٔ آمپری در برگرفته شده‌اند. این وضعیت همان است که در شکل ۲۵-۱۲ آمده است.

ولی این را می‌دانیم که نتیجهٔ انتگرال باید با $\mu_0(i_1 - i_2)$ برابر باشد، مقداری که با جریان خالص عبوری از حلقه حاصل شده است.

اکنون قانون آمپر را برای دو وضعیت که تقارن دارند و حل انتگرال را ساده می‌کنند به کار می‌بریم و میدان مغناطیسی را به دست می‌آوریم.

میدان مغناطیسی در خارج سیم راست دراز حامل جریان

شکل ۲۵-۱۴ سیم مستقیم درازی را نشان می‌دهد که حامل جریان i به طرف خارج از صفحهٔ کاغذ است. معادلهٔ ۲۵-۴ نشان می‌دهد که در تمام نقطه‌هایی که فاصلهٔ آنها از سیم r است میدان مغناطیسی $\vec{B}$ ناشی از جریان بزرگی یکسانی دارد؛ یعنی میدان $\vec{B}$ نسبت به سیم تقارن استوانه‌ای دارد. اگر مطابق با شکل ۲۵-۱۴ دایره‌ای به مرکز سیم و شعاع r را به عنوان حلقهٔ آمپری اختیار کنیم، می‌توانیم از این تقارن برای ساده‌سازی انتگرال در قانون آمپر (معادله‌های ۲۵-۱۴ و ۲۵-۱۵) استفاده کنیم. آنگاه میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در هر نقطه روی حلقه دارای بزرگی یکسان B است. انتگرالگیری را پادساعتگرد انجام می‌دهیم، به طوری که جهت $d\vec{s}$ مانند جهت نشان داده شده در شکل ۲۵-۱۴ باشد.

با توجه به اینکه در هر نقطه از حلقه $\vec{B}$ مانند $d\vec{s}$ مماس بر آن است، می‌توانیم کمیت $B\cos\theta$ را در معادلهٔ ۲۵-۱۵ بیشتر ساده کنیم. بنابراین، $\vec{B}$ و $d\vec{s}$ در هر نقطه از حلقه با یکدیگر موازی یا پاد موازی‌اند، و ما به دلخواه موازی بودن را اختیار می‌کنیم. پس، در هر نقطه زاویهٔ θ میان $d\vec{s}$ و $\vec{B}$ صفر است، پس $\cos\theta = \cos 0 = 1$. بنابراین، انتگرال معادلهٔ ۲۵-۱۵ به صورت زیر درمی‌آید

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \oint B\cos\theta\, ds = B\oint ds = B(2\pi r)$$

توجه کنید که $\oint ds$ جمع تمام طول قطعه خط‌های ds دور حلقهٔ دایره‌ای است؛ یعنی به طور ساده پیرامون $2\pi r$ حلقه را به دست می‌دهد.

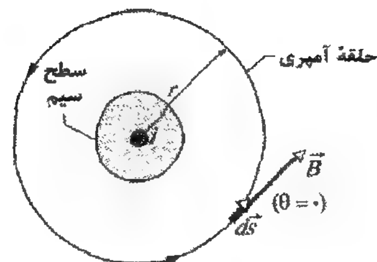
قاعده دست راست علامت مثبت برای جریان شکل ۲۵-۱۴ به دست می‌دهد. سمت راست قانون آمپر عبارت است از $+\mu_0 i$ و بنابراین، داریم

$$B(2\pi r) = \mu_0 i$$

یا

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad \text{(خارج سیم مستقیم)} \qquad (۲۵\text{-}۱۷)$$

با اندک دست‌کاری در نمادها، این معادلهٔ ۲۵-۴ است که قبلاً - با تلاش بیشتری - با استفاده از قانون بیو و ساوار به دست آوردیم. افزون بر این، چون بزرگی B با علامت مثبت به دست آمد، می‌دانیم که جهت درست B باید همانی باشد که در شکل ۲۵-۱۴ نشان داده شده است.



شکل ۲۵-۱۴ استفاده از قانون آمپر برای یافتن میدان مغناطیسی که جریان i در خارج یک سیم مستقیم دراز با مقطع دایره‌ای ایجاد می‌کند. حلقهٔ آمپری دایره‌ای هم مرکز است که در خارج سیم واقع است.

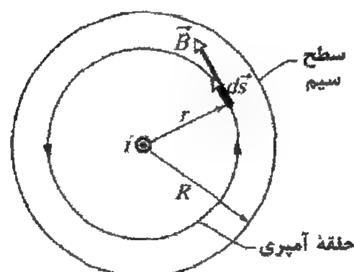
میدان مغناطیسی داخل سیم مستقیم دراز حامل جریان

شکل ۲۵-۱۵ مقطع یک سیم مستقیم دراز به شعاع R را نشان می‌دهد که حامل توزیع یکنواخت جریان i به طرف خارج صفحهٔ کاغذ است. چون جریان در مقطع سیم به طور یکنواخت توزیع شده است، میدان مغناطیسی $\vec{B}$ ایجاد شده توسط جریان تقارن استوانه‌ای دارد. بنابراین، برای یافتن میدان مغناطیسی در نقطه‌هایی در داخل سیم، همان‌طور که در شکل ۲۵-۱۵ نشان داده شده است، باز از یک حلقهٔ آمپری به شعاع r استفاده می‌کنیم، که اکنون $r < R$. همان‌طور که نشان داده شده است باز تقارن حاکی از آن است که $\vec{B}$ مماس بر حلقه است، بنابراین سمت چپ قانون آمپر به دست می‌دهد

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B\oint ds = B(۲\pi r) \qquad (۲۵\text{-}۱۸)$$

برای یافتن سمت راست قانون آمپر، توجه داریم که چون جریان به طور یکنواخت توزیع شده است، جریان i_{enc} که به وسیله حلقه در برگرفته شده متناسب با سطحی است که با حلقه محصور شده است، یعنی

$$i_{enc} = i\frac{\pi r^۲}{\pi R^۲} \qquad (۲۵\text{-}۱۹)$$



شکل ۲۵-۱۵ استفاده از قانون آمپر برای یافتن میدان مغناطیسی ناشی از جریان i داخل سیم مستقیم دراز با مقطع دایره‌ای. جریان در مقطع سیم به طور یکنواخت توزیع شده و از صفحهٔ کاغذ خارج می‌شود. حلقهٔ آمپری داخل سیم رسم شده است.

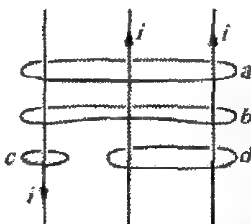
قاعدهٔ دست راست بیانگر آن است که علامت جریان دربرگرفته شده مثبت است. پس از قانون آمپر داریم

$$B(۲\pi r) = \mu_۰ i\frac{\pi r^۲}{\pi R^۲}$$

یا

$$B = \left(\frac{\mu_۰ i}{۲\pi R^۲}\right) r \quad \text{(داخل سیم مستقیم)} \qquad (۲۵\text{-}۲۰)$$

پس بزرگی B میدان مغناطیسی در داخل سیم متناسب با r است؛ که در مرکز صفر و در سطح که $r = R$ است، مقدار آن بیشینه است. توجه کنید که معادله‌های ۲۵-۱۷ و ۲۵-۲۰ در $r = R$ یک مقدار برای B به دست می‌دهند؛ یعنی، عبارتهای میدان مغناطیسی خارج سیم و داخل سیم در سطح سیم نتیجهٔ یکسانی دارند.

> ✔ ***نکتهٔ وارسی ۲*** شکل سه جریان i مساوی (دو جریان موازی و یک جریان پاد موازی) و چهار حلقهٔ آمپری را نشان می‌دهد. این حلقه‌ها را به ترتیب بزرگی $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ در طول هر یک مرتب کنید.
>
> 
>

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۵-۳

شکل ۲۵-۱۶ الف مقطع استوانهٔ دراز رسانایی را با شعاع داخلی $a = ۲/۰\,\text{cm}$ و شعاع خارجی $b = ۴/۰\,\text{cm}$ نشان می‌دهد. این استوانه حامل جریانی به طرف بیرون صفحهٔ کاغذ است که بزرگی چگالی جریان در مقطع آن با $J = cr^۲$ داده شده است، در آن $c = ۳/۰ \times ۱۰^۶\,\text{A/m}^۴$ و r برحسب متر است. میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در نقطه‌ای به فاصلهٔ $۳/۰\,\text{cm}$ از محور مرکزی استوانه چقدر است؟

نکته‌های کلیدی نقطه‌ای که می‌خواهیم $\vec{B}$ را در آن و داخل مادهٔ استوانهٔ رسانا محاسبه کنیم، میان شعاعهای داخلی و خارجی قرار دارد. توجه کنید که توزیع جریان تقارن استوانه‌ای دارد (در اطراف مقطع به‌ازای یک شعاع معین یکسان است) بنابراین، تقارن امکان می‌دهد که از قانون آمپر برای پیداکردن $\vec{B}$ در آن نقطه استفاده کنیم. ابتدا حلقهٔ آمپری نشان داده شده در شکل ۲۵-۱۶ ب را رسم می‌کنیم. حلقه با استوانه هم مرکز و شعاع آن $r = ۳/۰\,\text{cm}$ است چون می‌خواهیم $\vec{B}$ را در آن فاصله از محور مرکزی استوانه محاسبه کنیم.

سپس باید جریان i_{enc} را که توسط حلقهٔ آمپری احاطه شده است محاسبه کنیم. ولی، نمی‌توانیم نسبتی را مانند معادلهٔ ۲۵-۱۹ برقرار کنیم، چون در اینجا جریان یکنواخت توزیع نشده است. در عوض، بنابر روش مسئله نمونهٔ ۲۵-۲ ب، باید از بزرگی چگالی جریان از شعاع داخلی a تا شعاع حلقهٔ r انتگرالگیری کنیم.

محاسبه‌ها: انتگرال را به صورت زیر می‌نویسیم

$$i_{enc} = \int J dA = \int_a^r cr^2 (2\pi r dr)$$
$$= 2\pi c \int_a^r r^3 dr = 2\pi c \left[\frac{r^4}{4}\right]_a^r$$
$$= \frac{\pi c (r^4 - a^4)}{2}$$

جهت انتگرالگیری نشان داده شده در شکل ۲۵-۱۶ ب (به طور اختیاری) ساعتگرد است. با به کاربردن قاعدهٔ دست راست برای قانون آمپر در این حلقهٔ درمی‌یابیم که بهتر است i_{enc} را منفی بگیریم چون جریان به طرف خارج از صفحه است ولی انگشت ما به طرف داخل صفحه است.

حال سمت چپ حلقهٔ آمپری را درست همان‌طور که در شکل ۲۵-۱۵ انجام دادیم محاسبه می‌کنیم و دوباره معادلهٔ ۲۵-۱۸ را به دست می‌آوریم. بنابراین، قانون آمپر

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc}$$

به دست می‌دهد

$$B(2\pi r) = -\frac{\mu_0 \pi c}{2}(r^4 - a^4)$$

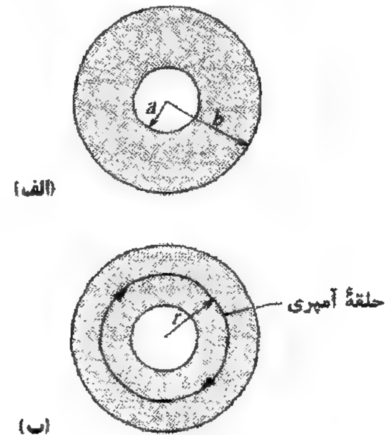
با حل آن برای B و قراردادن داده‌های معلوم داریم

$$B = -\frac{\mu_0 c}{4r}(r^4 - a^4)$$
$$= -\frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T.m/A})(3/0 \times 10^6\ \mathrm{A/m^4})}{4(0/030\ \mathrm{m})}$$
$$\times \left[(0/030\ \mathrm{m})^4 - (0/020\ \mathrm{m})^4\right]$$
$$= -2/0 \times 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

بنابراین، بزرگی میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در نقطهٔ ۳/۰ سانتی‌متری از محور مرکزی عبارت است از

$$B = 2/0 \times 10^{-5}\ \mathrm{T} \qquad \text{(پاسخ)}$$

و خطهای میدان مغناطیسی ایجاد شده در خلاف جهت انتگرالگیری است، از این رو در شکل ۲۵-۱۶ ب پاد ساعتگرد است.



شکل ۲۵-۱۶ (الف) مقطع یک استوانهٔ رسانا به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b. (ب) یک حلقهٔ آمپری به شعاع r برای محاسبهٔ میدان مغناطیسی در نقطه‌هایی که در فاصلهٔ r از محور مرکزی قرار دارند اضافه شده است.

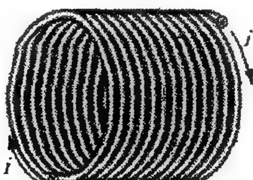
۲۵-۵ سیملوله و چنبره

میدان مغناطیسی یک سیملوله

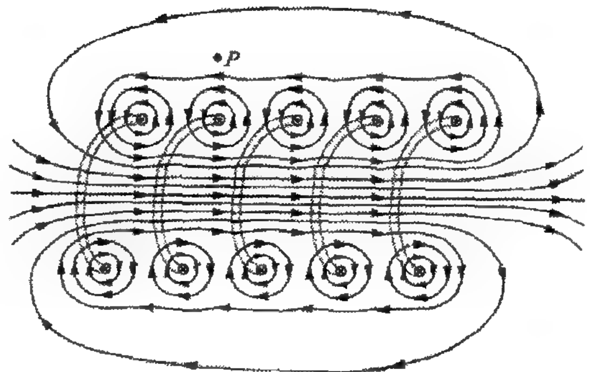
اکنون توجه خود را به وضعیت دیگری که در آن قانون آمپر کارآمدی خود را نشان می‌دهد معطوف می‌کنیم. این وضعیت به میدان مغناطیسی ناشی از جریان در پیچه‌ای از سیم که به صورت مارپیچ دراز تنگ هم قرار دارند مربوط است. چنین پیچه‌ای را **سیملوله** (شکل ۲۵-۱۷) می‌نامند. فرض بر این است که طول سیملوله خیلی بیشتر از قطر آن است.

شکل ۲۵-۱۸ مقطعی از یک بخش از سیملوله «کشیده شده» را نشان می‌دهد. میدان مغناطیسی سیملوله برابر با جمع برداری میدانهای ایجاد شده به وسیلهٔ هر دور (*از حلقه‌های*) سیم است که سیملوله از آن ساخته شده است. برای نقطه‌های خیلی نزدیک به هر دور، سیم به لحاظ مغناطیسی تقریباً مشابه سیم مستقیم دراز رفتار می‌کند و خطهای میدان $\vec{B}$ تقریباً دایره‌هایی هم مرکزند. شکل ۲۵-۱۸ بیانگر این است که میدانها میان دورهای مجاور میل به خنثی شدن دارند. هم چنین، شکل بیانگر این است که در نقطه‌های داخل سیملوله که نسبتاً از سیمها دورند، $\vec{B}$ تقریباً موازی با محور (مرکزی) سیملوله است. در حالت حدی یک *سیملولهٔ آرمانی* که سیملوله دراز نامتناهی و شامل دور سیم‌پیچهای فشرده (نزدیک به هم پیچیده) است، میدان داخل سیملوله یکنواخت و موازی محور سیملوله است.

در نقطه‌های بالای سیملوله، مانند نقطهٔ P در شکل ۲۵-۱۸، جهت میدان برقرار شده به وسیلهٔ قسمتهای بالایی دورهای سیملوله (این دورهای بالایی با ⊙ مشخص شده‌اند) به سمت چپ است (همان‌طور که در نزدیکی P رسم شده است) و با میدان برقرار شده به وسیلهٔ قسمتهای پایین سیملوله (این دورهای پایین با ⊗ مشخص شده‌اند) که به سمت راست هستند (رسم نشده) خنثی می‌شود. در حالت حدی یک سیملولهٔ آرمانی، میدان مغناطیسی در خارج از سیملوله صفر است. در بیرون یک سیملولهٔ واقعی اگر طول آن خیلی بزرگتر از قطرش باشد و اگر نقطه‌های خارجی مانند P را در نزدیکی دو انتهای سیملوله در نظر نگیریم، فرض صفر در نظر گرفتن میدان بسیار منطقی است. جهت میدان مغناطیسی در طول محور سیملوله به وسیلهٔ قاعده دست راست خمیده- مستقیم مشخص می‌شود: اگر سیملوله را با انگشتان حلقه شدهٔ دست‌راست خود طوری بگیریم که انگشتها در جهت جریان در سیم پیچها باشند؛ انگشت شست کشیده شده جهت میدان مغناطیسی در طول محور سیملوله را مشخص می‌کند.



شکل ۲۵-۱۷ سیملوله حامل جریان i.



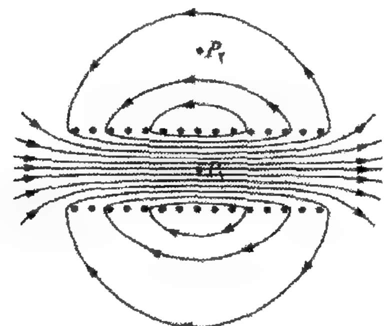
شکل ۲۵-۱۸ یک مقطع قائم از محور مرکزی یک سیملولهٔ «کشیده شده». قسمتهای پشتی پنج دور و نیز خطهای میدان مغناطیسی ناشی از جریانی که از سیملوله می‌گذرد، نشان داده شده‌اند. هر دور سیم خطهای میدان دایره‌ای در نزدیکی خود ایجاد می‌کند. در نزدیکی محور سیملوله خطهای میدان ترکیب می‌شوند و میدان مغناطیسی خالصی را در طول محور استوانه به وجود می‌آورند. کم‌بودن فاصلهٔ خطهای میدان در آنجا بیانگر میدان مغناطیسی قوی است. در خارج سیملوله خطهای میدان فاصلهٔ زیادی دارند؛ میدان در آنجا خیلی ضعیف است.

شکل ۲۵-۱۹ خطهای میدان $\vec{B}$ را برای یک سیملولهٔ واقعی نشان می‌دهد. فاصلهٔ این خطها در ناحیهٔ مرکزی نشان می‌دهد که میدان در داخل پیچه و در سرتاسر مقطع پیچه نسبتاً قوی و یکنواخت است. ولی میدان خارجی نسبتاً ضعیف است.
اکنون قانون آمپر، یعنی

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc} \qquad (۲۵-۲۱)$$

را برای حلقهٔ آمپری مستطیل شکل $abcd$ در سیملوله آرمانی شکل ۲۵-۲۰ به کار می‌بریم، که در آن B در داخل سیملوله یکنواخت و در خارج آن صفر است. انتگرال $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}$ را به صورت مجموع چهار انتگرال، هر یک برای یک قسمت از حلقه، می‌نویسیم:

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_b^c \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_c^d \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_d^a \vec{B}\cdot d\vec{s} \qquad (۲۵-۲۲)$$



شکل ۲۵-۱۹ خطهای میدان مغناطیسی یک سیملوله واقعی با طول متناهی. میدان در نقطه‌های داخلی مانند P_1 قوی و یکنواخت ولی در نقطه‌های بیرونی مانند P_2 نسبتاً ضعیف است.

مقدار انتگرال اول در سمت راست معادلهٔ ۲۵-۲۲ برابر با Bh است که B بزرگی میدان مغناطیسی $\vec{B}$ داخل سیملوله و h یک طول (دلخواه) مسیر از a تا b است. انتگرالهای دوم و چهارم صفر هستند، چون در هر عنصر ds از این قسمتها، $\vec{B}$ عمود بر $d\vec{s}$ یا صفر است، و بنابراین، حاصلضرب $\vec{B}\cdot d\vec{s}$ صفر می‌شود. انتگرال سوم که در طول مسیر بیرونی سیملوله گرفته می‌شود، صفر است، چون در همهٔ نقطه‌های بیرونی $B=0$ است. بنابراین، مقدار انتگرال $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}$ برای کل حلقهٔ مستطیل شکل برابر با Bh است.

جریان خالص i_{enc} که به وسیلهٔ حلقهٔ آمپری مستطیل شکل در شکل ۲۵-۲۰ دربرگرفته شده است برابر با جریان i که از سیم‌پیچهای سیملوله می‌گذرد نیست چون سیم‌پیچها بیش از یک بار از این حلقه گذشته‌اند. اگر n تعداد دور در یکای طول سیملوله باشد؛ در این صورت حلقه شامل nh دور سیم است و داریم

$$i_{enc} = i(nh)$$

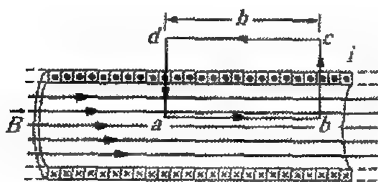
از قانون آمپر خواهیم داشت

$$Bh = \mu_0 inh$$

یا

$$B = \mu_0 in \quad \text{(سیملولهٔ آرمانی)} \qquad (۲۵-۲۳)$$

اگرچه معادلهٔ ۲۵-۲۳ را برای یک سیملولهٔ آرمانی دراز نامتناهی به دست آوردیم، ولی این رابطه برای نقطه‌های داخلی سیملولهٔ واقعی وقتی که به قدر کافی از دو انتهایش فاصله داشته باشند به خوبی برقرار است. معادلهٔ ۲۵-۲۳ با این واقعیت تجربی که بزرگی B در داخل سیملوله به قطر و طول آن بستگی ندارد و اینکه B روی سطح مقطع یکنواخت است، سازگاری دارد. بنابراین، سیملوله وسیله‌ای عملی برای ایجاد میدان مغناطیسی یکنواخت معین برای آزمایشهای مختلف است، درست مانند یک خازن تخت که راه عملی برای ایجاد میدان الکتریکی یکنواخت معین است.



شکل ۲۵-۲۰ کاربرد قانون آمپر در بخشی از سیملولهٔ آرمانی دراز حامل جریان i. حلقهٔ آمپری مستطیل $abcda$ است.

میدان مغناطیسی چنبره

شکل ۲۵-۲۱ الف یک چنبره را نشان می‌دهد که می‌توانیم آن را به صورت یک سیملولهٔ (توخالی) فرض کنیم که آن را خمیده کرده‌ایم تا دو انتهایش به هم برسند و چیزی شبیه یک دستبند توخالی تشکیل شود. میدان مغناطیسی $\vec{B}$ برقرار شده در

نقطه‌های داخلی چنبره (داخل فضای خالی دستبند) چقدر است؟ از قانون آمپر و تقارن دستبند می‌توانیم آن را پیدا کنیم.

از تقارن، می‌بینیم که خطهای $\vec{B}$ در داخل چنبره دایره‌های هم مرکزی را تشکیل می‌دهند که جهت آنها مطابق با شکل ۲۵-۲۱ ب است. یکی از این دایره‌های هم مرکز به شعاع r را حلقهٔ آمپری فرض می‌کنیم و روی آن در جهت ساعتگرد حرکت می‌کنیم. قانون آمپر (معادلهٔ ۲۵-۱۴) به دست می‌دهد

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 iN$$

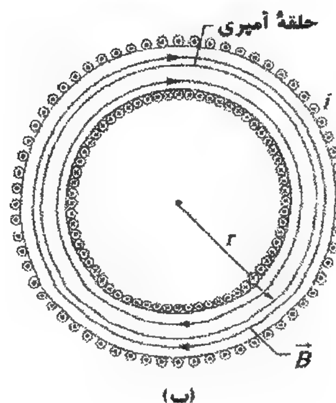
که در آن i جریان در سیم‌پیچهای چنبره (برای سیم‌پیچهای دربرگرفته شده توسط حلقهٔ آمپری مثبت است) و N تعداد دور کل است. داریم

$$B = \frac{\mu_0 iN}{2\pi}\frac{1}{r} \quad \text{(چنبره)} \quad (۲۵-۲۴)$$

برخلاف وضعیت سیملوله، B روی سطح مقطع چنبره ثابت نیست.



(الف)



(ب)

شکل ۲۵-۲۱ (الف) یک چنبرهٔ حامل جریان i. (ب) مقطع افقی چنبره. میدان مغناطیسی داخلی (داخل دستبند لوله‌ای شکل) را می‌توان با به کار بردن قانون آمپر با حلقهٔ آمپری نشان داده شده به دست آورد.

با قانون آمپر؛ به آسانی می‌توان نشان داد که برای نقطه‌های خارج یک چنبرهٔ آرمانی $B = 0$ است (وقتی که چنبره از یک سیملولهٔ آرمانی ساخته شده باشد). جهت میدان مغناطیسی در داخل چنبره از قاعدهٔ دست راست خمیده- مستقیم پیروی می‌کند: اگر انگشتان خمیدهٔ دست راست را به دور چنبره حلقه کنید و آنها را در جهت جریان در سیم‌پیچها قرار دهید، انگشت شست باز شده در جهت میدان مغناطیسی خواهد بود.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۵-۴

طول سیملوله‌ای $L = 1/23\ \text{m}$ و قطر داخلی آن $d = 3/55\ \text{cm}$ و حامل جریان $i = 5/57\ \text{A}$ است. این سیملوله شامل پنج لایهٔ به هم فشرده است که هر لایه ۸۵۰ دور در امتداد طول L دارد. در مرکز سیملوله B چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی بزرگی B میدان مغناطیسی در طول محور مرکزی سیملوله با معادلهٔ ۲۵-۲۳ $(B = \mu_0 in)$ به جریان i و تعداد دور بر یکای طول n مربوط است.

محاسبه: چون B به قطر سیم‌پیچها بستگی ندارد؛ پس مقدار n برای پنج لایهٔ مشابه به سادگی برابر با پنج برابر مقدار یک لایه است. از معادلهٔ ۲۵-۲۳ داریم

$$B = \mu_0 in = (4\pi\times10^{-7}\ \text{T.m/A})(5/57\ \text{A})\frac{5\times850\ \text{دور}}{1/23\text{m}}$$

$$= 2/42\times10^{-2}\ \text{T} = 24/2\ \text{mT} \quad \text{(پاسخ)}$$

۲۵-۶ پیچهٔ حامل جریان به عنوان دوقطبی مغناطیسی

تاکنون میدانهای مغناطیسی حاصل از سیم مستقیم دراز، سیملوله و چنبره را بررسی کردیم. حال میدان مغناطیسی ناشی از یک پیچهٔ حامل جریان را در نظر می‌گیریم. در بخش ۲۴-۱۰ دیدیم که چنین پیچه‌ای همانند دو قطبی مغناطیسی رفتار می‌کند، اگر آن را در یک میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}$ قرار دهیم، گشتاور نیروی $\vec{\tau}$ بر آن وارد می‌شود که با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B} \quad (۲۵-۲۹)$$

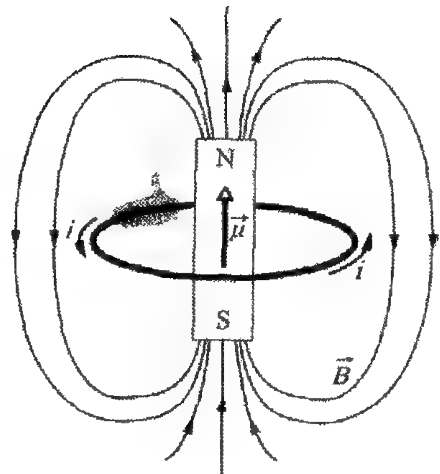
در اینجا $\vec{\mu}$ گشتاور دو قطبی مغناطیسی پیچه و بزرگی آن NiA است، که در آن N تعداد دورها، i جریان در هر دور و A مساحت محصور توسط هر دور است. (توجه: گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ را با ثابت تراوایی μ_0 اشتباه نکنید.)

یادآوری می‌کنیم که جهت $\vec{\mu}$ با قاعدهٔ دست راست خمیده- مستقیم داده می‌شود: پیچه را طوری در انگشتان دست راست می‌گیریم که وقتی آنها را خم کنیم در جهت جریان باشند، انگشت شست باز شده در جهت گشتاور دوقطبی $\vec{\mu}$ است.

میدان مغناطیسی پیچه

حال جنبه دیگری از پیچهٔ حامل جریان را به عنوان دوقطبی مغناطیسی بررسی می‌کنیم. میدان مغناطیسی ناشی از پیچه در نقطه‌ای در فضای اطراف چیست؟ برای مفید واقع شدن قانون آمپر تقارن کافی وجود ندارد؛ پس از قانون بیو و ساوار استفاده می‌کنیم. برای ساده شدن، ابتدا فقط پیچه‌ای را با یک حلقه دایره‌ای و فقط نقطه‌هایی روی محور مرکزی عمود بر آن را که فرض می‌کنیم محور z باشد درنظر می‌گیریم. نشان خواهیم داد که بزرگی میدان مغناطیسی در چنین نقطه‌هایی برابر است با

$$B(z) = \frac{\mu_0 iR^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}} \quad (۲۵-۲۶)$$



شکل ۲۵-۲۲ حلقهٔ جریان یک میدان مغناطیسی مانند آهنربای میله‌ای ایجاد می‌کند و بنابراین، دارای قطبهای شمال و جنوب وابسته است. گشتاور دو قطبی $\vec{\mu}$ حلقه که با قاعدهٔ دست راست خمیده- مستقیم داده می‌شود، از قطب جنوب به سمت قطب شمال در جهت میدان $\vec{B}$ در حلقه است.

که در آن R شعاع حلقهٔ دایره‌ای و z فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر از مرکز حلقه است. افزون بر این، جهت میدان مغناطیسی $\vec{B}$ همان جهت گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ حلقه است.

در مورد نقطه‌های محوری دور از حلقه، در معادلهٔ ۲۵-۲۶ داریم $z \gg R$. با این تقریب، معادله به صورت زیر درمی‌آید

$$B(z) \approx \frac{\mu_0 i R^2}{2z^3}$$

با یادآوری اینکه πR^2 همان مساحت A حلقه است، با تعمیم نتیجهٔ به دست آمده برای پیچه‌ای با N دور، می‌توانیم معادله را به صورت زیر بنویسیم

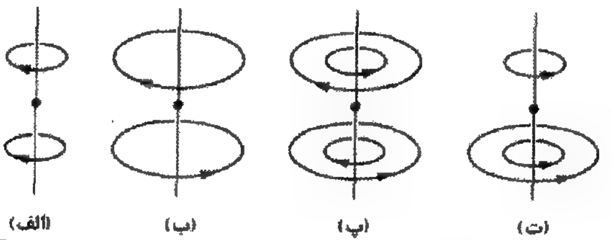
$$B(z) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{NiA}{z^3}$$

هم‌چنین چون $\vec{B}$ و $\vec{\mu}$ هم جهت هستند، این معادله را با قرار دادن $\mu = NiA$ می‌توان به صورت برداری نوشت:

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\vec{\mu}}{z^3} \quad \text{(پیچه حامل جریان)} \quad (۲۵-۲۷)$$

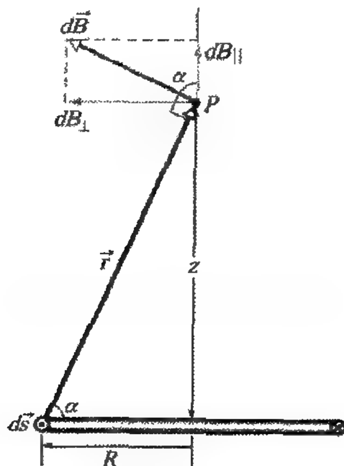
بنابراین دو راه داریم که می‌توانیم پیچهٔ حامل جریان را به عنوان دو قطبی مغناطیسی در نظر بگیریم: (۱) وقتی پیچه در میدان مغناطیسی خارجی قرار گیرد به آن گشتاور نیرو وارد می‌شود؛ (۲) پیچه مطابق با معادلهٔ ۲۵-۲۷ برای نقطه‌های دور در امتداد محورش میدان مغناطیسی ذاتی خود را ایجاد می‌کند. شکل ۲۵-۲۲ میدان مغناطیسی یک حلقهٔ جریان را نشان می‌دهد؛ همان‌طور که آهنربای شکل بیانگر آن است، یک سمت حلقه مانند قطب شمال (در جهت $\vec{\mu}$) و سمت دیگر مانند قطب جنوب عمل می‌کند.

✔ نکتهٔ وارسی ۳ شکل زیر چهار آرایش از حلقه‌هایی دایره‌ای به شعاعهای r و $2r$ را نشان می‌دهد که مرکز آنها روی یک محور قائم (عمود بر حلقه‌ها) است و حامل جریانهای یکسان در جهتهای مشخص شده‌اند. این آرایش‌ها را به ترتیب بزرگی میدان مغناطیسی خالص در نقطه‌ای که در میان حلقه روی محور مرکزی قرار دارد مرتب کنید.



اثبات معادلهٔ ۲۵-۲۶

شکل ۲۵-۲۳ نیمهٔ پشتی یک حلقهٔ دایره‌ای به شعاع R و حامل جریان i را نشان می‌دهد. نقطهٔ P را روی محور مرکزی حلقه و به فاصلهٔ z از صفحهٔ آن در نظر می‌گیریم. حال قانون بیو و ساوار را برای یک عنصر دیفرانسیلی ds حلقه واقع در سمت چپ حلقه به کار می‌بریم. بردار طولی $d\vec{s}$ برای این عنصر در جهت عمود بر صفحه و به طرف خارج آن است. زاویهٔ θ میان $d\vec{s}$ و $\hat{r}$ در شکل ۲۵-۲۳ برابر با $90°$ است؛ صفحه‌ای که از این دو بردار تشکیل می‌شود بر صفحهٔ شکل عمود است و $\hat{r}$ و $d\vec{s}$ را دربر دارد. از قانون بیو و ساوار (و قاعدهٔ دست راست)، میدان دیفرانسیلی $d\vec{B}$ که به وسیلهٔ جریان در این عنصر در نقطهٔ P ایجاد می‌شود بر این صفحه عمود است و بنابراین، در صفحهٔ شکل قرار دارد و همانطور که شکل ۲۵-۲۳ نشان می‌دهد بر $\hat{r}$ عمود است.



شکل ۲۵-۲۳ مقطع یک حلقهٔ جریان به شعاع R. صفحهٔ حلقه عمود بر صفحهٔ شکل است که در آن فقط نیمهٔ پشتی حلقه نشان داده شده است. برای یافتن میدان مغناطیسی در نقطهٔ P روی محور مرکزی حلقه از قانون بیو و ساوار استفاده می‌کنیم.

$d\vec{B}$ را به دو مؤلفه تجزیه می‌کنیم: $dB_{\parallel}$ در راستای محور حلقه و $dB_{\perp}$ عمود بر این محور. با توجه به تقارن، جمع برداری همهٔ مؤلفه‌های عمودی $dB_{\perp}$ ناشی از همهٔ عنصرهای ds حلقه صفر است. به این ترتیب، فقط مؤلفه‌های محوری $dB_{\parallel}$ باقی می‌مانند و داریم

$$B = \int dB_{\parallel}$$

برای عنصر $d\vec{s}$ در شکل ۲۵-۲۳، قانون بیو و ساوار (معادلهٔ ۲۵-۱) میدان مغناطیسی را در فاصلهٔ r به دست می‌دهد که عبارت است از

$$dB = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{i\,ds \sin 90^\circ}{r^2}$$

هم‌چنین داریم

$$dB_{\parallel} = dB\cos\alpha$$

با ترکیب این دو رابطه به دست می‌آوریم

$$dB_{\parallel} = \frac{\mu_\circ i \cos\alpha\, ds}{4\pi r^2} \qquad (۲۵\text{-}۲۸)$$

شکل ۲۵-۲۳ نشان می‌دهد که r و α به یکدیگر وابسته‌اند. اکنون هر یک را برحسب متغیر z، فاصلهٔ بین نقطهٔ P و مرکز حلقه بیان می‌کنیم. رابطه‌ها چنین هستند

$$r = \sqrt{R^2 + z^2} \qquad (۲۵\text{-}۲۹)$$

و

$$\cos\alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}} \qquad (۲۵\text{-}۳۰)$$

با قراردادن معادله‌های ۲۵-۲۹ و ۲۵-۳۰ در معادلهٔ ۲۵-۲۸ خواهیم داشت

$$dB_{\parallel} = \frac{\mu_\circ i R}{4\pi(R^2+z^2)^{3/2}}\,ds$$

توجه کنید که i، R و z برای تمام عنصرهای ds دور حلقه دارای یک مقدارند؛ بنابراین، اگر از این معادله انتگرال بگیریم، خواهیم داشت

$$B = \int dB_{\parallel} = \frac{\mu_\circ i R}{4\pi(R^2+z^2)^{3/2}}\int ds$$

چون $\int ds$ برابر با پیرامون $2\pi R$ حلقه است، داریم

$$B(z) = \frac{\mu_\circ i R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}}$$

این معادلهٔ ۲۵-۲۶ است که می‌خواستیم اثبات کنیم.

بازنگری و خلاصهٔ درس

قانون بیو و ساوار میدان مغناطیسی ناشی از یک رسانای حامل جریان را می‌توان از قانون *بیو- ساوار* به دست آورد. این قانون بیان می‌کند که میدان $d\vec{B}$ ناشی از یک عنصر طول- جریان $i\,d\vec{s}$ در نقطهٔ P واقع در فاصلهٔ r از این عنصر عبارت است از

$$d\vec{B} = \frac{\mu_\circ}{4\pi}\frac{i\,d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2} \quad \text{(قانون بیو- ساوار)} \qquad (۲۵\text{-}۳)$$

در اینجا $\hat{r}$ بردار یکه است که جهت آن از عنصر جریان به نقطهٔ P است. کمیت $\mu_\circ$ ثابت تراوایی نامیده می‌شود و مقدار آن $4\pi\times10^{-7}\,\text{T.m/A} \approx 1/26\times10^{-6}\,\text{T.m/A}$ است.

میدان مغناطیسی سیم مستقیم دراز برای یک سیم مستقیم دراز حامل جریان i، بزرگی میدان مغناطیسی در فاصلهٔ عمود R از سیم از قانون بیو- ساوار به دست می‌آید

$$B = \frac{\mu_\circ i}{2\pi R} \quad \text{(سیم مستقیم دراز)} \qquad (۲۵\text{-}۴)$$

میدان مغناطیسی یک کمان دایره‌ای بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز یک کمان دایره‌ای به شعاع R و زاویهٔ مرکزی ϕ (بر حسب رادیان) و حامل جریان i، عبارت است از

$$B = \frac{\mu_\circ i\phi}{4\pi R} \quad \text{(در مرکز کمان دایره‌ای)} \qquad (۲۵\text{-}۹)$$

نیروی میان جریانهای موازی سیمهای موازی حامل جریانهای هم جهت یکدیگر را جذب و سیمهای موازی حامل جریانهای مخالف یکدیگر را دفع می‌کنند. بزرگی نیروی وارد بر طول L هر یک از سیمها عبارت است از

$$F_{ba} = i_b L B_a \sin 90^\circ = \frac{\mu_\circ L i_a i_b}{2\pi d} \qquad (۲۵\text{-}۱۳)$$

که در آن d فاصلهٔ سیم، i_a و i_b جریانها در سیمها هستند.

قانون آمپر *قانون آمپر* بیان می‌کند که

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_\circ i_{\text{enc}} \quad \text{(قانون آمپر)} \qquad (۲۵\text{-}۱۴)$$

انتگرال خطی در این معادله دور یک حلقهٔ بسته به نام *حلقهٔ آمپری* محاسبه می‌شود. جریان i جریان خالصی است که به وسیلهٔ حلقه دربر گرفته شده است. در مورد برخی توزیعهای جریان، برای محاسبهٔ میدان مغناطیسی استفاده از معادلهٔ ۲۵-۱۴ آسان‌تر از معادلهٔ ۲۵-۳ است.

میدانهای سیملوله و چنبره در داخل یک سیملولهٔ دراز حامل جریان i برای نقطه‌هایی که به دو انتهای آن نزدیک نباشد، بزرگی B میدان مغناطیسی عبارت است از

$$B = \mu_\circ i n \quad \text{(سیملولهٔ آرمانی)} \qquad (۲۵\text{-}۲۳)$$

که در آن n تعداد دور در یکای طول است. در نقطه‌های داخل چنبره، بزرگی B میدان مغناطیسی عبارت است از

$$B = \frac{\mu_\circ i N}{2\pi}\frac{1}{r} \quad \text{(چنبره)} \qquad (۲۵\text{-}۲۴)$$

که در آن r فاصلهٔ مرکز چنبره تا آن نقطه است.

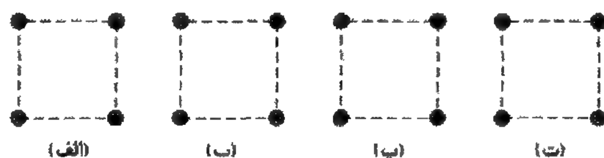
میدان دو قطبی مغناطیسی میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط یک پیچهٔ حامل جریان، که یک *دو قطبی مغناطیسی* است، در نقطهٔ P واقع در فاصلهٔ z در راستای محور مرکزی عمود بر پیچه موازی با محور است و با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{\mu}}{z^3} \qquad (۲۵-۲۷)$$

که در آن $\vec{\mu}$ گشتاور دو قطبی پیچه است. این معادله فقط وقتی که z خیلی بزرگتر از ابعاد پیچه باشد برقرار است.

پرسشها

۱- شکل ۲۵-۲۴ چهار آرایش را نشان می‌دهد که در آن سیمهای موازی دراز که در گوشه‌های مربعهای مشابه واقع‌اند حامل جریانهای مساوی‌اند که به طرف داخل صفحه یا به خارج از آن عبور می‌کنند. این آرایشها را به ترتیب بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مرکز مربعها مرتب کنید.



شکل ۲۵-۲۴ پرسش ۱

۲- شکل ۲۵-۲۵ مقطع دو سیم مستقیم دراز را نشان می‌دهد؛ سیم سمت چپ حامل جریان i_1 و به طرف خارج از صفحه است. اگر میدان مغناطیسی ناشی از دو جریان در نقطهٔ P صفر باشد، (الف) آیا جهت جریان i_2 در سیم سمت راست به طرف خارج صفحه است یا به داخل آن؟ (ب) آیا جریان i_2 بزرگتر از i_1 است یا کوچکتر یا مساوی با آن است؟



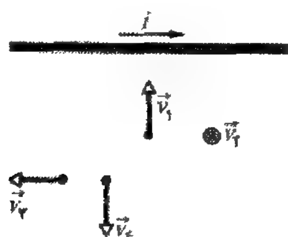
شکل ۲۵-۲۵ پرسش ۲

۳- شکل ۲۵-۲۶ سه مدار را نشان می‌دهد که شامل کمانهای دایره‌ای هم‌مرکزند (یا نیمدایره یا ربع دایره با شعاعهای r، $2r$ و $3r$ هستند) و طولهای شعاعی دارند. مدارها حامل جریان یکسانی هستند. آنها را به ترتیب بزرگی میدان مغناطیسی ایجاد شده در مرکز انحنا (نقطه) مرتب کنید.



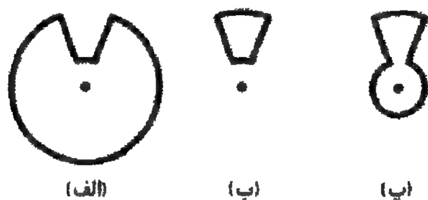
شکل ۲۵-۲۶ پرسش ۳

۴- شکل ۲۵-۲۷ یک عکس فوری از بردارهای سرعت چهار الکترون در نزدیکی سیم حامل جریان i را نشان می‌دهد. چهار سرعت بزرگی یکسانی دارند؛ جهت سرعت $\vec{v}_2$ به طرف داخل صفحه است. فاصلهٔ الکترونهای ۱ و ۲ از سیم یکسان است و فاصلهٔ الکترونهای ۳ و ۴ نیز از سیم یکسان است. این الکترونها را به ترتیب بزرگی نیروهای مغناطیسی وارد بر آنها به وسیلهٔ جریان i مرتب کنید.



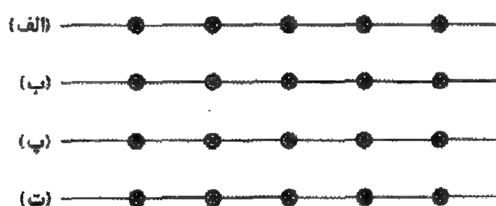
شکل ۲۵-۲۷ پرسش ۴

۵- شکل ۲۵-۲۸ سه مدار را نشان می‌دهد، که هر یک شامل دو طول شعاعی و دو کمان دایره‌ای هم مرکزند. یکی به شعاع r و دیگری به شعاع $R>r$. در مدارها جریانهای یکسانی برقرار و زاویهٔ میان دو طول شعاعی آنها یکسان است. این مدارها را به ترتیب بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مرکز مرتب کنید.



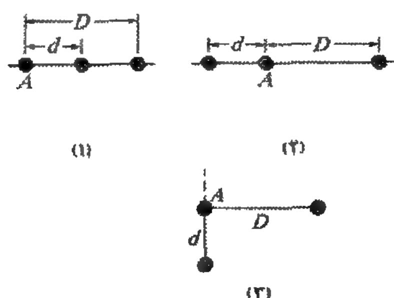
شکل ۲۵-۲۸ پرسش ۵

۶-شکل ۲۵-۲۹ چهار آرایش را نشان می‌دهد که در آنها سیمهای موازی و دراز به فاصلهٔ مساوی از یکدیگرند و در آنها جریانهایی مساوی به طرف داخل صفحه یا خارج از صفحه برقرار است. این آرایشها را به ترتیب بزرگی نیروی خالص وارد بر سیم مرکزی ناشی از جریان در سیمهای دیگر مرتب کنید.



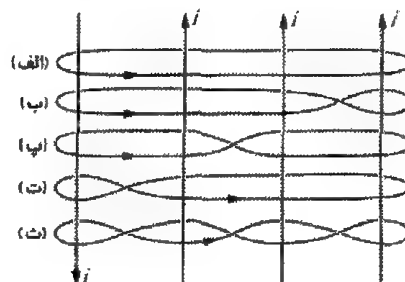
شکل ۲۵-۲۹ پرسش ۶

۷- شکل ۲۵-۳۰ آرایشهای سه سیم مستقیم و دراز را نشان می‌دهد که از آنها جریانهایی مساوی ولی به طرف داخل صفحه یا به طرف خارج از آن می‌گذرند. (الف) این آرایشها را به ترتیب بزرگی نیروی خالص وارد به سیم A ناشی از جریان در سیمهای دیگر مرتب کنید. (ب) در آرایش ۳، آیا زاویهٔ میان نیروی خالص وارد بر سیم A و خطچین برابر، کمتر یا بیشتر از 45° است؟



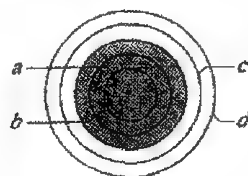
شکل ۲۵-۳۰ پرسش ۷

۸- شکل ۲۵-۳۱ چهار جریان یکسان i و پنج مسیر آمپری (a تا e) که آنها را دربرگرفته‌اند نشان می‌دهد. این مسیرها را به ترتیب مثبت‌تر بودن مقدار $\oint\vec{B}\cdot d\vec{s}$ در جهتهای نشان داده شده مرتب کنید.



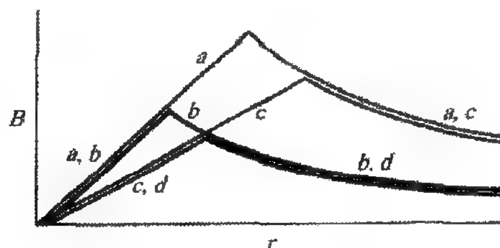
شکل ۲۵-۳۱ پرسش ۸

۹- شکل ۲۵-۳۲ چهار حلقهٔ آمپری دایره‌ای (c,b,a و d) هم مرکز با سیمی که در آن جریانی به طرف بیرون صفحه برقرار است نشان می‌دهد. جریان در مقطع دایره‌ای سیم (ناحیهٔ سایه‌دار) یکنواخت است. این حلقه‌ها را به ترتیب بزرگیهای $\oint\vec{B}\cdot d\vec{s}$ دور هر یک مرتب کنید.



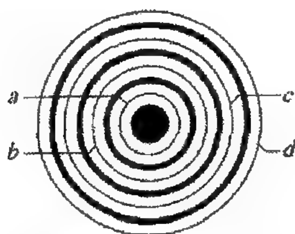
شکل ۲۵-۳۲ پرسش ۹

۱۰- شکل ۲۵-۳۳، بزرگی میدان مغناطیسی داخل و خارج چهار سیم (a ، b ، c و d)، هر یک حامل جریانی که به طور یکنواخت در مقطع سیم توزیع شده‌اند را برحسب تابعی از فاصلهٔ شعاعی r نشان می‌دهد. این سیمها را به ترتیب بزرگی (الف) شعاع، (ب) بزرگی میدان مغناطیسی در سطح و (پ) مقدار جریان مرتب کنید. (ت) آیا بزرگی چگالی جریان در سیم a بزرگتر از چگالی جریان در سیم c است یا کوچکتر یا مساوی با آن است؟



شکل ۲۵-۳۳ پرسش ۱۰

۱۱- شکل ۲۵-۳۴ چهار حلقه آمپری دایره‌ای (a ، b ، c و d) و مقطع چهار رسانای دایره‌ای دراز (ناحیه‌های سایه‌دار) هم مرکز را نشان می‌دهد. سه رسانا استوانهٔ توخالی و رسانای مرکزی یک استوانهٔ توپر است. جریان در این رساناها از کمترین شعاع تا بیشترین شعاع عبارت‌اند از ۴A به طرف بیرون صفحه، ۹A به طرف داخل صفحه، ۵A به طرف بیرون صفحه و ۳A به طرف داخل صفحه. این حلقه‌های آمپری را به ترتیب بزرگی $\oint\vec{B}\cdot d\vec{s}$ دور هر یک مرتب کنید.



شکل ۲۵-۳۴ پرسش ۱۱

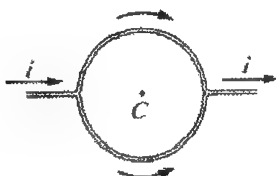
مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس).
SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها
WWW: پاسخ در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.
ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.
●●●-● تعداد نقطه‌ها درجهٔ دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.
اطلاعات اضافی در سیرک پرندهٔ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۲۵-۲ محاسبهٔ میدان مغناطیسی ناشی از جریان الکتریکی

●۱- در نقطهٔ خاصی از کشور فیلیپین میدان مغناطیسی زمین با بزرگی ۳۹μT افقی و به طرف شمال است. فرض کنید دقیقاً ۸/۰cm بالای یک سیم مستقیم دراز افقی که حامل جریان ثابتی است میدان خالص صفر است. (الف) بزرگی و (ب) جهت جریان چیست؟ SSM

●۲- یک رسانای مستقیم که حامل جریان $i=$ ۵/۰A است مانند شکل ۲۵-۳۵ به دو کمان نیمدایره‌ای یکسان تقسیم شده است. میدان مغناطیسی در مرکز C حلقهٔ دایره‌ای حاصل چقدر است؟

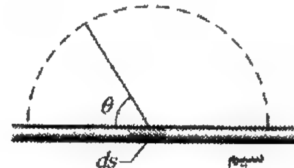


شکل ۲۵-۳۵ مسئلهٔ ۲

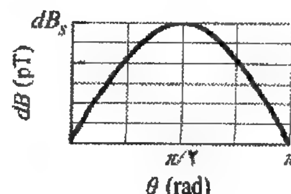
●۳- نقشه برداری در فاصلهٔ ۶/۱m زیر خط فشار قوی که در آن جریان ۱۰۰A برقرار است یک قطب نمای مغناطیسی را به کار می‌برد. (الف) میدان مغناطیسی ناشی از خط فشار قوی در

محل قطب‌نما چقدر است؟ (ب) آیا این میدان به طور جدی روی جهتگیری قطب‌نما اثر می‌گذارد؟ مؤلفهٔ افقی میدان مغناطیسی زمین در این محل $20\,\mu T$ است.

۴- شکل ۲۵-۳۶ الف عنصری به طول $d_s = 1/00\ \mu m$ را در یک سیم مستقیم خیلی دراز و حامل جریان نشان می‌دهد. جریان در این عنصر میدان مغناطیسی دیفرانسیلی $d\vec{B}$ را در نقطه‌های فضای اطراف برقرار می‌کند. شکل ۲۵-۳۶ ب بزرگی dB میدان را در نقطه‌هایی به فاصلهٔ ۲/۵cm از این عنصر، برحسب تابعی از زاویهٔ میان سیم و خط مستقیم متصل به آن نقطه نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $dB_s = 60/0\ pT$ مشخص شده است. بزرگی میدان مغناطیسی برقرار شده توسط کل سیم در فاصلهٔ عمودی ۲/۵cm از سیم چقدر است؟



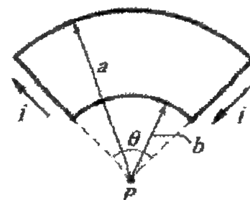
(الف)



(ب)

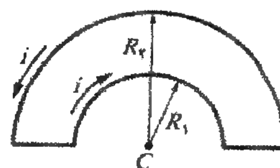
شکل ۲۵-۳۶ مسئلهٔ ۴

●۵- در شکل ۲۵-۳۷ شعاعهای دو کمان دایره‌ای عبارت‌اند از $a = 13/5\ cm$ و $b = 10/7\ cm$. زاویهٔ تحت پوشش دو کمان $74/0°$ است و آنها حامل جریان $i = 0/411 A$ هستند. مرکز مشترک آنها نقطهٔ P است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به داخل یا خارج) میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ P را پیدا کنید.



شکل ۲۵-۳۷ مسئلهٔ ۵

●۶- در شکل ۲۵-۳۸ شعاع دو کمان نیمدایره‌ای عبارت‌اند از $R_1 = 3/15\ cm$ و $R_2 = 7/80\ cm$. این دو نیمدایره در نقطهٔ C هم مرکزند و در آنها جریان $i = 0/281 A$ برقرار است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به داخل یا خارج صفحه) میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ C را پیدا کنید.



شکل ۲۵-۳۸ مسئلهٔ ۶

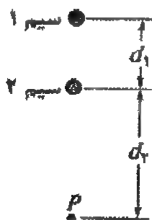
●۷- دو سیم مستقیم دراز به فاصلهٔ ۸/۰cm از یکدیگر به طور موازی قرار دارند. این دو سیم جریانهای مساوی را به گونه‌ای حمل می‌کنند که میدان مغناطیسی در نقطهٔ وسط فاصلهٔ آنها $300\,\mu T$ است. (الف) آیا جریانها در یک جهت‌اند یا مخالف یکدیگرند؟ (ب) جریان مورد نیاز چقدر است؟ SSM

●۸- در شکل ۲۵-۳۹ سیمی نیمدایره‌ای به شعاع $R = 9/25\ cm$ و دو قسمت راست (شعاعی) هر یک به طول $L = 13/1\ cm$ نشان داده است. این سیم حامل جریان $i = 34/8\ mA$ است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به داخل یا خارج از صفحه) میدان مغناطیسی خالص را در مرکز نیمدایره به مرکز C پیدا کنید.



شکل ۲۵-۳۹ مسئلهٔ ۸

●۹- در شکل ۲۵-۴۰، دو سیم مستقیم دراز بر صفحهٔ کاغذ عمودند و فاصلهٔ آنها $d_1 = 0/75\ cm$ است. سیم ۱ حامل جریان ۶/۵ A به داخل صفحه است. اگر میدان مغناطیسی خالص ناشی از دو جریان در نقطهٔ P واقع در فاصلهٔ $d_2 = 1/50\ cm$ از سیم ۲ صفر باشد (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه) جریان در سیم ۲ را پیدا کنید.



شکل ۲۵-۴۰ مسئلهٔ ۹

●۱۰- در شکل ۲۵-۴۱، دو سیم مستقیم دراز به فاصلهٔ $d = 16/0\ cm$ از یکدیگر حامل جریانهای $i_1 = 3/61\ mA$ و $i_2 = 3/00 i_1$ به طرف خارج صفحه‌اند. (الف) در چه نقطه‌ای روی محور x میدان مغناطیسی خالص ناشی از جریانها صفر است؟ (ب) اگر دو جریان دو برابر شوند، آیا نقطهٔ صفر میدان مغناطیسی به طرف سیم ۱ جابه‌جا می‌شود یا به طرف سیم ۲، یا بدون تغییر می‌ماند؟



شکل ۲۵-۴۱ مسئلهٔ ۱۰

۱۱- در شکل ۲۵-۴۲، جریان $i = 10\ A$ در رسانای دراز سنجاق موی سر که با خم کردن آن به صورت نیمدایره‌ای به شعاع $R = 5/0\ mm$ درآمده برقرار است. نقطهٔ b در میان بخشهای مستقیم قرار دارد و از نیمدایره چنان دور است که هر بخش مستقیم را می‌توان تقریباً یک سیم به طول بینهایت در نظر

گرفت. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه) $\vec{B}$ در a و (پ) بزرگی و (ت) جهت $\vec{B}$ در b را پیدا کنید.



شکل ۲۵-۴۲ مسئلهٔ ۱۱

●۱۲- در شکل ۲۵-۴۳، نقطهٔ P در فاصلهٔ عمودی $R=۲/۰۰\,cm$ از یک سیم مستقیم دراز و حامل جریان قرار دارد. میدان مغناطیسی $\vec{B}$ برقرار شده در نقطهٔ P ناشی از همهٔ عنصرهای جریان- طول یکسان $i\,d\vec{s}$ در طول سیم است. فاصلهٔ عنصری که (الف) بیشترین سهم را در میدان $\vec{B}$ و (ب) ۱۰/۰ درصد از بیشترین سهم را دارد چقدر است؟



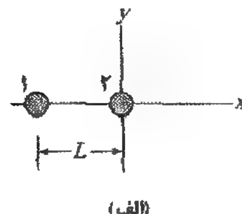
شکل ۲۵-۴۳ مسئلهٔ ۱۲

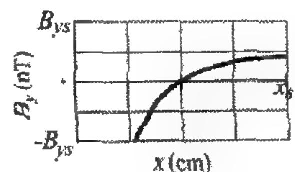
●●۱۳- شکل ۲۵-۴۴ پروتون متحرکی را با سرعت $\vec{v}=(-۲۰۰m/s)\hat{j}$ نشان می‌دهد که به طرف سیم مستقیم درازی که حامل جریان $i=۳۵۰mA$ است حرکت می‌کند. در لحظهٔ نشان داده شده، فاصلهٔ پروتون از سیم $d=۲/۸۹\,cm$ است. نیروی مغناطیسی وارد بر پروتون ناشی از جریان را بر حسب بردار یکه پیدا کنید. **ILW**



شکل ۲۵-۴۴ مسئلهٔ ۱۳

●●۱۴- شکل ۲۵-۴۵ الف مقطع دو سیم موازی مستقیم به فاصلهٔ L را که حامل جریان است نشان می‌دهد. نسبت $i_۱/i_۲$ جریانها برابر با ۴/۰۰ است؛ جهت جریانها نشان داده نشده است. شکل ۲۵-۴۲ ب مؤلفهٔ B_y میدان مغناطیسی خالص آنها را در امتداد محور x به طرف راست سیم ۲ نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $B_{ys}=۴/۰nT$ و مقیاس محور افقی با $x_s=۲۰/۰\,cm$ مشخص شده است. (الف) در چه مقدار $x>۰$ مؤلفهٔ B_y بیشینه است؟ (ب) اگر $i_۲=۳mA$ باشد، مقدار این بیشینه چقدر است؟ جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه) (پ) $i_۱$ و (ت) $i_۲$ چگونه است؟





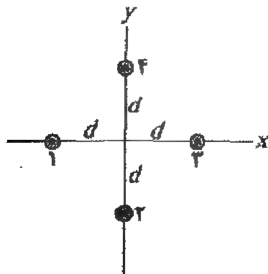
شکل ۲۵-۴۵ مسئلهٔ ۱۴

●●۱۵- سیمی با جریان $i=۳/۰۰A$ در شکل ۲۵-۴۶ نشان داده شده است. دو بخش مستقیم نیم بینهایت، هر دو مماس بر یک دایره، با یک کمان دایره‌ای که زاویهٔ مرکزی آن θ است به هم متصل‌اند. کمان وصل کننده و دو بخش مستقیم همگی در یک صفحه قرار دارند. اگر $B=۰$ باشد، θ چقدر است؟ **SSM**



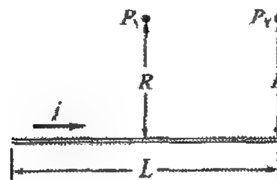
شکل ۲۵-۴۶ مسئلهٔ ۱۵

●●۱۶- شکل ۲۵-۴۷ مقطع چهار سیم نازک موازی، مستقیم و خیلی دراز را نشان می‌دهد. این سیمها حامل جریانهای یکسان در جهتهای نشان داده شده‌اند. در آغاز همهٔ چهار سیم در فاصلهٔ $d=۱۵/۰\,cm$ از مبداء مختصات قرار دارند که در آنجا میدان مغناطیسی خالص $\vec{B}$ را ایجاد کرده‌اند. (الف) تا چه مقدار x سیم ۱ را باید حرکت داد تا $\vec{B}$ به اندازهٔ ۳۰° پاد ساعتگرد بچرخد؟ (ب) وقتی سیم ۱ در وضعیت جدید قرار گرفت، تا چه مقدار x باید سیم ۳ را در امتداد محور x حرکت داد تا $\vec{B}$ به اندازهٔ ۳۰° بچرخد و به وضعیت اولیه برگردد؟ GO



شکل ۲۵-۴۷ مسئلهٔ ۱۶

●●۱۷- در شکل ۲۵-۴۸، نقطهٔ $P_۱$ در فاصلهٔ $R=۱۳/۱\,cm$ روی عمود منصف سیم مستقیمی به طول $L=۱۸/۰\,cm$ که حامل جریان $i=۵۸/۲\,mA$ است قرار دارد. (توجه کنید که سیم *دراز نیست*.) بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از i در $P_۱$ چقدر است؟ **WWW SSM**



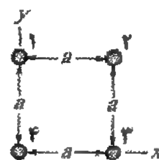
شکل ۲۵-۴۸ مسئله‌های ۱۷ و ۲۱

●●۱۸- معادلهٔ ۲۵-۴ بزرگی B میدان مغناطیسی برقرار شده توسط جریانی در یک سیم مستقیم بینهایت دراز را در نقطهٔ P در فاصلهٔ عمودی R از سیم به دست می‌دهد. فرض کنید که نقطهٔ P در واقع در فاصلهٔ عمودی R از نقطهٔ وسط سیمی به طول L متناهی قرار دارد. با استفاده از معادلهٔ ۲۵-۴، B را

محاسبه و سپس خطای آن را برحسب درصد بیان کنید. اگر خطای نسبی کمتر از ۱/۰۰ درصد باشد، نسبت L/R چقدر تغییر می‌کند؟ یعنی چه مقدار L/R جواب زیر را به دست می‌دهد

$$\frac{(B\text{ واقعی}) - (B\text{ از معادلهٔ ۲۵-۴})}{(B\text{ واقعی})}(\%۱۰۰) = \%۱/۰۰$$

۱۹••- در شکل ۲۵-۴۹ چهار سیم مستقیم دراز بر صفحهٔ شکل عمودند و مقطع آنها مربعی به ضلع $a = ۲۰\text{cm}$ می‌سازد. جریان در سیمهای ۱ و ۴ به طرف بیرون صفحه و در سیمهای ۲ و ۳ به طرف داخل صفحه‌اند و جریان در هر سیم ۲۰A است. میدان مغناطیسی خالص در مرکز مربع را برحسب بردار یکه پیدا کنید. SSM



شکل ۲۵-۴۹ مسئله‌های ۱۹، ۳۶ و ۳۹

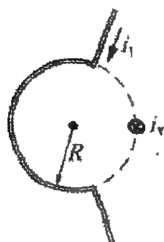
۲۰••- در شکل ۲۵-۵۰، دو حلقهٔ سیمی دایره‌ای هم مرکز حامل جریان در یک جهت‌اند و در یک صفحه قرار دارند. شعاع حلقهٔ ۱ برابر ۱/۵۰ cm و جریان آن ۴/۰۰mA است. شعاع حلقه ۲ برابر ۲/۵۰cm و حامل جریان ۶/۰۰mA است. حلقهٔ ۲ را حول قطری می‌چرخانیم و در همان حال میدان مغناطیسی خالص $\vec{B}$ برقرار شده توسط دو حلقه را در مرکز مشترک آنها اندازه می‌گیریم. برای اینکه بزرگی میدان خالص ۱۰۰nT باشد، حلقهٔ ۲ چقدر باید بچرخد؟

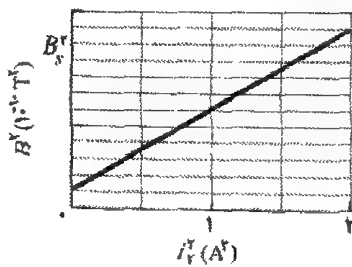


شکل ۲۵-۵۰ مسئلهٔ ۲۰

۲۱••- در شکل ۲۵-۴۸، نقطهٔ P_2 در فاصلهٔ عمودی $R = ۲۵/۱\text{ cm}$ از یک انتهای سیم مستقیم به طول $L = ۱۳/۶\text{ cm}$ و حامل جریان $i = ۰/۶۹۳\text{A}$ قرار دارد. (توجه کنید که سیم *دراز نیست*.) بزرگی میدان مغناطیسی در P_2 چقدر است؟ SSM

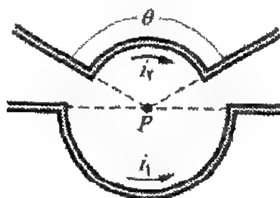
۲۲••- در شکل ۲۵-۵۱ الف، سیم ۱ شامل یک کمان دایره‌ای و دو طول شعاعی است؛ این سیم حامل جریان $i_1 = ۰/۵۰\text{A}$ در جهت مشخص شده است. سیم ۲ که مقطع آن نشان داده شده سیم دراز مستقیمی عمود بر صفحهٔ شکل است. فاصلهٔ این سیم از مرکز کمان برابر با شعاع R کمان، و حامل جریان i_2 است که می‌تواند تغییر کند. این دو جریان یک میدان مغناطیسی خالص $\vec{B}$ در مرکز کمان ایجاد می‌کنند. شکل ۲۵-۷۰ ب مربع بزرگی میدان B^2 را بر حسب مربع جریان i_2^2 به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با $B_s^2 = ۱۰/۰ \times ۱۰^{-۱۰}\text{ T}^2$ مشخص شده است. زاویهٔ θ مقابل به کمان چقدر است؟





شکل ۲۵-۵۱ مسئلهٔ ۲۲

۲۳- شکل ۲۵-۵۲ دو قطعه جریان را نشان می‌دهد. قطعهٔ پایینی حامل جریان $i_1 = ۰/۴۰\text{ A}$ و شامل کمان دایره‌ای با شعاع ۵/۰cm و زاویهٔ ۱۸۰° و نقطهٔ مرکزی P است. قطعهٔ بالایی حامل جریان $i_2 = ۲i_1$ و شامل کمان دایره‌ای به شعاع ۴/۰cm، زاویه ۱۲۰° و همان مرکز P است. (الف) بزرگی و (ب) جهت میدان مغناطیسی خالص $\vec{B}$ را برای جهتهای نشان داده شدهٔ جریان پیدا کنید. (پ) بزرگی و (ت) جهت $\vec{B}$ در صورت معکوس شدن جهت جریان را پیدا کنید.



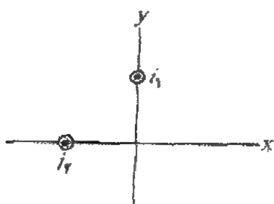
شکل ۲۵-۵۲ مسئلهٔ ۲۳

۲۴••- جریانی در یک حلقه سیم شامل نیمدایره‌ای به شعاع ۴۰/۰۰cm و نیمدایره‌ای کوچکتر و هم مرکز و دو سیم مستقیم شعاعی که همگی در یک صفحه قرار دارند برقرار است. شکل ۲۵-۵۳ الف این آرایش را نشان می‌دهد که در مقیاس نیست. بزرگی میدان مغناطیسی ایجاد شده در مرکز انحنا ۴۷/۲۵ μT است. سپس نیمدایرهٔ کوچک به طرف دیگر برگردانده (چرخانده) می‌شود تا دوباره مجموعه در یک صفحه قرار گیرد، (شکل ۲۵-۵۳ ب). میدان مغناطیسی ایجاد شده در (همان) مرکز انحنا اکنون دارای بزرگی ۱۵/۷۵ μT است ولی جهت آن معکوس شده است. شعاع دایرهٔ کوچکتر چقدر است؟



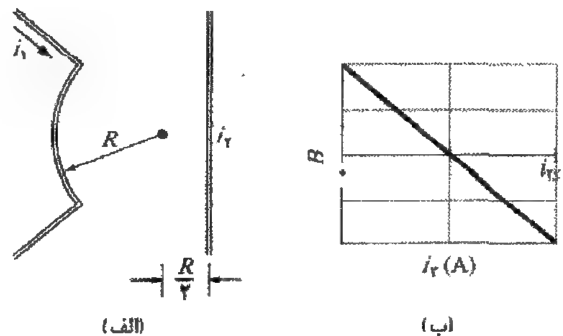

شکل ۲۵-۵۳ مسئلهٔ ۲۴

۲۵- در شکل ۲۵-۵۴، دو سیم مستقیم دراز (نشان داده شده با مقطع) حامل جریانهای $i_1 = ۳۰/۰\text{mA}$ و $i_2 = ۴۰/۰\text{ mA}$ به طرف بیرون صفحه هستند. فاصلهٔ آنها از مبدأ یکسان است و یک میدان مغناطیسی $\vec{B}$ برقرار کرده‌اند. جریان i_1 تا چه مقدار باید تغییر کند تا $\vec{B}$ را به اندازهٔ ۲۰/۰° ساعتگرد بچرخاند؟



شکل ۲۵-۵۴ مسئلهٔ ۲۵

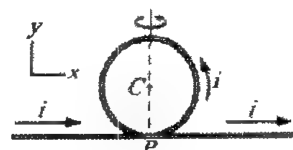
●●۲۶- شکل ۲۵-۵۵ الف دو سیم حامل جریان را نشان می‌دهد. سیم ۱ شامل یک کمان دایره‌ای به شعاع R و دو طول شعاعی است؛ سیم حامل جریان در جهت نشان داده شده و برابر با $i_1 = ۲/۰\,A$ است. سیم ۲ مستقیم و دراز است و جریان i_2 که می‌تواند تغییر کند در آن برقرار است و در فاصلهٔ $R/۲$ از مرکز کمان قرار دارد. میدان مغناطیسی $\vec{B}$ خالص ناشی از این دو جریان در مرکز انحنای کمان اندازه‌گیری می‌شود. شکل ۲۵-۵۵ ب نمودار مؤلفهٔ $\vec{B}$ را در جهت عمود بر شکل برحسب تابعی از جریان i_2 نشان می‌دهد. مقیاس محور افقی با $i_{2s} = ۱/۰۰A$ مشخص شده است. زاویهٔ دربرگرفته شده توسط کمان چقدر است؟



شکل ۲۵-۵۵ مسئلهٔ ۲۶

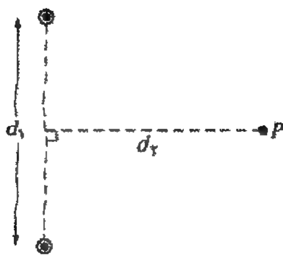
۲۷- یک سیم دراز در امتداد محور x قرار دارد و حامل جریان ۳۰A در جهت مثبت x است. سیم دراز دیگری که عمود بر صفحهٔ xy است از نقطهٔ (۰,۴/۰m,۰) عبور می‌کند و حامل جریان ۴۰A در جهت مثبت z است. بزرگی میدان مغناطیسی حاصل در نقطهٔ (۰,۲/۰m,۰) چقدر است؟

●●۲۸ در شکل ۲۵-۵۶، بخشی از یک سیم عایقبندی شدهٔ دراز که حامل جریان $i = ۵/۷۵\,mA$ است به صورت دایره‌ای به شعاع $R = ۱/۸۹\,cm$ درآمده است. اگر بخش دایره‌ای (الف) در صفحهٔ کاغذ به صورت نشان داده شده قرار داشته باشد و (ب) پس از چرخش °۹۰ پاد ساعتگرد به صورت مشخص شده عمود بر صفحه کاغذ قرار گیرد، میدان مغناطیسی را در مرکز انحنای C بر حسب بردار یکه پیدا کنید؟



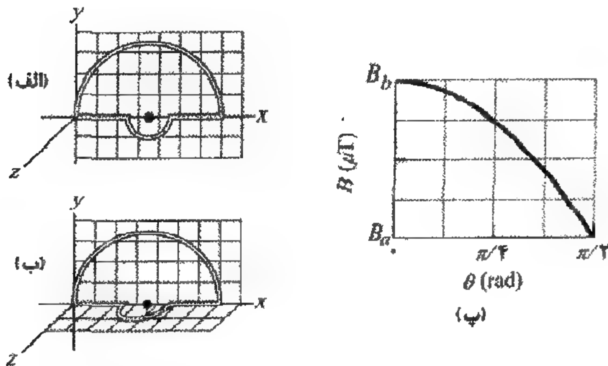
شکل ۲۵-۵۶ مسئلهٔ ۲۸

۲۹- شکل ۲۵-۵۷، دو سیم مستقیم خیلی دراز (نشان داده شده با مقطع) هر یک حامل جریان ۴/۰۰A به طرف بیرون را نشان می‌دهد. فاصلهٔ $d_1 = ۶/۰۰\,m$ و $d_2 = ۴/۰۰\,m$ است. بزرگی میدان مغناطیسی در نقطهٔ P، که روی عمود منصف سیمها قرار دارد، چقدر است؟



شکل ۲۵-۵۷ مسئلهٔ ۲۹

●●●۳۰- همهٔ حلقه سیم حامل جریان در شکل ۲۵-۵۸ الف در یک صفحه قرار دارد و از یک نیمدایره به شعاع ۱۰/۰cm، یک نیمدایرهٔ کوچکتر به همان مرکز و دو طول شعاعی تشکیل شده است. نیمدایرهٔ کوچکتر به اندازهٔ زاویهٔ θ حول صفحه می‌چرخد تا بر آن عمود شود (شکل ۲۵-۵۸ ب). شکل ۲۵-۵۸ پ بزرگی میدان مغناطیسی خالص را در مرکز انحنا برحسب زاویهٔ θ به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با $B_a = ۱۰/۰\,\mu T$ و $B_b = ۱۲/۰\,\mu T$ مشخص شده است. شعاع دایرهٔ کوچکتر چقدر است؟



شکل ۲۵-۵۸ مسئلهٔ ۳۰

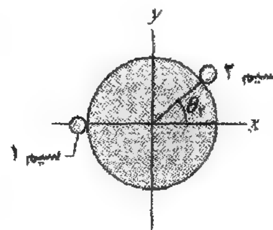
●●●۳۱- شکل ۲۵-۵۹ مقطع نوار باریک درازی به عرض $w = ۴/۹۱\,cm$ را نشان می‌دهد که حامل توزیع جریان یکنواخت $i = ۴/۶۱\,\mu A$ به طرف داخل صفحه است. درفاصلهٔ $d = ۲/۱۶\,cm$ از لبهٔ نوار در نقطهٔ P در صفحهٔ آن میدان مغناطیسی $\vec{B}$ برحسب بردار یکه چقدر است؟ (راهنمایی: نوار را به صورت سیمهای موازی، باریک و دراز زیادی در نظر بگیرید.)
ILW SSM



شکل ۲۵-۵۹ مسئلهٔ ۳۱

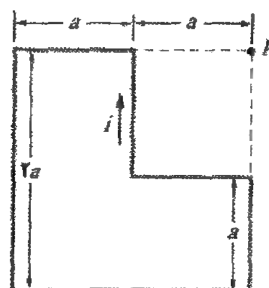
●●●۳۲- شکل ۲۵-۶۰ مقطع دو سیم مستقیم دراز را نشان می‌دهد که روی استوانهٔ پلاستیکی به شعاع ۲۰/۰cm نگهداشته شده‌اند. سیم ۱ حامل جریان $i_1 = ۶۰/۰\,mA$ به طرف بیرون صفحه است و در جای خود در سمت چپ استوانه قرار دارد. سیم ۲ حامل جریان $i_2 = ۴۰/۰\,mA$ به طرف بیرون صفحه است و می‌تواند در اطراف استوانه حرکت کند. در چه زاویهٔ θ_2

(مثبتی) سیم ۲ باید قرار گیرد تا در مبدأ، میدان مغناطیسی ناشی از دو جریان دارای بزرگی $80/0\ nT$ باشد؟



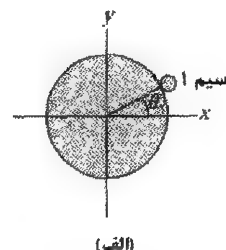
شکل ۲۵-۶۰ مسئلهٔ ۳۲

●●●۳۳- در شکل ۲۵-۶۱، طول a برابر با $4/7\ cm$ و جریان i برابر با $13A$ است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل صفحه یا به طرف خارج آن) میدان مغناطیسی در نقطهٔ P را پیدا کنید.

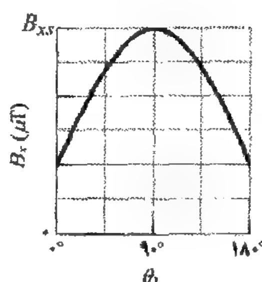


شکل ۲۵-۶۱ مسئلهٔ ۳۳

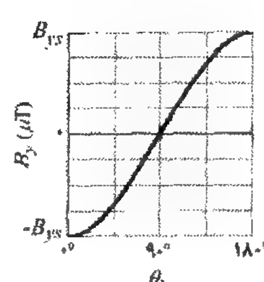
۳۴-دو سیم دراز مستقیم و باریک با جریان، در برابر یک استوانهٔ پلاستیکی با طول مساوی و در شعاع $R = 20/0\ cm$ از محور مرکزی استوانه قرار دارند. شکل ۲۵-۶۲ الف مقطع استوانه و سیم ۱ را نشان می‌دهد ولی سیم ۲ نشان داده نشده است. وقتی سیم ۲ در جای خود ثابت است، سیم ۱ از زاویهٔ $\theta_1 = 0°$ تا زاویهٔ $\theta_1 = 180°$ در ربع اول دوم دستگاه مختصات xy دور استوانه حرکت‌می‌کند. میدان مغناطیسی خالص $\vec{B}$ در مرکز استوانه برحسب



(الف)



(ب)



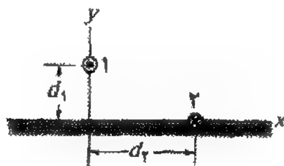
(پ)

شکل ۲۵-۶۲ مسئلهٔ ۳۴

تابعی از θ_1 اندازه‌گیری می‌شود. شکل ۲۵-۶۲ ب مؤلفهٔ x این میدان یعنی B_x (مقیاس محور قائم با $B_{xs} = 6/0\ \mu T$ مشخص شده است) و شکل ۲۵-۶۲ پ مؤلفهٔ y این میدان یعنی B_y را (مقیاس محور قائم با $B_{ys} = 4/0\ \mu T$ مشخص شده است) برحسب تابعی از θ_1 نشان می‌دهند. (الف) سیم ۲ در چه زاویهٔ θ_2 واقع شده است؟ (ب) اندازه و (پ) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه) جریان در سیم ۱ و (ت) اندازه و (ث) جهت جریان در سیم ۲ را پیدا کنید.

بخش ۲۵-۳ نیروی میان دو جریان موازی

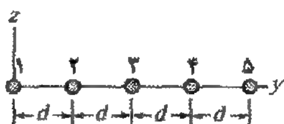
●۳۵- شکل ۲۵-۶۳ مقطع سیم ۱ را نشان می‌دهد؛ سیم دراز و مستقیم است و جریان $4/00\ mA$ به طرف خارج صفحه از آن می‌گذرد که در فاصلهٔ $d_1 = 2/40\ cm$ از سطح قرار دارد. سیم ۲ که موازی با سیم ۱ و هم‌چنین دراز است، در فاصلهٔ افقی $d_2 = 5/00\ cm$ از سیم ۱ قرار دارد و حامل جریان $6/80\ mA$ به طرف داخل صفحه است. مؤلفهٔ x نیروی مغناطیسی بر *یکای طول* سیم ۲ ناشی از سیم ۱ چقدر است؟ SSM



شکل ۲۵-۶۳ مسئلهٔ ۳۵

●●۳۶- در شکل ۲۵-۴۹، چهار سیم مستقیم دراز بر صفحه عمودند و مقاطع آنها مربعی به ضلع $a = 8/50\ cm$ را تشکیل می‌دهند. هر سیم حامل جریان $15/0A$ است و جریانها به طرف خارج صفحه‌اند. نیروی مغناطیسی خالص *وارد* بر یک *متر از طول سیم را* که بر سیم ۱ وارد می‌شود، برحسب بردار یکه پیدا کنید.

●●۳۷- در شکل ۲۵-۶۴، پنج سیم موازی دراز در صفحهٔ xy و به فاصلهٔ $d = 50/0\ cm$ از یکدیگر قرار دارند. جریانها به طرف داخل صفحه‌اند و عبارت‌اند از $i_1 = 2/00\ A$ ، $i_3 = 0/250\ A$ ، $i_4 = 4/00\ A$ و $i_5 = 2/00A$. جریان به طرف خارج صفحه $i_2 = 4/00A$ است. بزرگی نیروی خالص بر *یکای طول* وارد بر سیم ۳ ناشی از جریانها در سیمهای دیگر چقدر است؟



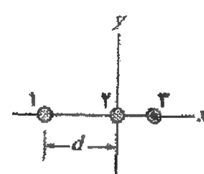
شکل ۲۵-۶۴ مسئله‌های ۳۷ و ۳۸

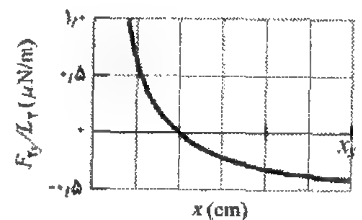
●●۳۸- در شکل ۲۵-۶۴، پنج سیم موازی دراز در صفحهٔ xy به فاصلهٔ $d = 8/00\ cm$ از یکدیگر قرار دارند. طول سیمها $10/0\ m$ است و حامل جریانهای یکسان $3/00A$ به طرف خارج صفحه‌اند. به هر سیم نیروی مغناطیسی ناشی از سیمهای دیگر اثر می‌کند. نیروی مغناطیسی خالص وارد بر (الف) سیم ۱،

(ب) سیم ۲، (پ) سیم ۳، (ت) سیم ۴ و (ث) سیم ۵ را برحسب بردار یکه پیدا کنید.

●●۳۹- در شکل ۲۵-۴۹، چهار سیم مستقیم دراز بر صفحه عمودند و مقاطع آنها مربعی به ضلع $a = ۱۳/۵\,cm$ را تشکیل می‌دهند. هر سیم حامل جریان $۷/۵۰\,A$ است و جریانها در سیمهای ۱ و ۴ به طرف داخل صفحه و در سیمهای ۲ و ۳ به طرف خارج صفحه‌اند. نیروی مغناطیسی خالص وارد بر هر متر از طول سیم ۴ را برحسب بردار یکه پیدا کنید.

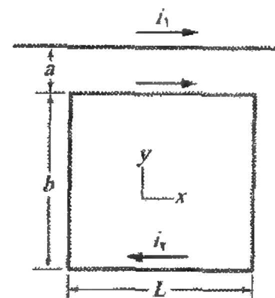
●●●۴۰- شکل ۲۵-۶۵ الف، مقطع سه سیم حامل جریان دراز، مستقیم و موازی با یکدیگر را نشان می‌دهد. سیمهای ۱ و ۲ روی محور x و به فاصلهٔ d از یکدیگر قرار دارند. سیم ۱ حامل جریان $۰/۷۵۰\,A$ است ولی جهت جریان در آن معلوم نیست. سیم ۳ با جریان $۰/۲۵۰\,A$ به طرف بیرون صفحه است و می‌تواند در امتداد محور x به سمت راست سیم ۲ حرکت کند. وقتی سیم ۳ حرکت کند، بزرگی نیروی مغناطیسی خالص $\vec{F}_۲$ وارد بر سیم ۲ ناشی از جریانهای سیمهای ۱ و ۳ تغییر می‌کند. مؤلفهٔ y این نیرو $F_{۲y}$ و مقدار آن به ازای یکای طول سیم ۲ برابر $F_{۲y}/L_۲$ است. شکل ۲۵-۶۵ ب، مقدار $F_{۲y}/L_۲$ را برحسب مکان x سیم ۳ به دست می‌دهد. نمودار وقتی که $x \to \infty$ میل کند مجانبی به صورت $F_{۲y}/L_۲ = -۰/۶۲۷\,\mu N/m$ دارد. مقیاس محور افقی با $x_s = ۱۲/۰\,cm$ مشخص شده است. (الف) اندازه و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه) جریان در سیم ۲ را پیدا کنید.





شکل ۲۵-۶۵ مسئلهٔ ۴۰

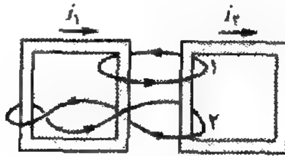
●●●۴۱- در شکل ۲۵-۶۶، سیم دراز مستقیمی حامل جریان $i_۱ = ۳۰/۰\,A$ و حلقهٔ مستطیل شکل حامل جریان $i_۲ = ۲۰/۰\,A$ است. فرض کنید $a = ۱/۰۰\,cm$، $b = ۸/۰۰\,cm$ و $L = ۳۰/۰\,cm$. نیروی خالص وارد بر حلقه ناشی از $i_۱$ برحسب بردار یکه را پیدا کنید. ILW



شکل ۲۵-۶۶ مسئلهٔ ۴۱

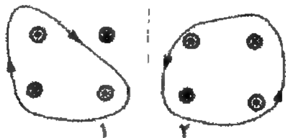
بخش ۲۵-۴ قانون آمپر

●۴۲- شکل ۲۵-۶۷ دو مسیر بستهٔ پیچیده شده به دور دو حلقهٔ رسانا حامل جریانهای $i_۱ = ۵/۰\,A$ و $i_۲ = ۳/۰\,A$ را نشان می‌دهد. مقدار انتگرال $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ در (الف) مسیر ۱ و (ب) مسیر ۲ چقدر است؟



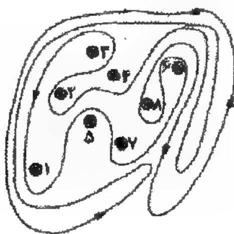
شکل ۲۵-۶۷ مسئلهٔ ۴۲

●۴۳- از هر یک از هشت رسانای شکل ۲۵-۶۸ جریان $۲/۰\,A$ به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه می‌گذرد. دو مسیر برای انتگرال خطی $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ نشان داده شده است. مقدار این انتگرال در (الف) مسیر ۱ و (ب) مسیر ۲ چقدر است؟ SSM



شکل ۲۵-۶۸ مسئلهٔ ۴۳

●۴۴- در شکل ۲۵-۶۹ هشت سیم در نقطه‌های نشان داده شده به طور عمودی از صفحه عبور کرده‌اند. سیم با عدد k $(k = ۱,۲,...,۸)$ حامل جریان ki است که $ki = ۴/۵۰\,mA$. در مورد سیمهای با k فرد، جریان به طرف خارج صفحه و در مورد k زوج جریان به طرف داخل صفحه است. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ را در طول مسیر بسته در جهت نشان داده شده محاسبه کنید.



شکل ۲۵-۶۹ مسئلهٔ ۴۴

●۴۵- شکل ۲۵-۷۰ مقطع قطری یک استوانهٔ رسانای دراز به شعاع $a = ۲/۰۰\,cm$ را که حامل جریان یکنواخت $۱۷۰\,A$ است نشان می‌دهد. بزرگی میدان مغناطیسی جریان در فاصلهٔ شعاعی (الف) ۰، (ب) $۱/۰۰\,cm$، (پ) $۲/۰۰\,cm$ (سطح سیم) و (ت) $۴/۰۰\,cm$ چقدر است؟

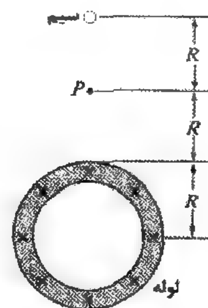


شکل ۲۵-۷۰ مسئلهٔ ۴۵

۴۶- در یک ناحیهٔ خاص چگالی جریان یکنواخت $15 A/m^2$ در جهت مثبت z وجود دارد. وقتی انتگرال خطی در طول سه قطعه خط مستقیم از مختصات (x,y,z) برابر با $(4d,0,0)$ تا $(4d,3d,0)$، تا $(0,0,0)$ و تا $(4d,0,0)$ محاسبه شود مقدار $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ چقدر است؟ $d = 20\ cm$ است.

۴۷●●- چگالی جریان $\vec{J}$ داخل یک سیم استوانه‌ای توپر دراز به شعاع $a = 3/1\ mm$ در جهت محور مرکزی است و مقدار آن به طور خطی با فاصلهٔ شعاعی r از محور مطابق با $J = J_0 r / a$ تغییر می‌کند، که در آن $J_0 = 310\ A/m^2$ است. بزرگی میدان مغناطیسی را در (الف) $r = 0$ و (ب) $r = a/2$ و (پ) $r = a$ به دست آورید. **ILW**

۴۸●●- در شکل ۲۵-۷۱ یک لولهٔ دایره‌ای دراز با شعاع خارجی $R = 2/6\ cm$ حامل جریان (توزیع شده به طور یکنواخت) $i = 8/00\ mA$ به طرف داخل صفحه است. سیمی در فاصلهٔ $3/00R$ از مرکز تا مرکز موازی با لوله قرار دارد. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه) جریان در سیم را پیدا کنید به طوری که مقدار میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ P دارای همان مقدار میدان مغناطیسی خالص در مرکز لوله ولی در جهت مخالف باشد.



شکل ۲۵-۷۱ مسئلهٔ ۴۸

بخش ۲۵-۵ سیملوله و چنبره

۴۹●- سیملوله‌ای با ۲۰۰ دور به طول ۲۵cm و قطر ۱۰cm حامل جریان $0/29\ A$ است. بزرگی میدان مغناطیسی $\vec{B}$ را داخل سیملوله محاسبه کنید.

۵۰●- سیملوله‌ای به طول $1/30\ m$ و قطر $2/60\ cm$ حامل جریان $18/0\ A$ است. میدان مغناطیسی داخل سیملوله $23/0\ mT$ است. طول سیمی را که سیملوله از آن ساخته شده است به دست آورید.

۵۱●- طول ضلع مقطع مربعی شکل یک چنبره $5/00 cm$ و شعاع داخلی آن $15/0\ cm$ و با ۵۰۰ دور حامل جریان $0/800 A$ است. (این سیملولهٔ مربعی شکل، به جای سیملولهٔ گرد در شکل ۲۵-۱۷، به شکل دونات درآمده است). میدان مغناطیسی داخل چنبره در (الف) فاصلهٔ شعاع داخلی و (ب) در فاصلهٔ شعاع خارجی، چقدر است؟

۵۲●- سیملوله‌ای به طول $95/0\ cm$ و شعاع $2/00 cm$ دارای ۱۲۰۰ دور و حامل جریان $3/60\ A$ است. بزرگی میدان مغناطیسی را داخل سیملوله محاسبه کنید.

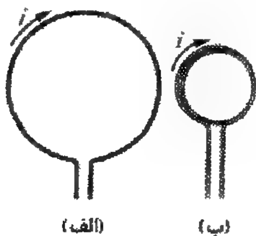
۵۳●●- سیملولهٔ درازی با ۱۰/۰ دور/cm و شعاع $7/00\ cm$ حامل جریان $20/0\ mA$ است. در رسانای مستقیمی واقع در امتداد محور مرکزی سیملوله جریان $6/00 A$ برقرار است. (الف) در چه فاصلهٔ شعاعی از محور جهت میدان مغناطیسی ایجاد شده در $45/0°$ نسبت به جهت محوری خواهد بود؟ (ب) بزرگی میدان مغناطیسی در آنجا چقدر است؟
WWW ILW SSM

۵۴●●- الکترونی به طرف یک انتهای سیملوله‌ای پرتاب می‌شود. وقتی که الکترون وارد میدان مغناطیسی یکنواخت داخل سیملوله می‌شود، دارای تندی $800\ m/s$ است و بردار سرعت آن با محور مرکزی سیملوله زاویهٔ $30°$ می‌سازد. تعداد دورهای سیملوله در طول آن ۸۰۰۰ و حامل جریان $4/0 A$ است. الکترون داخل سیملوله تا زمان خارج شدن از انتهای مقابل، در طول مسیر مارپیچی چند دور می‌چرخد؟ (در یک سیملولهٔ واقعی، که میدان در دو انتها یکنواخت نیست، تعداد دورها اندکی کمتر از پاسخی است که در اینجا به دست می‌آید.)

۵۵●●- سیملولهٔ درازی با ۱۰۰ دور/cm حامل جریان i است. الکترونی در داخل سیملوله در دایره‌ای به شعاع $2/30 cm$ عمود بر محور سیملوله حرکت می‌کند. تندی الکترون $0/0460\ c$ (تندی نور = c) است. جریان i در سیملوله را به دست آورید.

بخش ۲۵-۶ پیچهٔ حامل جریان به عنوان دو قطبی مغناطیسی

۵۶●- شکل ۲۵-۷۲ الف طولی از یک سیم حامل جریان i را نشان می‌دهد که به صورت پیچه دایره‌ای با یک دور درآمده است. در شکل ۲۵-۷۲ ب همان طول از سیم به صورت پیچه‌ای با دو دور و نصف شعاع اولیه خم شده است. (الف) اگر B_a و B_b بزرگیهای میدانهای مغناطیسی در مرکز دو پیچه باشند، نسبت B_b / B_a چقدر است؟ (ب) نسبت بزرگیهای گشتاور دو قطبی پیچه‌ها μ_b / μ_a چقدر است؟



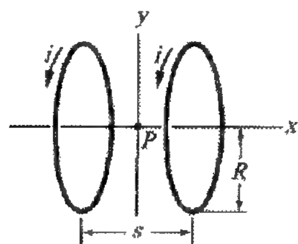
شکل ۲۵-۷۲ مسئلهٔ ۵۶

۵۷●- بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ در سیملولهٔ مسئلهٔ ۴۹ چقدر است؟ **SSM**

۵۸●- شکل ۲۵-۷۳ آرایشی به نام پیچهٔ هلمهولتز[1] را نشان می‌دهد. این وسیله شامل دو پیچهٔ دایره‌ای هم محور هر یک

1. Helholtz

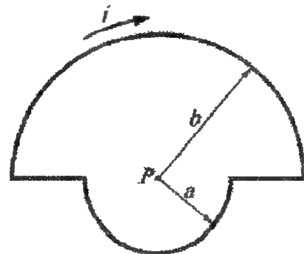
دارای ۲۰۰ دور و شعاع $R = ۲۵/۰ \text{ cm}$ است که به فاصلهٔ $S = R$ از هم قرار دارند. این دو پیچه حامل جریان مساوی $i = ۱۲/۲ \text{ mA}$ در یک جهت‌اند. بزرگی میدان مغناطیسی را در P، وسط فاصلهٔ دو پیچه به دست آورید.



شکل ۲۵-۷۳ مسئلهٔ ۵۸ و ۸۶

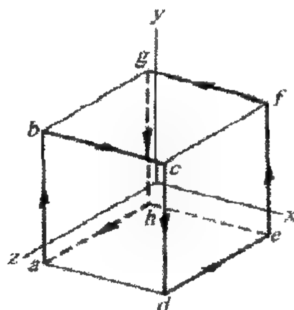
●۵۹- دانشجویی با پیچیدن ۳۰۰ دور سیم به دور یک استوانهٔ چوبی به قطر $d = ۵/۰ \text{ cm}$ یک آهنربای الکتریکی کوتاه ساخته است. این پیچه به یک باتری که ۴/۰A جریان در سیم ایجاد می‌کند بسته شده است. (الف) بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی این وسیله چقدر است؟ (ب) در چه فاصلهٔ محوری $z \gg d$ میدان مغناطیسی این دو قطبی $۵/۰ \mu\text{T}$ است (تقریباً یک دهم میدان مغناطیسی زمین)؟ **SSM**

●●۶۰- در شکل ۲۵-۷۴ جریان $i = ۵۶/۲ \text{ mA}$ در حلقه‌ای شامل دو طول شعاعی و دو نیمدایره به شعاعهای $a = ۵/۷۲ \text{ cm}$ و $b = ۹/۳۶ \text{ cm}$ با مرکز مشترک P برقرار شده است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه) میدان مغناطیسی در P و (پ) بزرگی و (ت) جهت گشتاور دو قطبی مغناطیسی حلقه را پیدا کنید.



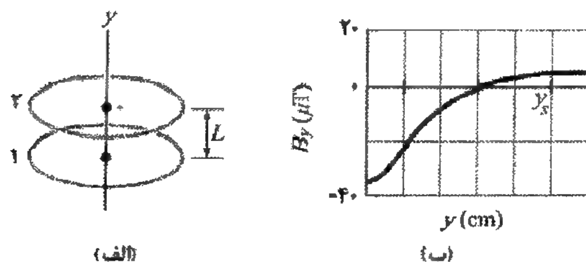
شکل ۲۵-۷۴ مسئلهٔ ۶۰

●●۶۱- در شکل ۲۵-۷۵ رسانایی حامل ۶/۰A در طول مسیر بستهٔ $abcdefgha$ یعنی ۸ ضلع از ۱۲ ضلع مکعبی به ضلع ۱۰cm است. (الف) با در نظر گرفتن مسیر به صورت سه حلقهٔ مربع ($bcfgb$، $abgha$ و $cdefc$)، گشتاور مغناطیسی خالص مسیر را برحسب بردار یکه به دست آورید. (ب) بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مختصات xyz $(۰, ۵/۰ \text{ m}, ۰)$ چقدر است؟



شکل ۲۵-۷۵ مسئلهٔ ۶۱

●●۶۲- در شکل ۲۵-۷۶ الف، مرکزهای دو حلقهٔ دایره‌ای با جریانهای مختلف و شعاع یکسان ۴/۰cm روی محور y قرار دارند. فاصلهٔ حلقه‌ها در آغاز $L = ۳/۰ \text{ cm}$ و حلقهٔ ۲ در مبداء محور قرار دارد. جریانهای دو حلقه یک میدان مغناطیسی خالص با مؤلفهٔ y برابر B_y در مبدأ ایجاد می‌کنند. می‌خواهیم این مؤلفه را وقتی حلقهٔ ۲ بتدریج در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند اندازه‌گیری کنیم. شکل ۲۵-۷۶ ب، B_y را برحسب تابعی از مکان y حلقهٔ ۲ به دست می‌دهد. وقتی $y \to \infty$ میل می‌کند، منحنی به مجانب $B_y = ۷/۲۰ \mu\text{T}$ نزدیک می‌شود. مقیاس محور افقی با $y_s = ۱۰/۰ \text{ cm}$ مشخص شده است. (الف) جریان i_1 در حلقهٔ ۱ و (ب) جریان i_2 در حلقهٔ ۲ چقدر است؟



شکل ۲۵-۷۶ مسئلهٔ ۶۲

●●۶۳- یک حلقهٔ دایره‌ای به شعاع ۱۲cm حامل جریان ۱۵A است. پیچهٔ مسطحی به شعاع ۰/۸۲cm با ۵۰ دور و جریان ۱/۳A هم مرکز با این حلقه است. صفحهٔ حلقه بر صفحهٔ پیچه عمود است. فرض کنید که میدان مغناطیسی حلقه در پیچه یکنواخت باشد. بزرگی (الف) میدان مغناطیسی ایجاد شده به وسیلهٔ حلقه در مرکز و (ب) گشتاور نیروی وارد بر پیچه ناشی از حلقه چقدر است؟ **SSM**

مسئله‌های اضافی

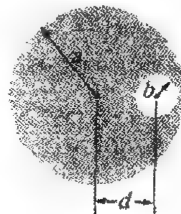
۶۴- شکل ۲۵-۷۷ حلقهٔ بسته‌ای با جریان $i = ۲/۰۰ \text{A}$ را نشان می‌دهد. این حلقه شامل یک نیمدایره به شعاع ۴/۰۰m، ۲ ربع دایره هر یک به شعاع ۲/۰۰m و سه سیم مستقیم شعاعی است. بزرگی میدان مغناطیسی خالص در مرکز مشترک بخشهای دایره‌ای چقدر است؟



شکل ۲۵-۷۷ مسئلهٔ ۶۴

۶۵- شکل ۲۵-۷۸ مقطع یک رسانای استوانه‌ای دراز به شعاع $a = ۴/۰۰ \text{ cm}$ شامل یک سوراخ استوانه‌ای دراز به شعاع $b = ۱/۵۰ \text{ cm}$ را نشان می‌دهد. محور مرکزی استوانه و سوراخ

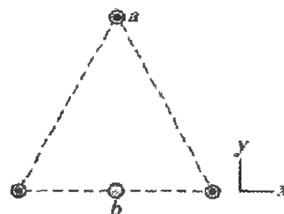
موازی‌اند و فاصلهٔ آنها از یکدیگر $d = ۲/۰۰\text{cm}$ است. جریان $i = ۵/۲۵\text{A}$ به طور یکنواخت در سطح سایه‌دار توزیع شده است. (الف) بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز سوراخ چقدر است؟ (ب) دربارهٔ دو مورد خاص $b = ۰$ و $d = ۰$ بحث کنید.



شکل ۲۵-۷۸ مسئلهٔ ۶۵

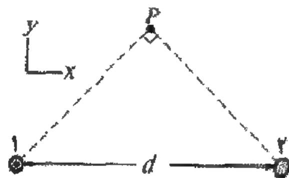
۶۶- بزرگی میدان مغناطیسی در فاصلهٔ $۸۸/۰\text{cm}$ از محور یک سیم مستقیم دراز برابر با $۷/۳۰\ \mu\text{T}$ است. جریان در سیم چقدر است؟

۶۷- سه سیم دراز موازی با محور z، هر یک حامل جریان ۱۰A در جهت مثبت z قرار دارند. نقطه‌های تلاقی این سیمها با صفحهٔ xy یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۵۰cm را تشکیل می‌دهند که در شکل ۲۵-۷۹ نشان داده شده است. سیم چهارمی (سیم b) از وسط قاعدهٔ مثلث و موازی با سیمهای دیگر عبور کرده است. اگر نیروی مغناطیسی خالص وارد بر سیم a صفر باشد، (الف) اندازه و (ب) جهت ($+z$ یا $-z$) جریان در سیم b را پیدا کنید.



شکل ۲۵-۷۹ مسئلهٔ ۶۷

۶۸- شکل ۲۵-۸۰ مقطع دو سیم موازی دراز را به فاصلهٔ $d = ۱۰/۰\text{cm}$ از یکدیگر نشان می‌دهد که هر یک حامل جریان ۱۰۰A هستند، و در سیم ۱ جریان به طرف بیرون صفحه است. نقطهٔ P روی عمود منصف خط وصل کننده سیمها قرار دارد. اگر جریان در سیم ۲ (الف) به طرف بیرون صفحه و (ب) به طرف داخل صفحه باشد، میدان مغناطیسی خالص بر حسب بردار یکه را پیدا کنید.

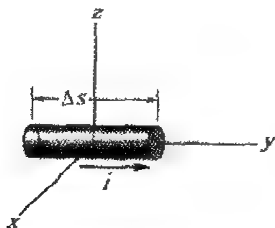


شکل ۲۵-۸۰ مسئلهٔ ۶۸

۶۹- سیم لخت مسی نمره ۱۰ (به قطر $۲/۶\text{mm}$) می‌تواند جریان ۵۰A را بدون داغ شدن اضافی تحمل کند. به ازای این جریان، بزرگی میدان مغناطیسی در سطح سیم چقدر است؟

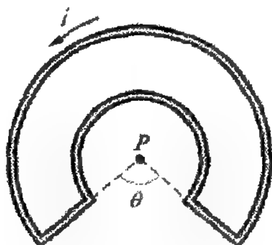
۷۰- یک سیم دراز قائم حامل جریانی نامعلوم است. هم محور با سیم یک سطح رسانای استوانه‌ای نازک دراز قرار دارد که حامل جریان ۳۰mA به طرف بالاست. شعاع سطح استوانه‌ای $۳/۰\text{mm}$ است. اگر بزرگی میدان مغناطیسی در نقطهٔ $۵/۰\text{mm}$ از سیم $۱/۰\mu\text{T}$ باشد، (الف) اندازه و (ب) جهت جریان در سیم را پیدا کنید. SSM

۷۱- شکل ۲۵-۸۱ قطعه سیمی به طول $\Delta s = ۳/۰\text{cm}$ را نشان می‌دهد که مرکزش در مبدأ واقع است و جریان $i = ۲/۰\text{A}$ در جهت مثبت محور y (به عنوان بخشی از یک مدار کامل) از آن می‌گذرد. برای محاسبهٔ بزرگی میدان مغناطیسی $\vec{B}$ که توسط قطعه، در نقطه‌ای به فاصلهٔ چند متر از مبدأ ایجاد می‌شود، می‌توانیم از قانون بیو- ساوار به صورت $B = (\mu_0/۴\pi)i\Delta s(\sin\theta)/r^۲$ استفاده کنیم، زیرا r و θ در سراسر قطعه رسانا ثابت‌اند. $\vec{B}$ را (برحسب بردار یکه) در مختصات (x, y, z) (الف) $(۰,۰,۵/۰\text{m})$، (ب) $(۰,۶/۰\text{m},۰)$، (پ) $(۷/۰\text{m},۷/۰\text{m},۰)$، و (ت) $(-۳/۰\text{m},-۴/۰\text{m},۰)$ پیدا کنید. SSM



شکل ۲۵-۸۱ مسئلهٔ ۷۱

۷۲- در شکل ۲۵-۸۲ حلقهٔ بسته‌ای حامل جریان $i = ۲۰۰\text{mA}$ است. این حلقه شامل دو سیم مستقیم شعاعی و دو کمان دایره‌ای هم مرکز به شعاعهای $۲/۰۰\text{m}$ و $۴/۰۰\text{m}$ است. زاویهٔ θ برابر با $\pi/۲\ \text{rad}$ است. (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج صفحه) میدان مغناطیسی خالص در مرکز انحنای P را پیدا کنید.



شکل ۲۵-۸۲ مسئلهٔ ۷۲

۷۳- یک کابل استوانه‌ای به شعاع $۸/۰۰\text{mm}$ حامل جریان $۲۵/۰\text{A}$ است که به طور یکنواخت در مساحت مقطع توزیع شده است. در چه فاصله‌ای از مرکز سیم، نقطه‌ای داخل سیم وجود دارد که بزرگی میدان مغناطیسی در آن $۰/۱۰۰\text{mT}$ است؟

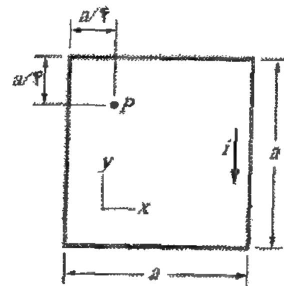
۷۴- سیم درازی که حامل جریان ۱۰۰A است بر خطهای میدان مغناطیسی یک میدان مغناطیسی یکنواخت با بزرگی

$5/0\,mT$ عمود است. در چه فاصله‌ای از سیم میدان مغناطیسی خالص برابر با صفر است؟

۷۵- دو سیم هر دو به طول L به شکل یک دایره و یک مربع درآورده شده‌اند و جریان i از هر یک می‌گذرد. نشان دهید که میدان مغناطیسی که در مرکز مربع ایجاد می‌شود از میدان مغناطیسی ایجاد شده در مرکز دایره بیشتر است.

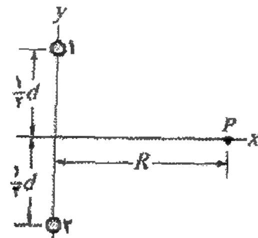
۷۶- یک سیم مستقیم دراز حامل جریان $50\,A$ است. الکترونی که با تندی $1/0\times10^{7}\,m/s$ حرکت می‌کند، $5/0\,cm$ از سیم فاصله دارد. اگر سرعت الکترون در جهت (الف) به طرف سیم، (ب) موازی با سیم در جهت جریان و عمود بر دو جهت مشخص شده با (الف) و (ب)، باشد، بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون چقدر است؟

۷۷- در شکل ۲۵-۸۳ اگر $i=10\,A$ و $a=8/0\,cm$ باشد، میدان مغناطیسی در نقطهٔ P را برحسب بردار یکه پیدا کنید. (توجه کنید که سیمها دراز نیستند.) SSM



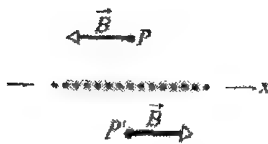
شکل ۲۵-۸۳ مسئلهٔ ۷۷

۷۸- شکل ۲۵-۸۴ مقطع دو سیم موازی دراز به فاصلهٔ $d=18/6\,cm$ از یکدیگر را نشان می‌دهد. هر یک از سیمها حامل جریان $4/23A$ به طرف بیرون صفحه در سیم ۱ و به طرف داخل صفحه در سیم ۲ است. میدان مغناطیسی در نقطهٔ P در فاصلهٔ $R=34/2\,cm$ را بر حسب بردار یکه پیدا کنید.



شکل ۲۵-۸۴ مسئلهٔ ۷۸

۷۹- شکل ۲۵-۸۵ مقطع یک برگهٔ رسانای نامتناهی را که حامل جریان بر یکای طول x برابر با λ است نشان می‌دهد؛ جریان به طور عمود و به طرف بیرون از صفحه خارج می‌شود. (الف) با استفاده از قانون بیو- ساوار و تقارن نشان دهید که برای تمام نقطه‌های P در بالای برگه و تمام نقطه‌های P' زیر آن، بزرگی میدان مغناطیسی $\vec{B}$ موازی با برگه و در جهت نشان داده شده است. (ب) با استفاده از قانون آمپر نشان دهید که در تمام نقطه‌های P و P' داریم $B=\frac{1}{2}\mu_0\lambda$. SSM



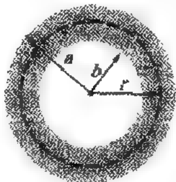
شکل ۲۵-۸۵ مسئلهٔ ۷۹

۸۰- دو سیم دراز در صفحهٔ xy قرار دارند و هر یک حامل جریان در جهت مثبت محور x است. سیم ۱ در $y=10/0\,cm$ حامل جریان $6/00A$ و سیم ۲ در $y=5/00\,cm$ حامل جریان $10/0\,A$ است. (الف) میدان مغناطیسی خالص $\vec{B}$ را در مبدأ برحسب بردار یکه پیدا کنید. (ب) به ازای چه مقدار y میدان $\vec{B}=0$ می‌شود؟ (پ) اگر جریان در سیم ۱ معکوس شود، به ازای چه مقدار y میدان $\vec{B}=0$ می‌شود؟

۸۱- شکل ۲۵-۸۶ مقطع یک رسانای استوانه‌ای توخالی به شعاعهای a و b را نشان می‌دهد که حامل جریان i است که به طور یکنواخت توزیع شده است. (الف) نشان دهید که بزرگی میدان مغناطیسی $B(r)$ در مورد فاصلهٔ شعاعی r در گسترهٔ $b<r<a$ با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$B=\frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2-b^2)}\frac{r^2-b^2}{r}$$

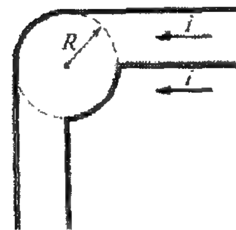
(ب) نشان دهید که هرگاه $r=a$ باشد، این معادله بزرگی میدان مغناطیسی B در سطح یک سیم مستقیم دراز حامل جریان i را به دست می‌دهد؛ هرگاه $r=b$ باشد، میدان مغناطیسی صفر به دست می‌دهد، و هرگاه $b=0$ باشد، میدان مغناطیسی داخل یک رسانای توپر به شعاع a و حامل جریان را به دست می‌دهد. (پ) فرض کنید که $a=2/0\,cm$ ، $b=1/8\,cm$ و $i=100\,A$ باشد، حال $B(r)$ را در گسترهٔ $0<r<6\,cm$ رسم کنید. SSM



شکل ۲۵-۸۶ مسئلهٔ ۸۱

۸۲- سه سیم دراز همه در صفحهٔ xy و موازی با محور x قرار دارند. فاصلهٔ سیمها از یکدیگر مساوی و برابر $10\,cm$ است. از دو سیم بیرونی جریان $5/0\,A$ در جهت مثبت x می‌گذرد. اگر جریان در سیم مرکزی $3/2A$ (الف) در جهت مثبت x و (ب) در جهت منفی x باشد، بزرگی نیروی وارد بر $3/0\,m$ هر یک از دو سیم بیرونی چقدر است؟

۸۳- در شکل ۲۵-۸۷ دو سیم دراز نامتناهی حامل جریانهای مساوی i هستند. هر یک از دو سیم دارای یک کمان $90°$ روی پیرامون دایرهٔ یکسان R هستند. نشان دهید که میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در مرکز دایره با میدان $\vec{B}$ در فاصلهٔ R زیر سیم مستقیم نامتناهی که حامل جریان i به سمت چپ باشد برابر است.



شکل ۲۵-۸۷ مسئلهٔ ۸۳

۸۴- یک سیم دراز شعاعی بزرگتر از $4/0\,\text{mm}$ دارد و حامل جریانی است که به طور یکنواخت در مقطع آن توزیع شده است. بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان در نقطه‌ای با فاصلهٔ $4/0\,\text{mm}$ از محور سیم $0/28\,\text{mT}$ و در نقطه‌ای با فاصلهٔ $10\,\text{mm}$ از سیم $0/20\,\text{mT}$ است. شعاع سیم چقدر است؟

۸۵- یک رسانای استوانه‌ای توخالی دراز (به شعاع داخلی $2/0\,\text{mm}$ و شعاع خارجی $4/0\,\text{mm}$) حامل جریان 24A است که به طور یکنواخت در مقطع آن توزیع شده است. سیم باریک درازی که هم محور با استوانه است حامل جریان 24A در خلاف جهت است. بزرگی میدان مغناطیسی (الف) $1/0\,\text{mm}$، (ب) $3/0\,\text{mm}$ و (پ) $5/0\,\text{mm}$ از محور مرکزی سیم و استوانه چقدر است؟

۸۶- در شکل ۲۵-۷۳، آرایشی به نام پیچهٔ هلمهولتز شامل دو پیچهٔ هم محور دایره‌ای، هر یک با N دور سیم به شعاع R و به فاصلهٔ s از یکدیگر نشان داده شده است. این دو پیچه حامل جریانهای مساوی i در جهت یکسان هستند. (الف) نشان دهید که مشتق اول بزرگی میدان مغناطیسی خالص پیچه‌ها (dB/dx) در نقطهٔ وسط P بدون توجه به مقدار s صفر است. چرا انتظار دارید که این امر با توجه به تقارن نیز درست باشد؟ (ب) نشان دهید که مشتق دوم (d^2B/dx^2) نیز در P صفر است، مشروط بر اینکه $s=R$ باشد. این به دلیل یکنواختی B در نزدیکی P برای این فاصلهٔ خاص پیچه است.

۸۷- یک حلقهٔ مربع شکل از سیم به ضلع a حامل جریان i است. نشان دهید که در مرکز حلقه، بزرگی میدان مغناطیسی ایجاد شده توسط جریان عبارت است از

$$B=\frac{2\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi a}$$

۸۸- نشان دهید که بزرگی میدان مغناطیسی ایجاد شده در مرکز یک حلقهٔ مستطیل شکل به درازای L و پهنای W که حامل جریان i است عبارت است از

$$B=\frac{2\mu_0 i}{\pi}\frac{(L^2+W^2)^{1/2}}{LW}$$

۸۹- یک حلقهٔ مربع شکل سیمی به ضلع a حامل جریان i است. نشان دهید که بزرگی میدان مغناطیسی ایجاد شده در نقطهٔ واقع بر محور مرکزی عمود بر حلقه و به فاصلهٔ x از مرکز آن عبارت است از

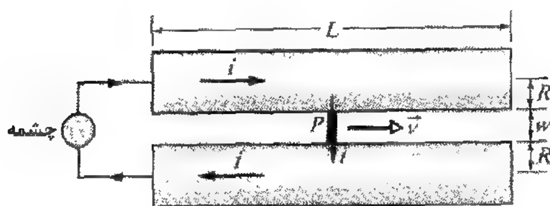
$$B(x)=\frac{4\mu_0 i a^2}{\pi(4x^2+a^2)(4x^2+2a^2)^{1/2}}$$

ثابت کنید که این نتیجه با نتیجه به دست آمده در مسئلهٔ ۸۷ سازگار است. SSM

۹۰- شکل ۲۵-۸۸ طرحوار آرمانی شدهٔ یک تفنگ ریلی است. پرتابهٔ P بین دو ریل پهن با مقطع دایره‌ای قرار دارد؛ یک چشمهٔ جریان در ریلها و پرتابهٔ (رسانا) جریانی می‌فرستد (از فیوز استفاده نشده است). (الف) فرض کنیم w فاصلهٔ بین ریلها، R شعاع هر ریل و i جریان است. نشان دهید که نیروی وارد بر پرتابه در امتداد ریلها به طرف راست است و تقریباً با رابطهٔ زیر داده می‌شود

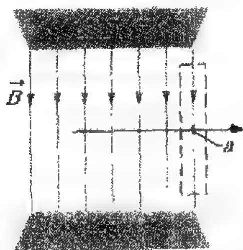
$$F=\frac{i^2\mu_0}{2\pi}\ln\frac{w+R}{R}$$

(ب) اگر پرتابه از انتهای چپ ریلها از حالت سکون شروع کرده باشد، تندی v را که به طرف راست پرتاب می‌شود به دست آورید. فرض کنید که $i=45\text{kA}$، $w=12\,\text{mm}$، $R=6/7\,\text{cm}$، $L=4/0\,\text{m}$ و جرم پرتابه $10\,\text{g}$ است.



شکل ۲۵-۸۸ مسئلهٔ ۹۰

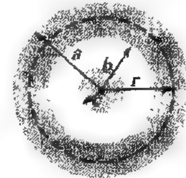
۹۱- نشان دهید که میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ در هنگام حرکت عمود بر $\vec{B}$، یعنی در امتداد پیکان افقی در شکل ۲۹-۸۹، نمی‌تواند به طور ناگهانی صفر شود (همان‌طور که در نبود خطهای میدان در طرف راست نقطهٔ a در شکل به نظر می‌رسد). (*راهنمایی*: قانون آمپر را در مسیر مستطیل شکل نشان داده شده با خطچین به کار ببرید.) در آهنرباهای واقعی «اثر کناره‌ها» خطهای میدان مغناطیسی همیشه رخ می‌دهد، که معنای آن این است که $\vec{B}$ به طور تدریجی به صفر می‌رسد. خطهای میدان را در شکل اصلاح کنید تا وضعیت واقعی‌تری را نشان بدهند.



شکل ۲۵-۸۹ مسئلهٔ ۹۱

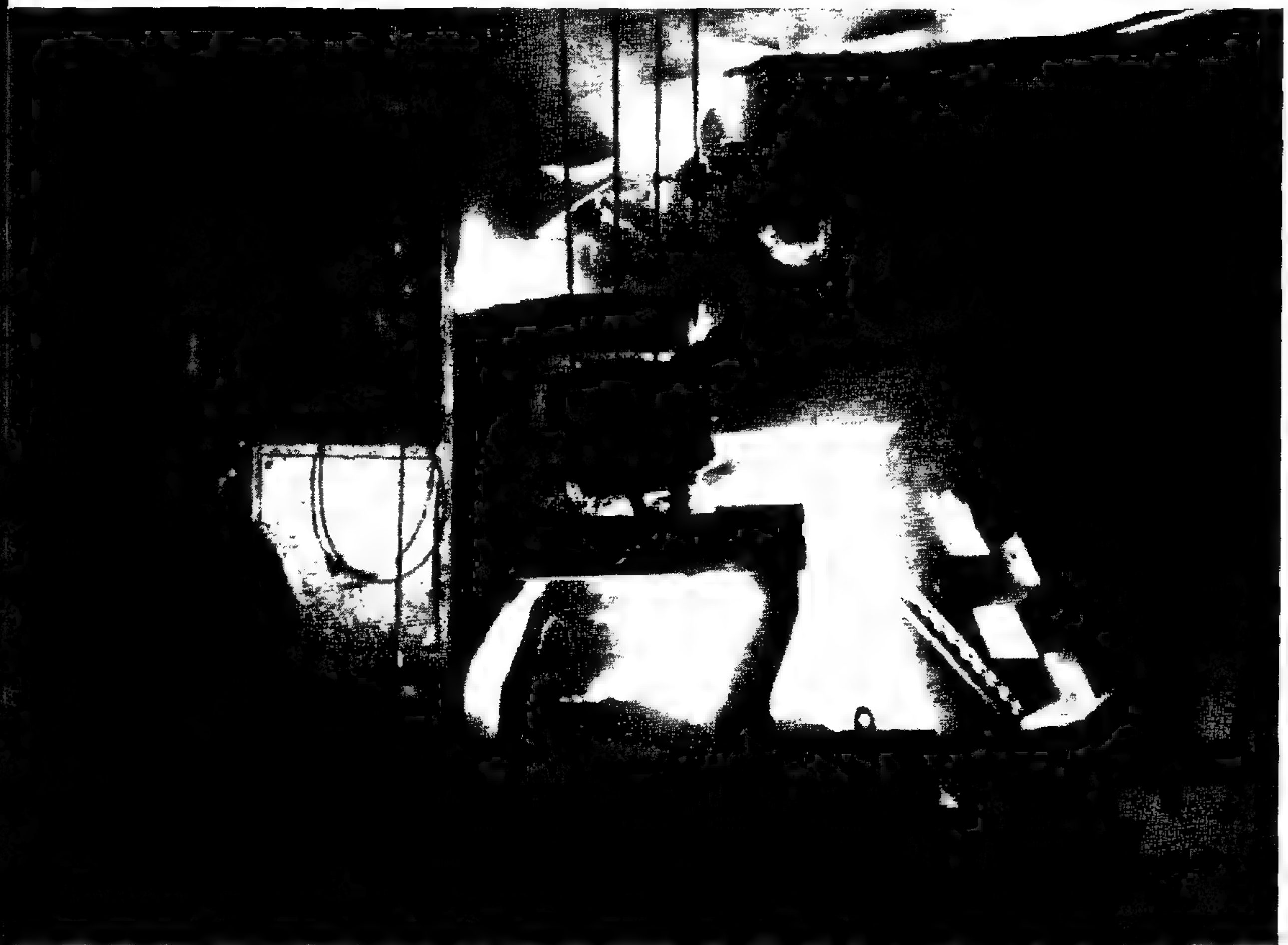
۹۲- نشان دهید که اگر ضخامت چنبره‌ای خیلی کوچکتر از شعاع انحنای آن باشد (چنبره خیلی نازک)، آنگاه معادلهٔ ۲۵-۲۴ در مورد میدان داخل چنبره به معادلهٔ ۲۵-۲۳ برای میدان داخل سیملوله تبدیل می‌شود. توضیح دهید که چرا این نتیجه قابل انتظار است؟

۹۳- شکل ۲۵-۹۰ مقطع یک کابل هم محور رسانای دراز را نشان می‌دهد که شعاعهای آن (a, b, c) است. جریانهای مساوی ولی در خلاف جهت i به طور یکنواخت در دو رسانا توزیع شده‌اند. عبارتهایی برای $B(r)$ با فاصلهٔ شعاعی r در گستره‌های (الف) $r < c$ ، (ب) $c < r < b$ ، (پ) $b < r < a$ و (ت) $r > a$ ، به دست آورید. (ث) این عبارتها را در تمام موارد خاص که می‌تواند رخ دهد آزمایش کنید. (ج) فرض کنید که $a = ۲/۰ \text{ cm}$ ، $b = ۱/۸ \text{ cm}$ ، $c = ۰/۴۰ \text{ cm}$ و $i = ۱۲۰ \text{ A}$ باشد، تابع $B(r)$ را در گسترهٔ $۰ < r < ۳\text{cm}$ رسم کنید.



شکل ۲۵-۹۰ مسئلهٔ ۹۳

۲۶ القا و القاییدگی



در ریخته‌گریهای سنتی برای ذوب فلزات از شعلهٔ آتش استفاده می‌شد. ولی خیلی از ریخته‌گریهای جدید برای جلوگیری از آلودگی هوا از کوره‌های القایی استفاده می‌کنند که در آن فلز به وسیلهٔ جریانی که از سیمهای عایقبندی شده که به دور بوته‌ای پیچیده شده‌اند می‌گذرد گرم می‌شوند. البته خود سیمها آنقدر گرم نمی‌شوند که فلز را ذوب کنند (یا خود سیمها نیز ذوب شوند) در واقع سیمها به وسیلهٔ مخزن آب خنک می‌شوند.

پس چگونه فلز به قدر کافی گرم و ذوب می‌شود؟

پاسخ در همین فصل.

۲۶-۱ فیزیک چیست؟

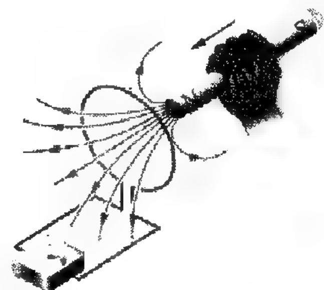
در فصل ۲۵ در مورد این واقعیت بحث کردیم که جریان الکتریکی میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند. این واقعیت برای دانشمندانی که این اثر را کشف کرده بودند شگفت آور بود. شاید کشف وارون این اثر حتی شگفت آورتر بوده است: میدان مغناطیسی می‌تواند میدان الکتریکی ایجاد کند که این میدان می‌تواند جریانی را برقرار کند. این ارتباط بین میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی که ایجاد می‌کند (القا می‌کند) امروزه *قانون القایش فارادی* نامیده می‌شود.

مشاهدات مایکل فارادی و سایر دانشمندان که منجر به این قانون شد در ابتدا فقط یک علم پایه بود، و جالب اینکه آنها وجه دیگری از چگونگی کارکرد دنیای ما را آشکار کردند. البته، امروزه کاربرد این علم پایه تقریباً در همه جا وجود دارد. برای مثال، القایش اساس گیتارهای برقی است که تحولی در موسیقی راک اولیه ایجاد کرده است و امروزه هم گروههای مختلف موسیقی از آن استفاده می‌کنند. همچنین این علم پایه، اساس مولدهای الکتریکی است که برق شهرها و خطهای انتقال را تأمین می‌کنند. اگر چه هنوز اجاقهای القایشی توسط آشپزهای حرفه‌ای و غیرحرفه‌ای رایج نشده‌اند، اما کوره‌های القایشی بزرگ در ریخته‌گریها که باید مقدار زیادی فلز سریعاً در آنها ذوب شود معمول هستند.

قبل از اینکه به کاربردهایی، مشابه گیتار برقی بپردازیم باید دو آزمایش ساده را در مورد قانون القایش فارادی بررسی کنیم.

۲۶-۲ دو آزمایش

برای آماده شدن در مورد بحث قانون القایش فارادی، دو آزمایش ساده را مورد بررسی قرار می‌دهیم.



شکل ۲۶-۱ وقتی آهنربا نسبت به حلقه حرکت کند، آمپرسنج گذر جریانی را در سیم نشان می‌دهد.

آزمایش اول. شکل ۲۶-۱ یک حلقهٔ رسانا را نشان می‌دهد که به آمپرسنج حساسی متصل است. چون هیچ باتری یا چشمهٔ emf دیگری وجود ندارد، جریانی از مدار نمی‌گذرد. ولی، اگر میلهٔ آهنربا را به حلقه نزدیک کنیم، ناگهان جریانی در مدار ظاهر می‌شود. وقتی آهنربا را متوقف کنیم جریان هم ناپدید می‌شود. حالا اگر آهنربا را از حلقه دور کنیم دوباره ناگهان جریان ظاهر می‌شود، اما این بار در جهت مخالف است. وقتی چند بار این آزمایش را انجام دهیم در می‌یابیم که:

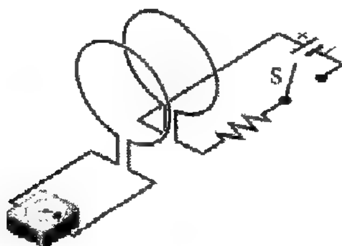
۱- جریان فقط وقتی ظاهر می‌شود که یک حرکت نسبی بین حلقه و آهنربا وجود داشته باشد (یکی باید نسبت به دیگری حرکت کند)؛ وقتی که حرکت نسبی بین آنها قطع شود، جریان ناپدید می‌شود.

۲- حرکت سریعتر جریان بیشتری ایجاد می‌کند.

۳- اگر قطب شمال آهنربا را به حلقه نزدیک کنیم، باعث ایجاد جریانی می‌شود که مثلاً ساعتگرد است، سپس با دورکردن قطب شمال آهنربا از حلقه جریانی ایجاد می‌شود که پادساعتگرد است. حرکت دادن قطب جنوب به سمت حلقه یا دورکردن آن نیز باعث ایجاد جریان، اما در جهتهای مخالف می‌شود.

جریانی را که در حلقه ایجاد می‌شود، **جریان القایی** می‌نامند؛ کار انجام شده روی یکای بار برای ایجاد این جریان (برای حرکت دادن الکترونهای رسانش تشکیل دهندهٔ جریان) emf القایی نامیده می‌شود؛ فرایندی که جریان و emf را ایجاد می‌کند **القایش** نام دارد.

آزمایش دوم. برای این آزمایش از دستگاه نشان داده شده در شکل ۲۶-۲ استفاده می‌کنیم که عبارت است از دو حلقهٔ رسانا که بدون تماس در نزدیک هم قراردارند. اگر کلید S را وصل کنیم تا جریان در حلقهٔ سمت راست برقرار شود، دستگاه اندازه‌گیری به طور ناگهانی و در زمانی کوتاه جریانی - جریان القایی - را در حلقهٔ سمت چپ نشان می‌دهد. حال اگر کلید را قطع کنیم، دوباره به طور ناگهانی و در زمانی کوتاه جریان القایی در حلقهٔ سمت چپ اما در جهت مخالف ظاهر می‌شود. فقط وقتی جریان در حلقه سمت راست تغییر کند (کلید را قطع یا وصل کنیم) جریان القایی (و در نتیجه emf القایی) داریم و وقتی جریان ثابت باشد (حتی اگر خیلی زیاد باشد) جریان القایی وجود ندارد.



شکل ۲۶-۲ درست وقتی کلید S وصل (تا جریان در حلقهٔ سمت راست برقرار شود) یا کلید قطع شود (تا جریان در حلقهٔ سمت راست قطع شود) آمپرسنج در حلقهٔ سمت چپ جریانی را نشان می‌دهد. حلقه‌ها هیچ حرکتی ندارند

در این آزمایشها emf القایی و جریان القایی وقتی چیزی تغییر کند ایجاد می‌شوند. اما این «چیز» چیست؟ همانی که فارادی می‌شناخت.

۲۶-۳ قانون القایش فارادی

فارادی، با این دو آزمایش دریافت که می‌توان emf و جریان را با تغییر *مقدار میدان مغناطیسی* که از حلقه می‌گذرد، در حلقه القا کرد. او علاوه بر این دریافت که مقدار میدان مغناطیسی را می‌توان به صورت خطهای میدان مغناطیسی که از حلقه می‌گذرند نشان داد. **قانون القایش فارادی** بنابر آزمایشهای انجام شده چنین بیان می‌شود:

> وقتی تعداد خطهای مغناطیسی که از حلقه می‌گذرند تغییر کند، در حلقهٔ سمت چپ در شکلهای ۲۶-۱ و ۲۶-۲ نیروی محرکهٔ القایی ظاهر می‌شود.

مهمترین مطلب این است که تعداد واقعی خطهای میدان که از حلقه می‌گذرند حائز اهمیت نیستند؛ بلکه مقدار emf القایی و جریان القایی به *آهنگ* تغییر تعداد خطها بستگی دارند.

در آزمایش اول (شکل ۲۶-۱)، خطهای میدان مغناطیسی از قطب شمال آهنربا به سمت خارج گسترش می‌یابند. بنابراین، وقتی قطب شمال را به حلقه نزدیکتر کنیم تعداد خطهای میدانی که از حلقه می‌گذرند افزایش می‌یابند. این افزایش آشکارا موجب حرکت الکترونهای رسانش در حلقه می‌شود (جریان القایی) و انرژی لازم برای حرکت آنها را تأمین می‌کند (emf القایی). وقتی حرکت آهنربا متوقف شود، تعداد خطهای میدان که از حلقه می‌گذرند دیگر تغییر نمی‌کند و جریان القایی و emf القایی از بین می‌روند.

در آزمایش دوم (شکل ۲۶-۲) وقتی کلید باز است (جریان برقرار نیست)، خطهای میدان وجود ندارند. ولی، وقتی جریان را در حلقهٔ سمت راست برقرار کنیم، افزایش جریان در اطراف آن حلقه و حلقهٔ سمت چپ میدان مغناطیسی را افزایش می‌دهد. وقتی میدان زیاد شود، تعداد خطهای میدان مغناطیسی که از حلقهٔ سمت چپ عبور می‌کنند افزایش می‌یابد. همانند آزمایش اول، افزایش خطهای میدان که از حلقه می‌گذرند آشکارا در آنجا جریان و emf القا می‌کند. وقتی جریان در حلقهٔ سمت راست به مقدار نهایی‌اش، یک مقدار پایا، برسد، تعداد خطهای میدان که از حلقهٔ سمت چپ می‌گذرند دیگر تغییر نمی‌کند، و جریان القایی و emf القایی از بین می‌روند.

قانون فارادی در این مورد که *چرا* در هر یک از این آزمایشها جریان و emf القا می‌شوند توضیحی نمی‌دهد؛ این قانون فقط بیانی است که به کمک آن می‌توان القایش را درک کرد.

بررسی کمی

برای به کارگیری قانون فارادی به روشی برای محاسبهٔ مقدار میدان مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد نیاز داریم. در فصل ۱۹، در وضعیت مشابهی، به روشی برای محاسبهٔ مقدار میدان الکتریکی که از سطحی می‌گذشت نیاز داشتیم. در آنجا شار الکتریکی را به صورت $\Phi_E = \int \vec{E}\cdot d\vec{A}$ تعریف کردیم. در اینجا *شار مغناطیسی* را تعریف می‌کنیم: فرض کنید حلقه‌ای به مساحت A در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ واقع باشد. آنگاه **شار مغناطیسی** که از حلقه می‌گذرد برابر است با

$$\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} \quad \text{(شار مغناطیسی که از سطح } A \text{ می‌گذرد)} \quad (۲۶-۱)$$

همانند فصل ۱۹، $d\vec{A}$ برداری به بزرگی dA است که بر سطح دیفرانسیلی به مساحت dA عمود است.

به عنوان یک حالت ویژه برای معادلهٔ ۲۶-۱، فرض کنید که حلقه در صفحه‌ای عمود برمیدان مغناطیسی واقع است. پس می‌توانیم ضرب نقطه‌ای معادلهٔ ۲۶-۱ را به صورت $B\,dA\cos 0^\circ = B\,dA$ بنویسیم. اگر میدان مغناطیسی نیز یکنواخت باشد، پس می‌توانیم B را از انتگرال خارج کنیم. چیزی که باقی می‌ماند $\int dA$ است که درست مساحت A حلقه را به دست می‌دهد. بنابراین، معادلهٔ ۲۶-۱ به صورت زیر در می‌آید

$$\Phi_B = BA \quad (\vec{B} \perp \vec{A} \text{ و سطح } \vec{B} \text{ یکنواخت}) \quad (۲۶-۲)$$

از معادله‌های ۲۶-۱ و ۲۶-۲ ملاحظه می‌کنیم که یکای SI شار مغناطیسی عبارت است تسلا - مترمربع که وبر (با نماد Wb) نامیده می‌شود

$$\text{۱ وبر} = 1\,\text{Wb} = 1\,\text{T.m}^2 \quad (۲۶-۳)$$

با توجه به شار مغناطیسی، می‌توان قانون فارادی را به صورت کمی و مفید زیر بیان کرد:

> بزرگی نیروی محرکهٔ الکتریکی القایی $\mathscr{E}$ در یک حلقهٔ رسانا برابر است با آهنگی که با آن شار مغناطیسی Φ_B گذشته از حلقه نسبت به زمان تغییر می‌کند.

همان‌طور که در بخش بعد خواهید دید، نیروی محرکهٔ الکتریکی القایی $\mathscr{E}$ با تغییر شار مخالفت می‌کند، ازین‌رو قانون فارادی به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{(قانون فارادی)} \quad (۲۶-۴)$$

که علامت منفی، مخالفت را بیان می‌کند. اغلب علامت منفی را در معادلهٔ ۲۶-۴ نادیده می‌گیریم و فقط در پی بزرگی نیروی محرکهٔ الکتریکی القایی هستیم.

اگر شار مغناطیسی گذشته از یک پیچهٔ N دوری را تغییر دهیم، emf القایی در هر دور سیم ظاهر می‌شود و emf القا شدهٔ کل در پیچه با حاصل جمع این emf‌های القایی منفرد برابر است. اگر پیچه به صورت فشرده پیچیده شده باشد (تنگ هم) به طوری که شار مغناطیسی یکسان Φ_B از همهٔ دورها بگذرد، emf القایی کل در پیچه برابر است با

$$\mathscr{E}=-N\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{(پیچه با } N \text{ دور سیم)} \quad (۵-۲۶)$$

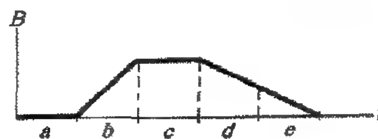
روشهای کلی که به وسیلهٔ آنها می‌توانیم شار مغناطیسی در پیچه را تغییر دهیم عبارت‌اند از:

۱. تغییر دادن بزرگی B میدان مغناطیسی در پیچه.

۲. تغییر دادن مساحت پیچه یا قسمتی از این مساحت که در میدان مغناطیسی واقع است (برای مثال، با گسترش پیچه یا با وارد یا خارج کردن آن از میدان مغناطیسی).

۳. تغییر زاویهٔ بین جهت میدان مغناطیسی $\vec{B}$ و مساحت پیچه (برای مثال، با چرخاندن پیچه به طوری که ابتدا $\vec{B}$ عمود بر صفحهٔ پیچه و سپس در صفحهٔ آن قرار گیرد.)

✔ نکتهٔ وارسی ۱ نمودار، بزرگی $B(t)$ یک میدان مغناطیسی یکنواخت را که از حلقهٔ رسانایی می‌گذرد و عمود بر صفحهٔ حلقه است نشان می‌دهد. پنج ناحیهٔ نمودار را به ترتیب بزرگی emf القا شده در حلقه مرتب کنید.



مسئلهٔ نمونهٔ ۲۶-۱ مهارت خود را تقویت کنید

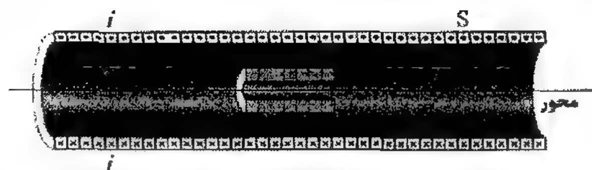
سیملولهٔ دراز S که در شکل ۲۶-۳ نشان داده شده (سطح مقطع آن)، دارای ۲۲۰ دور در هر سانتی‌متر است و جریان $i=۱/۵\,A$ از آن می‌گذرد. قطر D سیملوله ۳/۲cm است. در مرکز سیملوله پیچهٔ C قرار دارد که ۱۳۰ دور تنگ هم پیچیده شده دارد و قطر آن $d=۲/۱$cm است. جریان در سیملوله با آهنگ پایای ۲۵ms به صفر کاهش می‌یابد. وقتی جریان در سیملوله تغییر کند emf القا شده در پیچهٔ C چقدر است؟

نکته‌های کلیدی

۱- چون پیچهٔ C داخل سیملوله قرار دارد پس در میدان مغناطیسی که توسط جریان i در سیملوله ایجاد می‌شود واقع است؛ بنابراین، شار مغناطیسی Φ_B از پیچهٔ C می‌گذرد.

۲- چون جریان کاهش می‌یابد، شار Φ_B نیز کم می‌شود.

۳- وقتی Φ_B کاهش یابد، بنابر قانون فارادی، نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ در پیچهٔ C القا می‌شود.



شکل ۲۶-۳ پیچهٔ C داخل سیملولهٔ S قرار دارد و جریان i از آن می‌گذرد.

۴- شاری که از هر دور پیچهٔ C می‌گذرد به مساحت A و چگونگی قرار گرفتن آن در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ سیملوله بستگی دارد. چون $\vec{B}$ یکنواخت و جهت آن عمود بر سطح به مساحت A است، شار با معادلهٔ ۲۶-۲ $(\Phi_B=BA)$ داده می‌شود.

۵- بزرگی B میدان مغناطیسی در داخل سیملوله بنابر معادلهٔ ۲۵-۲۳ $(B=\mu_0 in)$ به جریان سیملوله i و تعداد n یعنی دور بر یکای طول بستگی دارد.

محاسبه‌ها: چون پیچهٔ C بیش از یک دور دارد، قانون فارادی را در شکل معادلهٔ ۲۶-۵ $(\mathscr{E}=N\,d\Phi_B/dt)$ به کار می‌بریم، که در اینجا N برابر ۱۳۰ و $d\Phi_B/dt$ آهنگ تغییر شار در هر دور است.

چون جریان در سیملوله با آهنگ پایایی کاهش می‌یابد، شار Φ_B نیز با آهنگ پایایی کم می‌شود، و بنابراین، می‌توانیم $d\Phi_B/dt$ را به صورت $\Delta\Phi_B/\Delta t$ بنویسیم. حال برای محاسبهٔ $\Delta\Phi_B$ باید مقدارهای اولیه و نهایی آن را به دست آوریم. شار نهایی $\Phi_{B,f}$ برابر صفر است چون جریان نهایی در سیملوله صفر است. برای به دست‌آوردن مقدار اولیهٔ $\Phi_{B,i}$ ابتدا توجه داریم که A برابر با $\frac{۱}{۴}\pi d^۲\left(=۳/۴۶\times۱۰^{-۴}\,\text{m}^۲\right)$ و n برابر با ۲۲۰ دور بر سانتی‌متر یا ۲۲۰۰۰۰ دور بر متر است. پس با قراردادن معادلهٔ ۲۵-۲۳ در معادلهٔ ۲۶-۲ خواهیم داشت

$$\begin{aligned}\Phi_{B,i}&=BA=(\mu_0 in)A\\&=(۴\pi\times۱۰^{-۷}\,\text{T.m/A})(۱/۵\,\text{A})(۲۲۰۰۰۰\,\text{دور}/\text{m})\\&\quad\times(۳/۴۶\times۱۰^{-۴}\,\text{m}^۲)\\&=۱/۴۴\times۱۰^{-۵}\,\text{Wb}\end{aligned}$$

حال می‌توان نوشت

$$\begin{aligned}\frac{d\Phi_B}{dt}&=\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}=\frac{\Phi_{B,f}-\Phi_{B,i}}{\Delta t}\\&=\frac{(۰-۱۴۴\times۱۰^{-۵}\,\text{Wb})}{۲۵\times۱۰^{-۳}\,\text{s}}\\&=-۵/۷۶\times۱۰^{-۴}\,\text{Wb/s}=-۵/۷۶\times۱۰^{-۴}\,\text{V}\end{aligned}$$

توجه ما فقط به بزرگی است؛ لذا در اینجا از علامت منفی صرفنظر می‌کنیم و از معادلهٔ ۲۶-۵ داریم

$$\begin{aligned}\mathscr{E}&=N\frac{d\Phi_B}{dt}=(۱۳۰\,\text{دور})(۵/۷۶\times۱۰^{-۴}\,\text{V})\\&=۷/۵\times۱۰^{-۲}\,\text{V}=۷۵\,\text{mV}\end{aligned} \quad \text{(پاسخ)}$$

۴-۲۶ قانون لنز

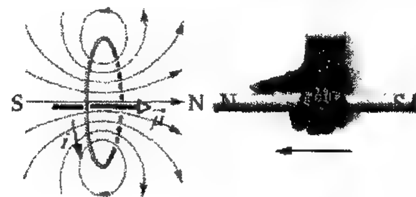
کمی بعد از اینکه فارادی قانون القای خود را بیان کرد، هانریش فردریش لنز[1] برای تعیین جهت جریان القایی در حلقه قانونی را که به **قانون لنز** معروف است بنا نهاد:

> جهت جریان القایی به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی ناشی از این جریان با تغییر میدان مغناطیسی که این جریان را القا کرده است مخالفت می‌کند.

علاوه براین، جهت emf القایی در همان جهت جریان القا شده است. برای درک قانون لنز، آن را در دو روش متفاوت اما معادل در شکل ۲۶-۴، که در آن قطب شمال آهنربا به سمت یک حلقهٔ رسانا حرکت داده می‌شود به کار می‌بریم.

۱- **مخالفت با حرکت قطب آهنربا.** با نزدیک شدن قطب شمال آهنربا در شکل ۲۶-۴ شار مغناطیسی عبوری از حلقه افزایش می‌یابد و در نتیجه جریانی در حلقه القا می‌شود. از شکل ۲۵-۲۲ می‌دانیم که در این صورت حلقه شبیه یک دو قطبی مغناطیسی با قطب جنوب و قطب شمال عمل می‌کند، و گشتاور دو قطبی آن $\vec{\mu}$ از قطب جنوب به سمت قطب شمال است. برای *مخالفت* با افزایش شار مغناطیسی که از نزدیک شدن آهنربا حاصل می‌شود، قطب شمال حلقه (در نتیجه $\vec{\mu}$) باید به **سمت** قطب شمال آهنربا که نزدیک می‌شود باشد تا آن را دفع کند (شکل ۲۶-۴). حال، قاعدهٔ دست راست خمیده- مستقیم برای $\vec{\mu}$ (۲۵-۲۲) حاکی از آن است که باید این جریان القایی در حلقه در شکل ۲۶-۴ پادساعتگرد باشد.

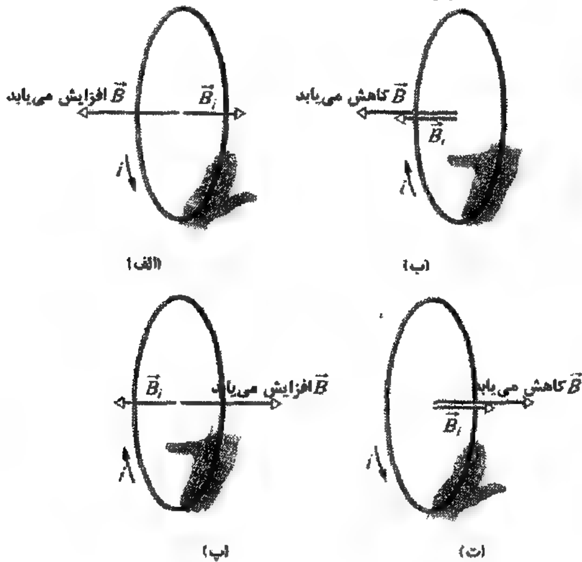
حال اگر آهنربا را از حلقه دور کنیم، دوباره جریانی در حلقه القا می‌شود. ولی، اکنون قطب جنوب حلقه در مقابل قطب شمال آهنربای عقب کشیده شده قرار می‌گیرد تا با دورشدن آن مخالفت کند. بنابراین، یک جریان ساعتگرد القا خواهد شد.



شکل ۲۶-۴ عملکرد قانون لنز. وقتی آهنربا به سمت حلقه حرکت کند جریانی در حلقه القا می‌شود. این جریان میدان مغناطیسی خودش را ایجاد می‌کند که گشتاور دو قطبی $\vec{\mu}$ آن با حرکت آهنربا مخالفت می‌کند، پس جریانی القایی باید پادساعتگرد باشد.

1. Heinrich Friedrich Lenz

۲- **مخالفت با تغییر شار.** در شکل ۲۶-۴، وقتی در ابتدا آهنربا در فاصلهٔ دوری قرار دارد، هیچ شار مغناطیسی از حلقه عبور نمی‌کند. وقتی قطب شمال آهنربا به حلقه نزدیک شود و میدان **مغناطیسی** $\vec{B}$ آن در جهت سمت چپ باشد شار مغناطیسی عبوری از حلقه افزایش می‌یابد. برای مخالفت با این افزایش شار، جریان القایی i باید به گونه‌ای میدان مغناطیسی $\vec{B}_i$ خود را ایجاد کند تا همان‌طور که در شکل ۲۶-۵ الف نشان داده شده است میدان *به سمت راست* باشد؛ در این صورت شار میدان مغناطیسی $\vec{B}_i$، که به سمت راست است، با افزایش شار میدان $\vec{B}$، که به سمت چپ است، مخالف می‌کند. قاعدهٔ دست راست خمیده - مستقیم در شکل ۲۵-۲۲ حاکی از آن است که جریان i در شکل ۲۶-۵ الف باید پادساعتگرد باشد.



شکل ۲۶-۵ جریان i که در حلقه القا می‌شود در جهتی است که میدان مغناطیسی $\vec{B}_i$ جریان با تغییر در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ که جریان i را القا می‌کند، مخالفت کند. میدان مغناطیسی $\vec{B}_i$ همواره در جهت مخالف افزایش میدان $\vec{B}$ (الف، پ) و هم جهت با کاهش میدان مغناطیسی $\vec{B}$ (ب، ت) است. قاعدهٔ دست راست خمیده - مستقیم جهت جریان القایی را براساس جهت میدان مغناطیسی القایی به دست می‌دهد.

به دقت توجه کنید که شار $\vec{B}_i$ همیشه با تغییر در شار $\vec{B}$ مخالفت می‌کند، اما این بدان معنا نیست که همیشه $\vec{B}_i$ در جهت مخالف $\vec{B}$ است. برای مثال، اگر در شکل ۲۶-۴ آهنربا را از حلقه دور کنیم، شار Φ_B حاصل از آهنربا هنوز به سمت چپ از حلقه می‌گذرد، اما اکنون در حال کاهش است. بنابراین، حالا شار Φ_i باید به سمت چپ حلقه باشد تا مطابق شکل ۲۶-۵ ب با *کاهش* در Φ_B مخالفت کند. بنابراین، اکنون $\vec{B}_i$ و $\vec{B}$ هم جهت‌اند.

شکلهای ۲۶-۵ پ و ت به ترتیب وضعیتهایی را که قطب جنوب آهنربا به حلقه نزدیک و از آن دور می‌شود نشان می‌دهد.

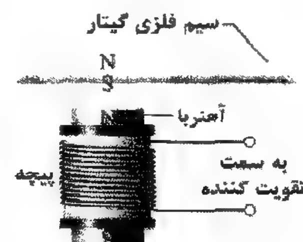
گیتار الکتریکی

شکل ۲۶-۶ نوعی گیتار الکتریکی را نشان می‌دهد. در حالی که صدای گیتار اکوستیکی به تشدید صوتی که در بدنهٔ خالی آن توسط نوسان سیمها ایجاد می‌شود متکی است، گیتار الکتریکی ساز توپری است و در بدنهٔ آن تشدیدی وجود ندارد. در عوض، نوسانهای سیمهای فلزی به وسیلهٔ «پیکاپهای» الکتریکی به صورت سیگنالهایی به تقویت کننده و سپس بلندگوها فرستاده می‌شوند.



شکل ۲۶-۶ نوعی گیتار الکتریکی.

اساس ساختمان پیکاپ در شکل ۲۶-۷ نشان داده شده است. سیمی که ساز را به تقویت کننده وصل می‌کند دور یک آهنربای کوچک پیچیده شده است. میدان مغناطیسی آهنربا یک قطب شمال و یک قطب جنوب در قسمتی از سیم فلزی که درست بالای آهنرباست، ایجاد می‌کند. این قسمت از سیم میدان مغناطیسی خودش را دارد. وقتی سیم نواخته شد و به نوسان درآمد، حرکت آن نسبت به پیچه شار میدان مغناطیسی عبوری از پیچه را تغییر می‌دهد و یک جریان القایی در پیچه به وجود می‌آید. وقتی سیم نسبت به پیچه دور و نزدیک شود و نوسان کند، جریان القایی در پیچه با همان بسامدی که سیم نوسان می‌کند تغییر جهت می‌دهد و سیگنالی با همین بسامد به تقویت کننده و بلندگو فرستاده می‌شود.

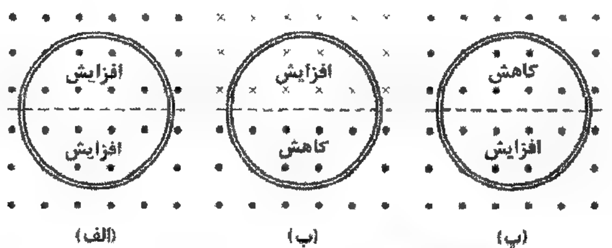


شکل ۲۶-۷ نمای جانبی از یک پیکاپ گیتار الکتریکی. وقتی سیم فلزی (که شبیه یک آهنربا عمل می‌کند) به نوسان درآید، تغییر شار مغناطیسی جریانی در پیچه القا می‌کند.

در این نوع گیتار، در انتهای سیمها (روی قسمت پهن بدنهٔ گیتار) سه گروه پیکاپ قرار دارند. گروهی که به انتهای سیمها نزدیکترند نوسانهای با بسامدهای بالا و گروهی که دورتر از انتهای سیمها قرار دارند، نوسانهای با بسامدهای پایین را به دست می‌دهند. *نوازنده با استفاده از کلید انتخاب روی گیتار* می‌تواند انتخاب کند که کدام گروه یا جفت گروه سیگنالهای خود را به تقویت کننده و بلندگو بفرستند.

نوازندگان گاهی برای داشتن احاطهٔ بیشتر به موزیک خود، سیمهایی را از پیچه‌های پیکاپ گیتار خود باز می‌کنند تا تعداد دور آنها را تغییر دهند. با این روش، آنها مقدار emf القا شده در پیچه و حساسیت نسبی آنها را تغییر می‌دهند. حتی بدون این اقدام اضافی، می‌توان مشاهده کرد که گیتارهای الکتریکی نسبت به گیتارهای اکوستیکی کنترل بیشتری روی کیفیت صداها دارند.

✓ ***نکتهٔ وارسی ۲*** شکل سه وضعیت را نشان می‌دهد که در آن حلقه‌های رسانای مشابهی در میدانهای مغناطیسی یکنواختی قرار دارند که با آهنگ یکسان افزایش یا کاهش می‌یابند. در هر یک، خط چین بر قطر حلقه منطبق است. وضعیتها را به ترتیب بزرگی جریان القا شده در حلقه، مرتب کنید.



مسئلهٔ نمونهٔ ۲۶-۲

شکل ۲۶-۸ یک حلقهٔ رسانا را نشان می‌دهد که شامل نیمدایره‌ای به شعاع $r=0/20\,\text{m}$ و سه بخش مستقیم است. نیمدایره در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ که به سمت خارج صفحهٔ کاغذ است، قرار دارد؛ بزرگی میدان مغناطیسی با رابطهٔ $B=4/0t^2+2/0t+3/0$ داده می‌شود که B برحسب تسلا و t بر حسب ثانیه است. یک باتری آرمانی با نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}_{bat}=2/0\,\text{V}$ به حلقه متصل است. مقاومت حلقه $2/0\,\Omega$ است.

(الف) بزرگی و جهت نیروی محرکهٔ الکتریکی القا شدهٔ $\mathscr{E}_{\text{ind}}$ توسط $\vec{B}$ در حلقه را در $t=10\,\text{s}$ تعیین کنید.

نکته‌های کلیدی

۱. بنابر قانون فارادی بزرگی $\mathscr{E}_{\text{ind}}$ برابر با $d\Phi_B/dt$ یعنی آهنگ تغییر شار مغناطیسی عبوری از حلقه است.

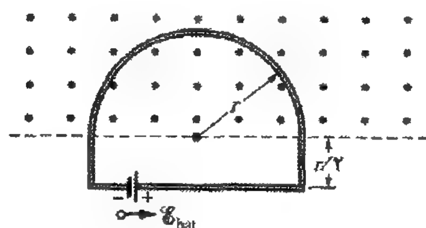
۲. شار عبوری از حلقه به مساحت و جهتگیری آن در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ بستگی دارد.

۳. چون $\vec{B}$ یکنواخت و بر صفحهٔ حلقه عمود است، شار مغناطیسی با معادلهٔ ۲۶-۲ ($\Phi_B = BA$) داده می‌شود. (برای محاسبهٔ شار نیازی به انتگرالگیری از B روی سطح نیست.)

۴. میدان القا شدهٔ B_{ind} (به خاطر جریان القایی) باید همیشه با تغییر شار مغناطیسی مخالفت کند.

بزرگی: با به کار بردن معادلهٔ ۲۶-۲ و تشخیص اینکه بزرگی میدان مغناطیسی B فقط برحسب زمان (نه مساحت A) تغییر می‌کند، قانون فارادی را به صورت زیر، معادلهٔ ۲۶-۴، بازنویسی می‌کنیم

$$\mathscr{E}_{ind} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d(BA)}{dt} = A\frac{dB}{dt}$$



شکل ۲۶-۸ یک باتری به حلقهٔ رسانایی شامل یک نیمدایره به شعاع r که در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد، متصل است. میدان مغناطیسی به سمت خارج صفحهٔ کاغذ است و بزرگی آن تغییر می‌کند.

چون شار مغناطیسی عمود بر حلقه فقط از قسمت نیمدایرهٔ حلقه می‌گذرد، مساحت A در این معادله برابر $\frac{1}{2}\pi r^2$ است. با قراردادن این مقدار در عبارت به دست آمده برای B، نتیجه می‌شود که

$$\mathscr{E}_{ind} = A\frac{dB}{dt} = \frac{\pi r^2}{۲}\frac{d}{dt}(۴/۰t^2 + ۲/۰t + ۳/۰)$$
$$= \frac{\pi r^2}{۲}(۸/۰t + ۲/۰)$$

بنابراین، در $t = ۱۰s$، داریم

$$\mathscr{E}_{ind} = \frac{\pi(۰/۲۰m)^2}{۲}[۸/۰(۱۰) + ۲/۰]$$
$$= ۵/۱۵۲V \approx ۵/۲V$$ (پاسخ)

جهت: برای تعیین جهت $\mathscr{E}_{ind}$، توجه داریم که در شکل ۲۶-۸ شار مغناطیسی عبوری از حلقه به سمت خارج صفحه است و افزایش می‌یابد. چون میدان القا شدهٔ B_i (بر اثر جریان القایی) باید با این افزایش مخالفت کند، در نتیجه باید به سمت *داخل صفحه* باشد. با استفاده از قاعدهٔ دست راست خمیده - مستقیم (شکل ۲۶-۵ پ) در می‌یابیم که جریان القایی در حلقه باید به طور ساعتگرد باشد و از این رو emf القایی $\mathscr{E}_{ind}$ نیز باید ساعتگرد باشد.

(ب) در لحظهٔ $t = ۱۰s$ جریان در حلقه چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی در اینجا نکته این است که دو emf مایل‌اند بارهای الکتریکی را دور حلقه به حرکت درآورند.

محاسبه: emf القا شدهٔ $\mathscr{E}_{ind}$ مایل است یک جریان ساعتگرد دور حلقه برقرار کند: emf باتری $\mathscr{E}_{bat}$ مایل است یک جریان پاد ساعتگرد دور حلقه به وجود آورد. چون $\mathscr{E}_{ind}$ بزرگتر از $\mathscr{E}_{bat}$ است، emf خالص ساعتگرد است و از این رو جریان نیز ساعتگرد است. برای به دست آوردن جریان در زمان $t = ۱۰s$، معادلهٔ ۲۳-۲ ($i = \mathscr{E}/R$) را به کار می‌بریم

$$i = \frac{\mathscr{E}_{net}}{R} = \frac{\mathscr{E}_{ind} - \mathscr{E}_{bat}}{R}$$
$$= \frac{۵/۱۵۲V - ۲/۰V}{۲/۰\Omega}$$
$$= ۱/۵۸A \approx ۱/۶A$$ (پاسخ)

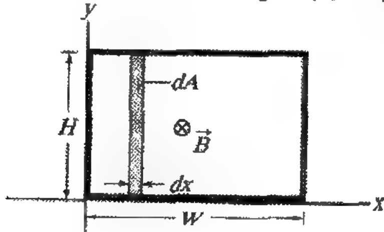
مسئلهٔ نمونهٔ ۲۶-۳

شکل ۲۶-۹ یک حلقه سیم مستطیلی را نشان می‌دهد که در میدان مغناطیسی غیریکنواخت و متغیر $\vec{B}$ که عمود بر صفحهٔ کاغذ و به سمت داخل آن است قرار دارد. بزرگی میدان با رابطهٔ $B = ۴t^2x^2$ داده می‌شود، که B برحسب تسلا، t برحسب ثانیه و x برحسب متر است. پهنای حلقه $W = ۳/۰m$ و ارتفاع $H = ۲/۰m$ است. بزرگی و جهت emf القایی $\mathscr{E}$ در لحظهٔ $t = ۰/۱۰S$ در حلقه کدام چیست؟

نکته‌های کلیدی

۱. چون بزرگی میدان مغناطیسی $\vec{B}$ با زمان تغییر می‌کند، شار مغناطیسی Φ_B نیز با زمان تغییر می‌کند.

۲. تغییر شار بنابر قانون فارادی یک emf در حلقه القا می‌کند که می‌توانیم آن را به صورت $\mathscr{E} = d\Phi_B/dt$ بنویسیم.



شکل ۲۶-۹ یک حلقهٔ بستهٔ رسانا با پهنای W و ارتفاع H در میدان مغناطیسی غیریکنواخت و متغیری که عمود بر صفحهٔ کاغذ و به سمت داخل آن است قرار دارد. برای به کاربردن قانون فارادی، یک نوار قائم را به ارتفاع H و پهنای dx و مساحت dA در نظر می‌گیریم.

۳. برای استفاده از قانون فارادی باید رابطهٔ شار Φ_B را که در هر لحظهٔ t از حلقه می‌گذرد داشته باشیم. اما، چون B در مساحت محصور با حلقه یکنواخت نیست *نمی‌توان* معادلهٔ ۲۶-۲ ($\Phi = BA$) *را برای به دست آوردن آن رابطه به* کاربرد؛ بلکه باید از معادلهٔ ۲۶-۱ ($\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A}$) استفاده کنیم.

محاسبه‌ها: در شکل ۲۶-۹، $\vec{B}$ عمود بر صفحهٔ حلقه (و در نتیجه موازی بردار سطح دیفرانسیلی $d\vec{A}$) است. بنابراین، ضرب نقطه‌ای در معادلهٔ ۲۶-۱ عبارت BdA را به دست می‌دهد. چون میدان مغناطیسی با مختصهٔ x تغییر می‌کند و نسبت به مختصهٔ y تغییر نمی‌کند، پس عنصر سطح دیفرانسیلی dA را می‌توان یک نوار قائم که ارتفاع آن H و پهنای آن dx است در نظر گرفت (همان‌طور که در شکل ۲۶-۹ نشان داده شده است.) پس، $dA=H\,dx$ و شار عبوری از حلقه عبارت است از

$$\Phi_B=\int\vec{B}.d\vec{A}=\int B\ dA=\int BH\ dx=\int ۴t^۲x^۲H\,dx$$

با ثابت در نظر گرفتن t و حدود $x=۰$ و $x=۳/۰\,\mathrm{m}$ برای این انتگرال، خواهیم داشت

$$\Phi_B=۴t^۲H\int_۰^{۳/۰}x^۲\,dx=۴t^۲H\left[\frac{x^۳}{۳}\right]_۰^{۳/۰}=۷۲t^۲$$

که در آن $H=۲/۰\,\mathrm{m}$ قرار داده شده و Φ_B برحسب وبر است. اکنون برای به دست آوردن بزرگی $\mathscr{E}$ در هر لحظهٔ t می‌توانیم قانون فارادی را به کار بریم

$$\mathscr{E}=\frac{d\Phi_B}{dt}=\frac{d(۷۲t^۲)}{dt}=۱۴۴t$$

که در آن $\mathscr{E}$ برحسب ولت است. در $t=۰/۱۰\,\mathrm{s}$ داریم

$$\mathscr{E}=(۱۴۴\,\mathrm{V/s})(۰/۱۰\,\mathrm{s})\approx ۱۴\,\mathrm{V}$$ (پاسخ)

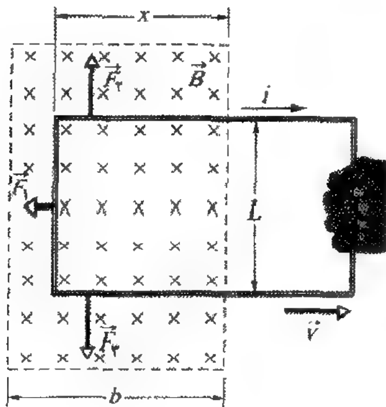
شار $\vec{B}$ که از حلقه در شکل ۲۶-۹ می‌گذرد به سمت داخل صفحهٔ کاغذ است و بزرگی آن افزایش می‌یابد، چون بزرگی B نسبت به زمان افزایش می‌یابد. بنابر قانون لنز، میدان مغناطیسی B_i ناشی از این جریان القایی که با این افزایش مخالفت می‌کند به سمت خارج صفحهٔ کاغذ است. قاعدهٔ دست راست خمیده-مستقیم شکل ۲۶-۵ بیانگر این است که جریان القایی در حلقه پاد ساعتگرد است و بنابراین، emf القایی $\mathscr{E}$ نیز باید پاد ساعتگرد باشد.

۲۶-۵ القایش و انتقال انرژی

بنابر قانون لنز، چه آهنربا را در شکل ۲۶-۱ به حلقه نزدیک یا از آن دور کنیم، نیرویی مغناطیسی با حرکت مخالفت می‌کند که لازم است نیرویی وارد کنیم تا کار مثبت انجام دهد. در عین حال، به خاطر مقاومت الکتریکی مادهٔ حلقه در مقابل جریان القایی، در مادهٔ حلقه انرژی گرمایی به وجود می‌آید. انرژیی که از طریق نیروی وارد شده به دستگاه *حلقهٔ بسته - آهنربا* منتقل می‌کنیم به صورت انرژی گرمایی ظاهر می‌شود. (فعلاً از انرژیی که به صورت تابش موجهای الکترو مغناطیسی از حلقه در حین القایش خارج می‌شود چشمپوشی می‌کنیم.) هر چه آهنربا را سریعتر حرکت دهیم، نیروی اعمال شده کار بیشتری انجام می‌دهد و آهنگی که با آن در حلقه انرژی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود؛ یعنی توان تبدیل انرژی بیشتر می‌شود.

بدون توجه به اینکه جریان چگونه در حلقه القا می‌شود، همیشه در این فرایند به خاطر مقاومت حلقه انرژی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود (مگر آنکه حلقه ابررسانا باشد). برای مثال، در شکل ۲۶-۲ وقتی کلید S را ببندیم و جریان اندکی در سمت چپ حلقه القا شود، انرژی از باتری انتقال می‌یابد و به انرژی گرمایی در حلقه تبدیل می‌شود.

شکل ۲۶-۱۰ وضعیت دیگری را که شامل جریان القایی است نشان می‌دهد. یک طرف یک حلقهٔ مستطیلی از سیم به پهنای L، در میدان مغناطیسی خارجی یکنواختی که عمود بر صفحهٔ کاغذ و به سمت داخل آن است قرار دارد. این میدان به طور مثال می‌تواند به وسیلهٔ آهنربای الکتریکی بزرگی ایجاد شده باشد. در شکل ۲۶-۱۰ خط چینها محدودهٔ فرضی میدان مغناطیسی را نشان می‌دهند؛ از کناره‌های میدان در لبه‌ها چشمپوشی شده است. می‌خواهیم حلقه را با سرعت ثابت $\vec{v}$ به سمت راست بکشیم.



شکل ۲۶-۱۰ یک حلقهٔ رسانای بسته با سرعت $\vec{v}$ به خارج از یک میدان مغناطیسی کشیده می‌شود. در حین حرکت حلقه، یک جریان ساعتگرد i در حلقه القا می‌شود و به بخشهایی از حلقه که هنوز در میدان مغناطیسی قرار دارند نیروهای $\vec{F}_۱$، $\vec{F}_۲$ و $\vec{F}_۳$ وارد می‌شوند.

وضعیت شکل ۲۶-۱۰ در اساس با وضعیت شکل ۲۶-۱ فرقی ندارد. در هر حالت یک میدان مغناطیسی و یک حلقهٔ رسانا نسبت به هم در حال حرکت‌اند؛ در هر حالت شاری که از حلقه می‌گذرد نسبت به زمان تغییر می‌کند. درست است که در شکل ۲۶-۱ تغییر شار مغناطیسی به خاطر تغییر $\vec{B}$ و در شکل ۲۶-۱۰ تغییر شار به خاطر تغییر مساحتی است که در میدان مغناطیسی قرار دارد، اما این اختلاف حائز اهمیت نیست. اختلاف مهم بین این دو آرایش در این است که آرایش ۲۶-۱۰ محاسبه‌ها را ساده‌تر می‌کند. اکنون آهنگ کار مکانیکی انجام شده در حین کشیدن یکنواخت حلقه در شکل ۲۶-۱۰ را محاسبه کنیم.

همان‌طور که خواهید دید، برای کشیدن حلقه با سرعت ثابت $\vec{v}$، باید یک نیروی ثابت $\vec{F}$ را به حلقه وارد کنیم، چون نیرویی یکسان اما در جهت مخالف بر حلقه وارد می‌شود تا با نیروی وارد شده مخالفت کند. بنابراین، از معادلهٔ ۷-۴۸، آهنگ انجام کار یعنی توان عبارت است از

$$P = F v \qquad (۶-۲۶)$$

که در آن F بزرگی نیروی وارد شده است. می‌خواهیم عبارتی برای P برحسب بزرگی B و مشخصه‌های حلقه یعنی مقاومت R در مقابل جریان و پهنای L آن، به دست آوریم.

وقتی حلقه را در شکل ۲۶-۱۰ به سمت راست حرکت دهیم، قسمتی از مساحت آن که در میدان مغناطیسی قرار دارد کاهش می‌یابد. به این ترتیب، شاری که از حلقه می‌گذرد نیز کاهش می‌یابد و بنابر قانون لنز جریانی در حلقه ایجاد می‌شود. وجود این جریان است که باعث ایجاد نیرویی می‌شود که با کشیدن حلقه مخالفت می‌کند.

برای یافتن این جریان، ابتدا قانون فارادی را به کار می‌بریم. وقتی هنوز طول x از حلقه در میدان مغناطیسی است، مساحت حلقهٔ واقع در میدان Lx است. پس، از معادلهٔ ۲۶-۲، بزرگی شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد عبارت است از

$$\Phi_B = BA = BLx \qquad (۷-۲۶)$$

وقتی x کاهش یابد، شار نیز کاهش می‌یابد. قانون فارادی حاکی از آن است که وقتی شار کاهش می‌یابد یک emf در حلقه القا می‌شود. با حذف علامت منها از معادلهٔ ۲۶-۴ و به کاربردن معادلهٔ ۲۶-۷، می‌توانیم بزرگی emf را به صورت زیر بنویسیم

$$\mathscr{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d}{dt} BLx = BL\frac{dx}{dt} = BLv \qquad (۸-۲۶)$$

که در آن به جای dx/dt مقدار v یعنی تندی حرکت حلقه را قرار داده‌ایم.

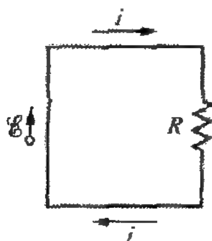
شکل ۲۶-۱۱ حلقه را به عنوان یک مدار نشان می‌دهد: emf القایی $\mathscr{E}$ در سمت چپ و مقاومت کلی R حلقه در سمت راست نشان داده شده است. جهت جریان القایی i در شکل ۲۶-۵ ب برای کاهش شار با قاعدهٔ دست راست معین می‌شود؛ این قانون بیانگر این است که جریان باید ساعتگرد و $\mathscr{E}$ نیز باید در همین جهت باشد.

برای یافتن بزرگی جریان القایی، نمی‌توانیم قاعدهٔ حلقه را برای اختلاف پتانسیل در مدار به کار بریم چون، همان‌طور که در بخش ۲۶-۶ خواهیم دید، نمی‌توانیم یک اختلاف پتانسیل برای emf القایی تعریف کنیم. با این وجود، می‌توانیم معادلهٔ $i = \mathscr{E}/R$ را همان‌طور که در مسئلهٔ نمونهٔ ۲۶-۲ به کار بردیم در اینجا نیز به کار بریم. با استفاده از معادلهٔ ۲۶-۸ این رابطه به صورت زیر در می‌آید

$$i = \frac{BLv}{R} \qquad (۹-۲۶)$$

چون سه قسمت از حلقهٔ شکل ۲۶-۱۰ حامل این جریان در میدان مغناطیسی هستند، نیروهای جانبی منحرف کننده براین سه قسمت وارد می‌شوند. از معادلهٔ ۲۴-۲۶ می‌دانیم که با نمادگذاری کلی چنین نیروی منحرف کننده‌ای عبارت است از

$$\vec{F}_d = i\vec{L} \times \vec{B} \qquad (۱۰-۲۶)$$



شکل ۲۶-۱۱ نمودار مداری برای حلقهٔ شکل ۲۶-۱۰ وقتی در حال حرکت است.

در شکل ۲۶-۱۰ نیروهای منحرف کنندهٔ وارد بر سه قسمت حلقه با $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ مشخص شده‌اند. البته، توجه کنید که بنابر تقارن، بزرگی نیروهای $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ یکسان است و یکدیگر را خنثی می‌کنند. فقط $\vec{F}_1$ باقی می‌مانند که در جهت مخالف نیروی $\vec{F}$ و در نتیجه نیرویی است که با ما مخالفت می‌کند. بنابراین $F = -F_1$.

با به کاربردن معادلهٔ ۲۶-۱۰ برای یافتن بزرگی $\vec{F}_1$ و توجه به اینکه زاویهٔ بین $\vec{B}$ و بردار طول $\vec{L}$ مربوط به قسمت چپ حلقه °۹۰ است، داریم

$$F = F_1 = iLB\sin 90° = iLB \qquad (۱۱-۲۶)$$

با قراردادن i از معادلهٔ ۲۶-۹ در معادلهٔ ۲۶-۱۱، رابطهٔ زیر حاصل می شود

$$F = \frac{B^2L^2v}{R} \qquad (۱۲-۲۶)$$

چون B ، L و R ثابت‌اند پس اگر بزرگی نیروی F که به حلقه وارد می‌کنیم ثابت باشد، آن وقت تندی v نیز ثابت است.

با قراردادن معادلهٔ ۲۶-۱۲ در معادلهٔ ۲۶-۶، آهنگ کاری که وقتی حلقه را از میدان خارجی بیرون می‌کشیم روی آن انجام می‌گیرد به دست می‌آید

$$P = Fv = \frac{B^2L^2v^2}{R} \quad \text{(آهنگ کار انجام شده)} \qquad (۱۳-۲۶)$$

برای تکمیل تحلیل خود، آهنگی که با آن انرژی گرمایی موقع بیرون کشیدن حلقه با سرعت ثابت ظاهر می‌شود را به دست می‌آوریم. آن را از معادلهٔ ۲۲-۲۷ محاسبه می‌کنیم

$$P = i^2 R \qquad (۱۴-۲۶)$$

با قراردادن i از معادلهٔ ۲۶-۹، داریم

$$P = \left(\frac{BLv}{R}\right)^2 R = \frac{B^2L^2v^2}{R} \quad \text{(آهنگ انرژی گرمایی)} \qquad (۱۵-۲۶)$$

که دقیقاً برابر آهنگی است که روی حلقه کار انجام می‌گیرد (معادلهٔ ۲۶-۱۳). بنابراین، کاری که برای بیرون کشیدن حلقه از میدان مغناطیسی انجام می‌گیرد به صورت انرژی گرمایی در حلقه ظاهر می‌شود.

سوختگی در حین اسکن MRI

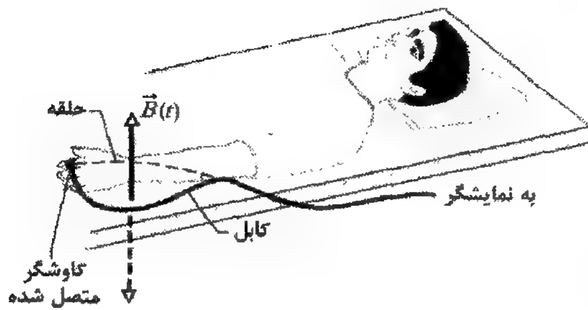
بیماری که اسکن MRI روی او انجام می‌گیرد، (شکل ۲۶-۱۲) در وسیله‌ای که شامل دو میدان مغناطیسی است دراز می‌کشد:



شکل ۲۶-۱۲ بیمار در اسکن MRI.

یک میدان مغناطیسی بزرگ و ثابت $\vec{B}_{con}$ و دیگری میدان کوچک $\vec{B}(t)$ که به صورت سینوسی تغییر می‌کند. معمولاً برای اسکن کردن بیمار باید برای مدتی طولانی بی‌حرکت باشد. هیچ بیماری نمی‌تواند بی‌حرکت بماند، مثل بچه که نمی‌تواند آرام بگیرد و چون آرامش با داروی مسکن، بخصوص بیهوشی کامل می‌تواند خطرناک باشد، بیمار آرام گرفته باید به دقت تحت نظر باشد، معمولاً با *نبض سنجهایی که میزان اکسیژن* خون بیمار را اندازه می‌گیرند. این وسیله شامل کاوشگری است که به یکی از انگشتان بیمار متصل است و یک کابل دارد که کاوشگر را به نمایشگری در خارج محل دستگاه MRI متصل می‌کند.

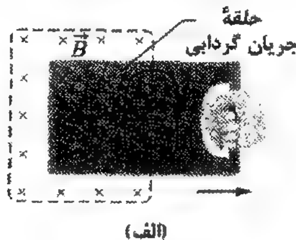
اسکن MRI برای بیمار باید کاملاً بی‌ضرر باشد. با این وجود، در موارد اندکی بی‌توجهی به قانون القایش فارادی بیمار مورد آزمایش دچار سوختگی شدید می‌شود. در این موارد، کابل اکسیژن سنج با بازوی بیمار تماس پیدا می‌کند (شکل ۲۶-۱۳). در این صورت کابل و قسمت پایین بازو تشکیل یک حلقهٔ بسته را می‌دهند که با گذشتن میدان مغناطیسی متغیر $\vec{B}(t)$ از آن شار متغیری حاصل می‌شود. این تغییر شار باعث ایجاد یک emf القایی به دور حلقه می‌شود. اگر چه عایقبندی کابل و پوست مقاومت الکتریکی بالایی دارند اما emf القایی آنقدر زیاد است که جریان زیادی را در حلقه برقرار می‌کند. همانند هر مدار دیگری که دارای مقاومت است، جریان انرژی را در تمام نقاط مقاومت به انرژی گرمایی تبدیل می‌کند. به این ترتیب، انگشت و پوست در جایی که کابل در پایین بازو تماس دارد دچار سوختگی می‌شود. امروزه کارمندان MRI چنان آموزش دیده‌اند که مواظب هستند تا کابل نمایشگر در بیش از یک نقطه با بیمار تماس نداشته باشد.



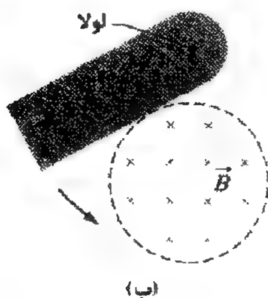
شکل ۲۶-۱۳ یک کاوشگر به انگشت بیماری که تحت اسکن MRI است متصل شده و در آن یک میدان مغناطیسی متغیر $\vec{B}(t)$ سینوسی به طور قائم برقرار است. کابل کاوشگر در نقطه‌ای با بازوی بیمار تماس پیدا کرده و کابل و قسمت پایین بازو تشکیل یک مدار بسته را داده‌اند.

جریانهای گردابی (جریانهای ادی)

فرض کنید حلقهٔ رسانای شکل ۲۶-۱۰ را با یک صفحهٔ توپر رسانا عوض کنیم. حال اگر نظیر کاری که با حلقه کردیم صفحه را از میدان مغناطیسی بیرون بکشیم (شکل ۲۶-۱۴ الف)، حرکت نسبی میدان و رسانا باز هم در رسانا یک جریان القا می‌کند. بنابراین، باز هم بر اثر جریان القایی با یک نیروی مخالف رو به رو می‌شویم و باید کار انجام دهیم. ولی، در صفحه الکترونهای رسانشی مانند حلقه در یک مسیر مشخص جریان القا نمی‌کنند. بلکه الکترونها همانند اینکه گرفتار یک حرکت گردابی شده باشند، در صفحه دور می‌چرخند، چنین جریانی را جریان گردابی می‌نامند و می‌توان آنرا مثل وقتی که مسیر واحدی را طی می‌کنند مطابق شکل ۲۶-۱۴ الف نشان داد.



(الف)

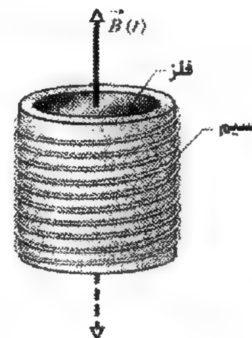


(ب)

شکل ۲۶-۱۴ (الف) وقتی صفحهٔ رسانای توپری را به خارج از میدان مغناطیسی بکشیم، در صفحه *جریانهای گردابی* القا می‌شود. یک حلقه نوعی از جریان گردابی نشان داده شده است. (ب) صفحهٔ رسانایی می‌تواند مانند یک آونگ حول یک لولا در ناحیه‌ای از میدان مغناطیسی نوسان کند. وقتی صفحه وارد ناحیه‌ای از میدان مغناطیسی شده و از آن خارج شود، جریانهای گردابی در آن القا می‌شود.

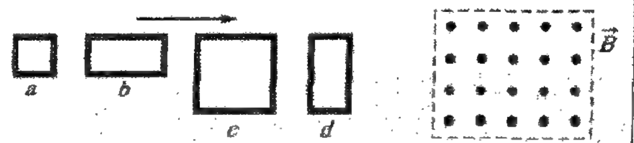
جریان القا شده در صفحه نیز مانند حلقهٔ رسانای شکل ۲۶-۱۰، باعث می‌شود که انرژی مکانیکی به صورت انرژی گرمایی تلف شود. این اتلاف در آرایش شکل ۲۶-۱۴ ب آشکارتر است؛ صفحهٔ رسانا می‌تواند آزادانه حول لولایی مانند آونگ به سمت پایین و در میان یک میدان مغناطیسی نوسان کند. هر دفعه که صفحه وارد میدان مغناطیسی شده و از آن خارج می‌شود، بخشی از انرژی مکانیکی آن به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود. پس از چندین نوسان دیگر انرژی مکانیکی باقی نمانده و صفحه از لولا آویزان باقی می‌ماند.

اتلاف انرژی مشابهی مبنای کار کوره‌های القایی است. شکل ۲۶-۱۵ طرح اساسی را نشان می‌دهد: فلز در میان بوته‌ای که دور آن سیمهای عایقبندی شده پیچیده شده‌اند، قرار داده می‌شود. جریان (AC) در سیمها از نظر جهت و بزرگی تغییر می‌کند. بنابراین، میدان مغناطیسی حاصل از جریان به طور پیوسته از نظر جهت و بزرگی تغییر می‌کند. این میدان متغییر $\vec{B}(t)$ در فلز جریانهای گردابی ایجاد می‌کند و انرژی الکتریکی به صورت انرژی گرمایی با آهنگی که با رابطهٔ ۲۶-۱۴ $(P=i^2R)$ داده شده، تلف می‌شود. این اتلاف دمای فلز را تا دمای ذوب افزایش می‌دهد و سپس می‌توان از فلز مذاب استفاده کرد.



شکل ۲۶-۱۵ کورهٔ القایی.

✔ ***نکتهٔ وارسی ۳*** در شکل چهار حلقهٔ سیم با اضلاع L یا $2L$ نشان داده شده است. هر چهار حلقه با سرعت ثابت یکسانی از میان ناحیه‌ای از میدان مغناطیسی $\vec{B}$ (به سمت خارج از صفحهٔ کاغذ) حرکت می‌کنند. چهار حلقه را به ترتیب بزرگی emf القایی که در حین حرکت از میان میدان در آنها القا می‌شود مرتب کنید.



۲۶-۶ میدانهای الکتریکی القایی

یک حلقهٔ مسی به شعاع r را مطابق شکل ۲۶-۱۶ الف در یک میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی قرار می‌دهیم. میدان - با چشم‌پوشی از اثر کناره‌ها - حجمی استوانه‌ای به شعاع R را اشغال کرده است. فرض کنیم شدت میدان را با آهنگی پایا افزایش دهیم، مثلاً با افزایش- به طریق مناسب- جریان در سیم پیچ آهنربای الکتریکی که میدان را ایجاد می‌کند. آن وقت شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد با آهنگی پایا تغییر می‌کند و بنابر قانون فارادی یک emf القایی و در نتیجه یک جریان القایی در حلقه ظاهر خواهد شد. از قانون لنز می‌توان دریافت که جهت جریان القایی در شکل ۲۶-۱۶ الف پادساعتگرد است.

اگر جریانی در حلقه برقرار باشد، آن وقت باید یک میدان الکتریکی در حلقه وجود داشته باشد تا روی الکترونهای رسانش در حال حرکت کار انجام دهد. به علاوه، میدان باید بر اثر تغییر شار مغناطیسی به وجود آمده باشد. این *میدان الکتریکی القایی* $\vec{E}$ درست همانند میدان الکتریکی که به وسیلهٔ بارهای ساکن ایجاد می‌شوند واقعی است؛ هر یک از این میدانها نیروی $q_0\vec{E}$ را بر ذرهٔ با بار q_0 وارد می‌کند.

با این استدلالها به بیان مفید و آموزندهٔ دیگری از قانون القایش فارادی می‌رسیم:

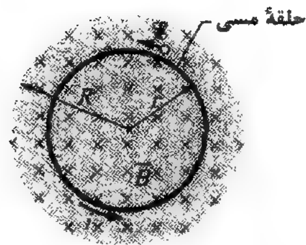
> ☞ تغییر میدان مغناطیسی یک میدان الکتریکی ایجاد می‌کند.

ویژگی عمدهٔ این بیان این است که حتی اگر حلقهٔ مسی هم وجود نداشته باشد، میدان الکتریکی القا می‌شود.

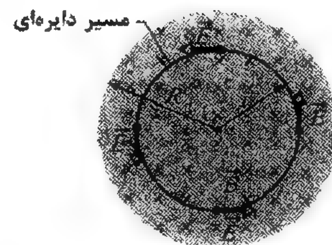
در تأیید این نظرات، شکل ۲۶-۱۶ ب را در نظر می‌گیریم که درست مشابه شکل ۲۶-۱۶ الف است، بجز اینکه حلقهٔ مسی با یک مسیر دایره‌ای به شعاع r جایگزین شده است. همانند قبل، فرض می‌کنیم که بزرگی میدان مغناطیسی $\vec{B}$ با آهنگ ثابت dB/dt افزایش می‌یابد. میدان الکتریکی القا شده در نقطه‌های مختلف دور مسیر دایره‌ای باید - بنابر تقارن - مطابق شکل ۲۶-۱۶ ب بر دایره مماس باشد.* از این رو، مسیر دایره‌ای یک خط میدان الکتریکی است. چیز خاصی در مورد دایرهٔ به شعاع r وجود ندارد، پس خطهای میدان الکتریکی که با تغییر میدان مغناطیسی ایجاد می‌شوند مطابق شکل ۲۶-۱۶ پ باید دسته دایره‌هایی هم مرکز باشند.

---

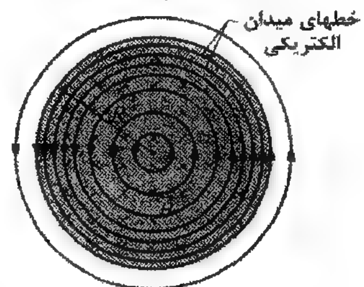
* بحث تقارن، همچنین امکان می‌دهد که خطهای میدان $\vec{E}$ دور مسیر دایره‌ای به جای مماس، *شعاعی* باشند. البته، چنین خطهای شعاعی بیانگر وجود بارهای آزاد است که به طور متقارن حول محور تقارن توزیع شده‌اند به گونه‌ای که خطها می‌توانند از آن شروع یا به آن ختم شوند؛ در اینجا چنین بارهایی وجود ندارند.



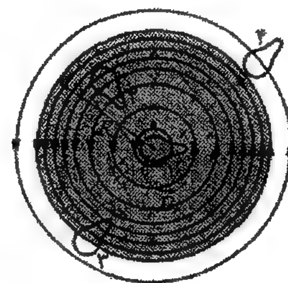
(الف)



(ب)



(پ)


(ت)

شکل ۲۶-۱۶ (الف) اگر میدان مغناطیسی با آهنگ پایایی افزایش یابد، همان‌طور که نشان داده شده، یک جریان القایی ثابت در حلقهٔ مسی به شعاع r ایجاد می‌شود. (ب) میدان الکتریکی القایی، حتی وقتی حلقه برداشته شود وجود دارد، در چهار نقطه میدان الکتریکی نشان داده شده است. (پ) شکل کاملی از میدانهای الکتریکی القایی که به صورت خطهای میدان نشان داده شده‌اند. (ت) چهار مسیر بستهٔ مشابه که مساحتهای یکسانی را دربر می‌گیرند. در مسیرهای ۱ و ۲ که کاملاً در ناحیه‌ای که میدان مغناطیسی تغییر می‌کند قرار دارند emf یکسانی القا می‌شود. در مسیر ۳ که جزئی از آن در این ناحیه واقع است emf کمتری القا می‌شود. در مسیر ۴ که کاملاً خارج از میدان مغناطیسی واقع است هیچ‌گونه emf خالص القا نمی‌شود.

تا وقتی که میدان مغناطیسی نسبت به زمان *افزایش* می‌یابد، میدان الکتریکی که به وسیلهٔ خطهای میدان الکتریکی دایره‌ای شکل ۲۶-۱۶پ نشان داده شده، وجود خواهد داشت. اگر میدان مغناطیسی نسبت به زمان ثابت بماند، هیچ میدان الکتریکی القایی و در نتیجه خطهای میدان الکتریکی وجود نخواهد داشت. اگر میدان مغناطیسی نسبت به زمان (با آهنگ ثابت) *کاهش* یابد، باز هم دایره‌های هم مرکزی مطابق شکل ۲۶-۱۶ پ وجود دارند، اما دارای جهت مخالف خواهند بود. این همهٔ چیزی است که وقتی می‌گوییم: «تغییر میدان مغناطیسی یک میدان الکتریکی ایجاد می‌کند» در ذهن داریم.

فرمولبندی دیگر قانون فارادی

یک ذرهٔ باردار q_0 را در نظر می‌گیریم که روی مسیر دایره‌ای شکل ۲۶-۱۶ ب حرکت می‌کند. کار W انجام شده روی آن توسط میدان الکتریکی القایی در یک دور گردش برابر $\mathscr{E} q_0$ است که در آن $\mathscr{E}$، emf القایی است یعنی، کار انجام شده روی یکای بار در حرکت دادن بار آزمون روی مسیر. از دید دیگری کار برابر است با

$$W = \int \vec{F} \cdot \vec{ds} = (q_0 E)(2\pi r) \qquad (۲۶-۱۶)$$

که در آن $q_0 E$ بزرگی نیرویی است که بر بار آزمون وارد می‌شود و $2\pi r$ مسافتی است که نیرو در طی آن وارد شده است. با مساوی قراردادن این دو عبارت برای W و حذف q_0 در می‌یابیم

$$\mathscr{E} = 2\pi r E \qquad (۲۶-۱۷)$$

در حالت کلی می‌توانیم معادلهٔ ۲۶-۱۶ را بازنویسی کنیم و کار انجام شده روی ذرهٔ باردار q_0 را که روی هر مسیر بسته حرکت می‌کند به صورت زیر بنویسیم

$$W = \oint \vec{F} \cdot \vec{ds} = q_0 \oint \vec{E} \cdot \vec{ds} \qquad (۲۶-۱۸)$$

(علامت دایره روی انتگرال بیانگر این است که انتگرال باید روی یک مسیر بسته گرفته شود.) با قراردادن $\mathscr{E} q_0$ به جای W خواهیم داشت

$$\mathscr{E} = \oint \vec{E} \cdot \vec{ds} \qquad (۲۶-۱۹)$$

اگر این انتگرال را برای حالت خاص شکل ۲۶-۱۶ ب محاسبه کنیم، همان معادلهٔ ۲۶-۱۷ به دست می‌آید.

با استفاده از معادلهٔ ۲۶-۱۹ می‌توانیم مفهوم emf القایی را گسترش دهیم. تا اینجا، emf القایی به معنی کار انجام شده روی یکای بار برای برقراری جریان ناشی از تغییر شار مغناطیسی بود، یا به معنی کاری بود که روی یکای بار یک ذرهٔ باردار انجام می‌گیرد تا آن را روی یک مسیر بسته در یک شار مغناطیسی متغیر حرکت دهد. البته، با توجه به شکل ۲۶-۱۶ ب و معادلهٔ ۱۶-۱۹، emf القایی می‌تواند بدون نیاز به جریان یا ذره وجود داشته باشد: emf القایی برابر است با جمع - از طریق انتگرالگیری - مقدارهای $\vec{E}.\vec{ds}$ دور یک مسیر بسته، که در آن $\vec{E}$ میدان الکتریکی القا شده بر اثر تغییر شار مغناطیسی و $\vec{ds}$ بردار دیفرانسیلی در طول مسیر بسته است.

اگر معادلهٔ ۲۶-۱۹ را با قانون فارادی در معادلهٔ ۲۶-۴ $(\mathscr{E} = -d\Phi_B / dt)$ ترکیب کنیم، می‌توان قانون فارادی را به این صورت بازنویسی کرد

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{(قانون فارادی)} \qquad (۲۶-۲۰)$$

این معادله به سادگی بیان می‌کند که تغییر میدان مغناطیسی یک میدان الکتریکی القا می‌کند. میدان مغناطیسی متغیر در سمت راست این معادله یک میدان الکتریکی در سمت چپ آن به وجود می‌آورد.

قانون فارادی به شکل معادلهٔ ۲۶-۲۰ را می‌توان برای هر مسیر بسته که در میدان مغناطیسی متغیری واقع است به کاربرد. برای مثال، شکل ۲۶-۱۶ ت چهار مسیر از این نوع را نشان می‌دهد، همهٔ آنها دارای شکل و مساحت یکسانی هستند اما در مکانهای متفاوت در میدان مغناطیسی متغیر واقع‌اند. برای مسیرهای ۱ و ۲ ، emf های القایی $\mathscr{E}(=\oint \vec{E}\cdot d\vec{s})$ یکسان هستند چون این مسیرها کاملاً در میدان مغناطیسی واقع‌اند و از این رو مقدار $d\Phi_B/dt$ یکسانی دارند. این امر حتی اگر بردارهای میدان الکتریکی دور این مسیرها به طور متفاوتی توزیع شده باشند، همان‌طور که توسط شکل خطهای میدان الکتریکی مشخص شده؛ برقرار است. برای مسیر ۳ چون شار محصور شدهٔ Φ_B (و در نتیجه $d\Phi_B/dt$) کمتر است لذا emf القایی کمتر است و برای مسیر ۴، هر چند که میدان الکتریکی در هر نقطه از مسیر صفر نیست اما emf القایی صفر است.

نگاهی نو به پتانسیل الکتریکی

میدانهای الکتریکی القایی به وسیلهٔ بارهای ساکن ایجاد نمی‌شوند بلکه بر اثر تغییر شار مغناطیسی به وجود می‌آیند. هر چند به هر طریق که میدانهای الکتریکی ایجاد شده باشند بر ذره‌های باردار نیرو وارد می‌کنند، اما اختلاف مهمی بین آنها وجود دارد. ساده‌ترین نشانهٔ این اختلاف این است که خطهای میدان الکتریکی القایی نظیر شکل ۲۶-۱۶ پ حلقه‌های بسته‌ای را تشکیل می‌دهند. خطهای میدانی که به وسیلهٔ بارهای ساکن ایجاد می‌شوند هرگز این چنین نیستند بلکه از بارهای مثبت شروع و به بارهای منفی ختم می‌شوند.

اختلاف بین میدانهای الکتریکی ایجاد شده به وسیلهٔ القا و آنهایی که به وسیلهٔ بارهای ساکن ایجاد شده‌اند را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

> فقط برای میدانهای الکتریکی ایجاد شده به وسیلهٔ بارهای ساکن پتانسیل الکتریکی مفهوم دارد؛ برای میدانهای الکتریکی ایجاد شده به وسیلهٔ القا پتانسیل الکتریکی مفهومی ندارد.

این بیان را از نظر کیفی می‌توان چنین در نظر گرفت که ببینیم برای ذرهٔ بارداری که در شکل ۲۶-۱۶ ب مسیری دایره‌ای را طی می‌کند چه رخ می‌دهد. ذرهٔ باردار از یک نقطهٔ معین شروع به حرکت می‌کند و با برگشتن به همان نقطه تحت تأثیر یک emf ، $\mathscr{E}$ ، مثلاً $5V$ قرار می‌گیرد؛ یعنی مقدار کار $5J/C$ روی آن انجام می‌شود، و بنابراین، پس از آن باید در نقطه‌ای باشد که پتانسیل آن $5V$ بیشتر است. البته، این غیر ممکن است زیرا در این صورت یک نقطهٔ یکسان در فضا باید دارای دو مقدار پتانسیل مختلف باشد. بنابراین، نتیجه می‌گیریم که برای میدانهای الکتریکی که با تغییر میدانهای مغناطیسی برقرار می‌شوند پتانسیل هیچ معنایی ندارد.

با یادآوری معادلهٔ ۲۰-۱۸ که اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ i و f را میدان الکتریکی $\vec{E}$ تعریف می‌کند می‌توان به این امر نگاه دقیقتری داشت

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{s} \qquad (۲۶-۲۱)$$

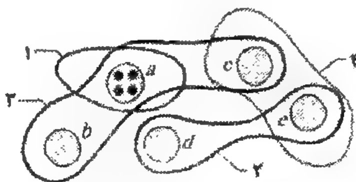
در فصل ۲۰ هنوز با قانون فارادی رو به رو نبودیم، لذا میدانهای الکتریکی موجود در معادلهٔ ۲۰-۱۸ آنهایی بودند که بر اثر بارهای ساکن ایجاد شده بودند. اگر در معادلهٔ ۲۶-۲۱، i و f نقطهٔ یکسانی باشد، مسیری که آنها را به هم متصل می‌کند یک حلقهٔ بسته بوده و V_i و V_f یکسان‌اند و از معادلهٔ ۲۶-۲۱ خواهیم داشت

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = 0 \qquad (۲۶-۲۲)$$

البته، وقتی تغییر شار مغناطیسی وجود داشته باشد، مقدار این انتگرال *صفر* نیست بلکه همان‌طور که معادلهٔ ۲۶-۲۰ نشان می‌دهد برابر $-d\Phi_B/dt$ است. بنابراین، نسبت دادن پتانسیل الکتریکی به میدان الکتریکی القایی ما را به تناقص می‌رساند. باید نتیجه بگیریم که پتانسیل الکتریکی برای میدانهای الکتریکی وابسته به القا هیچ معنایی ندارد.

✔ نکتهٔ وارسی ۴ شکل پنج ناحیه را که با حروف مشخص شده‌اند نشان می‌دهد که در آنها میدان مغناطیسی یکنواختی یا مستقیماً به خارج از صفحه یا به داخل صفحهٔ کاغذ برقرار است، جهت فقط برای ناحیهٔ a مشخص شده است. در هر پنج ناحیه بزرگی میدان مغناطیسی با آهنگ یکنواخت یکسانی افزایش می‌یابد، مساحت همهٔ ناحیه‌ها یکسان است. همچنین، چهار مسیر شماره‌دار نشان داده شده‌اند که در امتداد آنها بزرگی $\oint \vec{E}\cdot d\vec{s}$ برحسب کمیت «mag» در زیر داده شده است. معین کنید آیا میدانهای مغناطیسی در ناحیه‌های b تا e به سمت داخل صفحه کاغذند یا خارج.

مسیر:	۱	۲	۳	۴
$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s}$:	mag	۲(mag)	۳(mag)	۰



مسئلهٔ نمونهٔ ۲۶-۴

در شکل ۲۶-۱۶ب فرض کنید $R = 8/5\,cm$ و $dB/dt = 0/13\,T/s$ است.

(الف) عبارتی برای بزرگی میدان الکتریکی القایی E در نقطه‌هایی در میدان مغناطیسی در شعاع r از مرکز میدان

مغناطیسی به دست آورید. این عبارت را برای $r=5/2\,cm$ محاسبه کنید.

نکته‌های کلیدی بنابر قانون فارادی، میدان الکتریکی با تغییر میدان مغناطیسی القا می‌شود.

محاسبه‌ها: برای محاسبهٔ بزرگی میدان E، قانون فارادی را در شکل معادلهٔ ۲۶-۲۰ به کار می‌بریم. چون E را برای نقطه‌هایی داخل میدان مغناطیسی می‌خواهیم، انتگرالگیری را روی یک مسیر بسته به شعاع $r\le R$ انجام می‌دهیم. از تقارن فرض می‌کنیم که $\vec{E}$ در شکل ۲۶-۱۶ ب در تمام نقطه‌ها بر مسیر دایره‌ای مماس است. بردارمسیر $d\vec{s}$ نیز همیشه بر مسیر دایره‌ای مماس است، بنابراین، ضرب داخلی $\vec{E}\cdot d\vec{s}$ در معادلهٔ ۲۶-۲۰ در تمام نقطه‌ها روی مسیر باید بزرگی Eds را داشته باشد. همچنین، از تقارن می‌توان فرض کرد که E در تمام نقطه‌ها روی مسیر دایره‌ای دارای مقدار یکسانی است. پس، برای سمت چپ معادلهٔ ۲۶-۲۰ داریم

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s}=\oint E\,ds=E\oint ds=E(2\pi r) \qquad (۲۶-۲۳)$$

(انتگرال $\oint ds$ پیرامون $2\pi r$ مسیر دایره‌ای است.)

حال، باید سمت راست معادلهٔ ۲۶-۲۰ را حساب کنیم. چون $\vec{B}$ در تمام مساحت A محصور توسط مسیر انتگرالگیری یکنواخت و عمود بر سطح آن است، شار مغناطیسی با معادلهٔ ۲۶-۲ داده می‌شود

$$\Phi_B=BA=B(\pi r^2) \qquad (۲۶-۲۴)$$

با قراردادن این مقدار و معادلهٔ ۲۶-۲۳ در معادلهٔ ۲۶-۲۰ و حذف علامت منها خواهیم داشت

$$E(2\pi r)=(\pi r^2)\frac{dB}{dt}$$

یا

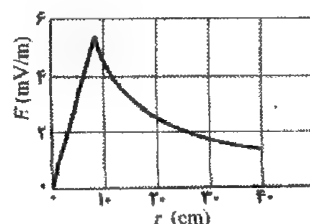
$$E=\frac{r}{2}\frac{dB}{dt} \qquad \text{(پاسخ)} \quad (۲۶-۲۵)$$

معادلهٔ ۲۶-۲۵ بزرگی میدان الکتریکی را در هر نقطه که برای آن $r\le R$ (یعنی، داخل میدان مغناطیسی) به دست می‌دهد. با قرار دادن مقدارهای داده شده داریم

(پاسخ)

$$E=\frac{5/2\times10^{-2}\,m}{2}(0/13\,T/s)=0/0034\,V/m=3/4\,mV/m$$

(ب) عبارتی برای بزرگی E میدان الکتریکی القایی در نقطه‌های خارج از میدان مغناطیسی، در شعاع r، به دست آورید. این عبارت را برای $r=12/5\,cm$ محاسبه کنید.



شکل ۲۶-۱۷ نموداری از میدان الکتریکی القایی $E(r)$ برای شرایط مسئلهٔ نمونهٔ ۲۶-۴.

نکته‌های کلیدی نکتهٔ بخش (الف) در اینجا نیز به کار می‌رود بجز اینکه در اینجا مسیر دایره‌ای انتگرالگیری با شعاع $r\ge R$ را در نظر می‌گیریم چون می‌خواهیم E را برای نقطه‌های خارج از میدان مغناطیسی محاسبه کنیم. طبق روشی که در (الف) به کار بردیم، دوباره معادلهٔ ۲۶-۲۳ را به دست می‌آوریم. ولی، معادلهٔ ۲۶-۲۴ به دست نمی‌آید، چون اکنون مسیر انتگرالگیری خارج از میدان مغناطیسی است و در نتیجه شار مغناطیسی محصور شده توسط مسیر جدید فقط به مساحت πR^2 از ناحیهٔ میدان مغناطیسی مربوط است.

محاسبه‌ها: حال می‌توان نوشت:

$$\Phi_B=BA=B(\pi R^2) \qquad (۲۶-۲۶)$$

با قراردادن این مقدار و معادلهٔ ۲۶-۲۳ در معادلهٔ ۲۶-۲۰ (بدون علامت منها) و با حل آن برای E داریم

$$E=\frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt} \qquad \text{(پاسخ)} \quad (۲۶-۲۷)$$

چون در اینجا E صفر نیست، ملاحظه می‌کنیم که حتی در خارج از میدان مغناطیسی متغیر نیز میدان الکتریکی القا می‌شود، نتیجهٔ مهمی که (همان‌طور که در بخش ۲۷-۱۱ خواهید دید) مبدلها را امکان‌پذیر ساخته است.

با داده‌های مسئله، معادلهٔ ۲۶-۲۷ بزرگی $\vec{E}$ را در $r=12/5\,cm$ به دست می‌دهد

$$E=\frac{(8/2\times10^{-2}\,m)^2}{2}(0/13\,T/s)$$
$$=3/8\times10^{-3}\,V/m=3/8\,mV/m \qquad \text{(پاسخ)}$$

معادله‌های ۲۶-۲۵ و ۲۶-۲۷، همان‌طور که باید، در $r=R$ نتیجهٔ یکسانی را به دست می‌دهند. شکل ۲۶-۱۷ نمودار $E(r)$ را نشان می‌دهد.

۲۶-۷ القاگرها و القایدگی

در فصل ۲۱ دریافتیم که خازن می‌تواند برای ایجاد میدان الکتریکی دلخواه به کار رود. آرایش خازن تخت را به عنوان یک نوع خازن پایه‌ای بررسی کردیم. به همین ترتیب، **القاگر** (با نماد 00000) برای ایجاد یک میدان مغناطیسی دلخواه به کار برده می‌شود. یک سیملولهٔ دراز (دقیقتر، طول کوتاهی نزدیک وسط سیملولهٔ دراز) را به عنوان یک القاگر پایه‌ای در نظر می‌گیریم.

وقتی جریان i را در سیم پیچهای (یا دورهای) یک سیملوله به عنوان یک القاگر برقرار کنیم، جریان یک شار مغناطیسی Φ_B در ناحیهٔ مرکزی القاگر ایجاد می‌کند. در این صورت **القایدگی** القاگر برابر است با

$$L=\frac{N\Phi_B}{i} \qquad \text{(تعریف القایدگی)} \quad (۲۶-۲۸)$$

که در آن N تعداد دور است. گفته می شود که سیم پیچهای القاگر به وسیلهٔ شارهای مشترک **پیوند داده** می‌شوند، و حاصلضرب $N\Phi_B$ شار مغناطیسی **پیوند دهی** نامیده می‌شود. بنابراین، القایدگی L معیاری از پیوند دهی شار حاصل از القاگر به ازای یکای جریان است.

چون یکای SI شار مغناطیسی تسلا- متر مربع است، یکای SI القایدگی تسلا- متر مربع بر آمپر $(T.m^2/A)$ است. این یکا را به پاس احترام فیزیکدان امریکایی جوزف هانری، برای کشف مشترک قانون القایش که معاصر با فارادی بوده است، **هانری** (H) می‌نامند. بنابراین،

$$1\text{ هانری} = 1H = 1T.m^2/A \qquad (۲۶-۲۹)$$

در بقیهٔ این فصل فرض می‌کنیم که همهٔ القاگرها، بدون توجه به آرایش هندسی آنها، هیچ مادهٔ مغناطیسی مثل آهن در مجاورت خود ندارند. چنین موادی میدان مغناطیسی القاگر را تغییر شکل می‌دهند.

القایدگی سیملوله

سیملولهٔ درازی با سطح مقطعی به مساحت A را در نظر می‌گیریم. القایدگی یکای طول این سیملوله در نزدیکی وسط آن چیست؟

برای به کاربردن معادلهٔ تعریف شده برای القایدگی (معادلهٔ ۲۶-۲۸) باید شار پیوند دهی برقرار شده به وسیلهٔ جریان را در سیم پیچهای سیملوله محاسبه کنیم. طول l نزدیک وسط این سیملوله را در نظر می‌گیریم. شار پیونددهی برای این قسمت سیملوله برابر است با

$$N\Phi_B = (nl)(BA)$$

که در آن n تعداد دور در یکای طول سیملوله و B میدان مغناطیسی داخل سیملوله است.

بزرگی B با معادلهٔ ۲۵-۲۳ داده شده است

$$B = \mu_0 in$$

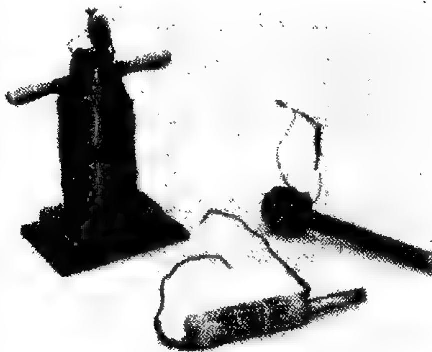
و بنابراین، از معادلهٔ ۲۶-۲۸ داریم

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} = \frac{(nl)(BA)}{i} = \frac{(nl)(\mu_0 in)(A)}{i}$$
$$= \mu_0 n^2 lA \qquad (۲۶-۳۰)$$

در نتیجه القایدگی یکای طول یک سیملولهٔ دراز در نزدیک وسط آن برابر است با

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A \quad \text{(سیملوله)} \qquad (۲۶-۳۱)$$

القایدگی- نظیر ظرفیت- فقط به شکل هندسی وسیله بستگی دارد. بستگی به مربع تعداد دورها بر یکای طول قابل انتظار است. وقتی مثلاً n را سه برابر می‌کنیم، نه فقط تعداد دورها (N) سه برابر می‌شود بلکه شار عبوری از هر دور سیم $(\Phi_B = BA = \mu_0 inA)$ نیز سه برابر می‌شود و در نتیجه شار پیوند دهی $N\Phi_B$ و القایدگی L با ضریب ۹ افزایش می‌یابد.



القاگرهای اولیه‌ای که مایکل فارادی به وسیلهٔ آنها قانون القایش را کشف کرد. در آن روزها وسایل راحتی نظیر سیم عایق‌دار در دسترس نبود. گفته می‌شود که فارادی سیمهایش را به وسیلهٔ پیچیدن باریکه‌هایی از دامن همسرش عایقبندی کرده است.

اگر طول سیملوله نسبت به شعاع آن خیلی بیشتر باشد، آن وقت معادلهٔ ۲۶-۳۰ القایدگی آن را با تقریب خوبی به دست می‌دهد. در این ترتیب می‌توان از پخش‌شدن خطهای میدان مغناطیسی در مجاورت دو انتهای سیملوله چشمپوشی کرد، درست مانند رابطهٔ خازن تخت $(C = \varepsilon_0 A/d)$ که از کناره‌های خطهای میدان الکتریکی در مجاورت لبهٔ صفحه‌های خازن چشمپوشی می‌کنیم.

از معادلهٔ ۲۶-۳۰ و یادآوری اینکه n تعداد دور در یکای طول سیملوله است، می‌بینیم که القایدگی را می‌توان به صورت ضرب ثابت تراوایی μ_0 و کمیتی با ابعاد طول نوشت. این بدان معناست که می‌توان μ_0 را برحسب یکای هانری بر متر بیان کرد

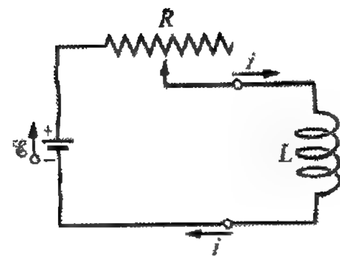
$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ T.m/A$$
$$= 4\pi \times 10^{-7}\ H/m \qquad (۲۶-۳۲)$$

۲۶-۸ خودالقایش

اگر دو پیچه- که اکنون می‌توانیم آنها را القاگر بنامیم - در مجاورت هم باشند، جریان i در یک پیچه در پیچهٔ دیگر شار مغناطیسی Φ را ایجاد می‌کند. دیدیم که اگر این شار را با تغییر جریان تغییر دهیم، بنابر قانون فارادی یک emf القایی در پیچهٔ دوم ظاهر می‌شود. همچنین یک emf القایی در پیچهٔ اول نیز ظاهر می‌شود.

> **در هر پیچه‌ای که جریان تغییر کند، یک emf القایی $\mathscr{E}_L$ ظاهر می‌شود.**

این فرایند (به شکل ۲۶-۱۸ نگاه کنید) **خودالقایش** نامیده می‌شود و emf ظاهر شده **emf خودالقایده** نام دارد. این emf درست همانند سایر emf های القا شده از قانون القایش فارادی تبعیت می‌کند.



شکل ۲۶-۱۸ وقتی جریان در پیچه با تغییر نقطهٔ تماس روی مقاومت متغیر، تغییر کند *مادامی که جریان تغییر می‌کند* یک emf خودالقاییدهٔ $\mathscr{E}_L$ در پیچه ظاهر می‌شود.

برای هر القاگر، معادلهٔ ۲۶-۲۸ حاکی از آن است که

$$N\Phi_B = Li \qquad (۲۶\text{-}۳۳)$$

بنابر قانون فارادی

$$\mathscr{E}_L = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt} \qquad (۲۶\text{-}۳۴)$$

با ترکیب معادله‌های ۲۶-۳۳ و ۲۶-۳۴ می‌توانیم بنویسیم

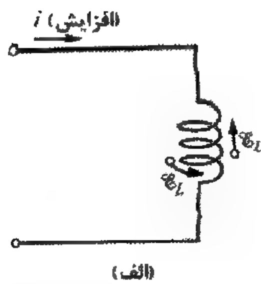
$$\mathscr{E}_L = -L\frac{di}{dt} \quad (\text{emf خودالقاییده}) \qquad (۲۶\text{-}۳۵)$$

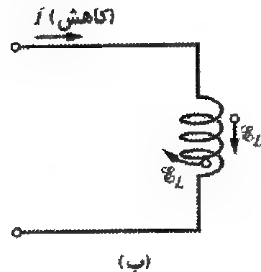
بنابراین، در هر القاگر (مانند پیچه، سیملوله یا چنبره) هرگاه جریان نسبت به زمان تغییر کند، emf خودالقاییده ظاهر می‌شود. بزرگی جریان هیچ تأثیری در بزرگی emf القا شده ندارد؛ فقط آهنگ تغییر جریان مؤثر است.

می‌توان جهت emf خودالقاییده را از قانون لنز پیدا کرد. علامت منفی در معادلهٔ ۲۶-۳۵ بیانگر این است که – همان‌طور که قانون بیان می‌کند– emf خودالقاییده به گونه‌ای عمل می‌کند که با تغییری که آن را به وجود می‌آورد مخالفت می‌کند. وقتی فقط بزرگی مورد نظر است از علامت منفی صرفنظر می‌کنیم.

فرض کنید، مطابق شکل ۲۶-۱۹ الف، جریان i را در پیچه برقرار کنیم و ترتیبی بدهیم که جریان نسبت به زمان با آهنگ di/dt افزایش یابد. با بیان قانون لنز، این افزایش در جریان همان «تغییری» است که باید خود القایش با آن مخالفت کند. برای اینکه چنین مخالفتی رخ دهد، emf خودالقاییده که در پیچه ظاهر می‌شود – همان‌طور که شکل نشان می‌دهد– باید در جهتی باشد که با افزایش جریان مخالفت کند. اگر، مطابق شکل ۲۶-۱۹ ب، جریان نسبت به زمان کاهش یابد، emf خودالقاییده، همان‌طور که شکل نشان می‌دهد، باید در جهتی باشد که با کاهش جریان مخالفت کند.

در بخش ۲۶-۶ دیدیم که نمی‌توانیم یک پتانسیل الکتریکی برای میدان الکتریکی (و در نتیجه برای emf) که به وسیلهٔ تغییر شار مغناطیسی القا می‌شود، تعریف کنیم. به این معنی که وقتی emf خود القاییده در شکل ۲۶-۱۸ ایجاد می‌شود، نمی‌توانیم در خود القاگر که در آن شار تغییر می‌کند یک پتانسیل الکتریکی تعریف کنیم. با این وجود باز هم می‌توانیم در نقطه‌هایی از مدار که خارج القاگر هستند پتانسیلهایی را تعریف کنیم، جایی که میدانهای الکتریکی ناشی از توزیع بارها به پتانسیلهای الکتریکی وابسته‌اند.





شکل ۲۶-۱۹ (الف) جریان i افزایش می‌یابد و emf خود القاییدهٔ $\mathscr{E}_L$ در امتداد پیچه در جهتی ظاهر می‌شود که با این افزایش مخالفت کند. پیکانی که نشان دهندهٔ جهت $\mathscr{E}_L$ است، در دور پیچه یا در کنار آن رسم می‌شود. هردو نشان داده شده‌اند. (ب) جریان i کاهش می‌یابد و emf خود القاییده در جهتی ظاهر می‌شود که با کاهش مخالفت کند.

علاوه بر این، می‌توانیم یک اختلاف پتانسیل V_L *بین دو سر یک القاگر* تعریف کنیم (بین پایانه‌های آن، که فرض می‌کنیم خارج از ناحیهٔ تغییر شار واقع‌اند). برای یک *القاگر آرمانی* (با سیمی دارای مقاومت ناچیز)، بزرگی V_L برابر بزرگی emf خودالقاییدهٔ $\mathscr{E}_L$ است.

حال اگر، سیم القاگردارای مقاومت r باشد، به طور ذهنی می‌توان القاگر را به یک مقاومت r (که فرض می‌کنیم خارج از ناحیهٔ تغییر شار است) و یک القاگر آرمانی با emf خودالقاییدهٔ $\mathscr{E}_L$ جدا از هم در نظر گرفت. مانند یک باتری که emf آن $\mathscr{E}$ و مقاومت داخلی آن r است، اختلاف پتانسیل دو سر پایانه‌های یک القاگر واقعی با emf آن متفاوت است. تا وقتی مشخص نشده باشد ما فرض می‌کنیم که القاگرها آرمانی‌اند.

✔ ***نکتهٔ وارسی ۵*** شکل emf القایی $\mathscr{E}_L$ را در یک پیچه نشان می‌دهد. کدامیک از موارد زیر جریان در پیچه را درست شرح می‌دهد: (الف) ثابت و به سمت راست. (ب) ثابت و به سمت چپ. (پ) در حال افزایش و به سمت راست (ت) در حال کاهش و به سمت راست. (ث) در حال افزایش و به سمت چپ. (ج) در حال کاهش و به سمت چپ.



۲۶-۹ مدارهای RL

در بخش ۲۳-۹ دیدیم که اگر ناگهان یک emf برابر $\mathscr{E}$ در یک مدار منفرد شامل مقاومت R و خازن C برقرار شود، بار خازن

فوراً تا مقدار نهایی تعادلش یعنی $C\mathscr{E}$ افزایش نمی‌یابد بلکه به صورت نمایی به این مقدار نزدیک می‌شود

$$q=C\mathscr{E}(1-e^{-t/\tau_C})$$ (۲۶-۳۶)

آهنگی که بار با آن افزایش می‌یابد، با ثابت زمانی خازنی τ_C تعیین می‌شود که در معادلهٔ ۲۶-۲۳ به صورت زیر تعریف شده است

$$\tau_C=RC$$ (۲۶-۳۷)

اگر از همین مدار به طور ناگهانی emf را حذف کنیم، بار فوراً به صفر فرو نمی‌افتد بلکه به صورت نمایی به صفر نزدیک می‌شود

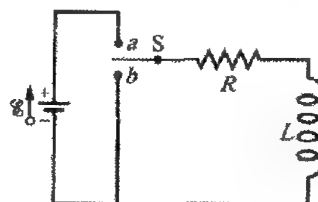
$$q=q_0e^{-t/\tau_C}$$ (۲۶-۳۸)

ثابت زمانی τ_C کاهش بار را به همان صورت افزایش بار به دست می‌دهد.

هرگاه یک emf برابر با $\mathscr{E}$ را به یک مدار تک حلقه‌ای شامل مقاومت R و القاگر L اعمال کنیم (یا از آن خارج کنیم) تأخیر مشابهی در بالا رفتن (یا فرو افتادن) جریان رخ می‌دهد. وقتی کلید S در شکل ۲۶-۱۸، به طور مثال، به a وصل شود، جریان در مقاومت شروع به افزایش می‌کند. اگر القاگر وجود نداشت، جریان به سرعت تا مقدار پایای $\mathscr{E}/R$ بالا می‌رفت. ولی، به علت وجود القاگر یک emf خودالقاییده در مدار ظاهر می‌شود؛ از قانون لنز، این emf با افزایش جریان مخالفت می‌کند، که به این معناست که این emf در قطبیت با emf ، $\mathscr{E}$ ، باتری مخالفت می‌کند. به این ترتیب جریان در مقاومت به اختلاف دو emf واکنش نشان می‌دهد، یکی $\mathscr{E}$ ثابت ناشی از باتری و دیگری $\mathscr{E}_L(=-L\,di/dt)$ متغیر ناشی از خود القایش. تا وقتی که $\mathscr{E}_L$ وجود دارد، جریان در مقاومت کمتر از $\mathscr{E}/R$ خواهد بود.

در طی زمان، آهنگ افزایش جریان کندتر می‌شود و بزرگی emf خودالقاییده که متناسب با di/dt است کوچکتر می‌شود. به این ترتیب جریان در مدار به صورت مجانب به $\mathscr{E}/R$ می‌رسد. این نتایج را به صورت زیر می‌توان تعمیم داد:

> **در ابتدا، القاگر به گونه‌ای عمل می‌کند که با تغییر جریان در آن مخالفت کند. پس از مدت زمان طولانی، القاگر شبیه یک سیم اتصال معمولی عمل می‌کند.**



شکل ۲۶-۲۰ یک مدار RL . وقتی کلید S به a وصل شود، جریان افزایش می‌یابد و به مقدار حدی $\mathscr{E}/R$ می‌رسد.

حال این وضعیت را از نظر کمی تحلیل می‌کنیم. با قراردادن کلید S در شکل ۲۶-۲۰ در وضعیت a ، مدار معادل مدار شکل ۲۶-۲۱ است. قاعدهٔ حلقه را به کار می‌بریم، در این شکل از x شروع و به صورت ساعتگرد دور حلقه در امتداد جریان i حرکت می‌کنیم.

۱- *مقاومت*. چون مقاومت را در جهت جریان i طی می‌کنیم، پتانسیل الکتریکی به مقدار iR کاهش می‌یابد. بنابراین، وقتی از نقطهٔ x به نقطهٔ y حرکت کنیم با تغییر پتانسیلی برابر با $-iR$ مواجه می‌شویم.

۲- *القاگر*. چون جریان i تغییر می‌کند، در القاگر یک emf خودالقایش $\mathscr{E}_L$ ایجاد می‌شود. بزرگی $\mathscr{E}_L$ با معادلهٔ ۲۶-۳۵ به صورت $L\,di/dt$ داده می‌شود. چون جهت جریان i در القاگر به سمت پایین و در حال افزایش است در نتیجه، جهت $\mathscr{E}_L$ در شکل ۲۶-۲۱ به سمت بالاست. بنابراین، وقتی از نقطهٔ y به نقطهٔ z حرکت کنیم با تغییر پتانسیل $-L\,di/dt$ مواجه هستیم.

۳- *باتری*. وقتی از نقطهٔ z به نقطهٔ شروع x برگردیم با تغییر پتانسیل $+\mathscr{E}$ حاصل از emf باتری مواجه هستیم. بنابراین، قاعدهٔ حلقه رابطهٔ زیر را به دست می‌دهد

$$-iR-L\frac{di}{dt}+\mathscr{E}=0$$

یا

$$L\frac{di}{dt}+Ri=\mathscr{E}$$ (مدار RL) (۲۶-۳۹)

معادلهٔ ۲۶-۳۹ یک معادلهٔ دیفرانسیل شامل متغیر i و مشتق اول آن di/dt است. در پی چنان تابعی از $i(t)$ هستیم که وقتی آن و مشتق اول آن را در معادلهٔ ۲۶-۳۹ قرار دهیم در معادلهٔ صدق کند و شرط اولیهٔ $i(0)=0$ برقرار باشد.

معادلهٔ ۲۶-۳۹ و شرط اولیهٔ آن دقیقاً همان شکل معادلهٔ ۲۳-۳۲ برای مدار RC را دارد، که i به جای q ، L به جای R و R به جای $1/C$ قرار گرفته‌اند. حل معادلهٔ ۲۶-۳۹ نیز با همین جایگزینیها، دقیقاً باید به همان شکل معادلهٔ ۲۳-۳۳ باشد. این حل عبارت است از

$$i=\frac{\mathscr{E}}{R}(1-e^{-Rt/L})$$ (۲۶-۴۰)

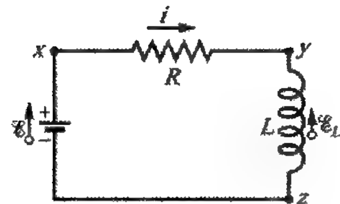
که می‌توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم

$$i=\frac{\mathscr{E}}{R}(1-e^{-t/\tau_L})$$ (افزایش جریان) (۲۶-۴۱)

در اینجا τ_L ، **ثابت زمان القایی**، با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$\tau_L=\frac{L}{R}$$ (ثابت زمانی) (۲۶-۴۲)

برای وقتی که کلید بسته می‌شود (در زمان $t=0$) و برای زمان طولانی پس از بستن کلید ($t\to\infty$) ، معادلهٔ ۲۶-۴۱ را بررسی می‌کنیم. وقتی $t=0$ را در معادلهٔ ۲۶-۴۱ قرار دهیم، مقدار نهایی برابر با $e^{-0}=1$ حاصل می‌شود. بنابراین، معادلهٔ ۲۶-۴۱



شکل ۲۶-۲۱ مدار شکل ۲۶-۱۸ وقتی که کلید s در a قرار دارد. قاعدهٔ حلقه را به کار می‌بریم و به صورت ساعتگرد از x شروع می‌کنیم.

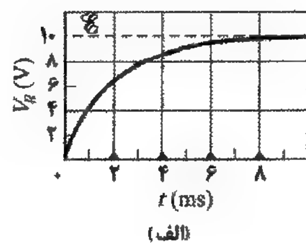
همان‌طور که انتظار داشتیم بیانگر این است که در ابتدا $i=0$ است. سپس، وقتی t را به سمت ∞ میل دهیم، آنگاه مقدار نمایی برابر $e^{-\infty}=0$ می‌شود. پس معادلهٔ ۲۶-۴۱ بیانگر این است که جریان به سمت مقدار تعادلش $\mathscr{E}/R$ میل کند.

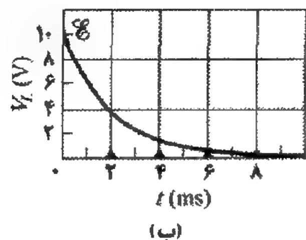
همچنین می‌توانیم اختلاف پتانسیلها در مدار را بررسی کنیم. برای مثال، شکل ۲۶-۲۲ نشان می‌دهد که چطور اختلاف پتانسیل $V_R(=iR)$ در دو سر مقاومت و $V_L(=L\,di/dt)$ در دو سر القاگر برای مقدارهای مشخص $\mathscr{E}$ ، L و R نسبت به زمان تغییر می‌کنند. این شکل را با دقت با شکل متناظر برای مدار RC (شکل ۲۳-۱۸) مقایسه کنید.

برای اینکه نشان دهیم که کمیت $\tau_L(=L/R)$ دارای بعد زمان است، رابطهٔ تبدیل هانری بر اهم را به صورت زیر می‌نویسیم

$$1\frac{\mathrm{H}}{\Omega}=\left(\frac{1\mathrm{V.s}}{1\mathrm{H.A}}\right)\left(\frac{1\Omega\mathrm{.A}}{1\mathrm{V}}\right)=1\mathrm{s}$$

اولین کمیت داخل پرانتز ضریب تبدیلی برپایهٔ معادلهٔ ۲۶-۳۵ و دومین کمیت داخل پرانتز ضریب تبدیلی بر پایهٔ رابطهٔ $V_R=iR$ است.





شکل ۲۶-۲۲ تغییرات نسبت به زمان (الف) V_R ، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت در مدار شکل ۲۶-۲۱ و (ب) V_L ، اختلاف پتانسیل دو سرالقاگر در آن مدار. مثلثهای کوچک بیانگر بازه‌های پی در پی مربوط به یک ثابت زمانی $\tau_L=L/R$ هستند. شکل برای $R=2000\Omega$ ، $L=4{,}0\,\mathrm{H}$ و $\mathscr{E}=10\mathrm{V}$ رسم شده است.

اهمیت فیزیکی ثابت زمانی از معادلهٔ ۲۶-۴۱ مشخص می‌شود. اگر $t=\tau_L=L/R$ را در این معادله قرار دهیم، خواهیم داشت

$$i=\frac{\mathscr{E}}{R}(1-e^{-1})=0{,}63\frac{\mathscr{E}}{R} \qquad (۲۶-۴۳)$$

به این ترتیب، ثابت زمانی τ_L ، زمانی است که طول می‌کشد تا جریان در مدار تقریباً به حدود ۶۳٪ مقدار تعادل نهایی $\mathscr{E}/R$ خودش برسد. چون اختلاف پتانسیل V_R دو سر مقاومت متناسب با جریان i است، وابستگی زمانی افزایش جریان، همان‌طور که در شکل ۲۶-۲۲ الف رسم شده، دارای شکلی مشابه V_R است.

وقتی کلید S در شکل ۲۶-۲۰ به مدت کافی به a متصل باشد تا جریان تعادلی $\mathscr{E}/R$ برقرار و سپس روی b قرار داده شود، اثر این کار خارج کردن باتری از مدار است. (در واقع باید اتصال به b قبل از قطع اتصال از a صورت گیرد. کلیدی که این کار را انجام می‌دهد کلید *وصل قبل از قطع* نامیده می‌شود.) وقتی باتری از مدار خارج شود جریان در مقاومت کاهش می‌یابد. البته، جریانی که از مقاومت می‌گذرد نمی‌تواند فوراً به صفر کاهش یابد بلکه باید در طی مدتی به صفر برسد. معادلهٔ دیفرانسیلی را که برای این کاهش برقرار است می‌توان با قراردادن $\mathscr{E}=0$ در معادلهٔ ۲۶-۳۹ به دست آورد

$$L\frac{di}{dt}+iR=0 \qquad (۲۶-۴۴)$$

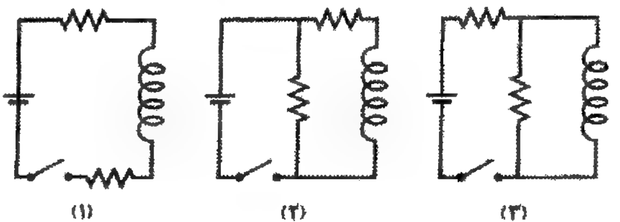
با توجه به تشابه معادله‌های ۲۳-۳۸ و ۲۳-۳۹ حل این معادله دیفرانسیل که شرط اولیهٔ $i(0)=i_0=\mathscr{E}/R$ در آن صدق کند عبارت است از

$$i=\frac{\mathscr{E}}{R}e^{-t/\tau_L}=i_0e^{-t/\tau_L} \quad \text{(کاهش جریان)} \qquad (۲۶-۴۵)$$

می‌بینیم که هم افزایش جریان (معادلهٔ ۲۶-۴۱) و هم کاهش جریان (معادلهٔ ۲۶-۴۵) در مدار RL ، ثابت زمانی القایی τ_L یکسانی دارند.

در معادلهٔ ۲۶-۴۵ برای نشان‌دادن جریان در زمان $t=0$ از i_0 استفاده کردیم. در حالت مورد بحث ما جریان $\mathscr{E}/R$ است در حالی که می‌تواند هر مقدار اولیهٔ دیگری باشد.

✔ ***نکتهٔ وارسی ۶*** شکل سه مدار با باتریها، القاگرها و مقاومتهای مشابه را نشان می‌دهد. مدارها را به ترتیب بزرگی جریان در باتری (الف) درست پس از بستن کلید و (ب) پس از مدتی طولانی، از بزرگ به کوچک بنویسید. (اگر در پاسخ شکل دارید ابتدا به مسئلهٔ نمونهٔ بعدی بپردازید و سپس دوباره سعی کنید.)



مسئلهٔ نمونهٔ ۲۶-۵

در شکل ۲۶-۲۳ الف مداری نشان داده شده است که شامل سه مقاومت مشابه با مقدار $R=9/0\Omega$، دو القاگر مشابه با القایدگی $L=2/0\text{mH}$ و یک باتری آرمانی با emf برابر با $\mathscr{E}=18V$ است.
(الف) درست پس از بستن کلید، جریان i در باتری چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی درست پس از بستن کلید القاگرها با تغییر جریان در خود مخالفت می‌کنند.

محاسبه‌ها: چون پیش از بستن کلید جریان در هر القاگر صفر است، درست پس از بستن کلید نیز صفر خواهد بود. بنابراین، بلافاصله پس از بستن کلید، القاگرها همان‌طور که در شکل ۲۶-۲۳ ب نشان داده شده است، به‌عنوان سیمهای قطع شده عمل می‌کنند. پس یک مدار تک حلقه داریم که برای آن قاعدهٔ حلقه به دست می‌دهد

$$\mathscr{E}-iR=0$$

با قراردادن داده‌های مسئله خواهیم داشت

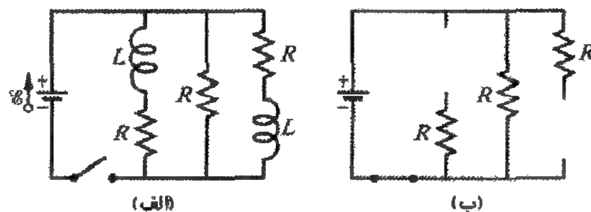
$$i=\frac{\mathscr{E}}{R}=\frac{18V}{9\Omega}=2/0A \qquad \text{(پاسخ)}$$

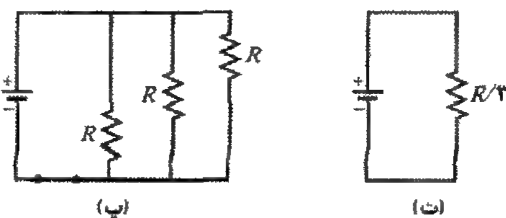
(ب) در مدتی طولانی پس از بستن کلید، جریان در باتری چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی مدتی طولانی پس از بستن کلید، جریانها در مدار به مقدار تعادلشان می‌رسند و همان‌طور که در شکل ۲۶-۲۳ پ نشان داده است القاگرها به عنوان سیمهای اتصال عمل می‌کنند.

محاسبه‌ها: به این ترتیب سه مقاومت مشابه که به طور موازی بسته شده‌اند داریم که از معادلهٔ ۲۳-۲۳ مقاومت معادل آنها برابر است با $R_{eq}=R/3=(9/0\Omega/3)=3/0$. در نتیجه، معادلهٔ حلقه در مدار معادل شکل ۲۶-۲۳ ت به صورت $\mathscr{E}-iR=0$ به دست می‌آید، یا

$$i=\frac{\mathscr{E}}{R_{eq}}=\frac{18V}{3/0\Omega}=6/0\,A \qquad \text{(پاسخ)}$$





شکل ۲۶-۲۳ (الف) یک مدار چند حلقه‌ای RL با کلید باز (ب) مدار معادل درست پس از آنکه کلید بسته شده است. (پ) مدار معادل پس از مدتی طولانی. (ت) مدار تک حلقه‌ای که معادل مدار (پ) است.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۶-۶

سیملوله‌ای با القایدگی 53mH و مقاومت $0/37\Omega$ دردست است. اگر آن را به یک باتری وصل کنیم، پس از چه مدت جریان به مقدار تعادل نهایی‌اش می‌رسد؟

نکتهٔ کلیدی می‌توانیم سیملوله را به صورت یک مقاومت و یک القاگر تصور کنیم که از هم جدا شده و به صورت متوالی طبق شکل ۲۶-۲۱ به هم بسته شده‌اند. سپس قاعدهٔ حلقه معادلهٔ ۲۶-۳۹ را که حل آن با معادلهٔ ۲۶-۴۱ داده می‌شود برای جریان i در مدار به دست می‌دهد.

محاسبه‌ها: با توجه به آن حل، جریان i به صورت نمایی از صفر تا مقدار نهایی‌اش $\frac{\mathscr{E}}{R}$ افزایش می‌یابد. فرض کنید t_0 زمانی باشد که جریان i به نصف مقدار تعادلش می‌رسد. در این صورت معادلهٔ ۲۶-۴۱ به دست می‌دهد

$$\frac{1}{2}\frac{\mathscr{E}}{R}=\frac{\mathscr{E}}{R}(1-e^{-t_0/\tau_L})$$

با حذف $\frac{\mathscr{E}}{R}$ و مجزا کردن تابع نمایی، برای به دست آوردن t_0 از طرفین رابطه لگاریتم طبیعی می‌گیریم. در نتیجه داریم

$$t_0=\tau_L\ln 2=\frac{L}{R}\ln 2=\frac{53\times10^{-3}\,H}{0/37\Omega}\ln 2$$

$$=0/10s \qquad \text{(پاسخ)}$$

۲۶-۱۰ انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی

وقتی دو ذرهٔ باردار با بار ناهمنام را از هم دور کنیم، می‌گوییم انرژی پتانسیل الکتریکی حاصل در میدان الکتریکی ذره‌ها ذخیره شده است. وقتی این بارها دوباره به هم نزدیک شوند، انرژی از میدان گرفته می‌شود. با روش مشابهی می‌توانیم بگوییم انرژی در میدان مغناطیسی هم ذخیره می‌شود.

برای به دست آوردن یک عبارت کمی برای انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی، دوباره شکل ۲۶-۲۱ را درنظر می‌گیریم که نشان می‌دهد یک منبع emf برابر با $\mathscr{E}$ به مقاومت R و القاگر L متصل است. معادلهٔ ۲۶-۳۹ را برای راحتی دوباره می‌نویسیم

$$\mathscr{E}=L\frac{di}{dt}+iR \qquad (۲۶-۴۶)$$

که یک معادلهٔ دیفرانسیل است که افزایش جریان در مدار را بیان می‌کند. تأکید می‌کنیم که این معادله از قاعدهٔ حلقه حاصل می‌شود و قاعدهٔ حلقه به نوبهٔ خود مبین اصل پایستگی انرژی در مدارهای تک حلقه‌ای است. اگر دو طرف معادلهٔ ۳۰-۴۶ را در i ضرب کنیم، خواهیم داشت

$$\mathscr{E}i=Li\frac{di}{dt}+i^2R \qquad (۲۶-۴۷)$$

که برحسب کار و انرژی دارای این تفسیرهای فیزیکی است:

۱- اگر مقدار دیفرانسیل بار dq در زمان dt از باتری با emf برابر با $\mathscr{E}$ در شکل ۲۶-۲۱ بگذرد، باتری به مقدار $\mathscr{E}\,dq$ روی آن کار انجام می‌دهد. آهنگی که باتری کار انجام می‌دهد برابر است با $(\mathscr{E}\,dq)/dt$ یا $\mathscr{E}i$.بنابراین، سمت چپ معادلهٔ ۲۶-۴۷ بیانگر آهنگی است که منبع emf به سایر قسمتهای مدار انرژی تحویل می‌دهد.

۲- جملهٔ دوم در سمت راست بیانگر آهنگی است که انرژی به صورت انرژی گرمایی در مقاومت ظاهر می‌شود.

۳- آن بخش از انرژی که به صورت انرژی گرمایی ظاهر نمی‌شود، بنابر اصل پایستگی انرژی باید در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره شود. چون معادلهٔ ۲۶-۴۷ بیانگر اصل پایستگی انرژی برای مدار RL است، جملهٔ میانی در معادله باید بیانگر آهنگ dU_B/dt باشد که انرژی با آن آهنگ در میدان مغناطیسی ذخیره می‌شود، بنابراین، داریم

$$\frac{dU_B}{dt}=Li\frac{di}{dt} \qquad (۲۶-۴۸)$$

می‌توانیم این رابطه را به صورت زیر بنویسیم

$$dU_B=Li\,di$$

با انتگرالگیری از دو طرف رابطهٔ بالا داریم

$$\int_0^{U_B} dU_B=\int_0^i Li\,di$$

یا

$$U_B=\frac{۱}{۲}Li^۲ \quad \text{(انرژی مغناطیسی)} \qquad (۲۶-۴۹)$$

که بیانگر انرژی کل ذخیره شده به وسیلهٔ القاگر L حامل جریان i است. به تشابه این عبارت و عبارت انرژی ذخیره شده به وسیلهٔ خازنی با ظرفیت C و بار q یعنی رابطهٔ زیر، توجه داشته باشید

$$U_E=\frac{q^۲}{۲C}$$

(متغیر $i^۲$ متناظر با $q^۲$ و ثابت L متناظر با $1/C$ است.)

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۶-۷

پیچه‌ای دارای القاییدگی ۵۳mH و مقاومت ۰/۳۵Ω است.

(الف) اگر یک emf برابر با ۱۲V به دو سرپیچه اعمال شود، پس از آنکه جریان تا مقدار تعادلش زیاد شد، چقدر انرژی در میدان مغناطیسی ذخیره می‌شود؟

نکتهٔ کلیدی در هر زمان انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی پیچه با معادلهٔ ۲۶-۴۹ $\left(U_B=\frac{۱}{۲}Li^۲\right)$ بستگی به جریانی دارد که در آن زمان از پیچه می‌گذرد.

محاسبه‌ها: پس، برای یافتن انرژی $U_{B\infty}$ ذخیره شده در حالت تعادل، باید ابتدا جریان تعادل را به دست آوریم. از معادلهٔ ۲۹-۴۱ جریان تعادل برابر است با

$$i_\infty=\frac{\mathscr{E}}{R}=\frac{۱۲\text{V}}{۰/۳۵\Omega}=۳۴/۳\text{A} \qquad (۲۶-۵۱)$$

سپس با قراردادن آن داریم

$$U_{B\infty}=\frac{۱}{۲}Li_\infty^۲=\left(\frac{۱}{۲}\right)(۵۳\times۱۰^{-۳}\text{ H})(۳۴/۳\text{A})^۲ = ۳۱\text{J} \qquad \text{(پاسخ)}$$

(ب) پس از چند ثابت زمانی نصف انرژی تعادل در میدان مغناطیسی ذخیره خواهد شد؟

محاسبه‌ها: اکنون پرسش این است: در چه زمان t، رابطهٔ زیر برقرار است؟

$$U_B=\frac{۱}{۲}U_{B\infty}$$

معادلهٔ ۲۶-۴۹ امکان می‌دهد تا آن را به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$\frac{۱}{۲}Li^۲=\left(\frac{۱}{۲}\right)\frac{۱}{۲}Li_\infty^۲$$

یا

$$i=\left(\frac{۱}{\sqrt{۲}}\right)i_\infty \qquad (۲۶-۵۲)$$

اما i بامعادلهٔ ۲۶-۴۱ داده می‌شود و i_∞ (به معادلهٔ ۲۵-۵۱ نگاه کنید) برابر $\mathscr{E}/R$ است؛ در نتیجه، معادلهٔ ۲۶-۵۲ به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{\mathscr{E}}{R}\left(1-e^{-t/\tau_L}\right)=\frac{\mathscr{E}}{\sqrt{۲}R}$$

با حذف $\mathscr{E}/R$ و جابه‌جایی جمله‌ها می‌توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم

$$e^{-t/\tau_L}=۱-\frac{۱}{\sqrt{۲}}=۰/۲۹۳$$

که به دست می‌دهد

$$\frac{t}{\tau_L}=-\ln ۰/۲۹۳=۱/۲۳$$

یا

$$t\approx۱/۲\tau_L \qquad \text{(پاسخ)}$$

بنابراین، انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی پیچه به وسیلهٔ جریان پس از ۱/۲ ثابت زمانی به نصف مقدار تعادلش می‌رسد.

۲۶-۱۱ چگالی انرژی میدان مغناطیسی

طول l را در نزدیکی وسط یک سیمولهٔ دراز با سطح مقطع A در نظر می‌گیریم که حامل جریان i است. حجم وابسته به این طول برابر Al است. انرژی U_B ذخیره شده در طول l از سیملوله باید در تمام این حجم باشد، چون میدان مغناطیسی خارج از چنین سیملوله‌ای تقریباً صفر است. به علاوه، انرژی ذخیره شده باید به صورت یکنواخت در سیملوله توزیع شده باشد چون میدان

مغناطیسی (تقریباً) در همهٔ نقطه‌های داخل سیملوله یکنواخت است.

بنابراین، انرژی ذخیره شده در یکای حجم میدان عبارت است از

$$u_B = \frac{U_B}{Al}$$

یا، چون

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2$$

داریم

$$u_B = \frac{Li^2}{2Al} = \frac{L}{l}\,\frac{i^2}{2A}$$

در اینجا L، القاییدگی طول l از سیملوله است.

با قراردادن مقدار L/l از معادلهٔ ۲۶-۳۱، داریم

$$u_B = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 i^2 \qquad (۲۶-۵۳)$$

که در آن n تعداد دور در یکای طول است. از معادلهٔ ۲۵-۲۳ ($B=\mu_0 in$) می‌توانیم این چگالی *انرژی* را به صورت زیر بنویسیم

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} \qquad \text{(چگالی انرژی مغناطیسی)} \qquad (۲۶-۵۴)$$

این معادله چگالی انرژی ذخیره شده را در هر نقطه که در آن میدان مغناطیسی B است به دست می‌دهد. اگر چه ما آن را برای یک حالت خاص، یعنی سیملوله به دست آوردیم اما معادلهٔ ۲۶-۵۴ برای همهٔ میدانهای مغناطیسی، بدون توجه به اینکه چگونه تولید شده‌اند، برقرار است. این معادله با معادلهٔ ۲۵-۲۱ قابل مقایسه است، یعنی

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \qquad (۲۶-۵۵)$$

که چگالی انرژی (در خلأ) را برای هر نقطه در میدان الکتریکی به دست می‌دهد. توجه کنید که هم u_E و هم u_B با مجذور بزرگی میدان مربوطهٔ B یا E متناسب‌اند.

✔ نکتهٔ وارسی ۷ در جدول برای سه سیملوله، تعداد دور در یکای طول، جریان و مساحت سطح مقطع آنها آمده است. سیملوله‌ها را به ترتیب بزرگی چگالی انرژی در آنها مرتب کنید.

سیملوله	دور در یکای طول	جریان	مساحت
الف	$2n_1$	i_1	$2A_1$
ب	n_1	$2i_1$	A_1
پ	n_1	i_1	$6A_1$

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۶-۸

کابل هم محور درازی (شکل ۲۶-۲۴) شامل دو استوانهٔ رسانا با جدار نازک به شعاعهای a و b است. استوانهٔ داخلی حامل جریان i، و استوانهٔ خارجی مسیر برگشت جریان را تأمین می‌کند. جریان بین دو استوانه یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند.

(الف) انرژی ذخیره شده بین استوانه‌ها را برای طول l کابل محاسبه کنید.

نکته‌های کلیدی

۱- می‌توانیم انرژی U_B (کل) ذخیره شده در میدان مغناطیسی را با استفاده از چگالی انرژی u_B به دست آوریم.

۲- بنابر معادلهٔ ۲۶-۵۴ ($u_B = B^2/2\mu_0$)، چگالی انرژی به بزرگی میدان مغناطیسی B بستگی دارد.

۳- با توجه به تقارن دایره‌ای کابل، می‌توانیم با به کاربردن قانون آمپر و جریان داده شده، B را به دست آوریم.

یافتن B : جهت به کاربردن این نکته‌ها، با قانون آمپر شروع می‌کنیم و یک مسیر دایره‌ای انتگرالگیری به شعاع r که $a < r < b$ (بین دو استوانه که در شکل ۲۶-۲۲ به صورت خط‌چین نشان داده شده است) را در نظر می‌گیریم. تنها جریانی که توسط این مسیر احاطه شده جریان i در استوانهٔ داخلی است. بنابراین، قانون آمپر را می‌توانیم به این صورت بنویسیم

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 i \qquad (۲۶-۵۶)$$

حال یک ساده‌سازی روی انتگرال انجام می‌دهیم: با توجه به تقارن دایره‌ای در تمام نقطه‌ها در امتداد مسیر دایره‌ای، $\vec{B}$ بر مسیر مماس و دارای بزرگی B است. جهت انتگرالگیری را در امتداد مسیر و در جهت میدان مغناطیسی دور مسیر، در نظر می‌گیریم. سپس می‌توانیم $Bds\cos 0 = Bds$ را به جای $\vec{B}\cdot d\vec{s}$ قرار دهیم و بزرگی B را از انتگرال خارج کنیم. انتگرالی که باقی می‌ماند به صورت $\oint ds$ است که برابر پیرامون مسیر یعنی $2\pi r$ است. بنابراین، معادلهٔ ۲۶-۵۶ به صورت زیر ساده می‌شود

$$B(2\pi r) = \mu_0 i$$

یا

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \qquad (۲۶-۵۷)$$

یافتن u_B: حال برای به دست آوردن چگالی انرژی، معادلهٔ ۲۶-۵۷ را در معادلهٔ ۲۶-۵۴ قرار می‌دهیم

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 r^2} \qquad (۲۶-۵۸)$$

یافتن U_B: توجه کنید که u_B در حجم بین دو استوانه یکنواخت نیست، بلکه به فاصلهٔ شعاعی r بستگی دارد. بنابراین، برای یافتن انرژی کل U_B ذخیره شده بین استوانه‌ها، باید از u_B در این حجم انتگرال بگیریم.

چون حجم بین استوانه‌ها دارای تقارن دایره‌ای حول محور مرکزی کابل است، عنصر حجم پوستهٔ استوانه‌ای به طول l و حجم dV را بین دو استوانه در نظر می‌گیریم، این پوسته دارای شعاع داخلی r و شعاع خارجی $r+dr$ (شکل ۲۶-۲۴) و طول l است. مساحت سطح مقطع پوسته برابر است با پیرامون $2\pi r$ ضربدر ضخامت dr در نتیجه، حجم پوستهٔ dV برابر است با $(2\pi r)(dr)(l)$؛ یعنی $dV = 2\pi r\, l\, dr$.

چون نقطه‌های داخل این پوسته همگی تقریباً فاصلهٔ شعاعی یکسان r دارند، همگی تقریباً دارای چگالی انرژی یکسان u_B هستند. بنابراین، انرژی کل dU_B داخل حجم dV با رابطهٔ زیر داده می‌شود

(حجم) (انرژی در یکای حجم) = انرژی

یا

$$dU_B = u_B dV$$

با قرار دادن u_B از معادلهٔ ۲۶-۵۸ و قرار دادن $2\pi r l dr$ به جای dV، داریم

$$dU_B = \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 r^2}(2\pi r l)\,dr = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi}\frac{dr}{r}$$

برای یافتن انرژی بین دو استوانه از این معادله روی حجم بین دو استوانه انتگرال می‌گیریم

$$U_B = \int dU_B = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi}\int_a^b \frac{dr}{r}$$

$$= \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi}\ln\frac{b}{a} \qquad \text{(پاسخ)} \qquad (۲۶-۵۹)$$

هیچ انرژی در خارج استوانهٔ خارجی یا داخل استوانهٔ داخلی ذخیره نمی‌شود، چون همان‌طور که از قانون آمپر مشاهده می‌شود در هر دو ناحیه میدان مغناطیسی صفر است.

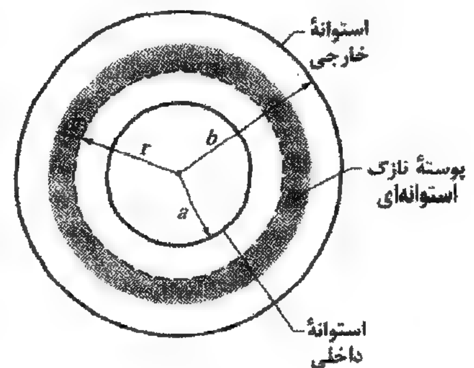
(ب) اگر $a = 1/2\,\text{mm}$ ، $b = 3/5\,\text{mm}$ و $i = 2/7\,A$ باشد، انرژی ذخیره شده در یکای طول کابل چقدر است؟

محاسبه: از معادلهٔ ۲۶-۵۹ داریم

$$\frac{U_B}{l} = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$= \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\text{H/m})(2/7\,\text{A})^2}{4\pi}\ln\frac{3/5\,\text{mm}}{1/2\,\text{mm}}$$

$$= 7/8 \times 10^{-7}\,\text{J/m} = 780\,\text{nJ/m} \qquad \text{(پاسخ)}$$



شکل ۲۶-۲۴ مقطع یک کابل هم محور دراز شامل دو استوانهٔ رسانای نازک. شعاع استوانهٔ داخلی a و شعاع استوانهٔ خارجی b است.

۲۶-۱۲ القایش متقابل

در این بخش به حالتی که دو پیچه با هم برهم‌کنش دارند برمی‌گردیم که ابتدا در بخش ۲۶-۲ مورد بحث قرار گرفت و آن را تا حدودی بررسی کردیم. قبلاً دیدیم که وقتی دو پیچه مطابق شکل ۲۶-۲ به هم نزدیک شوند، جریان پایای i در یک پیچه در پیچهٔ دیگر شار مغناطیسی Φ را ایجاد می‌کند. (به پیچهٔ دیگر *پیوند* می‌خورد). اگر i را نسبت به زمان تغییر دهیم، یک emf برابر $\mathscr{E}$ که با قانون فارادی داده می‌شود در پیچهٔ دوم به وجود می‌آید؛ این فرایند را *القایش* نامیدیم. بهتر است آن را **القایش متقابل** بنامیم تا نشان دهندهٔ برهم‌کنش متقابل دو پیچه بوده و از خود*القایش* که فقط مربوط به یک پیچه است قابل تمیز باشد.

حال از نظر کمی قدری بیشتر، به القای متقابل می‌پردازیم. شکل ۲۶-۲۵ الف دو پیچهٔ دایره‌ای با سیم پیچ فشرده را در کنار هم نشان می‌دهد که دارای محور مرکزی مشترکی هستند. حال مقاومت متغیر را در مقاومت معین R قرار می‌دهیم، باتری در پیچهٔ ۱ جریان پایای i را برقرار می‌کند. این جریان یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند که با خطهای $\vec{B}_1$ در شکل نشان داده شده است. پیچهٔ ۲ به یک آمپرسنج حساس متصل است ولی شامل باتری نیست. شار مغناطیسی Φ_{21} (شار وابسته به جریان در پیچهٔ ۱ که از پیچهٔ ۲ می‌گذرد) N_2 دور از پیچهٔ ۲ را به هم پیوند می‌زند.

القایدگی متقابل M_{21} پیچهٔ ۲ نسبت به پیچهٔ ۱ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$M_{21} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1} \qquad (۲۶-۶۰)$$

که شکلی مشابه معادلهٔ ۲۶-۲۸ $(L = N\Phi / i)$ دارد که تعریف القایدگی است. می‌توانیم معادلهٔ ۲۶-۶۰ را به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$M_{21} i_1 = N_2 \Phi_{21}$$

اگر با تغییر R باعث تغییر i نسبت به زمان شویم، داریم

$$M_{21}\frac{di_1}{dt} = N_2\frac{d\Phi_{21}}{dt}$$

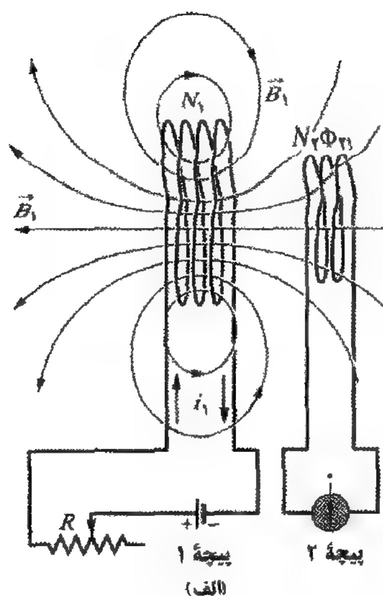
سمت راست این معادله، بنابر قانون فارادی، درست بزرگی emf برابر $\mathscr{E}_2$ است که بر اثر تغییر جریان در پیچهٔ ۱، در پیچهٔ ۲ ظاهر می‌شود. بنابراین، با در نظرگرفتن علامت منها که مشخص کنندهٔ جهت است، داریم

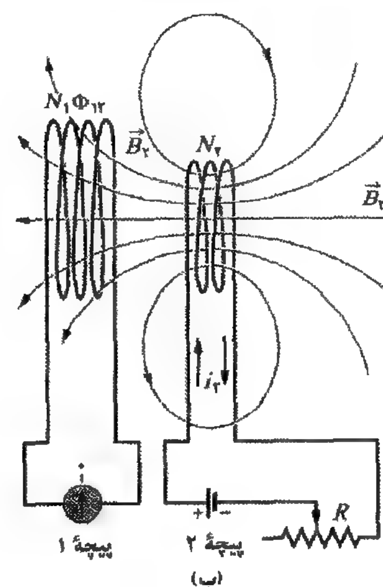
$$\mathscr{E}_2 = -M_{21}\frac{di_1}{dt} \qquad (۲۶-۶۱)$$

این معادله را با معادلهٔ ۲۶-۳۵ برای خودالقایش $(\mathscr{E} = -L\,di/dt)$ مقایسه کنید.

حال نقش پیچهٔ ۱ و ۲ را در شکل ۲۶-۲۵ ب عوض می‌کنیم. یعنی، به وسیلهٔ یک باتری در پیچهٔ ۲ جریان i_2 را برقرار می‌کنیم. این جریان شار مغناطیسی Φ_{12} را ایجاد می‌کند که به پیچهٔ ۱ پیوند می‌خورد. اگر با تغییر مقاومت R جریان i_2 را نسبت به زمان تغییر دهیم، با استدلال بالا داریم

$$\mathscr{E}_1 = -M_{12}\frac{di_2}{dt} \qquad (۲۶-۶۲)$$





شکل ۲۶-۲۵ القایش متقابل. (الف) میدان مغناطیسی B_1 ایجاد شده توسط جریان i_1 در پیچهٔ ۱ از میان پیچهٔ ۲ می‌گذرد. اگر i_1 تغییر کند (با تغییر دادن مقاومت R) یک emf در پیچهٔ ۲ القا می‌شود و آمپرسنج متصل به پیچهٔ ۲ جریان i_2 را نشان می‌دهد. (ب) جای پیچه‌ها عوض شده است.

بنابراین، می‌بینیم که emf القا شده در هر یک از پیچه‌ها با آهنگ تغییر جریان در پیچهٔ دیگر متناسب است. ثابتهای تناسب M_{21} و M_{12} به نظر متفاوت می‌آیند، ولی بدون اثبات، تأکید می‌کنیم که آنها در واقع یکی هستند، به طوری که احتیاج به زیرنویس نیست. (این نتیجه گیری صحیح است اما به هیچ وجه بدیهی نیست.) پس داریم

$$M_{21}=M_{12}=M \qquad (۲۶-۶۳)$$

می‌توان معادله‌های ۲۶-۶۱ و ۲۶-۶۲ را به صورت زیر بازنویسی کرد

$$\mathscr{E}_2=-M\frac{di_1}{dt} \qquad (۲۶-۶۴)$$

و

$$\mathscr{E}_1=-M\frac{di_2}{dt} \qquad (۲۶-۶۵)$$

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۶-۹

شکل ۲۶-۲۶ دو پیچه دایره‌ای را نشان می‌دهد که به صورت فشرده سیم پیچی شده‌اند. پیچهٔ کوچکتر (شعاع R_2 با N_2 دور) هم محور با پیچهٔ بزرگتر (شعاع R_1 با N_1 دور) است و در یک صفحه قرار دارند.

(الف) عبارتی برای القاییدگی متقابل M برای آرایش دو پیچه، با فرض $R_1 \gg R_2$ ، به دست آورید.

نکتهٔ کلیدی القاییدگی متقابل M این پیچه‌ها عبارت است از نسبت شار پیوند خورده $(N\Phi)$ از میان یک پیچه به جریان i در پیچهٔ دیگر، که شار پیوند خورده را ایجاد می‌کند. بنابراین، باید فرض کنیم که این جریانها در پیچه‌ها وجود دارند؛ سپس لازم است که شار پیوند خورده را در یکی از پیچه‌ها حساب کنیم.

محاسبه‌ها: میدان مغناطیسی عبوری از پیچهٔ بزرگتر ناشی از پیچهٔ کوچکتر، هم از نظر بزرگی و هم از نظر جهت غیریکنواخت است؛ در نتیجه شار عبوری از پیچهٔ بزرگتر ناشی از پیچهٔ کوچکتر نیز غیریکنواخت و محاسبهٔ آن مشکل است. با این وجود، پیچهٔ کوچکتر بقدر کافی کوچک است و می‌توانیم فرض کنیم که میدان مغناطیسی حاصل از پیچهٔ بزرگتر که از پیچهٔ کوچکتر می‌گذرد تقریباً یکنواخت است. بنابراین، شار عبوری از آن که از پیچهٔ بزرگتر ناشی شده است نیز تقریباً یکنواخت است. از این رو، برای یافتن M می‌توانیم فرض کنیم جریان i_1 در پیچهٔ بزرگتر برقرار است و شار پیوند خوردهٔ $N_2\Phi_{21}$ در پیچهٔ کوچکتر را حساب کنیم

$$M=\frac{N_2\Phi_{21}}{i_1} \qquad (۲۶-۶۶)$$

شار Φ_{21} عبوری از هر دور پیچهٔ کوچکتر، از معادلهٔ ۲۶-۲، برابر است با

$$\Phi_{21}=B_1A_2$$

که در آن B_1 بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از پیچهٔ بزرگتر در تمام نقطه‌های داخل پیچهٔ کوچکتر است و $A_2\,(=\pi R_2^2)$ مساحت هر دور است. پس، شار پیوند خورده در پیچهٔ کوچکتر (با N_2 دور) برابر است با

$$N_2\Phi_{21}=N_2B_1A_2 \qquad (۲۶-۶۷)$$

برای به دست آوردن B_1 در نقطه‌هایی داخل پیچهٔ کوچکتر می‌توانیم معادلهٔ ۲۵-۲۶ را به کار بریم

$$B(z)=\frac{\mu_0 iR^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}}$$

چون پیچهٔ کوچکتر در صفحهٔ پیچه بزرگتر است لذا z را برابر با صفر قرار می‌دهیم. این معادله بیانگر این است که هر دور از پیچهٔ بزرگتر میدان مغناطیسی $\mu_0 i_1/2R_1$ را در نقطه‌های داخل پیچهٔ کوچکتر ایجاد می‌کند. بنابراین، بزرگی میدان مغناطیسی کل ایجاد شده توسط پیچهٔ بزرگتر (با N_1 دور) در نقطه‌های داخل پیچهٔ کوچکتر برابر است با

$$B_1 = N_1 \frac{\mu_0 i_1}{2R_1} \qquad (۲۶-۶۸)$$

با قراردادن معادلهٔ ۲۶-۶۸ به جای B_1 و πR_2^2 به جای A_2 در معادلهٔ ۲۶-۶۷ داریم

$$N_2\Phi_{21} = \frac{\pi\mu_0 N_1 N_2 R_2^2 i_1}{2R_1}$$

با قراردادن این نتیجه در معادلهٔ ۲۶-۶۶ داریم

$$M = \frac{N_2\Phi_{21}}{i_1} = \frac{\pi\mu_0 N_1 N_2 R_2^2}{2R_1} \qquad \text{(پاسخ)} \ (۲۶-۶۹)$$

(ب) مقدار M برای، دور $N_1 = N_2 = ۱۲۰۰$، $R_2 = ۱/۱\text{cm}$ و $R_1 = ۱۵\text{cm}$ چقدر است؟

محاسبه‌ها: معادلهٔ ۳۰-۶۹ به دست می‌دهد

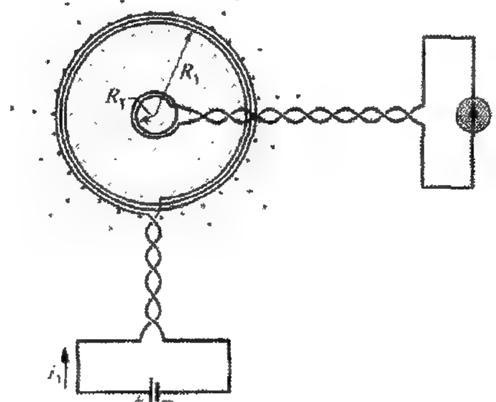
$$M = \frac{(\pi)(۴\pi\times۱۰^{-۷}\ \text{H/m})(۱۲۰۰)(۱۲۰۰)(۰/۰۱۱\ \text{m})^2}{(۲)(۰/۱۵\text{m})}$$

$$= ۲/۲۹\times۱۰^{-۳}\ \text{H} \approx ۲/۳\ \text{mH} \qquad \text{(پاسخ)}$$

وضعیت را برای وقتی که نقش دو پیچه را عوض کنیم در نظر بگیرید، یعنی وقتی جریان i_2 در پیچهٔ کوچکتر برقرار باشد و بخواهیم M را از معادلهٔ ۲۶-۶۰ به صورت زیر محاسبه کنیم

$$M = \frac{N_1\Phi_{12}}{i_2}$$

محاسبهٔ Φ_{12} (شار غیر یکنواخت میدان مغناطیسی پیچهٔ کوچکتر که از پیچهٔ بزرگتر می‌گذرد) ساده نیست. اگر محاسبه‌های عددی را به وسیلهٔ رایانه انجام دهیم ملاحظه می‌کنیم که همانند بالا M دقیقاً ۲/۳mH به دست می‌آید! این تأکید می‌کند که معادلهٔ ۲۶-۶۳ $(M_{12} = M_{21} = M)$ بدیهی نیست.



شکل ۲۶-۲۶ یک پیچهٔ کوچک در مرکز یک پیچه بزرگ قرار دارد. القایدگی متقابل پیچه‌ها را می‌توان با عبور جریان i_1 ازپیچهٔ بزرگ محاسبه کرد.

بازنگری و خلاصهٔ درس

شار مغناطیسی ***شار مغناطیسی*** Φ_B که از سطح A در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ می‌گذرد به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} \qquad (۲۶-۱)$$

که در ان انتگرال روی آن سطح انجام می‌گیرد. یکای SI شار مغناطیسی وبر است که $1\text{Wb}=1\text{T.m}^2$. اگر $\vec{B}$ عمود بر سطح و روی آن یکنواخت باشد، معادلهٔ ۲۶-۱ به صورت زیر در می‌آید

$$\Phi_B = BA \quad (\vec{B}\perp\vec{A}\ ،\ \vec{B}\ \text{یکنواخت}) \qquad (۲۶-۲)$$

قانون القایش فارادی اگر شار مغناطیسی Φ_B که از سطحی که با یک حلقهٔ رسانای بسته محدود شده است می‌گذرد نسبت به زمان تغییر کند، یک جریان و یک emf در حلقه ایجاد شود؛ این فرایند **القایش** نامیده می‌شود. emf القایی عبارت است از

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \text{(القای فارادی)} \quad (۲۶-۴)$$

اگر حلقه را با پیچه‌ای که به صورت فشرده سیم پیچ شده جایگزین کنیم، emf القایی عبارت است از

$$\mathscr{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad (۲۶-۵)$$

قانون لنز جهت جریان القا شده به گونه‌ای است که میدان مغناطیسی ***حاصل از آن جریان*** با تغییر میدان مغناطیسی به وجود آورندهٔ جریان مخالف می‌کند. emf القا شده هم جهت با جریان القا شده است.

emf و میدان الکتریکی القا شده با تغییر شار مغناطیسی، حتی اگر حلقه‌ای که شار در آن تغییر می‌کند یک رسانای فیزیکی نباشد و یک خط فرضی باشد، یک emf القا می‌شود. میدان مغناطیسی متغیر، یک میدان الکتریکی $\vec{E}$ در هر نقطه از چنین حلقه‌ای القا می‌کند؛ emf با رابطهٔ زیر به $\vec{E}$ مربوط است

$$\mathscr{E} = \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} \qquad (۲۶-۱۹)$$

که انتگرالگیری دور حلقه انجام می‌شود. از معادلهٔ ۲۶-۱۹ می‌توانیم قانون فارادی را به شکل کلیتر زیر بنویسیم

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \text{(قانون فارادی)} \quad (۲۶-۲۰)$$

اساس این قانون این است که *تغییر در میدان مغناطیسی یک میدان الکتریکی $\vec{E}$ القا می‌کند.*

القاگرها **القاگر** وسیله‌ای است که برای ایجاد میدان مغناطیسی معلوم در یک ناحیهٔ معین به کار می‌رود. اگر جریان i از هر دور از N دور سیم پیچ القاگر بگذرد، شار مغناطیسی Φ_B این سیم پیچها را به هم پیوند می‌دهد. **القایدگی** L القاگر عبارت است از

$$L=\frac{N\Phi_B}{i} \quad \text{(تعریف القاییدگی)} \qquad (۲۸-۲۶)$$

یکای SI القاییدگی **هانری** (H) است که $1H=1T.m^2/A$ هانری.

القاییدگی یکای طول یک سیملولهٔ دراز با سطح مقطع A و n دور بر یکای طول در نزدیکی وسط سیملوله عبارت است از

$$\frac{L}{l}=\mu_0 n^2 A \quad \text{(سیملوله)} \qquad (۳۱-۲۶)$$

خود القایش اگر جریان i در پیچه‌ای نسبت به زمان تغییر کند، یک emf در پیچه القا می‌شود. این emf خود القاییده عبارت است از

$$\mathscr{E}_L=-L\frac{di}{dt} \qquad (۳۵-۲۶)$$

جهت $\mathscr{E}_L$ به وسیلهٔ قانون لنز به دست می‌آید: emf خود القاییده به گونه‌ای عمل می‌کند که با تغییری که آن را به وجود می‌آورد مخالفت کند.

مدارهای متوالی RL اگر emf ثابت $\mathscr{E}$ در یک مدار تک حلقه شامل مقاومت R و القاییدگی L برقرار شود، جریان با رابطهٔ زیر تا مقدار تعادل $\mathscr{E}/R$ بالا می‌رود

$$i=\frac{\mathscr{E}}{R}(1-e^{-t/\tau_L}) \quad \text{(افزایش جریان)} \qquad (۴۱-۲۶)$$

در اینجا $\tau_L(=L/R)$ آهنگ افزایش جریان را نشان می‌دهد و **ثابت زمانی القایی** مدار نامیده می‌شود. وقتی منبع emf ثابت از مدار خارج شود، جریان با رابطهٔ زیر از مقدار i_0 شروع به کاهش می‌کند

$$i=i_0 e^{-t/\tau_L} \quad \text{(کاهش جریان)} \qquad (۴۵-۲۶)$$

انرژی مغناطیسی اگر از القاگر L جریان i عبور کند، میدان مغناطیسی القاگر مقداری انرژی ذخیره می‌کند که با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$U_B=\frac{1}{2}Li^2 \quad \text{(انرژی مغناطیسی)} \qquad (۴۹-۲۶)$$

اگر B بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه‌ای (داخل القاگر یا هر جای دیگر) باشد، چگالی انرژی مغناطیسی ذخیره شده در آن نقطه عبارت است از

$$u_B=\frac{B^2}{2\mu_0} \quad \text{(چگالی انرژی مغناطیسی)} \qquad (۵۴-۲۶)$$

القایش متقابل اگر دو پیچهٔ ۱ و ۲ در مجاورت هم باشند، تغییر جریان در هر یک از پیچه‌ها می‌تواند یک emf در دیگری القا کند. این القایش متقابل با رابطه‌های زیر داده می‌شود

$$\mathscr{E}_2=-M\frac{di_1}{dt} \qquad (۶۴-۲۶)$$

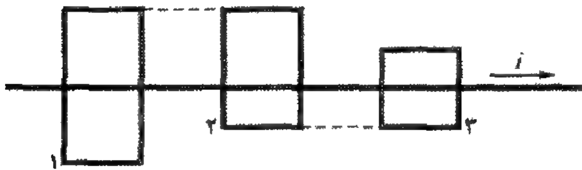
و

$$\mathscr{E}_1=-M\frac{di_2}{dt} \qquad (۶۵-۲۶)$$

که در آنها M (برحسب هانری اندازه‌گیری می‌شود) القاییدگی متقابل برای آرایش پیچه‌هاست

پرسشها

۱- در شکل ۲۶-۲۷، یک سیم دراز مستقیم با جریان i از میان سه حلقهٔ مستطیلی شکل به اضلاع L، $1/5L$ و $2L$ (بدون تماس) می‌گذرد. حلقه‌ها دور از هم قرار دارند (از این رو اثری بر یکدیگر ندارند.) حلقه‌های ۱ و ۳ نسبت به سیم دراز تقارن دارند. اگر جریان i، (الف) ثابت باشد و (ب) افزایش یابد، حلقه‌ها را به ترتیب بزرگی اندازهٔ جریان القایی در آنها مرتب کنید.

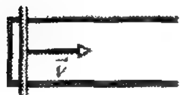


شکل ۲۶-۲۷ پرسش ۱

۲- شکل ۲۶-۲۸ دو مدار را نشان می‌دهد که در هر یک میله‌ای رسانا با تندی ثابت v در یک میدان مغناطیسی یکنواخت یکسان روی یک سیم U شکل می‌لغزد. فاصلهٔ بین طولهای موازی در مدار ۱ برابر $2L$ و در مدار ۲ برابر L است. جریانی که در مدار ۱ القا می‌شود پادساعتگرد است. (الف) آیا جهت میدان مغناطیسی به سمت داخل صفحهٔ کاغذ است یا خارج آن؟ (ب) آیا جهت جریان القایی در مدار ۲ ساعتگرد است یا پادساعتگرد؟ (پ) آیا emf القا شده در مدار ۱ از emf القا شده در مدار ۲ بیشتر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟



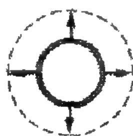
(۱)



(۲)

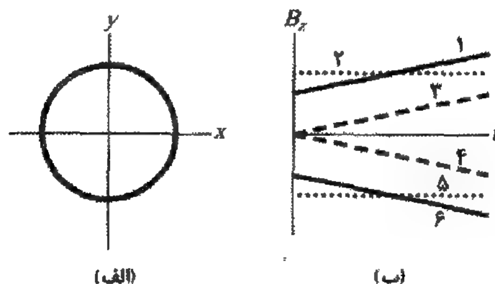
شکل ۲۶-۲۸ پرسش ۲

۳- اگر رسانای دایره‌ای در شکل ۲۶-۲۹ که در یک میدان مغناطیسی یکنواخت واقع است انبساط گرمایی پیدا کند، جریانی به صورت ساعتگرد دور آن القا می‌شود. جهت میدان مغناطیسی به سمت داخل کاغذ است یا خارج آن؟



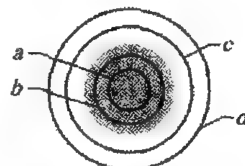
شکل ۲۶-۲۹ پرسش ۳

۴- یک سیم حلقه‌ای در شکل ۲۶-۳۰ الف به نوبت تحت تأثیر شش میدان مغناطیسی که همگی موازی با محور z هستند، قرار می‌گیرد. شکل ۲۶-۳۰ ب B_z مؤلفهٔ z میدانها را برحسب زمان t نشان می‌دهد. (نمودارهای ۱و ۳ و همچنین نمودارهای ۴ و ۶ موازی‌اند.) شش نمودار را بنابر emf القا شدهٔ ساعتگرد از بزرگترین به کوچکترین و emf القا شدهٔ پادساعتگرد از کوچکترین به بزرگترین مرتب کنید.



شکل ۲۶-۳۰ پرسش ۴

۵- شکل ۲۶-۳۱ ناحیه‌ای دایره‌ای را که در آن میدان مغناطیسی یکنواخت در حال کاهش در جهت خارج از صفحهٔ کاغذ وجود دارد و همچنین چهار مسیر دایره‌ای هم مرکز نشان می‌دهد. مسیرها را بنابر بزرگی $\oint \vec{E}\cdot d\vec{s}$ که در امتداد هر مسیر محاسبه می‌شود، مرتب کنید.



شکل ۲۶-۳۱ پرسش ۵

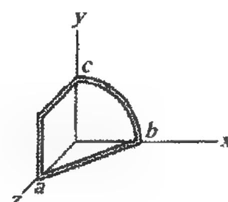
۶- در شکل ۲۶-۳۲ یک سیم حلقه‌ای به گونه‌ای خمیده شده که سه قطعه دارد: قطعهٔ bc (یک چهارم دایره)، ac (گوشهٔ مربع) و ab (مستقیم) است. در اینجا سه انتخاب برای میدان مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد وجود دارد:

(۱) $\vec{B}_1 = 3\hat{i} + 7\hat{j} - 5t\hat{k}$

(۲) $\vec{B}_2 = 15t\hat{i} - 4\hat{j} - 15\hat{k}$

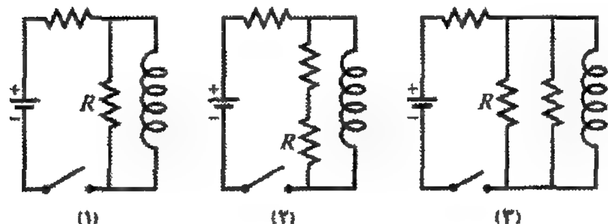
(۳) $\vec{B}_3 = 2\hat{i} - 5t\hat{j} - 12\hat{k}$

که در آن B برحسب میلی تسلا و t برحسب ثانیه است. بدون محاسبه انتخابها را بنابر (الف) کار انجام شده بر یکای بار در برقرار کردن جریان القایی و (ب) آن جریان القایی از بزرگترین مرتب کنید. (پ) برای هر انتخاب، جریان القایی در شکل در کدام جهت است؟



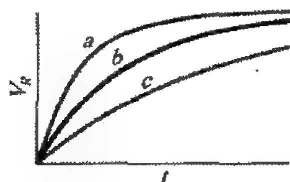
شکل ۲۶-۳۲ پرسش ۶

۷- شکل ۲۶-۳۳ سه مدار را با باتریها، القاگرها و مقاومتهای مشابه نشان می‌دهد. (الف) مدتی پس از آنکه کلید بسته شود، (ب) درست پس از آنکه کلید پس از مدتی دوباره باز شود و (پ) مدتی طولانی پس از بازکردن کلید، مدارها را به ترتیب بزرگی جریانی که از مقاومت R می‌گذرد، مرتب کنید.



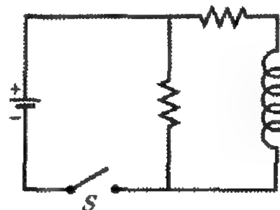
شکل ۲۶-۳۳ پرسش ۷

۸- شکل ۲۶-۳۴ برای سه مدار، تغییرات اختلاف پتانسیل V_R نسبت به زمان در دو سر مقاومت را که مطابق شکل ۲۶-۲۱ بسته شده است نشان می‌دهد. مدارها شامل مقاومت R و emf یکسان $\mathscr{E}$ هستند، اما القاییدگی L آنها متفاوت است. مدارها را به ترتیب بزرگی مقدار L آنها مرتب کنید.



شکل ۲۶-۳۴ پرسش ۸

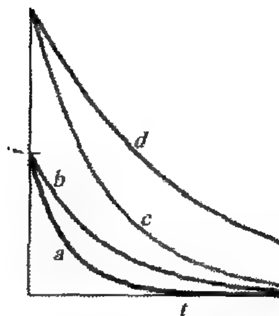
۹- شکل ۲۶-۳۵ مداری را با دو مقاومت مشابه و یک القاگر آرمانی نشان می‌دهد. (الف) درست پس از بستن کلید S، (ب) مدتی طولانی پس از بستن کلید S، (پ) درست پس از دوباره



شکل ۲۶-۳۵ پرسش ۹

باز کردن کلید، پس از آنکه مدتی گذشته است و (ت) مدتی طولانی پس از باز بودن کلید، آیا جریان در مقاومت وسطی بیشتر از مقاومت دیگر است یا کمتر یا با آن مساوی است؟

۱۰- کلید در مدار شکل ۲۶-۲۰ پس از مدتی طولانی که روی a بوده است روی b قرار داده می‌شود. جریان حاصل در القاگر برای چهار مجموعه از مقاومت R و القایش L در شکل ۲۶-۳۶ رسم شده است: (۱) R_0 و L_0؛ (۲) $2R_0$ و L_0؛ (۳) R_0 و $2L_0$؛ (۴) $2R_0$ و $2L_0$. کدام نمودار مربوط به کدام مجموعه است؟



شکل ۲۶-۳۶ پرسش ۱۰

مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسـخ در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

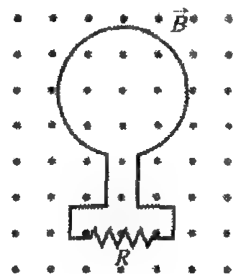
ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

•••-• تعداد نقطه‌ها درجهٔ دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرندهٔ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

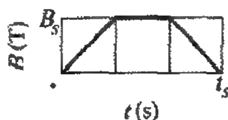
بخش ۲۶-۴ قانون لنز

•۱- در شکل ۲۶-۳۷، شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد با رابطهٔ $\Phi_B=۶/۰t^۲+۷/۰t$ افزایش می‌یابد که در آن Φ_B برحسب میلی‌وبر و t برحسب ثانیه است. (الف) وقتی $t=۲/۰s$ است، بزرگی emf القایی در حلقه چقدر است؟ (ب) جهت جریان در R به سمت راست است یا چپ؟



شکل ۲۶-۳۷ مسئلهٔ ۱

•۲- یک حلقهٔ سیمی بـه شـعاع ۱۲cm و مقاومـت ۸/۵Ω در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ که بزرگی آن بـه ترتیـب شـکل ۲۶-۳۸ تغییـر مـی‌کنـد قـرار دارد. مقیـاس محـور قـائم بـا $B_s=۰/۵۰T$ و مقیاس محور افقـی بـا $t_s=۶/۰۰s$ مشـخص شده است. صفحهٔ حلقه بر $\vec{B}$ عمود است. در بازه‌هـای زمـانی (الـف) ۰ تـا ۲/۰s، (ب) ۲/۰s تـا ۴/۰s و (پ) ۴/۰s تـا ۶/۰s، emf القا شده در حلقه چقدر است؟

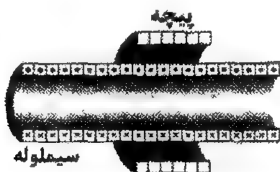


شکل ۲۶-۳۸ مسئلهٔ ۲

•۳- حلقـهٔ کـوچکی بـه مسـاحت ۶/۸mm² داخـل سـیملولهٔ درازی که دارای ۸۵۴دور/cm و حامل جریان متغیر سینوسی i با دامنهٔ ۱/۲۸A و بسامد زاویه‌ای ۲۱۲rad/s است، قرار دارد. محور مرکزی حلقه و سیملوله بر هم منطبق‌اند. دامنهٔ emf القا شده در حلقه چقدر است؟

•۴- یک مادهٔ رسانای کشسـان را مـی‌کشـیم و آن را بـه شـکل حلقهٔ دایره‌ای به شـعاع ۱۲۰/cm در مـی‌آوریـم. حلقـه در یـک میدان مغناطیسی یکنواخت ۰/۸۰۰ قرار داده می‌شود به طـوری که صفحهٔ آن عمود برمیدان است. وقتی آن را رهـا کنـیم، شـعاع حلقه با آهنگ لحظـه‌ای ۷۵/۰cm/s شـروع بـه کوچـک شـدن می‌کند. در آن لحظه emf القا شده در حلقه چقدر است؟

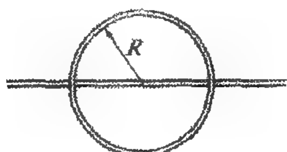
•۵- در شکل ۲۶-۳۹ یک پیچهٔ ۱۲۰ دور بـا شـعاع ۱/۸cm و مقاومت ۵/۳Ω با سیملوله‌ای با ۲۲۰ دور بر سانتی‌متر و قطر ۳/۲cm هـم‌محـور اسـت. جریـان در سـیملوله در بـازهٔ زمـانی $\Delta t=۲۵s$ از ۱/۵A به صفر کاهش می‌یابد. در طـی زمـان Δt جریان القا شده در حلقه چقدر است؟



شکل ۲۶-۳۹ مسئلهٔ ۵

•۶- یک میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ بر صفحهٔ حلقهٔ دایره‌ای به قطر ۱۰cm عمود است. این حلقه از سیمی مسـی بـه قطـر ۲/۵mm و مقاومت ویژهٔ $۱/۶۹\times۱۰^{-۸}\,\Omega.m$ تشکیل شده اسـت. با چه آهنگی بزرگی $\vec{B}$ باید تغییر کند تا یک جریـان ۱۰A در حلقه القا شود؟

•۷- در شکل ۲۶-۴۰ سیمی به شکل حلقـهٔ دایـره‌ای بسـته بـا شعاع $R=۲/۰m$ و مقاومت ۴/۰Ω در آمده است. مرکـز دایـره روی یک سیم مستقیم دراز قرار دارد؛ در زمان $t=۰$ جریـان در سیم مستقیم ۵/۰A و به سمت راست است. از ایـن لحظـه بـه بعد، جریان با رابطـهٔ $i=۵/۰A-(۲/۰A/s^۲)t^۲$ تغییـر مـی‌کنـد. (سیم دراز به گونه‌ای عایقبندی شده است که تماس الکتریکی بین آن و حلقهٔ سیمی وجود ندارد.) بزرگی جریان القا شـده در حلقه در زمان $t>۰$ چقدر است؟



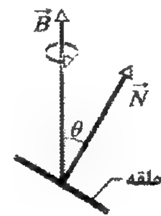
شکل ۲۶-۴۰ مسئلهٔ ۷

●۸- شکل ۲۶-۴۱ الف مداری را نشان می‌دهد که شامل یک باتری آرمانی با emf برابر $\mathscr{E}=۶/۰۰\ \mu V$، یک مقاومت R و یک حلقه سیم کوچک به مساحت $۵/۰\ cm^۲$ است. در بازهٔ زمانی $t=۱۰\ s$ تا $t=۲۰\ s$ یک میدان مغناطیسی خارجی از حلقه می‌گذرد. میدان یکنواخت است و جهت آن به سمت داخل صفحه در شکل ۲۶-۴۱ الف قرار دارد و بزرگی میدان با رابطهٔ $B=at$ داده می‌شود که در آن B برحسب تسلا، a ثابت و t برحسب ثانیه است. شکل ۲۶-۴۱ ب جریان i را پیش از، در حین و پس از برقراری میدان خارجی نشان می‌دهد، در معادلهٔ مربوط به بزرگی میدان ثابت a را به دست آورید.



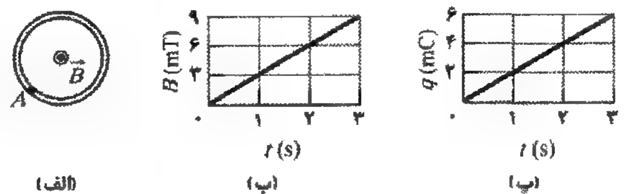
شکل ۲۶-۴۱ مسئلهٔ ۸

●۹- در شکل ۲۶-۴۲ یک حلقهٔ سیمی دایره‌ای به قطر ۱۰cm (کنارهٔ آن دیده می‌شود) طوری در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی ۰/۵۰T قرار داده می‌شود که بردار عمود $\vec{N}$ بر آن با میدان زاویهٔ $\theta=۳۰°$ می‌سازد. سپس حلقه با آهنگ ثابت ۱۰۰ دور بر دقیقه به گونه‌ای چرخانده می‌شود که $\vec{N}$ روی مخروطی حول میدان مغناطیسی می‌چرخد؛ در طی این فرایند زاویهٔ θ تغییر نمی‌کند. emf القا شده در حلقه چقدر است؟



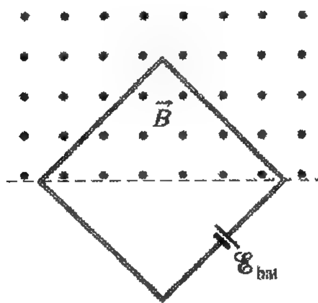
شکل ۲۶-۴۲ مسئلهٔ ۹

●●۱۰- در شکل ۲۶-۴۳ الف، بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ با زمان t مطابق شکل ۲۶-۴۳ ب افزایش می‌یابد. یک حلقهٔ رسانای دایره‌ای به مساحت $۸/۰\times۱۰^{-۴}\ m^۲$ در صفحهٔ کاغذ در این میدان قرار دارد. مقدار بار q که از نقطهٔ A روی حلقه می‌گذرد بر حسب تابعی از t در شکل ۲۶-۴۳ پ نشان داده شده است. مقاومت حلقه چقدر است؟



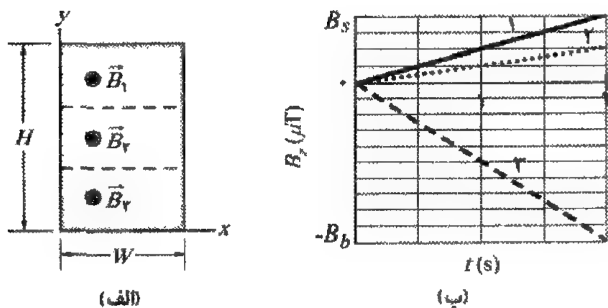
شکل ۲۶-۴۳ مسئلهٔ ۱۰

●●۱۱- یک حلقه سیم مربعی شکل به ضلع ۲/۰۰m عمود بر یک میدان مغناطیسی یکنواخت است و همان‌طور که در شکل ۲۶-۴۴ مشاهده می‌شود نصف حلقه در میدان قرار دارد. حلقه شامل یک باتری آرمانی با emf برابر $\mathscr{E}=۲۰/۰V$ است. اگر بزرگی میدان مغناطیسی با زمان با رابطهٔ $B=۰/۰۴۲۰-۰/۸۷۰t$ که B برحسب تسلا و t برحسب ثانیه است، تغییر کند، (الف) emf خالص در مدار چقدر است؟ (ب) جهت و جریان (خالص) دور حلقه چیست؟



شکل ۲۶-۴۴ مسئلهٔ ۱۱

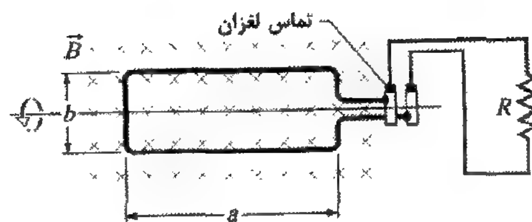
●●۱۲- شکل ۲۶-۴۵ الف سیمی را نشان می‌دهد که به شکل مستطیل $(W=۲۰cm, H=۳۰cm)$ است و $۵/۰m\Omega$ مقاومت دارد. سطح آن به سه ناحیهٔ یکسان با میدانهای مغناطیسی $B_۱$، $B_۲$ و $B_۳$ تقسیم شده است. میدانها در همهٔ ناحیه‌ها یکنواخت است و همان‌طور که مشخص شده به سمت خارج و داخل صفحه هستند. شکل ۲۶-۴۵ ب مؤلفه‌های z مربوط به B_z سه میدان با زمان t را به دست می‌دهد، مقیاس محور قائم با $B_z=۴/۰\mu T$ و $B_b=-۲/۵B_s$ و مقیاس محور افقی با $t_s=۲/۰s$ مشخص شده‌اند مطلوب است. (الف) بزرگی و (ب) جهت جریان القا شده در سیم.



شکل ۲۶-۴۵ مسئلهٔ ۱۲

●●۱۳- پیچهٔ مستطیل شکلی دارای N دور، طول a و پهنای b است و همان‌طور که شکل ۲۶-۴۶ نشان می‌دهد با بسامد f در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ می‌چرخد. سرهای پیچه به استوانه‌های چرخانی وصل است که مقابل آنها جاروهای فلزی برای برقراری تماس قرار دارند. (الف) نشان دهید که emf القا شده در پیچه (به صورت تابعی از زمان t) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

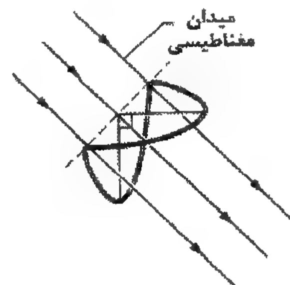
$$\mathscr{E}=۲\pi fNabB\sin(۲\pi ft)=\mathscr{E}_۰\sin(۲\pi ft)$$



شکل ۲۶-۴۶ مسئلهٔ ۱۳

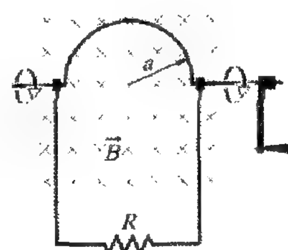
این اساس مولد جریان متناوب تجارتی است. (ب) وقتی حلقه با ۶۰/۰ دور بر ثانیه در میدان مغناطیسی یکنواخت ۰/۵۰۰T می‌چرخد، مقدار Nab باید چقدر باشد تا emf برابر $\mathscr{E}_0=150\text{V}$ را به دست دهد؟

●●۱۴- شکل ۲۶-۴۷ یک حلقهٔ بسته از سیم شامل یک جفت نیمدایرهٔ یکسان با شعاع ۳/۷cm است که در دو صفحهٔ عمود بر هم قرار دارند. حلقه به این صورت شکل می‌گیرد که حلقهٔ دایره‌ای تختی را در امتداد قطرش آنقدر تا می‌کنیم تا دو نیمه بر هم عمود شوند. یک میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی ۷۶mT بر قطر تا شده عمود است و با صفحه‌های نیمدایره‌ای زاویه‌های یکسان (°۴۵) می‌سازد. در طی بازهٔ زمانی ۴۵ms، میدان مغناطیسی با آهنگی یکنواخت به صفر کاهش می‌یابد. در طی این بازهٔ زمانی، مطلوب است تعیین (الف) بزرگی و (ب) جهت (ساعتگرد یا پاد ساعتگرد وقتی که در امتداد جهت $\vec{B}$ نگاه کنیم) emf القایی در حلقه.



شکل ۲۶-۴۷ مسئلهٔ ۱۴

●●۱۵- در شکل ۲۶-۴۸، سیم سفتی به شکل نیمدایره‌ای به شعاع $a=2/0\text{cm}$ خم شده است و با تندی زاویه‌ای ثابت ۴۰ دور بر ثانیه در میدان مغناطیسی یکنواخت ۲۰mT می‌چرخد. مطلوب است محاسبهٔ (الف) بسامد و (ب) دامنهٔ emf القا شده در حلقه.

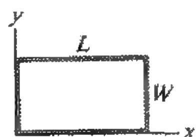


شکل ۲۶-۴۸ مسئلهٔ ۱۵

●●۱۶- در یک مکان معین، میدان مغناطیسی زمین دارای بزرگی $B=0/590$ گاؤس است و با زاویهٔ °۷۰/۰ نسبت به افق و به سمت پایین قرار دارد. یک پیچهٔ دایره‌ای افقی تخت سیمی با شعاع ۱۰/۰cm دارای ۱۰۰۰ دور و مقاومت کل ۸۵/۰Ω است. پیچه به طور متوالی به یک آمپرسنج با مقاومت ۱۴۰Ω متصل است. پیچه نیم دور حول قطر می‌چرخد به طوری که دوباره افقی می‌شود. در طی این چرخش چقدر بار از آمپرسنج می‌گذرد؟

●●۱۷- یک مولد الکتریکی شامل ۱۰۰ دور سیم است که به شکل یک حلقهٔ مستطیلی ۵۰/۰cm در ۳۰/۰cm آمده است و به طور کامل در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی $B=3/50\text{T}$ قرار دارد. $\vec{B}$ در ابتدا بر صفحهٔ پیچه عمود است. وقتی حلقه ۱۰۰۰ دور بر دقیقه حول محوری عمود بر $\vec{B}$ بچرخد، مقدار بیشینه emf تولید شده چقدر است؟ ILW

●●۱۸- در شکل ۲۶-۴۹ یک حلقه سیم به ابعاد $L=40/0\text{cm}$ و $W=25/0\text{cm}$ در یک میدان مغناطیسی $\vec{B}$ قرار دارد. مطلوب است (الف) بزرگی $\mathscr{E}$ و (ب) جهت (ساعتگرد یا پادساعتگرد — یا هیچ کدام اگر $\mathscr{E}=0$ است) emf القا شده در حلقه در صورتی که $\vec{B}=(4/00\times10^{-2}\ \text{T/m})y\hat{k}$ باشد. اگر $\vec{B}=(6/00\times10^{-2}\ \text{T/s})t\hat{k}$ باشد، (پ) $\mathscr{E}$ و (ت) جهت آن چیست؟ اگر $\vec{B}=(8/00\times10^{-2}\ \text{T/m.s})yt\hat{k}$ باشد، (ث) $\mathscr{E}$ و (ج) جهت آن چیست؟ اگر $\vec{B}=(3/00\times10^{-2}\ \text{T/m.s})xt\hat{j}$ باشد، (چ) $\mathscr{E}$ و (ح) جهت آن چیست؟ در صورتی که $\vec{B}=(5/00\times10^{-2}\ \text{T/m.s})yt\hat{i}$ باشد، (خ) $\mathscr{E}$ و (د) جهت آن چیست؟



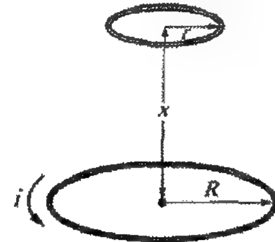
شکل ۲۶-۴۹ مسئلهٔ ۱۸

●●۱۹- صد دور سیم مسی (عایقبندی شده) دور یک هستهٔ استوانه‌ای چوبی با سطح مقطعی به مساحت $1/2\times10^{-3}\ \text{m}^2$ پیچیده شده است. دو انتها به مقاومتی وصل شده‌اند. مقاومت کل مدار ۱۳/۰Ω است. اگر یک میدان مغناطیسی طولی یکنواخت خارجی در هسته از ۱/۶۰T در یک جهت به ۱/۶۰T را در جهت مقابل تغییر کند، در این تغییر چه مقدار بار از یک نقطه در مدار می‌گذرد؟ ILW

●●۲۰- یک حلقهٔ مستطیلی (مساحت $=1/5\ m^2$) درمیدان مغناطیسی یکنواخت $B=0/20\text{T}$ می‌چرخد. وقتی زاویهٔ بین میدان و عمود بر صفحهٔ حلقه برابر $\pi/2$ است و با ۰/۶۰rad/s افزایش می‌یابد، emf القا شده در حلقه چقدر است؟

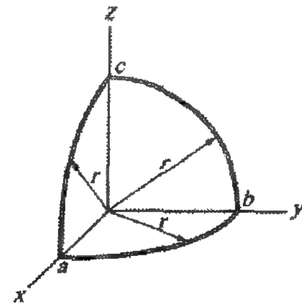
●●۲۱- شکل ۲۶-۵۰ دو حلقهٔ سیم موازی با محور مشترک را نشان می‌دهد. حلقهٔ کوچکتر (با شعاع r) بالای حلقهٔ بزرگتر (با

شعاع R) و به فاصلهٔ $x \gg R$ قرار دارد. در نتیجه، میدان مغناطیسی حاصل از جریان پادساعتگرد i در حلقهٔ بزرگتر، تقریباً در سراسر حلقهٔ کوچکتر ثابت است. فرض کنید. که x با آهنگ ثابت $dx/dt=v$ افزایش می‌یابد. (الف) رابطه‌ای را برای شار مغناطیسی که‌از مساحت احاطه شده به وسیلهٔ حلقهٔ کوچکتر می‌گذرد برحسب تابعی از x به دست آورید. (راهنمایی: به معادلهٔ ۲۹-۲۷ نگاه کنید.) در حلقهٔ کوچکتر مطلوب است (ب) رابطه‌ای برای emf القایی و (پ) جهت جریان القایی. SSM



شکل ۲۶-۵۰ مسئلهٔ ۲۱

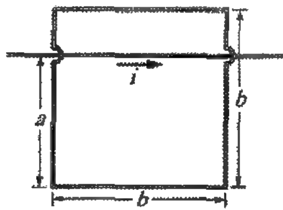
●●۲۲- سیمی همان‌طور که در شکل ۲۶-۵۱ نشان داده شده به سه قسمت دایره‌ای به شعاع $r=۱۰\text{cm}$ خم شده است. هر قسمت یک ربع دایره است، ab در صفحهٔ xy، bc در صفحهٔ yz و ca در صفحه zx قرار دارند. (الف) اگر میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ در جهت مثبت محور x باشد، وقتی B با آهنگ ۳/۰T/s افزایش یابد، بزرگی emf ایجاد شده در سیم چقدر است؟ (ب) جریان در قسمت bc در کدام جهت است؟



شکل ۲۶-۵۱ مسئلهٔ ۲۲

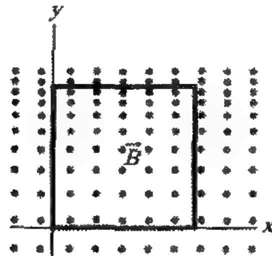
●●۲۳- یک حلقهٔ دایره‌ای کوچک به مساحت $۲/۰۰\text{cm}^2$ در صفحهٔ یک حلقهٔ دایره‌ای بزرگ به شعاع ۱/۰۰m و هم مرکز با آن قرار دارد. جریان در حلقهٔ بزرگ با آهنگ یکنواخت در مدت ۱/۰۰s که از $t=۰$ شروع می‌شود، از ۲۰۰A به ۲۰۰A- تغییر می‌کند (تغییر در جهت). بزرگی میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در مرکز حلقهٔ کوچک براثر جریان در حلقهٔ بزرگ در (الف) $t=۰$ ، (ب) $t=۰/۵۰۰\text{s}$ و (پ) $t=۱/۰۰\text{s}$، چقدر است؟ (ت) آیا از $t=۰$ تا $t=۱/۰۰\text{s}$، $\vec{B}$ معکوس می‌شود؟ چون حلقهٔ داخلی کوچک است فرض کنید که میدان $\vec{B}$ روی سطح آن یکنواخت است. (ث) در $t=۰/۵۰۰\text{s}$ مقدار emf القا شده در حلقهٔ کوچک چقدر است؟

●●●۲۴- برای وضعیت نشان داده شده در شکل ۲۶-۵۲، $a=۱۲/۰\text{cm}$ و $b=۱۶/۰\text{cm}$ است. جریان در سیم مستقیم دراز با رابطهٔ $i=۴/۵۰t^2-۱۰/۰t$ داده می‌شود که i برحسب آمپر و t برحسب ثانیه است. (الف) در $t=۳/۰۰\text{s}$ مقدار emf در حلقهٔ مربعی را به دست آورید. (ب) جریان القا شده در حلقه در کدام جهت است؟



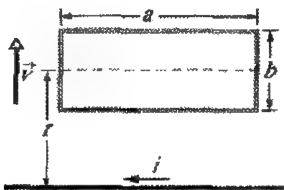
شکل ۲۶-۵۲ مسئلهٔ ۲۴

●●●۲۵- در شکل ۲۶-۵۳ یک حلقهٔ مربعی شکل سیمی دارای اضلاعی به طول ۲/۰cm است. میدان مغناطیسی به سمت خارج از صفحه کاغذ است و بزرگی آن با رابطهٔ $B=۴/۰t^2y$ داده می‌شود که B برحسب تسلا، t برحسب ثانیه و y برحسب متر است. در $t=۲/۵\text{s}$ مطلوب است محاسبهٔ (الف) بزرگی و (ب) تعیین جهت emf القا شده در حلقه.



شکل ۲۶-۵۳ مسئلهٔ ۲۵

●●●۲۶- در شکل ۲۶-۵۴ یک حلقهٔ مستطیلی شکل سیمی به درازای $a=۲/۲\text{cm}$، پهنای $b=۰/۸۰\text{cm}$ و مقاومت $R=۰/۴۰\text{m}\Omega$ در نزدیکی سیم بینهایت دراز حامل جریان $i=۴/۷\text{A}$ قرار دارد. حال حلقه را با تندی ثابت $v=۳/۲\text{mm/s}$ از سیم دور می‌کنیم. وقتی مرکز حلقه در فاصلهٔ $r=۱/۵b$ قرار دارد، مطلوب است (الف) بزرگی شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد و (ب) جریان القا شده در حلقه.

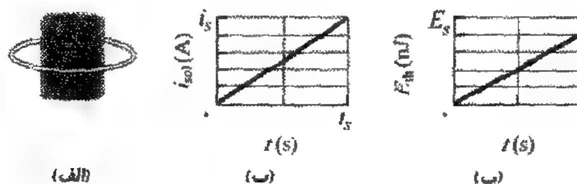


شکل ۲۶-۵۴ مسئلهٔ ۲۶

●●●۲۷- دو سیم مسی موازی و دراز به قطر ۳۲/۵mm حامل جریانهای ۱۰A در جهتهای مخالف‌اند. (الف) با فرض اینکه محور مرکزی آنها ۲۰mm از هم فاصله دارند، شار مغناطیسی به ازای هر متر سیم را که در فضای بین دو محور سیمها وجود دارد حساب کنید. (ب) چه کسری از این شار داخل سیمها قرار دارد؟ (پ) قسمت (الف) را برای جریانهای موازی، تکرار کنید.

بخش ۳۰-۵ القایش و تبدیل انرژی

●۲۸- در شکل ۲۶-۵۵ الف یک حلقهٔ دایره‌ای سیمی به طور هم محور با یک سیملوله و در صفحهٔ عمود بر محور مرکزی سیملوله قرار دارد. شعاع حلقه ۶/۰۰cm است. شعاع سیملوله برابر ۲/۰۰cm و در هر متر ۸۰۰۰ حلقه دارد و جریان متغیر i_{sol} از آن می‌گذرد که تغییرات آن نسبت به زمان t در شکل ۲۶-۵۵ ب نشان داده شده است. مقیاس محور قائم با $i=1/00A$ و مقیاس محور افقی با $t_s=2/0s$ مشخص شده است. شکل ۲۶-۵۵ پ انرژی E_{th}، یعنی انرژی تبدیل شده به انرژی گرمایی در حلقه را برحسب تابعی از زمان نشان می‌دهد. مقاومت حلقه چقدر است؟

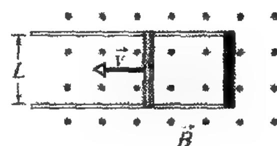


شکل ۲۶-۵۵ مسئلهٔ ۲۸

●۲۹- اگر یک سیم مسی به طول ۵۰/۰cm (۱/۰۰mm = قطر) که به شکل یک حلقهٔ دایره‌ای درآمده است بر یک میدان مغناطیسی یکنواخت که با آهنگ ثابت ۱۰/۰mT/s افزایش می‌یابد عمود باشد، با چه آهنگی انرژی گرمایی در حلقه ایجاد می‌شود؟ SSM ILW

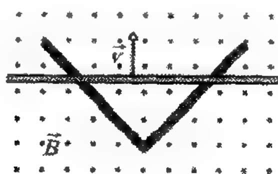
●۳۰- یک آنتن حلقه‌ای به مساحت ۲/۰۰cm² و مقاومت ۵/۲۱μΩ بر میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۱۷/۰μT عمود است. در ۲/۹۶s، بزرگی میدان به صفر کاهش می‌یابد. براثر تغییر در میدان چه مقدار انرژی گرمایی در حلقه ایجاد می‌شود.

●۳۱- در شکل ۲۶-۵۶، یک میلهٔ فلزی با سرعت $\vec{v}$ در امتداد دو ریل فلزی موازی حرکت داده می‌شود، ریلها در یک انتها با نواری فلزی به هم متصل‌اند. یک میدان مغناطیسی به بزرگی $B=0/350T$ ، به سمت خارج از صفحهٔ کاغذ موجود است. (الف) اگر فاصلهٔ بین ریلها $L=25/0cm$ تندی میله ۵۵/۰cm/s باشد، emf ایجاد شده چقدر است؟ (ب) اگر مقاومت میله ۱۸/۰Ω و مقاومت ریلها و اتصال آنها ناچیز باشد، جریان در میله چقدر است؟ (پ) انرژی با چه آهنگی به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود؟



شکل ۲۶-۵۶ مسئله‌های ۳۱ و ۳۳

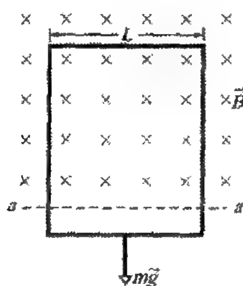
●●۳۲- در شکل ۲۶-۵۷، دو ریل رسانای مستقیم یک زاویهٔ قائمه تشکیل می‌دهند. میلهٔ رسانایی که در تماس با ریلهاست در $t=0$ از رأس شروع و با سرعت ثابت ۵/۲۰m/s در امتداد آنها حرکت می‌کند. یک میدان مغناطیسی با $B=0/350$ به سمت خارج از صفحهٔ کاغذ موجود است. مطلوب است محاسبهٔ (الف) شاری که از مثلثی که به وسیلهٔ ریلها و میله ساخته می‌شود در $t=3/00s$ می‌گذرد و (ب) emf ایجاد شده در دور مثلث در آن زمان. (پ) اگر emf را به صورت $\mathscr{E}=at^n$ بنویسیم که a و n ثابت‌اند، مقدار n چقدر است؟



شکل ۲۶-۵۷ مسئلهٔ ۳۲

●●۳۳- میلهٔ رسانای نشان داده در شکل ۲۶-۵۶ دارای طول L است و در امتداد افقی با سرعت ثابت v_t، روی ریلهای رسانای بدون اصطکاکی کشیده می‌شود. ریلها در یک انتها با نواری فلزی به هم متصل‌اند. یک میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به سمت خارج از صفحهٔ کاغذ ناحیه‌ای را که میله در آن حرکت می‌کند پرکرده است. فرض کنید که $v=5/0m/s$ ، $L=10cm$ و $B=1/2T$ است. مطلوب است (الف) بزرگی و (ب) جهت (بالا یا پایین صفحه) emf القا شده در میله. مطلوب است (پ) اندازه و (ت) جهت جریان در حلقهٔ رسانا. فرض کنید که مقاومت میله ۰/۴۰Ω و مقاومت ریلها و نوار فلزی کم و قابل چشمپوشی است. (پ) با چه آهنگی این نیرو روی میله کار انجام می‌دهد؟

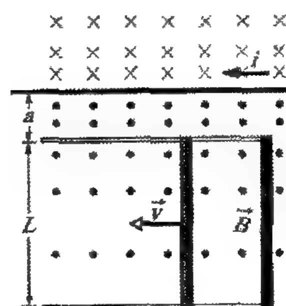
●●۳۴- در شکل ۲۶-۵۸ یک حلقهٔ رسانای مستطیلی دراز، به پهنای L ، مقاومت R و جرم m در میدان مغناطیسی افقی و یکنواخت $\vec{B}$ که به سمت داخل صفحهٔ کاغذ است و فقط در بالای خط aa' وجود دارد، آویزان است. سپس حلقه رها می‌شود؛درحین سقوط حلقه شتاب می‌گیرد تا به تندی حد معین v_t می‌رسد. با چشمپوشی از مقاومت هوا، رابطه‌ای برای v_t به دست آورید.



شکل ۲۶-۵۸ مسئلهٔ ۳۴

●●۳۵- شکل ۲۶-۵۹ میله‌ای به طول $L=10/0cm$ را نشان می‌دهد که با تندی ثابت $v=5/00m/s$ روی دو ریل افقی حرکت داده می‌شود. میله، ریلها و نوار متصل کننده در سمت راست یک حلقهٔ رسانا را تشکیل می‌دهند. مقاومت میله

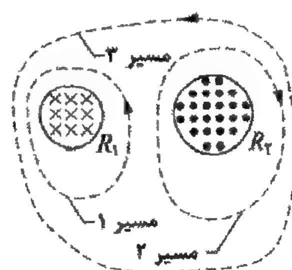
$0/400\Omega$ و مقاومت بقیهٔ حلقه قابل چشمپوشی است. جریان $i=100\text{A}$ در سیم مستقیم درازی که به فاصلهٔ $a=10/0\text{mm}$ از حلقه واقع است یک میدان مغناطیسی (غیر یکنواخت) را از حلقه می‌گذراند. مطلوب است محاسبهٔ (الف) emf و (ب) جریان القا شده در حلقه. (پ) با چه آهنگی انرژی گرمایی در میله ایجاد می‌شود؟ (ت) برای اینکه میله با تندی ثابت به حرکت ادامه دهد، بزرگی نیرویی که باید اعمال شود چقدر است؟ (ث) با چه آهنگی این نیرو روی میله کار انجام می‌دهد؟



شکل ۲۶-۵۹ مسئلهٔ ۳۵

بخش ۲۶-۶ میدانهای الکتریکی القایی

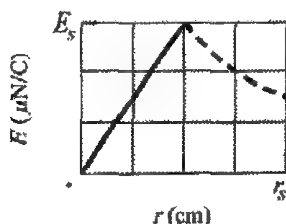
•۳۶- شکل ۲۶-۶۰ دو ناحیهٔ دایره‌ای R_1 و R_2 را به شعاعهای $r_1=20/0\text{cm}$ و $r_2=30/0\text{cm}$ نشان می‌دهد. در R_1 میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $B_1=50/0\text{mT}$ به سمت داخل صفحهٔ کاغذ و در R_2 میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $B_2=75/0\text{mT}$ به سمت خارج صفحه برقرار است (از کناره‌های این میدانها چشمپوشی کنید.) هر دو میدان با آهنگ $8/50\text{mT/s}$ کاهش می‌یابند. $\oint \vec{E}\cdot d\vec{s}$ را برای (الف) مسیر ۱، (ب) مسیر ۲ و (پ) مسیر ۳ محاسبه کنید.



شکل ۲۶-۶۰ مسئلهٔ ۳۶

•۳۷- سیملولهٔ درازی دارای قطر $12/0\text{cm}$ است. وقتی جریان i در سیم پیچهایش برقرار است، میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $B=30/0\text{mT}$ داخل آن ایجاد می‌شود. کاهش جریان i، باعث کاهش میدان با آهنگی برابر $6/50\text{mT}$ می‌شود. بزرگی میدان الکتریکی القایی را در (الف) $2/20\text{cm}$ و (ب) $8/20\text{cm}$ از محور سیملوله، حساب کنید. **SSM ILW**

••۳۸- میدان مغناطیسی یکنواختی در جهت مثبت محور z از یک ناحیهٔ دایره‌ای در صفحهٔ xy می‌گذرد. بزرگی میدان مغناطیسی B (برحسب تسلا) با رابطهٔ $B=at$، که در آن a ثابت است با زمان t (برحسب ثانیه) افزایش می‌یابد. بزرگی میدان الکتریکی E که بر اثر این افزایش در میدان مغناطیسی برقرار می‌شود در شکل ۲۶-۶۱ برحسب فاصلهٔ شعاعی r داده شده است. مقیاس محور قائم با $E_s=300\mu\text{N/C}$ و مقیاس محور افقی با $r_s=4/00\text{cm}$ مشخص شده است. a را پیدا کنید.



شکل ۲۶-۶۱ مسئلهٔ ۳۸

••۳۹- میدان مغناطیسی یک آهنربای استوانه‌ای که سطح قطب آن دارای قطر $3/3\text{cm}$ است می‌تواند به طور سینوسی بین $29/6\text{T}$ و $30/0\text{T}$ با بسامد 15Hz تغییر کند. در فاصلهٔ شعاعی $1/6\text{cm}$، دامنهٔ میدان الکتریکی القایی بر اثر این تغییر چقدر است؟

بخش ۳۰-۷ القاگرها و القایش

•۴۰- القاییدگی در پیچه‌ای که به طور فشرده ۴۰۰ دور سیم پیچی دارد برابر $8/0\text{mH}$ است. وقتی جریان $5/0\text{mA}$ است، شار مغناطیسی عبوری از پیچه چقدر است؟

•۴۱- یک پیچهٔ دایره‌ای به شعاع $10/0\text{cm}$ شامل $30/0$ دور سیم است که به طور فشرده پیچیده شده‌اند. یک میدان مغناطیسی خارجی $2/60\text{ mT}$ بر پیچه عمود است. (الف) اگر جریانی در پیچه برقرار نباشد، شار مغناطیسی که دورها را پیوند می‌دهد چقدر است؟ (ب) وقتی جریان در یک جهت معین در پیچه $3/80\text{A}$ است، شار خالص در پیچه از بین می‌رود. القاییدگی در پیچه چقدر است؟

••۴۲- شکل ۲۶-۶۲ یک نوار مسی به پهنای $W=16/0$ را نشان می‌دهد که به صورت لوله‌ای به شعاع $R=1/8\text{cm}$ و با دو انتهای تخت خم شده است. جریان $i=35\text{mA}$ که به طور یکنواخت در پهنای نوار توزیع شده است از آن می‌گذرد و به این ترتیب عملاً یک سیملولهٔ تک دور تشکیل می‌شود. فرض کنید که میدان مغناطیسی در خارج این لوله قابل چشمپوشی و میدان در داخل لوله یکنواخت است. مطلوب است (الف) بزرگی میدان مغناطیسی در داخل لوله و (ب) القاییدگی لوله (دو انتهای تخت را در نظر نگیرید.)



شکل ۲۶-۶۲ مسئلهٔ ۴۲

••۴۳- دو سیم دراز مشابه به شعاع $a=$ ۱/۵۳mm موازی‌اند و از آنها جریانها یکسان و در جهتهای مخالف می‌گذرند. فاصلهٔ محور آنها برابر $d=$ ۱۴/۲cm است. از شار داخل خود سیمها صرفنظر کنید اما شار ناحیهٔ بین دو سیم را در نظر بگیرید. القایدگی بر یکای طول سیمها چقدر است؟

بخش ۳۰-۸ خود القایش

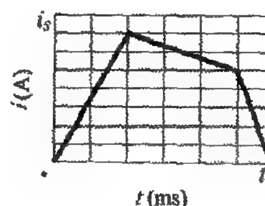
•۴۴- یک القاگر ۱۲H حامل جریان ۲/۰A است. جریان باید با چه آهنگی تغییر کند تا یک emf برابر ۶۰V در القاگر ایجاد شود.

•۴۵- در لحظهٔ معینی جهت جریان و emf خود القایی در یک القاگر مطابق شکل ۲۶-۶۳ داده شده‌اند. (الف) آیا جریان افزایش می‌یابد یا کاهش؟ (ب) emf القایی برابر ۱۷ V و آهنگ تغییر جریان ۲۵kA/s است؛ القایدگی را به دست آورید.



شکل ۲۶-۶۳ مسئلهٔ ۴۵

••۴۶- جریان i در یک القاگر ۴/۶H مطابق شکل ۲۶-۶۴ نسبت به زمان t، تغییر می‌کند که در آن مقیاس محور قائم با $i_s=$ ۸/۰ A و مقیاس محور افقی با $t_s=$ ۶/۰ ms مشخص شده است. القاگر دارای مقاومت ۱۲Ω است. در طی بازه‌های زمانی (الف) $t=0$ تا $t=$۲ms ؛ (ب) $t=$۲ms تا $t=$۵ms ؛ و (پ) $t=$۵ms تا $t=$۶ms ، بزرگی emf ، $\mathscr{E}$ ، را به دست آورید. (از رفتار در انتهای هر بازه صرفنظر کنید.)



شکل ۲۶-۶۴ مسئلهٔ ۴۶

••۴۷- *القاگرها به صورت متوالی.* دو القاگر L_1 و L_2 به صورت متوالی به هم متصل‌اند و در فاصلهٔ زیادی از هم قرار دارند به طوری که میدان مغناطیسی یکی بر دیگری اثر ندارد. (الف) نشان دهید القایدگی معادل از این رابطهٔ به دست می‌آید

$$L_{eq}=L_1+L_2$$

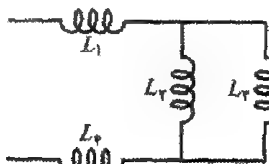
(*راهنمایی*: به هم بستن مقاومتها و خازنها به صورت متوالی را مرور کنید.) کدام یک مشابه مورد بالاست؟ (ب) رابطهٔ کلی قسمت (الف) برای N القاگر متوالی چیست؟

••۴۸- *القاگرها به صورت موازی.* دو القاگر L_1 و L_2 به صورت موازی به هم متصل‌اند و در فاصلهٔ زیادی از هم قرار دارند به طوری که میدان مغناطیس یکی بر دیگری اثر ندارد. (الف) نشان دهید القایدگی معادل از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$\frac{1}{L_{eq}}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}$$

(*راهنمایی*: به هم بستن مقاومتها و خازنها به صورت موازی را مرور کنید.) کدامیک مشابه مورد بالاست؟ (ب) رابطهٔ کلی قسمت (الف) برای N القاگر موازی چیست؟

••۴۹- آرایشی از القاگرهای شکل ۲۶-۶۵ با $L_1=$ ۳۰/۰mH ، $L_2=$ ۵۰/۰mH ، $L_3=$ ۲۰/۰mH و $L_4=$ ۱۵/۰mH ، به یک منبع جریان متغیر متصل‌اند. القایدگی معادل این آرایش چقدر است؟ (به مسئله‌های ۴۷ و ۴۸ نگاه کنید.)



شکل ۲۶-۶۵ مسئلهٔ ۴۹

بخش ۲۶-۹ مدارهای RL

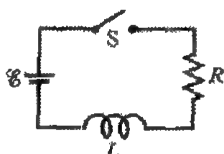
•۵۰- کلید شکل ۲۶-۲۰ در زمان $t=0$ روی a بسته می‌شود. نسبت emf خود القای القاگر به emf باتری، $\mathscr{E}_L/\mathscr{E}$ ، (الف) درست پس از $t=0$ و (ب) در $t=2/00\tau_L$ چقدر است؟ (پ) در چه مضربی از τ_L مقدار $\mathscr{E}_L/\mathscr{E}=0/500$ است؟

•۵۱- یک باتری در زمان $t=0$ به یک مدار RL متوالی متصل می‌شود. در چند ثابت زمانی τ_L جریان به ۰/۱۰۰٪ کمتر از مقدار تعادلش می‌رسد؟ SSM

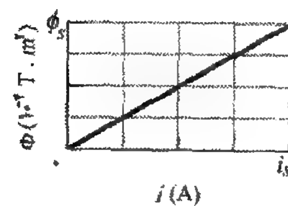
•۵۲- جریانی در یک مدار RL در مدت ۵/۰۰s به یک سوم مقدار حالت پایایش می‌رسد. ثابت زمانی القایی را به دست آورید.

•۵۳- پس از خارج کردن باتری از مدار RL ، جریان مدار در اولین ثانیه از ۱/۰ A به ۱۰mA کاهش می‌یابد. اگر L برابر ۱۰H باشد، مقاومت در مدار را به دست آورید. ILW

•۵۴- در شکل ۲۶-۶۶ القاگر دارای ۲۵ دور و emf باتری آرمانی برابر ۱۶V است. شکل ۳۰-۶۷ شار مغناطیسی Φ که از هر دور می‌گذرد را برحسب جریان i که از القاگر می‌گذرد نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $\phi_s=4/0\times10^{-4}$ T.m² و مقیاس محور افقی با $i_s=$ ۲/۰۰A مشخص شده است. اگر کلید S در زمان $t=0$ بسته شود، در $t=1/5\tau_L$ آهنگ تغییر جریان، di/dt، چقدر است؟



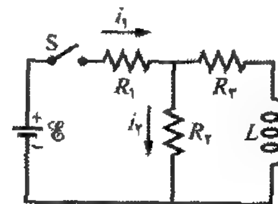
شکل ۲۶-۶۶ مسئله‌های ۵۴، ۸۳، ۸۷، ۹۴، ۹۹



شکل ۲۶-۶۷ مسئلهٔ ۵۴.

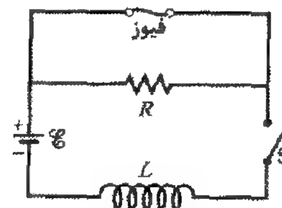
●۵۵ـ سیملوله‌ای با القاییدگی μH ۶/۳۰ به‌طور متوالی به مقاومت ۱/۲۰kΩ بسته شده است. (الف) اگر یک باتری ۱۴/۰V به دو سر این دو متصل شود، چه مدت طول می‌کشد تا جریان در مقاومت به ۸۰/۰٪ مقدار نهایی‌اش برسد؟ (ب) در زمان $t=$۱/۰τ_L، جریان در مقاومت چقدر است؟

●۵۶ـ در شکل ۲۶-۶۸، $\mathscr{E}=$۱۰۰V، $R_1=$۱۰/۰Ω، $R_2=$۲۰/۰Ω، $R_3=$۳۰/۰Ω و $L=$۲/۰۰H است. مقدارهای (الف) i_1 و (ب) i_2 بلافاصله پس از بستن کلید S. (جریانها را در جهتی که نشان داده شده‌اند دارای مقدارهای مثبت و جریانها در جهت مخالف را منفی در نظر بگیرید.) (پ) i_1 و (ت) i_2 مدتی پس از بستن کلید S و (ث) i_1 و (ج) i_2 بلافاصله پس از بازکردن کلید S. (چ) i_1 و (ح) i_2 مدتی پس از بازکردن کلید S چقدرند؟



شکل ۲۶-۶۸ مسئلهٔ ۵۶

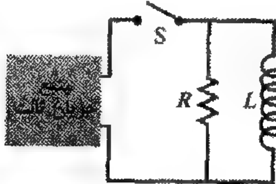
●●۵۷ـ در شکل ۲۶-۶۹، $R=$ ۱۵ Ω، $L=$ ۵/۰ H، باتری آرمانی با $\mathscr{E}=$ ۱۰ V و فیوز آرمانی ۳/۰ A در شاخه بالایی وجود دارند. فیوز تا وقتی که جریان در آن کمتر از ۳/۰ A باشد مقاومتش صفر است. اگر جریان به ۳/۰ A برسد فیوز «می‌سوزد» و پس از آن مقاومتش بینهایت است. کلید S در زمان $t=$ ۰ بسته می‌شود. (الف) در چه زمانی فیوز می‌سوزد؟ (*راهنمایی:* معادلهٔ ۲۶-۴۱ در اینجا کاربرد ندارد. معادلهٔ ۲۶-۳۹ را بازنگری کنید.) (ب) نمودار جریان i در القاگر را برحسب زمان رسم کنید. زمانی را که فیوز می‌سوزد علامت بگذارید.



شکل ۲۶-۶۹ مسئله ۵۷

●●۵۸ـ فرض کنید emf باتری در مدار نشان داده در شکل ۲۶-۲۱ به گونه‌ای نسبت به زمان t تغییر می‌کند که جریان از رابطهٔ $i(t)=$۳/۰+۵/۰t به دست می‌آید که در آن i برحسب آمپر و t برحسب ثانیه است. فرض کنید $R=$۴/۰Ω و $L=$۶/۰H، رابطه‌ای برای emf باتری به صورت تابعی از زمان به دست آورید. (*راهنمایی:* قاعدهٔ حلقه را به کار برید.)

●●●۵۹ـ در شکل ۲۶-۷۰ پس از بستن کلید در زمان t، emf منبع به طور خودکار تنظیم می‌شود تا جریان ثابت i برقرار بماند. (الف) جریانی که از القاگر می‌گذرد را برحسب تابعی از زمان به دست آورید. (ب) در چه زمانی جریان در مقاومت با جریان در القاگر مساوی می‌شود؟ SSM WWW



شکل ۲۶-۷۰ مسئلهٔ ۵۹

●●●۶۰ـ یک هستهٔ چنبره‌ای چوبی با مقطع مربعی دارای شعاع داخلی ۱۰cm و شعاع خارجی ۱۲cm است. روی هسته یک لایه سیم پیچیده شده است (با قطر ۱/۰mm و مقاومت هر متر برابر ۰/۰۲Ω/m). (الف) القاییدگی و (ب) ثابت زمانی القایی چنبرهٔ حاصل چقدر است؟ از ضخامت عایق روی سیم صرفنظر کنید.

بخش ۳۰-۱۰ انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی

●۶۱ـ در $t=$ ۰، یک باتری به طور متوالی به یک مقاومت و یک القاگر متصل است. اگر ثابت زمانی القایی برابر با ۳۷/۰ms باشد، در چه زمانی آهنگی که انرژی در مقاومت تلف می‌شود با آهنگی که انرژی در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره می‌شود برابر است؟

●۶۲ـ در $t=$ ۰، یک باتری به طور متوالی به یک مقاومت و یک القاگر متصل است. در چه مضربی از ثابت زمانی القایی، انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی القاگر ۰/۵۰۰ برابر مقدار حالت پایای آن است؟

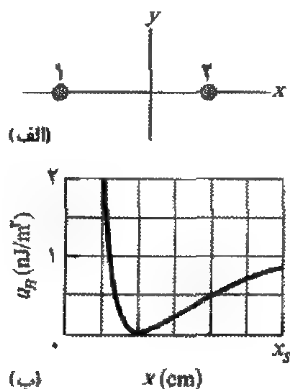
●۶۳ـ پیچه‌ای به طور متوالی به یک مقاومت ۱۰/۰Ω متصل است. یک باتری آرمانی ۵۰/۰V به دو سر این وسیله اعمال می‌شود و پس از ۵/۰۰ms جریان به مقدار ۲/۰۰mA می‌رسد. (الف) القاییدگی پیچه را به دست آورید. (ب) در همین مدت چقدر انرژی در پیچه ذخیره می‌شود؟ SSM

●۶۴ـ پیچه‌ای با القاییدگی ۲/۰H و مقاومت ۱۰Ω ناگهان به یک باتری آرمانی با $\mathscr{E}=$۱۰۰V، وصل می‌شود. در ۰/۱۰s پس از آنکه اتصال برقرار شد، با چه آهنگی (الف) انرژی در میدان مغناطیسی ذخیره می‌شود، (ب) انرژی گرمایی در مقاومت ظاهر می‌شود، و (پ) انرژی به وسیلهٔ باتری تأمین می‌شود.

●●۶۵ـ برای مدار شکل ۲۶-۲۱، فرض کنید که $\mathscr{E}=$۱۰/۰V، $R=$۶/۷۰Ω و $L=$۵/۵۰H است. یک باتری آرمانی در زمان

$t=0$ به مدار وصل می‌شود. (الف) در طی ۲/۰s اول چقدر انرژی به وسیلهٔ باتری تأمین می‌شود؟ (ب) چه مقدار از این انرژی در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره می‌شود؟ (پ) چه مقدار از این انرژی در مقاومت تلف می‌شود؟

••۶۶-شکل ۲۶-۷۱ الف مقطع دو سیم را نشان می‌دهد که مستقیم، موازی و خیلی درازند. نسبت i_1/i_2 جریانی که سیم ۱ حمل می‌کند به جریانی که سیم ۲ حمل می‌کند برابر $\frac{1}{2}$ است. سیم ۱ ثابت است ولی سیم ۲ می‌تواند در امتداد قسمت مثبت محور x حرکت کند تا اینکه چگالی انرژی مغناطیسی u_B برقرار شده توسط دو جریان در مبدأ را تغییر دهد. شکل ۲۶-۷۱ ب، u_B را برحسب تابعی از مکان x سیم ۲ نشان می‌دهد. وقتی $x\to\infty$، منحنی دارای مجانب $u_B=1/96\,\text{nJ/m}^3$ است و مقیاس محور افقی با $x_s=60/0\,\text{cm}$ مشخص شده است. مقدار (الف) i_1 و (ب) i_2 چقدر است؟



شکل ۲۶-۷۱ مسئلهٔ ۶۶

بخش ۲۶-۱۱ چگالی انرژی میدان مغناطیسی

•۶۷-بزرگی میدان الکتریکی یکنواختی که چگالی انرژی آن با چگالی انرژی مربوطه به میدان مغناطیسی ۰/۵۰T یکسان باشد، چقدر است؟ ILW

•۶۸-یک القاگر چنبره‌ای با القاییدگی ۹۰/۰mH، حجم ۰/۰۲۰۰m³ را در بردارد. اگر چگالی انرژی میانگین در چنبره ۷۰/۰J/m³ باشد، جریان عبوری از القاگر چقدر است؟

•۶۹-سیملوله‌ای به طول ۸۵/۰cm دارای مساحت سطح مقطع ۱۷/۰cm² است. سیملوله تعداد ۹۵۰ دور سیم دارد که حامل جریان ۶/۶۰A است. (الف) چگالی انرژی میدان مغناطیسی داخل سیملوله را حساب کنید. (ب) انرژی کل ذخیره شده در میدان مغناطیسی داخل سیملوله را به دست آورید (از اثرهای انتهایی دو سیملوله صرفنظر کنید.) SSM

•۷۰-یک حلقهٔ دایره‌ای از سیم به شعاع ۵۰mm حامل جریان ۱۰۰A است. مطلوب است (الف) بزرگی شدت میدان و (ب) چگالی انرژی در مرکز حلقه.

•۷۱-طولی از یک سیم مسی حامل جریان ۱۰A است که به طور یکنواخت روی سطح مقطعش توزیع شده است. مطلوب است چگالی انرژی (الف) میدان مغناطیسی و (ب) میدان الکتریکی در سطح سیم. قطر سیم ۲/۵mm و مقاومت یکای طول آن برابر ۳/۳Ω/km است.

بخش ۳۰-۱۲ القایش متقابل

•۷۲-دو سیملوله قسمتی از پیچهٔ جرقهٔ یک اتومبیل‌اند. وقتی در ۲/۵ms، جریان در یک سیملوله از ۶/۰A به صفر کاهش می‌یابد، یک emf برابر ۳۰kV در سیملولهٔ دیگر القا می‌شود. القاییدگی متقابل M سیملوله‌ها چقدر است؟

•۷۳-دو پیچه در مکانهای معین قرار دارند. وقتی در پیچهٔ ۱ جریانی برقرار نیست و در پیچهٔ ۲ جریان با آهنگ ۱۵/۰A/s افزایش می‌یابد، نیروی محرکهٔ الکتریکی در پیچهٔ ۱ برابر ۲۵/۰mV است. (الف) القاییدگی متقابل آنها چقدر است؟ (ب) وقتی در پیچهٔ ۲ جریانی برقرار نیست و در پیچهٔ ۱ جریان ۳/۶۰A برقرار است، شار پیوند خورده در پیچهٔ ۲ چقدر است؟ SSM

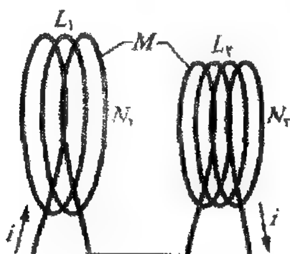
•۷۴-پیچهٔ ۱ دارای $L_1=25\,\text{mH}$ و $N_1=100$ دور است. پیچهٔ ۲ دارای $L_2=40\,\text{mH}$ و $N_2=200$ دور است. وضعیت دو پیچه نسبت به هم ثابت است؛ القاییدگی متقابل آنها ۳/۰mH است. جریان ۶/۰mA در پیچهٔ ۱ با آهنگ ۴/۰A/s تغییر می‌کند. (الف) شار مغناطیسی Φ_{12} که به پیچهٔ ۱ پیوند می‌خورد چقدر است؟ و (ب) emf خود القایی که در آن پیچه ظاهر می‌شود چقدر است؟ (پ) شار مغناطیسی Φ_{21} که به پیچهٔ ۲ پیوند می‌خورد چقدر است؟ و (ت) چه emf القا شدهٔ متقابلی در آن پیچه ظاهر می‌شود؟

••۷۵-دو پیچه که مطابق شکل ۲۶-۷۲ به هم متصل‌اند، هر یک به طور جداگانه دارای القاییدگی L_1 و L_2 هستند. القاییدگی متقابل M است. (الف) نشان دهید این ترتیب می‌تواند با یک پیچهٔ تنها جایگزین شود که القاییدگی آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$L_{eq}=L_1+L_2+2M$$

(ب) پیچه‌های شکل ۲۶-۷۲ را چگونه می‌توان دوباره به هم بست تا القاییدگی معادل از رابطهٔ زیر به دست آید

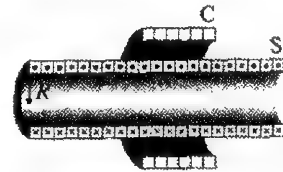
$$L_{eq}=L_1+L_2-2M$$



شکل ۲۶-۷۲ مسئلهٔ ۷۵

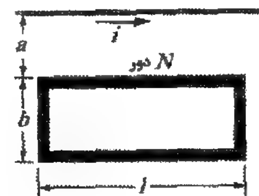
(این مسئله، تعمیمی از مسئلهٔ ۴۷ است، اما شرط اینکه پیچه‌ها از هم دور باشند، حذف شده است.) SSM

••۷۶- پیچهٔ C با N دور سیم، مطابق شکل ۲۶-۷۳، دور سیملولهٔ درازی به شعاع R و n دور سیم در یکای طول قرار داده شده است. (الف) نشان دهید که القاییدگی متقابل ترکیب پیچه - سیملوله با رابطهٔ $M=\mu_0 \pi R^2 nN$ داده می‌شود. (ب) توضیح دهید که چرا M به شکل، اندازه یا امکان اینکه پیچه به طور فشرده سیم پیچی نشده باشد بستگی ندارد.



شکل ۲۶-۷۳ مسئلهٔ ۷۶

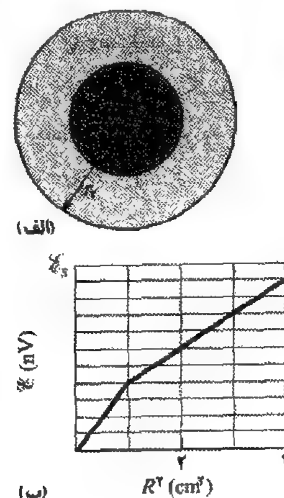
••۷۷- حلقهٔ مستطیل شکلی با N دور سیم پیچ فشرده مطابق شکل ۲۶-۷۴ در کنار یک سیم مستقیم دراز قرار دارد. اگر $N=100$، $a=1/0\,cm$، $b=8/0\,cm$ و $l=30\,cm$ باشد، القاییدگی متقابل M برای ترکیب حلقه - سیم چقدر است؟



شکل ۲۶-۷۴ مسئلهٔ ۷۷

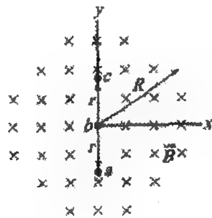
مسئله‌های اضافی

۷۸- شکل ۲۶-۷۵ الف دو ناحیهٔ دایره‌ای هم مرکز را نشان می‌دهد که میدانهای مغناطیسی یکنواختی می‌توانند در آنها تغییر کنند. ناحیهٔ ۱، با شعاع $r_1=1/0\,cm$ دارای میدان مغناطیسی به سمت خارج $\vec{B}_1$ است که بزرگی آن افزایش می‌یابد. ناحیهٔ ۲ با شعاع $r_2=2/0\,cm$، دارای میدان مغناطیسی به سمت خارج $\vec{B}_2$ است که آن نیز می‌تواند تغییر کند. فرض کنید یک حلقهٔ رسانا به شعاع R در مرکز این دو ناحیه باشد و بخواهیم emf، $\mathscr{E}$، را دور این حلقه حساب کنیم. شکل ۲۶-۷۵ ب emf، $\mathscr{E}$، را به عنوان تابعی از مجذور شعاع R^2 حلقه تا لبهٔ بیرونی ناحیهٔ ۲ نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $\mathscr{E}_s=20/0\,nV$ مشخص شده است. آهنگ (الف) dB_1/dt و (ب) dB_2/dt چقدر است؟ (پ) آیا بزرگی $\vec{B}_2$ افزایش می‌یابد یا کاهش یا ثابت می‌ماند؟



شکل ۲۶-۷۵ مسئلهٔ ۷۸

۷۹- شکل ۲۶-۷۶ میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ را که محدود به یک حجم استوانه‌ای به شعاع R است نشان می‌دهد. بزرگی $\vec{B}$ با آهنگ ثابت $10\,mT/s$ کاهش می‌یابد. برحسب نماد بردار یکه، شتاب اولیهٔ الکترونی که در (الف) نقطهٔ a (فاصلهٔ شعاعی $r=5/0\,cm$) (ب) نقطهٔ b $(r=0)$ و (پ) نقطهٔ c $(r=5/0\,cm)$ رها شود چقدر است؟



شکل ۲۶-۷۶ مسئلهٔ ۷۹

۸۰- القاییدگی یک پیچه که به طور فشرده پیچیده شده به گونه‌ای است که وقتی جریان با آهنگ $5/00\,A/s$ تغییر کند یک emf برابر $3/00\,mV$ القا می‌شود. جریان پایای $8/00\,A$ شار مغناطیسی $40/0\,\mu Wb$ را در هر حلقه ایجاد می‌کند. (الف) القاییدگی پیچه را حساب کنید. (ب) پیچه چند دور دارد؟

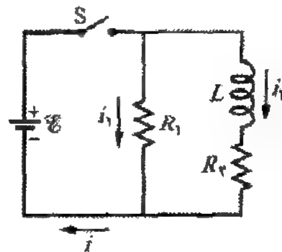
۸۱- صفحهٔ یک حلقهٔ سیمی مربعی به ضلع $20\,cm$ و مقاومت $20\,m\Omega$ بر میدان مغناطیسی یکنواخت $B=0/2\,T$ عمود است. اگر دو ضلع مقابل حلقه از هم دور کنید دو ضلع دیگر به هم نزدیک می‌شوند و مساحت محصور در حلقه کاهش می‌یابد. اگر مساحت محصور شده در زمان $\Delta t=0/20\,s$ به صفر کاهش یابد، مطلوب است (الف) emf میانگین و (ب) میانگین جریان القایی در حلقه در مدت Δt.

۸۲- یک حلقهٔ سیمی مربعی در میدان مغناطیسی یکنواخت $0/24\,T$ که عمود بر صفحه حلقه است، قرار دارد. طول هر ضلع مربع با آهنگ ثابت $5/0\,cm/s$ کاهش می‌یابد. وقتی طول $12\,cm$ است، emf القا شده در حلقه چقدر است؟

۸۳- در شکل ۲۶-۶۶ یک باتری آرمانی $12/0\,V$ با بستن کلید در زمان $t=0$ به یک مقاومت $20/0\,\Omega$ و یک القاگر متصل می‌شود. با چه آهنگی در زمان $t=1/61\,\tau_L$ باتری انرژی را به میدان القاگر منتقل می‌کند؟

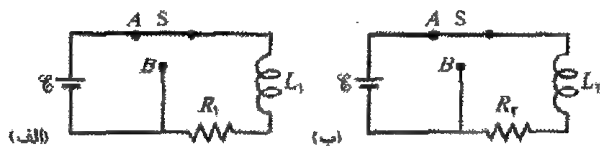
۸۴- پس از برداشتن باتری از یک مدار RL (با $L=2/00\,H$ و $R=3/00\,\Omega$) چه مدت طول می‌کشد تا اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت در مدار به ٪۱۰/۰ مقدار اولیه‌اش کاهش یابد؟

۸۵- در شکل ۲۶-۷۷، یک باتری آرمانی، $\mathscr{E}=10V$ ، $R_1=5.0\Omega$ ، $R_2=10\Omega$ و $L=5.0H$ وجود دارد. کلید S در زمان $t=0$ بسته می‌شود. درست پس از بستن، مطلوب است محاسبهٔ (الف) i_1 ، (ب) i_2 ، (پ) جریان i_S در کلید، (ت) اختلاف پتانسیل V_2 دو سر مقاومت R_2 ، (ث) اختلاف پتانسیل V_L دو سر القاگر، و (ج) آهنگ تغییر di_2/dt . پس از زمانی طولانی، مطلوب است (چ) i_1 ، (ح) i_2 ، (خ) i_S ، (د) V_2، (ذ) L_L ، و (ر) di_2/dt .SSM



شکل ۲۶-۷۷ مسئلهٔ ۸۵

۸۶- در شکل ۲۶-۷۸ الف کلید S به قدر کافی روی A بسته است به طوری که جریانی پایا در القاگری با القایدگی $L_1=5.00mH$ و در مقاومت $R_1=25.0\Omega$ ، برقرار شده است. همچنین، در شکل ۲۶-۷۸ ب کلید S به قدر کافی روی A بسته است به طوری که جریانی پایا در القاگری با القایدگی $L_2=3.00mH$ و مقاومت $R_2=30.0mH$ ، برقرار شده است. نسبت Φ_{02}/Φ_{01} ، شار مغناطیسی گذشته از یک دور القاگر ۲ به شار مغناطیسی گذشته از یک دور القاگر ۱ برابر ۱/۵ است. در زمان $t=0$ هر دو کلید روی B بسته می‌شوند. در چه زمان t شار گذشته از یک دور در دو القاگر مساوی است؟



شکل ۲۶ ۷۸ مسئلهٔ ۸۶

۸۷- کلید S در شکل ۲۶-۶۶ در زمان $t=0$ بسته می‌شود، در آغاز جریانی از القاگر 15.0mH و مقاومت 20.0Ω می‌گذرد. در چه زمانی emf دو سر القاگر با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت یکسان است؟

۸۸- در زمان $t=0$ یک اختلاف پتانسیل 12.0V به طور ناگهانی به دو سر پیچه‌ای با القایدگی 23.0mH و مقاومت R اعمال می‌شود. در زمان $t=0.150ms$ ، جریان در القاگر با آهنگ 280A/s تغییر می‌کند. مقدار R را محاسبه کنید.

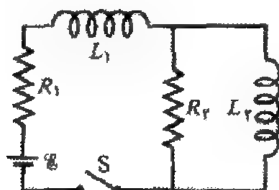
۸۹- در زمان $t=0$ ، یک اختلاف پتانسیل 45V به طور ناگهانی به دو سر پیچه‌ای با القایدگی $L=50mH$ و مقاومت $R=180\Omega$ ، برقرار می‌شود. جریان در $t=1.2ms$ با چه آهنگی در پیچه افزایش می‌یابد.

۹۰- پیچه‌ای با ۱۵۰ دور، وقتی جریان 2.00mA از آن می‌گذرد، دارای شار مغناطیسی $50.0nT.m^2$ از هر دور است. (الف) القایدگی در پیچه چقدر است؟ مطلوب است محاسبهٔ (ب) القایدگی و (پ) شار عبوری از هر دور وقتی که جریان به 4.00mA افزایش یابد. (ت) وقتی جریان در پیچه با رابطهٔ $i=(3.00mA)\cos(377t)$ داده شود، بیشینهٔ emf ، $\mathscr{E}$ ، دو سر پیچه چقدر است؟

۹۱- پیچه‌ای با القایدگی 2.0H و مقاومت 10Ω به طور ناگهانی به یک باتری آرمانی با $\mathscr{E}=100V$ متصل می‌شود. (الف) جریان تعادل چقدر است؟ (ب) وقتی این جریان در پیچه برقرار است، چقدر انرژی در میدان مغناطیسی ذخیره می‌شود؟

۹۲- یک سیملولهٔ استوانه‌ای دراز با ۱۰۰ دور بر سانتی‌متر دارای شعاع 1.6 cm است. فرض کنید که میدان مغناطیسی ایجاد شده در داخل سیملوله موازی محور آن و یکنواخت است. (الف) القایدگی به ازای یک متر از طول آن چقدر است؟ (ب) اگر جریان با آهنگ 13 A/s تغییر کند، emf القا شده در هر متر چقدر است؟

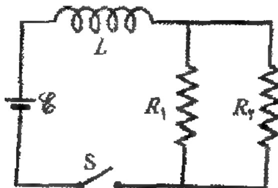
۹۳- در شکل ۲۶-۷۹، $R_1=8.0\Omega$ ، $R_2=10\Omega$ ، $L_1=0.30H$ ، $L_2=0.20$ و باتری آرمانی دارای $\mathscr{E}=6.0V$ است. (الف) درست پس از بستن کلید جریان با چه آهنگی در القاگر ۱ تغییر می‌کند؟ (ب) وقتی مدار در حالت پایا است، جریان در القاگر ۱ چقدر است؟



شکل ۲۶-۷۹ مسئلهٔ ۹۳

۹۴- در شکل ۲۶-۶۶، $R=4.0 k\Omega$ ، $L=8.0\mu H$ و باتری آرمانی دارای $\mathscr{E}=20V$ است. چه مدت پس از بستن کلید، جریان 2.0mA است؟

۹۵- در مدار شکل ۲۶-۸۰، $R_1=20k\Omega$ ، $R_2=20\Omega$ ، $L=50mH$ و باتری آرمانی $\mathscr{E}=40V$ قرار دارند. کلید S که برای مدت طولانی باز بوده است در زمان $t=0$ بسته می‌شود. درست پس از بستن کلید، (الف) جریان i_{bat} در باتری و (ب) آهنگ di_{bat}/dt چقدر است؟ در $t=3.0\mu s$ (پ) جریان i_{bat} و (ت) آهنگ di_{bat}/dt چقدر است؟ پس از مدتی طولانی، (ث) جریان i_{bat} و (ج) آهنگ di_{bat}/dt چقدر است؟ SSM



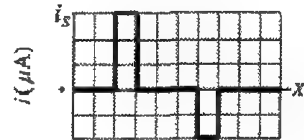
شکل ۲۶-۸۰ مسئلهٔ ۹۵

۹۶- شار پیوند شده در یک پیچهٔ معین با مقاومت $0/75\Omega$، اگر جریان $5/5A$ از آن بگذرد، برابر $26m\,Wb$ است. (الف) القاییدگی پیچه را حساب کنید. (ب) اگر یک باتری آرمانی $6/0V$ به طور ناگهانی به دو سر پیچه متصل شود، چقدر طول می‌کشد تا جریان از ۰ تا $2/5A$ افزایش یابد؟

۹۷- شکل ۲۶-۸۱ الف یک حلقهٔ رسانای مستطیلی را با مقاومت $R=0/020\,\Omega$، ارتفاع $H=1/5\,cm$ و طول $D=2/5\,cm$ نشان می‌دهد که با تندی ثابت $v=40\,cm/s$ از میان دو ناحیهٔ میدان مغناطیسی یکنواخت کشیده می‌شود. شکل ۲۶-۸۱ ب جریان i القایی در حلقه را برحسب تابعی از مکان x برای ضلع سمت راست حلقه نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $i_s=3/0\,\mu A$ مشخص شده است. برای مثال، وقتی حلقه وارد ناحیهٔ ۱ می‌شود یک جریان $3/0\,\mu A$ القایی ساعتگرد در حلقه برقرار می‌شود. مطلوب است (الف) بزرگی و (ب) جهت (به سمت داخل یا خارج صفحه) میدان مغناطیسی در ناحیهٔ ۱. مطلوب است (پ) بزرگی و (ت) جهت میدان مغناطیسی در ناحیهٔ ۲. SSM



(الف)



(ب)

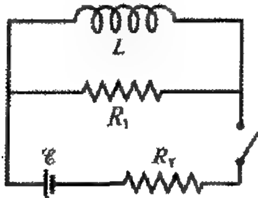
شکل ۲۶-۸۱ مسئله ۹۷

۹۸- وقتی جریان در یک القاگر معین $60/0mA$ است انرژی پتانسیل مغناطیسی ذخیره شده در آن $25/0mJ$ است. (الف) القاییدگی را حساب کنید. (ب) جریان باید چقدر باشد تا انرژی ذخیره شده $100mJ$ شود؟

۹۹- وقتی کلید S در شکل ۲۶-۶۶ بسته شود، زمان لازم برای اینکه جریان به یک مقدار دستیافتنی برسد بخشی بستگی به مقاومت R دارد. فرض کنید که emf، $\mathscr{E}$، باتری آرمانی برابر $12V$ و القاییدگی القاگر آرمانی (بدون مقاومت) برابر $18\,mH$ باشد. اگر R برابر (الف) $1/00\,\Omega$، (ب) $5/00\,\Omega$ و (پ) $6/00\,\Omega$ باشد، زمان لازم برای اینکه جریان به $2/00\,A$ برسد چقدر است؟ (ت) برای چه مقدار R زمان لازم برای رسیدن به $2/00\,A$ کمترین است؟ (ث) کمترین زمان چقدر است؟ (*راهنمایی*: معادلهٔ ۲۶-۳۹ را بازنگری کنید.)

۱۰۰- میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ بر صفحهٔ یک حلقه سیم دایره‌ای به شعاع r عمود است. بزرگی میدان با رابطهٔ $B=B_0e^{-t/\tau}$ نسبت به زمان تغییر می‌کند که در آن B_0 و τ ثابت‌اند. عبارتی را برای emf در حلقه به صورت تابعی از زمان به دست آورید.

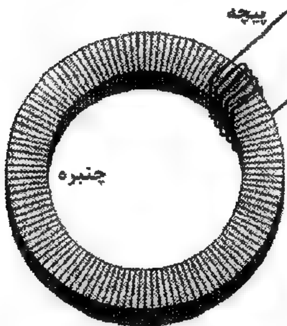
۱۰۱- مدار نشان داده شده در شکل ۲۶-۸۲ شامل یک باتری آرمانی $\mathscr{E}=12/0V$، $L=10/0mH$، $R_1=10/0\Omega$ و $R_2=20/0\Omega$ است. کلید قبل از بستن در زمان $t=0$ به مدت زیادی باز بوده است. *با چه آهنگی جریان در القاگر (الف)* درست بلافاصله پس از بستن کلید و (ب) وقتی که جریان در باتری برابر $0/50A$ است، تغییر می‌کند؟ (پ) وقتی جریان به شرایط حالت پایا می‌رسد، جریان در باتری چقدر است؟



شکل ۲۶-۸۲ مسئلهٔ ۱۰۱

۱۰۲- شکل ۲۶-۸۳ پیچه‌ای با N_2 دور را نشان می‌دهد که به ترتیب نشان داده شده دور قسمتی از چنبره‌ای با N_1 دور پیچیده شده است. شعاع داخلی چنبره a، شعاع خارجی آن b و ارتفاع آن h است. نشان دهید که القاییدگی متقابل M ترکیب پیچه - چنبره برابر است با

$$M=\frac{\mu_0 N_1 N_2 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$



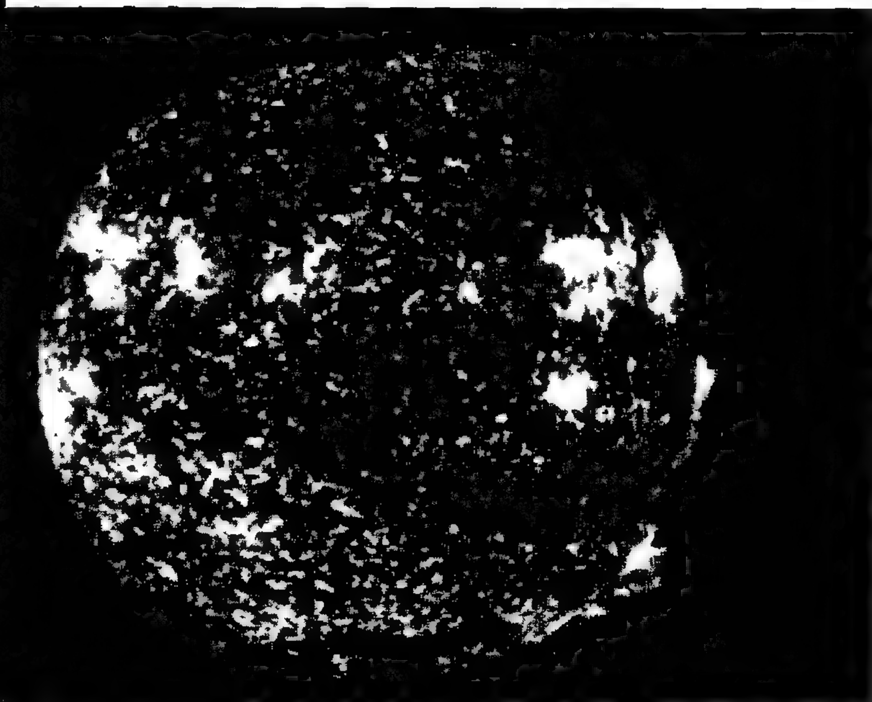
شکل ۲۶-۸۳ مسئلهٔ ۱۰۲

۱۰۳- یک حلقهٔ دایره‌ای (۱۴cm = شعاع) سیمی در میدان مغناطیسی که با عمود بر صفحهٔ حلقه زاویه $30°$ می‌سازد، قرار داده می‌شود. بزرگی این میدان با آهنگ ثابت از $30mT$ به $60mT$ افزایش می‌یابد. اگر مقاومت حلقهٔ $5/0\Omega$ باشد، وقتی که بزرگی میدان $50mT$ است، بزرگی جریان القایی در حلقه چقدر است؟

۱۰۴- یک پیچهٔ دایره‌ای ۵۰ دوری (۱۵cm = شعاع) با مقاومت کل $4/0\Omega$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت که عمود بر صفحه پیچه است قرار دارد. بزرگی این میدان با رابطهٔ $B=A\sin(\omega t)$ که در آن $A=80\,\mu T$ و $\omega=50\pi\,rad/s$ است، نسبت به زمان تغییر می‌کند. بزرگی جریان القایی در پیچه در $t=20ms$، چقدر است؟

۲۷

نوسانهای الکترو مغناطیسی و جریان متناوب



در ساعت ۲:۴۵ بامداد سیزدهم مارچ سال ۱۹۸۹، کل برق شبکهٔ فشار قوی در ناحیهٔ کبک کانادا قطع شد و میلیونها نفر در آن شب سرد بدون برق ماندند. در واقع، شبکه‌های زیادی در نیمکرهٔ شمالی در آن شب دچار نقص شدند و برای مهندسانی که شبکه‌ها را اداره می‌کردند کابوسی را به وجود آوردند. سبب این حادثه به خاطر تقاضای ناگهانی و بیش از حد در مصرف برق یا خرابی وسایل نبود. بلکه علت انفجاری بود که در سه روز قبل از آن در سطح خورشید رخ داده بود.

انفجار خوشیدی چگونه می‌تواند موجب قطع شبکهٔ برق فشار قوی شود؟

پاسخ در همین فصل .

۲۷-۱ فیزیک چیست؟

ما فیزیک پایهٔ مربوط به میدانهای الکتریکی و مغناطیسی و اینکه انرژی چطور در خازنها و القاگرها ذخیره می‌شود را بررسی کردیم. سپس فیزیک کاربردی مربوط به آن را در نظر گرفتیم که چطور می‌توان انرژی ذخیره شده در یک محل را به محل دیگری منتقل کرد و از آن بهره گرفت. برای مثال، انرژی تولید شده در نیروگاه می‌تواند در منزل شما رایانه‌ای را به کار اندازد. امروزه ارزش این فیزیک کاربردی آنقدر زیاد است که براورد آن تقریباً ناممکن است. در واقع، تمدن پیشرفتهٔ امروزی بدون این فیزیک کاربردی ناممکن خواهد بود.

در بیشتر نقاط جهان، انرژی الکتریکی با جریان مستقیم منتقل نمی‌شود بلکه به صورت جریان نوسان کنندهٔ سینوسی (جریان متناوب یا ac) منتقل می‌شود. چالش فیزیکدانان و مهندسان این است که دستگاههای ac را چنان طراحی کنند تا انتقال انرژی به طور کارامد انجام شود و وسایلی بسازند که از این انرژی استفاده کنند.

در بحث ما در مورد دستگاههای نوسان کنندهٔ سینوسی در این فصل، اولین قدم این است که نوسان را در مدار ساده‌ای شامل القاییدگی L و ظرفیت R بررسی کنیم.

۲۷-۲ نوسانهای LC، بررسی کیفی

از سه عنصر مدار یعنی مقاومت R، ظرفیت C و القاییدگی L، تاکنون ترکیب متوالی RC (در بخش ۲۳-۹) و ترکیب RL را (در بخش ۲۶-۹) مورد بحث قرار دادیم. در این دو نوع مدار دریافتیم که بار، جریان و اختلاف پتانسیل به صورت نمایی افزیش و کاهش می‌یابند. معیار زمانی برای این افزایش و کاهش با *ثابت زمانی* τ داده می‌شود که یا خازنی یا القایی است.

اکنون، ترکیب دیگر LC را در نظر می‌گیریم. خواهیم دید که در این حالت بار، جریان و اختلاف پتانسیل با زمان به صورت نمایی کاهش نمی‌یابند، بلکه به صورت سینوسی تغییر می‌کنند (با زمان تناوب T و بسامد زاویه‌ای ω). نتیجهٔ نوسان میدان الکتریکی خازن و میدان مغناطیسی القاگر را **نوسانهای الکترومغناطیسی** می‌نامند. می‌گویند چنین مداری نوسان می‌کند.

قسمت (الف) تا (ح) شکل ۲۷-۱ مرحله‌های پی‌درپی نوسانها را در یک مدار سادهٔ LC نشان می‌دهند. از معادلهٔ ۲۱-۲۱، انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی خازن در هر لحظه برابر است با

$$U_E = \frac{q^۲}{۲C} \qquad (۲۷-۱)$$

که در آن q بار روی خازن در آن زمان است. از معادلهٔ ۲۶-۴۹، انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی القاگر در هر لحظه برابر است با

$$U_B = \frac{Li^۲}{۲} \qquad (۲۷-۲)$$

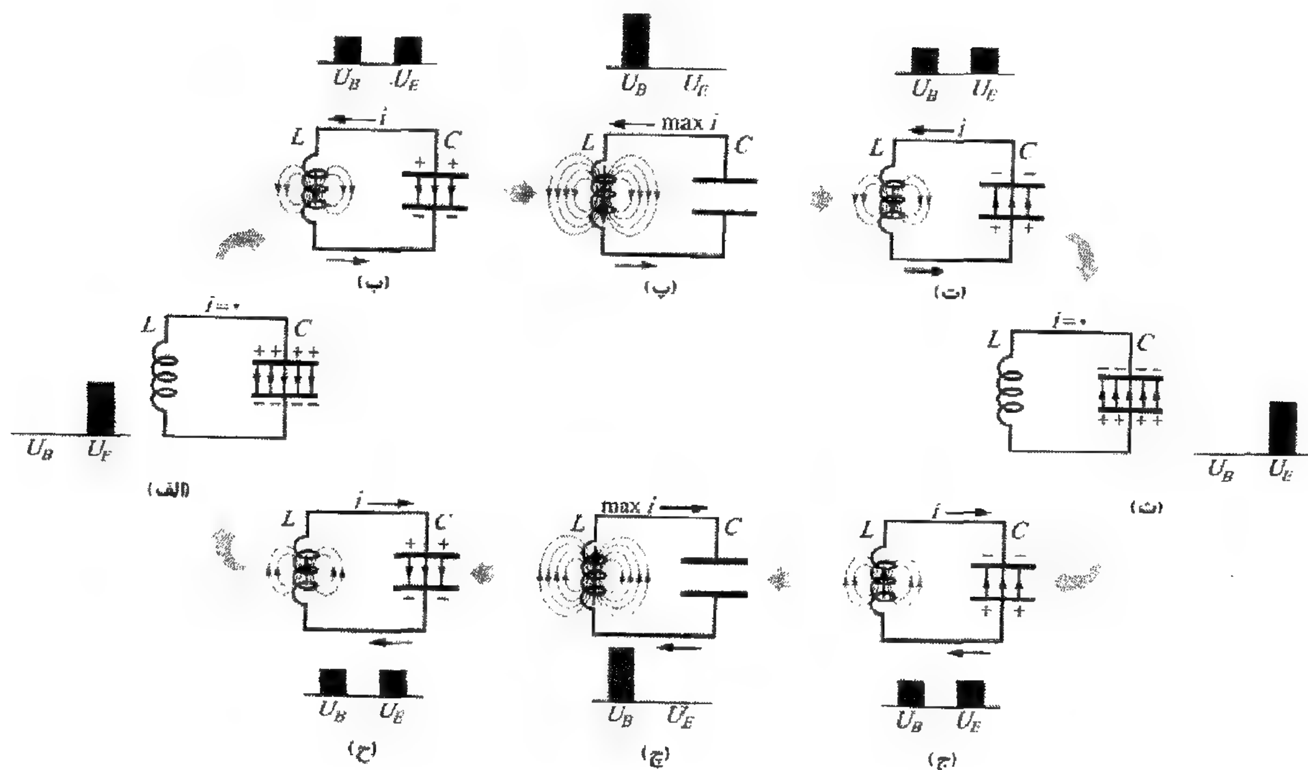
که i جریان در القاگر در آن زمان است.

اکنون بنابر قرارداد *مقدارهای لحظه‌ای* کمیتهای الکتریکی مداری را که به طور سینوسی نوسان می‌کند با حروف کوچک، مانند q و *دامنهٔ* این کمیتها را با حروف بزرگ مانند Q نشان می‌دهیم. با به خاطر داشتن این قرار داد، فرض کنیم بار q روی خازن در شکل ۲۷-۱ در ابتدا دارای مقدار بیشینهٔ Q و جریان i در القاگر صفر است. این حالت اولیهٔ مدار در شکل ۲۷-۱ الف نشان داده شده است. نمودارهای ستونی نشان داده شده برای انرژی، بیانگر انرژی در این لحظه‌اند که برای آن، جریان در القاگر صفر و بار روی خازن بیشینه، انرژی U_B میدان مغناطیسی صفر و انرژی U_E میدان الکتریکی بیشینه است.

اکنون خازن در القاگر شروع به خالی شدن می‌کند، حاملهای بار مثبت، مطابق شکل ۲۷-۱ ب، به صورت پادساعتگرد حرکت می‌کنند. این بدان معناست که جریان i که با dq/dt داده می‌شود در القاگر به سمت پایین است. وقتی بار خازن کاهش می‌یابد، انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی خازن نیز کاهش می‌یابد. این انرژی به میدان مغناطیسی، که به خاطر جریان i دور القاگر برقرار می‌شود، انتقال می‌یابد. به این ترتیب، میدان الکتریکی کاهش و میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد به طوری که انرژی از میدان الکتریکی به میدان مغناطیسی منتقل می‌شود.

سرانجام، خازن همهٔ بارش (شکل ۲۷-۱ پ) و در نتیجه میدان الکتریکی و انرژی ذخیره شده در این میدان را از دست می‌دهد. سپس، انرژی به طور کامل به میدان مغناطیسی القاگر منتقل می‌شود. حال، میدان مغناطیسی در بزرگی بیشینهٔ خود و جریان در القاگر در مقدار بیشینه‌اش، I است.

هر چند که اکنون بار روی خازن صفر است اما جریان پادساعتگرد ادامه می‌یابد، چون القاگر نمی‌گذارد که جریان به طور ناگهانی صفر شود. جریان به انتقال بار مثبت از صفحهٔ بالا به صفحهٔ پایین خازن (شکل ۲۷-۱ ت) از طریق مدار ادامه می‌دهد. اکنون، وقتی میدان الکتریکی دوباره در خازن افزایش یابد، انرژی از القاگر به خازن بر می‌گردد. در حین این انتقال انرژی، جریان بتدریج کاهش می‌یابد. وقتی، سرانجام انرژی به طور کامل به خازن برگشت (شکل ۲۷-۱ ث)، جریان به صفر کاهش می‌یابد (به طور موقت). وضعیت شکل ۲۷-۱ ث مشابه وضعیت اولیه است به جز اینکه اکنون خازن در جهت مخالف پر می‌شود.



شکل ۲۷-۱ هشت مرحله از یک چرخهٔ نوسانی در مدار بدون مقاومت LC. نمودارهای ستونی در هر شکل انرژیهای مغناطیسی و الکتریکی ذخیره شده را نشان می‌دهند. خطهای میدان مغناطیسی در القاگر و خطهای میدان الکتریکی در خازن نشان داده شده‌اند. (الف) خازن با بار بیشینه، جریان برقرار نیست. (ب) خازن در حال تخلیه، جریان در حال افزایش است. (پ) خازن کاملاً تخلیه شده، جریان بیشینه است. (ت) خازن با قطبیت مخالف نسبت به مرحلهٔ (الف) درحال پرشدن و جریان در حال کاهش است. (ث) خازن با بار بیشینه دارای قطبیت مخالف نسبت به مرحلهٔ (الف)، جریان برقرار نیست. (ج) خازن در حال تخلیه، جریان با جهت مخالف نسبت به مرحلهٔ (ب) در حال افزایش است. (چ) خازن کاملاً تخلیه شده، جریان بیشینه است. (ح) خازن در حال پرشدن، جریان در حال کاهش است.

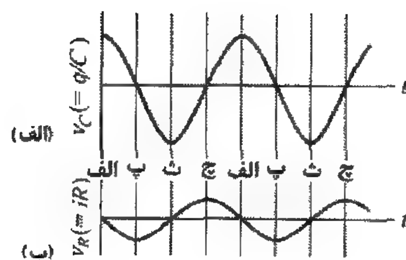
سپس خازن دوباره شروع به تخلیه می‌کند، اما اکنون جریان ساعتگرد است (شکل ۲۷-۱ ج). با دلایلی مشابه قبل، می‌بینیم که جریان ساعتگرد تا یک مقدار بیشینه زیاد می‌شود (شکل ۲۷-۱ چ) و سپس کاهش می‌یابد (شکل ۲۷-۱ ح) تا سرانجام مدار به وضعیت اولیه‌اش (شکل ۲۷-۱ الف) برگردد. سپس، فرایند در بسامد f و در نتیجه در بسامد زاویه‌ای $\omega=2\pi f$، تکرار می‌شود. در یک مدار آرمانی بدون مقاومت LC، هیچ انتقال انرژی به‌جز انتقال انرژی میان میدان الکتریکی خازن و میدان مغناطیسی القاگر وجود ندارد. به واسطهٔ پایستگی انرژی، این نوسانها به طور نامتناهی ادامه می‌یابند. نیازی نیست که نوسانها در مرحله‌ای که همهٔ انرژی در میدان الکتریکی است، شروع شوند؛ وضعیت اولیه می‌تواند هر یک از مرحله‌های دیگر نوسان باشد.

برای به دست آوردن بار q روی خازن به صورت تابعی از زمان، می‌توانیم از یک ولت سنج برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل متغیر نسبت به زمان (یا ولتاژ) v_C، که در دو سر خازن C وجود دارد، استفاده کنیم. از معادلهٔ ۲۱-۱ می‌توانیم بنویسیم

$$v_C=\left(\frac{1}{C}\right)q$$

که به ما امکان می‌دهد q را به دست آوریم. برای اندازه‌گیری جریان، می‌توانیم یک مقاومت کوچک R را به طور متوالی به خازن و القاگر ببندیم و اختلاف پتانسیل متغیر v_R دو سر آن را نسبت به زمان اندازه بگیریم؛ v_R بنابر رابطهٔ زیر با i متناسب است

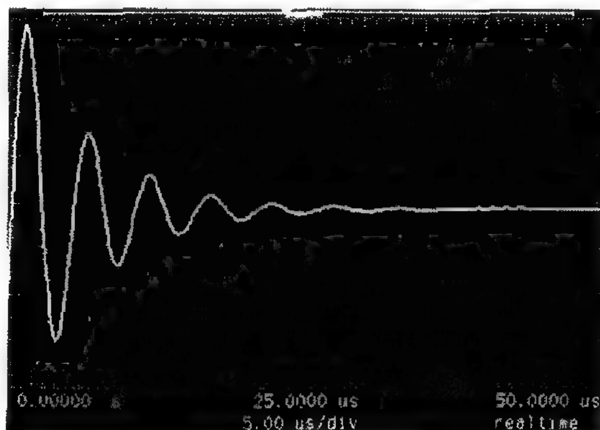
$$v_R=iR$$



شکل ۲۷-۲ (الف) اختلاف پتانسیل دو سرخازن مدار شکل ۲۷-۱ به صورت تابعی از زمان. این کمیت با بار روی خازن متناسب است. (ب) پتانسیل با جریان در مدار شکل ۲۷-۱ متناسب است. حروف به مرحله‌های نوسانی مشخص شدهٔ متناظر در شکل ۲۷-۱ مربوط‌اند.

در اینجا فرض می‌کنیم R آنقدر کوچک است که اثر آن روی رفتار مدار ناچیز است. تغییرات زمانی v_C و v_R و در نتیجه q و i با زمان در شکل ۲۷-۲ نشان داده شده‌اند. هر چهار کمیت به طور سینوسی تغییر می‌کنند.

در مدار LC واقعی، نوسانها به طور نامتناهی ادامه نمی‌یابند چون همیشه قدری مقاومت وجود دارد که انرژی را از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی می‌گیرد و آن را به صورت انرژی گرمایی تلف می‌کند (مدار ممکن است گرمتر شود). نوسانها، وقتی شروع شدند، همان‌طور که شکل ۲۷-۳ نشان می‌دهد، از بین می‌روند. این شکل را با شکل ۱۱-۱۶ که از بین رفتن نوسانهای مکانیکی براثر میرایی اصطکاکی در دستگاه قطعه- فنر را نشان می‌دهد مقایسه کنید.



شکل ۲۷-۳ یک رد نوسان نما نشان می‌دهد که در واقع به علت اتلاف انرژی در مقاومت به صورت گرما نوسانهای یک مدار RLC از بین می‌رود.

✔ ***نکتهٔ وارسی ۱*** یک خازن باردار و یک القاگر در زمان $t=0$ به طور متوالی به هم متصل‌اند. برحسب زمان تناوب T نوسانهای حاصل، معین کنید که پس از چه مدت کمیتهای زیر به بیشینهٔ خود می‌رسند: (الف) بار روی خازن، (ب) ولتاژ دو سر خازن با قطبیت اولیهٔ آن، (پ) انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی و (ت) جریان.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۷-۱

یک خازن $1/5\,\mu F$ تا ۵۷V بار داده شده است. سپس باتری باردار کننده را قطع می‌کنیم و یک پیچهٔ ۱۲mH را به طور متوالی به خازن می‌بندیم به طوری که نوسانهای LC رخ دهند. جریان بیشینه در پیچه چقدر است؟ فرض کنید که مدار هیچ مقاومتی ندارد و در نتیجه اتلاف انرژی وجود ندارد.

نکته‌های کلیدی

۱- چون مدار مقاومت ندارد، وقتی انرژی میان میدان الکتریکی خازن و میدان مغناطیسی پیچه (القاگر) به طور تناوبی منتقل می‌شود، انرژی الکترومغناطیسی مدار پایسته است.

۲- در هر زمان t، انرژی $U_B(t)$ میدان مغناطیسی بنابر معادلهٔ ۲۷-۲ $(U_B=Li^2/2)$ با جریان $i(t)$ پیچه رابطه دارد. وقتی تمام انرژی به صورت انرژی مغناطیسی ذخیره شود، جریان در بیشینهٔ مقدار I است و این انرژی برابر است با $U_{B,\max}=LI^2/2$.

۳- در هر زمان t، انرژی $U_E(t)$ میدان الکتریکی بنابر معادلهٔ ۲۷-۱ $(U_E=q^2/2C)$ با بار $q(t)$ روی خازن رابطه دارد. وقتی تمام انرژی به صورت انرژی الکتریکی ذخیره شود، بار در بیشینهٔ مقدار Q است و این انرژی برابراست با $U_{E,\max}=Q^2/2C$.

محاسبه‌ها: اکنون با این نکته‌ها می‌توانیم پایستگی انرژی را به صورت زیر بنویسیم

$$U_{B,\max}=U_{E,\max}$$

یا

$$\frac{LI^2}{2}=\frac{Q^2}{2C}$$

با حل این رابطه برای I، داریم

$$I=\sqrt{\frac{Q^2}{LC}}$$

اکنون L و C را می‌دانیم اما Q را نمی‌دانیم. با این وجود، با استفاده از معادلهٔ ۲۱-۱ $(q=CV)$ می‌توانیم Q را به بیشینهٔ اختلاف پتانسیل V دو سر خازن که در ابتدا ۵۷V است، ربط دهیم. پس با قرار دادن $Q=CV$ خواهیم داشت

$$I=V\sqrt{\frac{C}{L}}=(57\text{V})\sqrt{\frac{1/5\times10^{-6}\text{ F}}{12\times10^{-3}\text{ H}}}$$

$$=0/637\text{A}\approx640\,\text{mA} \quad \text{(پاسخ)}$$

۲۷-۳ قیاس الکتریکی- مکانیکی

قیاس بین دستگاه نوسانی LC شکل ۲۷-۱ و یک دستگاه نوسانی قطعه- فنر را کمی دقیقتر بررسی می‌کنیم. دستگاه قطعه- فنر شامل دو نوع انرژی است. یکی انرژی پتانسیل فنر

فشرده شده یا کشیده شده؛ و دیگری انرژی جنبشی جسم متحرک. این دو انرژی با فرمولهای سمت راست جدول ۲۷-۱ داده شده‌اند.

جدول همچنین در ستون سمت چپ دو انرژی دیگر را که مربوط به نوسانهای LC هستند نشان می‌دهد. با توجه به جدول می‌توانیم قیاس بین دو جفت انرژی را مشاهده کنیم. انرژیهای مکانیکی دستگاه قطعه- فنر و انرژیهای الکترومغناطیسی نوسانگر LC. معادله‌های v و i در پایین جدول کمک می‌کنند تا این قیاس را بهتر مشاهده کنیم. آنها بر این دلالت دارند که q متناظر با x و i متناظر با v است (در هر دو معادله دومی مشتق اولی است). این تناظرها حاکی از آن هستند که در رابطه‌های مربوط به انرژی $1/C$ متناظر با k و L متناظر با m است. پس

q متناظر با x ، $1/C$ متناظر با k

i متناظر با v و L متناظر با m

این تناظرها بر آن دلالت دارند که در یک نوسانگر LC، خازن از لحاظ ریاضی مشابه فنر در دستگاه قطعه – فنر و القاگر مشابه قطعه است.

جدول ۲۷-۱

انرژی در دو دستگاه نوسانی مقایسه شده‌اند

دستگاه قطعه – فنر: عنصر	انرژی	نوسانگر LC: عنصر	انرژی
فنر	پتانسیل، $\frac{1}{2}kx^2$	خازن	الکتریکی، $\frac{1}{2}(1/C)q^2$
قطعه	جنبشی، $\frac{1}{2}mv^2$	القاگر	مغناطیسی، $\frac{1}{2}Li^2$
	$v=dx/dt$		$i=dq/dt$

در بخش ۳۱-۳ خواهیم دید که بسامد زاویه‌ای نوسان یک دستگاه قطعه – فنر (بدون اصطکاک) برابر است با

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{(دستگاه قطعه - فنر)} \qquad (۲۷-۳)$$

متناظرهایی که در بالا آمده‌اند نشان می‌دهند که برای پیدا کردن بسامد زاویه‌ای نوسان یک مدار LC (بدون مقاومت) باید k با $1/C$ و m با L جایگزین شود، که به دست می‌دهد

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{(مدار } LC\text{)} \qquad (۲۷-۴)$$

این نتیجه را در بخش بعد به دست می‌آوریم.

۲۷-۴ نوسانهای LC، بررسی کمی

در اینجا می‌خواهیم به روشنی نشان دهیم که معادلهٔ ۲۷-۴ برای بسامد زاویه‌ای نوسانهای LC درست است. در عین حال، می‌خواهیم قیاس بین نوسانهای LC و نوسانهای قطعه – فنر را به طور دقیقتر بررسی کنیم. با بررسی رفتار نوسانگر مکانیکی قطعه- فنر آغاز می‌کنیم.

نوسانگر قطعه- فنر

می‌توانیم انرژی کل U، نوسانگر قطعه – فنر را در هر لحظه به صورت زیر بنویسیم

$$U=U_b+U_s=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2 \qquad (۲۷-۵)$$

که U_b و U_s به ترتیب، انرژی جنبشی قطعهٔ متحرک و انرژی پتانسیل فنر کشیده شده یا فشرده شده‌اند. اگر اصطکاک وجود نداشته باشد- که همین فرض را می‌کنیم- انرژی کل U نسبت به زمان ثابت می‌ماند، هر چند که v و x تغییر می‌کنند. به زبان فرمولی، $dU/dt=0$ است. این بیان ما را به رابطهٔ زیر هدایت می‌کند

$$\frac{dU}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2\right)=mv\frac{dv}{dt}+kx\frac{dx}{dt}=0 \qquad (۲۷-۶)$$

اما $v=dx/dt$ و $dv/dt=\frac{d^2x}{dt^2}$ است. با جایگزینی اینها، معادلهٔ ۲۷-۶ به صورت زیر در می‌آید

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+kx=0 \quad \text{(نوسانهای قطعه - فنر)} \qquad (۲۷-۷)$$

معادلهٔ ۲۷-۷ یک *معادلهٔ دیفرانسیل* بنیادی است که برنوسانهای قطعه – فنر بدون اصطکاک حاکم است.

جواب عمومی معادلهٔ ۲۷-۷، یعنی، تابع $x(t)$ که نوسانهای قطعه – فنر را توصیف می‌کند عبارت است از

$$x(t)=X\cos(\omega t+\phi) \quad \text{(جابه‌جایی)} \qquad (۲۷-۸)$$

که X دامنهٔ نوسانهای مکانیکی، ω بسامد زاویه‌ای نوسانها و ϕ ثابت فاز است.

نوسانگر LC

اکنون نوسانهای مدار LC بدون مقاومت را با توجه به آنچه که برای نوسانگر قطعه- فنر انجام دادیم تحلیل می‌کنیم. انرژی کل U که در هر لحظه در مدار نوسان کنندهٔ LC وجود دارد با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$U=U_B+U_E=\frac{Li^2}{2}+\frac{q^2}{2C} \qquad (۲۷-۹)$$

که در آن U_B انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی القاگر و U_E انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی خازن است. چون فرض کردیم که مقاومت مدار صفر است، هیچ انرژیی به انرژی گرمایی تبدیل نمی‌شود و U نسبت به زمان ثابت باقی می‌ماند. به زبان فرمولی، dU/dt باید صفر باشد. این امر به رابطهٔ زیر می‌انجامد

$$\frac{dU}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{Li^2}{2}+\frac{q^2}{2C}\right)=Li\frac{di}{dt}+\frac{q}{C}\frac{dq}{dt}=0 \qquad (۲۷-۱۰)$$

اما $i=dq/dt$ و $di/dt=d^2q/dt^2$ است. با قرار دادن اینها، معادلهٔ ۲۷-۱۰ به صورت زیر در می‌آید

$$L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{C}q=0 \quad (\text{نوسانهای } LC) \quad (۱۱-۲۷)$$

این یک *معادلهٔ دیفرانسیل* است که نوسانهای مدار LC بدون مقاومت را توصیف می‌کند. معادله‌های ۲۷-۱۱ و ۲۷-۷ دقیقاً شکل ریاضی مشابهی دارند.

نوسانهای بار و جریان

چون معادله‌های دیفرانسیل به طور ریاضی مشابه‌اند، حل آنها نیز باید به طور ریاضی مشابه باشند. چون q متناظر با x است، می‌توانیم حل عمومی معادلهٔ ۲۷-۱۱ را با قیاس با معادلهٔ ۲۷-۸ به صورت زیر بنویسیم

$$q=Q\cos(\omega t+\phi) \quad (\text{بار}) \quad (۱۲-۲۷)$$

که در آن Q دامنهٔ تغییرات بار، ω بسامد زاویه‌ای نوسانهای الکترومغناطیسی و ϕ ثابت فاز است.

مشتق اول معادلهٔ ۲۷-۱۲ نسبت به زمان، جریان نوسانگر LC را به دست می‌دهد

$$i=\frac{dq}{dt}=-\omega Q\sin(\omega t+\phi) \quad (\text{جریان}) \quad (۱۳-۲۷)$$

دامنهٔ I این جریان متغیر سینوسی برابر است با

$$I=\omega Q \quad (۱۴-۲۷)$$

پس می‌توانیم معادلهٔ ۲۷-۱۳ را به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$i=-I\sin(\omega t+\phi)$$

بسامدهای زاویه‌ای

با قرار دادن معادلهٔ ۲۷-۱۲ و مشتق دوم آن نسبت به زمان در معادلهٔ ۲۷-۱۱، می‌توانیم بیازماییم که آیا معادلهٔ ۲۷-۱۲ حل معادلهٔ ۲۷-۱۱ هست یا نه. مشتق اول معادلهٔ ۲۷-۱۲ به صورت معادلهٔ ۲۷-۱۳ است. پس مشتق دوم عبارت است از

$$\frac{d^2q}{dt^2}=-\omega^2Q\cos(\omega t+\phi)$$

با قراردادن q و d^2q/dt^2 در معادلهٔ ۲۷-۱۱، داریم

$$-L\omega^2Q\cos(\omega t+\phi)+\frac{1}{C}Q\cos(\omega t+\phi)=0$$

با حذف $Q\cos(\omega t+\phi)$ و ترتیب مجدد این رابطه به دست می‌آید

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

به این ترتیب اگر ω برابر با مقدار ثابت $1/\sqrt{LC}$ باشد، معادلهٔ ۲۷-۱۲ در واقع حل معادلهٔ ۲۷-۱۱ است. توجه کنید که این عبارت برای ω دقیقاً همانی است که به وسیلهٔ معادلهٔ ۲۷-۴ و با آزمون متناظرها به آن دست یافتیم.

ثابت فاز ϕ در معادلهٔ ۲۷-۱۲ با شرایط موجود در یک زمان معین، تعیین می‌شود - برای مثال در $t=0$. اگر این شرایط $\phi=0$ را در $t=0$ به دست دهند، معادلهٔ ۲۷-۱۲ مستلزم آن است که $q=Q$ و معادلهٔ ۲۷-۱۳ مستلزم آن است که $i=0$ باشد؛ اینها شرایط اولیه‌ای هستند که در شکل ۲۷-۱ الف نشان داده شده‌اند.

نوسانهای انرژی الکتریکی و مغناطیسی

انرژی الکتریکی ذخیره شده در مدار LC، از معادله‌های ۲۷-۱ و ۲۷-۱۲ در هر لحظهٔ t، برابر است با

$$U_E=\frac{q^2}{2C}=\frac{Q^2}{2C}\cos^2(\omega t+\phi) \quad (۱۶-۲۷)$$

از معادله‌های ۲۷-۲ و ۲۷-۱۳، انرژی مغناطیسی برابر است با

$$U_B=\frac{1}{2}Li^2=\frac{1}{2}L\omega^2Q^2\sin^2(\omega t+\phi)$$

با جایگزینی برای ω از معادلهٔ ۳۱-۴، داریم

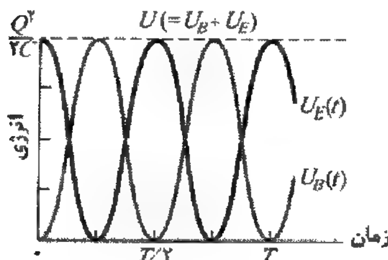
$$U_B=\frac{Q^2}{2C}\sin^2(\omega t+\phi) \quad (۱۷-۲۷)$$

شکل ۲۷-۴ نمودارهای $U_E(t)$ و $U_B(t)$ را برای حالت $\phi=0$ نشان می‌دهد. توجه کنید که:

۱- هر دو مقدار بیشینهٔ U_E و U_B، برابر $Q^2/2C$ است.

۲- در هر لحظه مجموع U_E و U_B، برابر $Q^2/2C$ و ثابت است.

۳- وقتی U_E بیشینه است، U_B صفر است و برعکس.



شکل ۲۷-۴ انرژی مغناطیسی و الکتریکی ذخیره شده در مدار شکل ۲۷-۱ برحسب تابعی از زمان. توجه کنید که مجموع آنها ثابت باقی می‌ماند. T زمان تناوب است.

> ✔ ***نکتهٔ وارسی ۲*** خازنی در یک نوسانگر LC دارای اختلاف پتانسیل بیشینهٔ ۱۷V و انرژی بیشینهٔ ۱۶۰μJ است. وقتی خازن دارای اختلاف پتانسیل ۵V و انرژی ۱۰μJ است، (الف) نیروی محرکهٔ الکتریکی دو سر القاگر و (ب) انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی چقدرند؟

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۷-۲

برای وضعیت شرح داده شده در مسئلهٔ نمونهٔ ۲۷-۱، فرض کنید پیچه (القاگر) در زمان $t=0$ به یک خازن پر شده متصل شود. در نتیجه مدار LC مشابه مدار شکل ۲۷-۱ خواهد بود.

(الف) اختلاف پتانسیل $v_L(t)$ دو سر القاگر برحسب تابعی از زمان چقدر است؟

نکته‌های کلیدی (۱) جریان و اختلاف پتانسیلهای مدار نوسانهای سینوسی انجام می‌دهند. (۲) هنوز هم می‌توانیم قاعدهٔ حلقه را برای این مدار نوسان کننده به کاربریم- درست همان‌طوری که برای مدارهای غیرنوسانی در فصل ۲۳ به کاربردیم.

محاسبه‌ها: در هر لحظهٔ t در حین نوسانها، قاعدهٔ حلقه و شکل ۲۷-۱ به دست می‌دهند

$$v_L(t)=v_C(t) \qquad (۲۷-۱۸)$$

یعنی، اختلاف پتانسیل v_L دو سر القاگر همواره باید با اختلاف پتانسیل v_C دو سر خازن برابر باشد، به طوری که اختلاف پتانسیل خالص دور مدار برابر صفر است. بنابراین، اگر بتوانیم $v_C(t)$ را به دست آوریم، $v_L(t)$ را به دست خواهیم آورد و $v_C(t)$ را می‌توانیم از $q(t)$ با معادلهٔ ۲۱-۱ $(q=CV)$ به دست آوریم

چون اختلاف پتانسیل $v_C(t)$ وقتی که در زمان $t=0$ نوسانها شروع می‌شوند، بیشینه است، پس بار q روی خازن نیز باید بیشینه باشد. بنابراین، ثابت فاز ϕ باید صفر باشد؛ در نتیجه معادلهٔ ۲۷-۱۲ به دست می‌دهد

$$q=Q\cos\omega t \qquad (۲۷-۱۹)$$

(توجه کنید که این تابع کسینوسی در واقع بیشینهٔ $q(=Q)$ را در $t=0$ به دست می‌دهد.) برای به دست‌آوردن اختلاف پتانسیل $v_C(t)$، دو طرف معادلهٔ ۲۷-۱۹ را بر C تقسیم می‌کنیم، داریم

$$\frac{q}{C}=\frac{Q}{C}\cos\omega t$$

با استفاده از معادلهٔ ۲۱-۱ می‌توان نوشت

$$v_C=V_C\cos\omega t \qquad (۲۷-۲۰)$$

در اینجا، V_C دامنهٔ نوسانها در اختلاف پتانسیل v_C دو سر خازن است.

حال با قراردادن $v_C=v_L$ از معادلهٔ ۲۷-۱۸، خواهیم داشت

$$v_L=V_C\cos\omega t \qquad (۲۷-۲۱)$$

با توجه به اینکه دامنهٔ V_C برابر اختلاف پتانسیل اولیهٔ (بیشینه) دو سر خازن و ۵۷V است، می‌توانیم سمت راست این معادله را حساب کنیم. سپس با به کار بردن مقدارهای L و C از مسئلهٔ نمونهٔ ۲۷-۱، می‌توان از معادلهٔ ۳۱-۴ مقدار ω را به دست آورد

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{[(0/012\,\text{H})(1/5\times10^{-6}\,\text{F})]^{1/2}}$$

$$=7454\,\text{rad/s}\approx7500\,\text{rad/s}$$

پس از معادلهٔ ۲۷-۲۱ داریم

$$v_L=(57\,\text{V})\cos(7500\,\text{rad/s})t \qquad \text{(پاسخ)}$$

(ب) آهنگ بیشینهٔ $(di/dt)_{\max}$ که در آن جریان i در مدار تغییر می‌کند، چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی بار روی خازن بنابر معادلهٔ ۲۷-۱۲ نوسان می‌کند و جریان به شکل معادلهٔ ۲۷-۱۳ است. چون $\phi=0$، آن معادله به دست می‌دهد

$$i=-\omega Q\sin\omega t$$

محاسبه‌ها: با مشتق گیری، داریم

$$\frac{di}{dt}=\frac{d}{dt}(-\omega Q\sin\omega t)=-\omega^2 Q\cos\omega t$$

می‌توان با قراردادن CV_C به جای Q (چون C و V_C را می‌دانیم ولی Q را نمی‌دانیم) و $1/\sqrt{LC}$ به جای ω، از معادلهٔ ۲۷-۴ این معادله را ساده کرد. داریم

$$\frac{di}{dt}=-\frac{1}{LC}CV_C\cos\omega t=-\frac{V_C}{L}\cos\omega t$$

این رابطه حاکی از آن است که جریان با آهنگ متغیر (سینوسی) تغییر می‌کند و بیشینهٔ آهنگ تغییر عبارت است از

$$\frac{V_C}{L}=\frac{57\,\text{V}}{0/012\,\text{H}}=4750\,\text{A/s}\approx4800\,\text{A/s} \qquad \text{(پاسخ)}$$

۲۷-۵ نوسانهای میرا در مدار RLC

مداری را که شامل مقاومت، القاییدگی و ظرفیت است *مدار RLC* می‌نامند. در اینجا فقط *مدارهای RLC متوالی*، مشابه آنچه در شکل ۲۷-۵ نشان داده شده است را مورد بحث قرار می‌دهیم. باوجود R، *انرژی الکترومغناطیسی* U کل مدار (مجموع انرژی الکتریکی و انرژی مغناطیسی) دیگر ثابت نیست؛ بلکه وقتی انرژی به انرژی گرمایی در مقاومت تبدیل شود، به مرور زمان کاهش می‌یابد. به علت این اتلاف انرژی، دامنهٔ نوسانهای بار، جریان و اختلاف پتانسیل به طور پیوسته کاهش می‌یابند، و می‌گویند نوسانها *میرا* هستند.

برای تحلیل نوسانهای این مدار، معادله‌ای برای انرژی الکترومغناطیسی U کل مدار در هر لحظه می‌نویسیم. چون مقاومت انرژی الکترومغناطیسی را ذخیره نمی‌کند، می‌توانیم معادلهٔ ۲۷-۹ را به کار بریم

$$U=U_B+U_E=\frac{Li^2}{2}+\frac{q^2}{2C} \qquad (۲۷-۲۲)$$

ولی، اکنون وقتی انرژی به انرژی گرمایی تبدیل شود، انرژی کل کاهش می‌یابد. آهنگ این تبدیل، از معادلهٔ ۲۷-۲۲ عبارت است از

$$\frac{dU}{dt}=-i^2R \qquad (۲۷-۲۳)$$

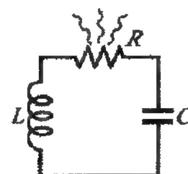
علامت منفی بیانگر این است که U کاهش می‌یابد. با مشتق‌گیری از معادلهٔ ۲۷-۲۲ نسبت به زمان و سپس با قراردادن نتیجه در معادلهٔ ۲۷-۲۳، داریم

$$\frac{dU}{dt}=Li\frac{di}{dt}+\frac{q}{C}\frac{dq}{dt}=-i^2R$$

با قراردادن dq/dt به جای i و d^2q/dt^2 به جای di/dt، داریم

$$L\frac{d^2q}{dt^2}+R\frac{dq}{dt}+\frac{1}{C}q=0 \quad (\text{مدار } RLC) \qquad (۲۴-۲۷)$$

که یک معادلهٔ دیفرانسیل برای نوسانهای میرا در مدار RLC است.



شکل ۲۷-۵ یک مدار RLC متوالی. وقتی بار موجود در مدار در مقاومت به عقب و جلو نوسان می‌کند، انرژی الکترومغناطیسی به صورت انرژی گرمایی تلف می‌شود و نوسانها را میرا می‌کند (دامنهٔ نوسانها کاهش می‌یابد).

حل معادلهٔ ۲۷-۲۴ عبارت است از

$$q=Qe^{-Rt/2L}\cos(\omega' t+\phi) \qquad (۲۵-۲۷)$$

که در آن

$$\omega'=\sqrt{\omega^2-(R/2L)^2} \qquad (۲۶-۲۷)$$

که در آن نظیر نوسانگر نامیرا $\omega=1/\sqrt{LC}$ است. معادلهٔ ۲۷-۲۵ نشان می‌دهد که چطور، بار روی خازن در یک مدار RLC میرا نوسان می‌کند.

معادلهٔ ۲۷-۲۵ یک نوسان سینوسی (تابع کسینوسی) را که *با دامنهٔ $Qe^{-Rt/2L}$ به طور نمایی کاهش می‌یابد* (عاملی که در کسینوس ضرب می‌شود) توصیف می‌کند. بسامد زاویه‌ای ω' نوسانهای میرا همیشه کمتر از بسامد زاویه‌ای ω نوسانهای نامیراست؛ ولی، در اینجا فقط وضعیتهایی را بررسی می‌کنیم که R به قدر کافی کوچک باشد تا بتوانیم ω را به جای ω' قرار دهیم.

در مرحلهٔ بعد عبارتی را برای انرژی الکترومغناطیسی U کل مدار به عنوان تابعی از زمان به دست می‌آوریم. یک روش برای انجام این کار این است که نظر خود را به انرژی میدان الکتریکی در خازن که به وسیلهٔ معادلهٔ ۲۷-۱ $(U_E=q^2/2C)$ داده شده است، معطوف کنیم. با قرار دادن معادلهٔ ۲۷-۲۵ در ۲۷-۱ خواهیم داشت

$$U_E=\frac{q^2}{2C}=\frac{[Qe^{-Rt/2L}\cos(\omega' t+\phi)]^2}{2C}$$
$$=\frac{Q^2}{2C}e^{-Rt/L}\cos^2(\omega' t+\phi) \qquad (۲۷-۲۷)$$

بنابراین، انرژی میدان الکتریکی بنابر جملهٔ مربع کسینوس و دامنه‌ای که به طور نمایی نسبت به زمان کاهش می‌یابد، نوسان می‌کند.

مسئلهٔ نمونهٔ ۳۱-۳

یک مدار RLC متوالی شامل القاییدگی $L=12\,\text{mH}$ ، ظرفیت $C=1/6\,\mu\text{F}$ و مقاومت $R=1/5\,\Omega$ است.

(الف) در چه زمان t دامنهٔ نوسانهای بار در مدار ٪۵۰ مقدار اولیه است؟

نکتهٔ کلیدی دامنهٔ نوسانهای بار به طور نمایی نسبت به زمان کاهش می‌یابد. بنابر معادلهٔ ۲۷-۲۵ دامنهٔ بار در زمان t برابر $Qe^{-Rt/2L}$ است که در آن Q دامنه در زمان $t=0$ است.

محاسبه‌ها: ما زمانی را می‌خواهیم که دامنهٔ نوسانهای بار به ۰/۵۰ کاهش یابد، یعنی وقتی که

$$Qe^{-Rt/2L}=0/50Q$$

با حذف Q و گرفتن لگاریتم طبیعی از دو طرف معادله، داریم

$$-\frac{Rt}{2L}=\ln 0/50$$

با حل این معادله برای t و سپس قراردادن داده‌های مسئله، داریم

$$t=\frac{2L}{R}\ln 0/50=-\frac{(2)(12\times10^{-3}\text{ H})(\ln 0/50)}{1/5\Omega}$$
$$=0/0111\text{ s}\approx 11\text{ ms} \qquad \text{(پاسخ)}$$

(ب) چند نوسان کامل در این مدت انجام می‌شود؟

نکتهٔ کلیدی زمان یک نوسان کامل همان دورهٔ تناوب $T=2\pi/\omega$ است که در آن بسامد زاویه‌ای برای نوسانهای LC با معادلهٔ ۲۷-۴ $(\omega=1/\sqrt{LC})$ داده می‌شود.

محاسبه‌ها: در بازهٔ زمانی $\Delta t=0/0111\text{s}$ ، تعداد نوسانهای کامل برابر است با

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\Delta t}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{0/0111\text{s}}{2\pi[(12\times10^{-3}\text{ H})(1/6\times10^{-6}\text{ F})]^{1/2}}\approx 13$$
(پاسخ)

به این ترتیب، دامنه تقریباً در ۱۳ نوسان کامل به ٪۵۰ کاهش می‌یابد. این میرایی کمتر از آنی است که در شکل ۲۷-۳ نشان داده شده است، و در آن دامنه کمی بیشتر از ٪۵۰ در یک نوسان کاهش می‌یابد.

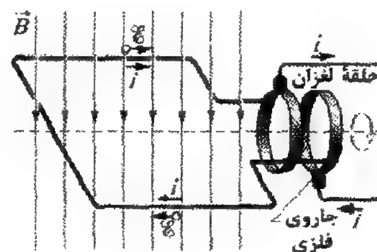
۲۷-۶ جریان متناوب

اگر یک منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی خارجی به قدر کافی انرژی تأمین کند که اتلاف انرژی گرمایی را در مقاومت R جبران نماید، نوسانها در RLC میرا نخواهند شد. مدارهایی که در خانه‌ها، اداره‌ها و کارخانه‌ها به کار می‌روند شامل مدارهای RLC بی‌شماری هستند که این انرژی را از شرکتهای برق منطقه‌ای دریافت می‌کنند. در اغلب کشورها این انرژی به وسیلهٔ نیروهای محرکهٔ الکتریکی و جریانهای نوسانی، موسوم به **جریان متناوب** یا به اختصار **ac** ، تأمین می‌شود. (جریان غیر نوسانی باتری **جریان مستقیم** یا **dc** نامیده می‌شود.) این نیروهای محرکهٔ الکتریکی و جریانهای نوسانی به طور سینوسی نسبت به زمان تغییر می‌کنند، جهت آنها (در امریکای شمالی) در هر ثانیه ۱۲۰ مرتبه عوض می‌شود و در نتیجه دارای **بسامد** $f=60\,\text{Hz}$ هستند.

در نگاه اول، این آرایش ممکن است عجیب باشد، دیده‌ایم که تندی رانش الکترونهای رسانش در سیم‌کشی خانه‌ها، نوعاً

4×10^{-5} m/s است. اکنون، اگر جهت آنها در هر $\frac{1}{120}$ s عوض شود، چنین الکترونهایی در یک نیم چرخه فقط می‌توانند تقریباً 3×10^{-7} m حرکت کنند. با این آهنگ، یک الکترون نوعی پیش از تغییر جهت نمی‌تواند از کنار بیش از ۱۰ اتم در سیم گذر کند. پس، آیا عجیب نیست که الکترون بتواند به هرجایی برود؟

اگر چه این پرسش ممکن است نگران کننده باشد، اما نیازی به بررسی آن نیست. الکترونهای رسانش مجبور نیستند «به هر جایی بروند». وقتی می‌گوییم که جریان در سیم یک آمپر است، منظور ما این است که بار از هر صفحه‌ای که سیم را قطع کند با آهنگ یک کولن بر ثانیه عبور می‌کند. تندیی که حاملهای بار از صفحه می‌گذرند مستقیماً حائز اهمیت نیست، یک آمپر ممکن است به تعداد زیادی از حاملهای بار که خیلی به آهستگی حرکت می‌کنند یا به تعداد کمی که خیلی سریع حرکت می‌کنند، مربوط باشد. علاوه براین، سیگنالی که برای معکوس کردن جهتها به الکترونها می‌رسد - که از نیروی محرکهٔ الکتریکی متناوب مولد کارخانهٔ برق سرچشمه می‌گیرد - در امتداد سیم نزدیک به تندی نور انتشار می‌یابد. همهٔ الکترونها، بدون توجه به اینکه در کجا واقع‌اند، تقریباً به طور همزمان دستور معکوس شدن جهت را دریافت می‌کنند. بالاخره، توجه داریم که برای اغلب وسایل، مانند لامپ روشنایی و نان برشته کن، تا وقتی الکترونها به گونه‌ای حرکت کنند تا از طریق برخورد با اتمهای وسایل، انرژی به وسایل منتقل شود، جهت حرکت آنها اهمیتی ندارد.



شکل ۲۷-۶ ساز و کار اصلی مولد جریان متناوب یک حلقهٔ رساناست که در یک میدان مغناطیسی خارجی می‌چرخد. در عمل، یک emf متناوب القایی در پیچه‌ای با تعداد دور زیاد سیم به وسیلهٔ حلقه‌های لغزان متصل به قاب چرخان حاصل می‌شود. هر حلقه به یک سر سیم قاب متصل است و به وسیلهٔ یک جاروی رسانا که در مقابلش می‌لغزد به بقیهٔ مدار مولد الکتریکی وصل شده است.

مزیت اصلی جریان متناوب چنین است: *وقتی جریان متناوب است، میدان مغناطیسی اطراف رسانا نیز متناوب است.* این امر استفاده از قانون القای فارادی را امکانپذیر می‌کند، و این بدان معناست که علاوه بر کارهای دیگر، چنانکه بعداً خواهیم دید می‌توان بزرگی یک اختلاف پتانسیل متناوب را با استفاده از دستگاهی به نام مبدل، بالابرد (افزایش داد) یا پایین آورد (کاهش داد). علاوه بر این، جریان متناوب نسبت به جریان مستقیم (نا متناوب) با ماشینهای چرخان مانند مولدها و موتورها بیشتر سازگار است.

شکل ۲۷-۶ مدل ساده‌ای از یک مولد ac را نشان می‌دهد. وقتی یک حلقهٔ رسانا در میان یک میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}$ بچرخد، یک نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ سینوسی در حلقه القا می‌شود

$$\mathscr{E}=\mathscr{E}_m \sin \omega_d t \qquad (28\text{-}27)$$

بسامد زاویه‌ای ω_d نیروی محرکهٔ الکتریکی برابر است با تندی زاویه‌ای چرخش حلقه در میدان مغناطیسی؛ *فاز* emf برابر $\omega_d t$ و *دامنهٔ* emf برابر $\mathscr{E}_m$ است (زیرنویس برای مشخص کردن مقدار بیشینه است). وقتی حلقهٔ چرخان قسمتی از یک مسیر رسانای بسته باشد، این emf یک جریان سینوسی (متناوب) با همان بسامد زاویه‌ای را در امتداد مسیر ایجاد (تحریک) می‌کند، که **بسامد زاویه‌ای محرک** نامیده می‌شود. می‌توانیم جریان را به صورت زیر بنویسیم

$$i=I\sin(\omega_d t-\phi) \qquad (29\text{-}27)$$

که در آن I دامنهٔ جریان ایجاد شده است. (فاز $\omega_d t-\phi$ جریان به جای $\omega_d t+\phi$ به طور قراردادی با علامت منفی نوشته شده است.) ثابت فاز ϕ را در معادلهٔ ۲۷-۲۹ به این علت قرار داده‌ایم که جریان i ممکن است با نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ همفاز نباشد، (همان‌طور که خواهید دید، ثابت فاز به مشخصه‌های مداری مربوط است که مولد به آن بسته شده است.) همچنین می‌توانیم با قراردادن $2\pi f_d$ به جای ω_d در معادلهٔ ۲۷-۲۹ جریان i را برحسب **بسامد محرک** f_d نیروی محرکهٔ الکتریکی بنویسیم.

۲۷-۷ نوسانهای واداشته

دیدیم با شروع نوسان، بار، اختلاف پتانسیل و جریان در دو مدار نامیرای LC و میرای RLC (با مقاومت به حد کافی کوچک) با بسامد زاویه‌ای $\omega=1/\sqrt{LC}$ نوسان می‌کنند. چنین نوسانهایی، نوسانهای آزاد (آزاد از هر نیروی محرکهٔ الکتریکی خارجی) نام دارند و بسامد زاویه‌ای ω، **بسامد زاویه‌ای طبیعی** مدار نامیده می‌شود.

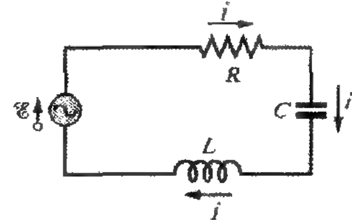
وقتی emf متناوب خارجی با معادلهٔ ۲۷-۲۸ به یک مدار RLC متصل شود، نوسانهای بار، اختلاف پتانسیل و جریان، *نوسانهای تحریک شده* یا ***نوسانهای واداشته*** گفته می‌شوند. این نوسانها همواره در بسامد زاویه‌ای تحریکی ω_d رخ می‌دهند.

> ☜ بسامد زاویه‌ای طبیعی ω یک مدار هر مقداری داشته باشد، نوسانهای واداشتهٔ بار، جریان و اختلاف پتانسیل در مدار همواره در بسامد زاویه‌ای تحریکی ω_d رخ می‌دهد.

البته، همان‌طور که در بخش ۲۷-۹ خواهیم دید، دامنهٔ نوسانها به میزان خیلی زیادی به نزدیکی ω_d و ω بستگی دارد. وقتی دو بسامد زاویه‌ای یکسان شوند- شرطی که **تشدید** نامیده می‌شود - دامنهٔ I جریان در مدار بیشینه خواهد بود.

۲۷-۸ سه مدار ساده

بعداً در این فصل، یک وسیلهٔ emf متناوب خارجی را به ترتیب شکل ۲۷-۷ به یک مدار RLC متوالی وصل می‌کنیم. سپس عبارتهایی برای دامنهٔ I و ثابت فاز ϕ جریان نوسانی سینوسی برحسب دامنهٔ $\mathscr{E}_m$ و بسامد زاویه‌ای ω_d نیروی محرکهٔ الکتریکی خارجی به دست می‌آوریم. ابتدا سه مدار ساده‌تر را در نظر می‌گیریم که هر یک دارای نیروی محرکهٔ الکتریکی خارجی و فقط عنصر مدار R، C یا L هستند. با عنصر مقاومت (*بار مقاومتی خالص*) شروع می‌کنیم.



شکل ۲۷-۷ یک مدار تک حلقه که شامل مقاومت، خازن و القاگر است. مولدی که، با موج سینوسی در دایره نشان داده شده است نیروی محرکه الکتریکی متناوبی ایجاد می‌کند که یک جریان متناوب به وجود می‌آورد؛ جهتهای نیروی محرکهٔ الکتریکی و جریان در اینجا فقط برای یک لحظه مشخص شده‌اند.

بار مقاومتی

شکل ۲۷-۸ مداری را نشان می‌دهد که شامل یک مقاومت به اندازهٔ R و یک مولد ac با emf متناوب با معادلهٔ ۲۷-۲۸ است. بنابر قاعدهٔ حلقه داریم

$$\mathscr{E} - v_R = 0$$

با استفاده از معادلهٔ ۲۷-۲۸، خواهیم داشت

$$v_R = \mathscr{E}_m \sin \omega_d t$$

چون دامنهٔ V_R اختلاف پتانسیل متناوب (یا ولتاژ) دو سر مقاومت با دامنهٔ $\mathscr{E}_m$، emf متناوب برابر است، می‌توانیم رابطهٔ بالا را به صورت زیر بنویسیم

$$v_R = V_R \sin \omega_d t \tag{۲۷-۳۰}$$

از تعریف مقاومت $(R = V/i)$، اکنون می‌توانیم جریان i_R در مقاومت را به این صورت بنویسیم

$$i_R = \frac{v_R}{R} = \frac{V_R}{R} \sin \omega_d t \tag{۲۷-۳۱}$$

از معادلهٔ ۲۷-۲۹، همچنین می‌توان این جریان را به صورت زیر نیز نوشت

$$i_R = I_R \sin(\omega_d t - \phi) \tag{۲۷-۳۲}$$

که در آن I_R دامنهٔ جریان i_R در مقاومت است. با مقایسهٔ معادله‌های ۲۷-۳۱ و ۲۷-۳۲ ملاحظه می‌کنیم که، برای بار مقاومتی خالص ثابت فاز $\phi = 0$ است. هم‌چنین ملاحظه می‌کنیم که دامنهٔ ولتاژ و دامنهٔ جریان با رابطهٔ زیر هم مربوطاند

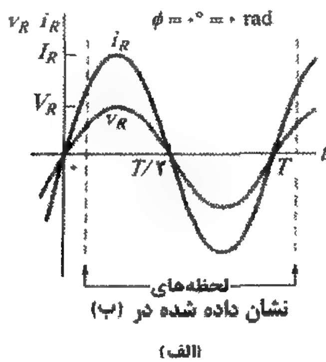
$$V_R = I_R R \quad \text{(مقاومت)} \tag{۲۷-۳۳}$$

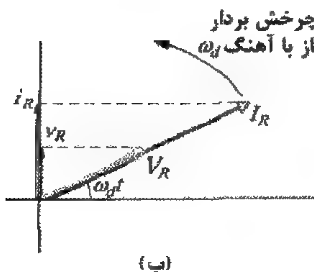
اگر چه این رابطه به مدار شکل ۲۷-۸ مربوط است، ولی در مورد هر مقاومتی در مدار متناوب صادق است.

با مقایسهٔ معادله‌های ۲۷-۳۰ و ۲۷-۳۱ می‌بینیم که کمیتهای متغیر نسبت به زمان v_R و i_R، هر دو تابع $\sin \omega_d t$ با $\phi = 0$، هستند. به این ترتیب، این دو کمیت *همفازند*، به این معنا که بیشینهٔ (و کمینهٔ) متناظر آنها در یک زمان رخ می‌دهد. شکل ۲۷-۹ الف که نموداری از $v_R(t)$ و $i_R(t)$ است، همین امر را نشان می‌دهد.



شکل ۲۷-۸ مقاومتی به دو سر یک مولد جریان متناوب متصل است.





شکل ۲۷-۹ (الف) جریان i_R و اختلاف پتانسیل v_R دو سر مقاومت، برحسب زمان t، در یک نمودار رسم شده‌اند. آنها همفازند و یک چرخه را در یک زمان تناوب T طی می‌کنند. (ب) نمودار بردار فاز همین امر در (الف) را نشان می‌دهد.

توجه کنید که در اینجا v_R و i_R کاهش نمی‌یابند چون مولد انرژی تلف شده در R را تأمین می‌کند.

کمیتهای متغیر نسبت به زمان v_R و i_R را می‌توان به طور هندسی به وسیلهٔ *بردارهای فاز* (فازورها) نیز نشان داد. بردارهای فاز بردارهایی هستند که دور یک مبدأ می‌چرخند. آنهایی که بیانگر ولتاژ دو سر و جریان در مقاومت شکل ۲۷-۸ هستند در یک زمان اختیاری t در شکل ۲۷-۹ ب نشان داده شده‌اند. این بردارهای فاز دارای خواص زیرند:

تندی زاویه‌ای: هر دو بردار فاز به طور پادساعتگرد با تندی زاویه‌ای برابر با بسامد زاویه‌ای ω_d مربوط به v_R و i_R دور مبدأ می‌چرخند.

طول: طول هر بردار فاز بیانگر دامنهٔ کمیت متناوب است: V_R برای ولتاژ و I_R برای جریان.

تصویر: تصویر هر بردار فاز روی محور *قائم* بیانگر کمیت متناوب در زمان t است: v_R برای ولتاژ و i_R برای جریان.

زاویهٔ چرخش: زاویهٔ چرخش بردار فاز با فاز کمیت متناوب در زمان t، برابر است. در شکل ۲۷-۹ ب، ولتاژ و جریان همفازند؛ بنابراین، بردار فاز آنها دارای فاز یکسان $\omega_d t$ و زاویهٔ چرخش یکسانی هستند و در نتیجه با هم می‌چرخند.

حال به طور ذهنی چرخش را پی‌گیری کنید. آیا می‌توانید ببینید که بردارهای فاز به گونه‌ای که $\omega_d t = 90°$ باشد چرخیده‌اند (آنها به طور قائم به سمت بالا هستند)، و بنابراین آنها درست بیانگر این هستند که $i_R = I_R$ و $v_R = V_R$ است؟ معادله‌های ۲۷-۳۰ و ۲۷-۳۲ نتیجهٔ یکسانی به دست می‌دهند.

> ✔ **نکتهٔ وارسی ۳** اگر بسامد جریان تحریکی را در مداری با بار مقاومتی خالص افزایش دهیم، آیا (الف) دامنهٔ V_R و (ب) دامنهٔ I_R افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد یا یکسان باقی می‌ماند؟

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۷-۴

بار مقاومتی خالص. در شکل ۲۷-۸، مقاومت R برابر 200Ω و مولد نیروی محرکهٔ الکتریکی متناوب سینوسی با دامنهٔ $\mathscr{E}_m = 36.0\,V$ و بسامد $f_d = 60.0\,Hz$ کار می‌کند.

(الف) اختلاف پتانسیل $v_R(t)$ دو سرمقاومت برحسب زمان چگونه و دامنهٔ V_R ولتاژ $v_R(t)$ چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی در مداری با بار مقاومتی خالص، اختلاف پتانسیل $v_R(t)$ دو سر مقاومت همواره با اختلاف پتانسیل $\mathscr{E}(t)$ دو سر مولد نیروی محرکهٔ الکتریکی برابر است.

محاسبه‌ها: در اینجا داریم $v_R(t) = \mathscr{E}(t)$ و $V_R = \mathscr{E}_m$. چون $\mathscr{E}_m$ داده شده است، می‌توان نوشت

$$V_R = \mathscr{E}_m = 36.0\,V \qquad \text{(پاسخ)}$$

برای به دست آوردن $v_R(t)$، معادلهٔ ۲۷-۲۸ را به کار می‌بریم و داریم

$$v_R(t) = \mathscr{E}(t) = \mathscr{E}_m \sin \omega_d t \qquad (۲۷\text{-}۳۴)$$

حال با قراردادن $\mathscr{E}_m = 36.0\,V$ و

$$\omega_d = 2\pi f_d = 2\pi (60\,Hz) = 120\pi$$

داریم

$$v_R = (36.0\,V)\sin(120\pi t) \qquad \text{(پاسخ)}$$

می‌توانیم برای سادگی، سینوس را به همین شکل رها کنیم یا آنرا به صورت $(377\,rad/s)$ یا $(377\,s^{-1})t$ بنویسیم.

(ب) جریان $i_R(t)$ در مقاومت چگونه و دامنهٔ I_R جریان $i_R(t)$ چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی در مدار ac با بار مقاومتی خالص، جریان متناوب $i_R(t)$ در مقاومت با اختلاف پتانسیل متناوب $v_R(t)$ همفاز است، یعنی ثابت فاز ϕ برای این جریان برابر صفر است.

محاسبه‌ها: در اینجا می‌توان معادلهٔ ۲۷-۲۹ را به صورت زیر نوشت

$$i_R = I_R \sin(\omega_d t - \phi) = I_R \sin \omega_d t \qquad (۲۷\text{-}۳۵)$$

از معادلهٔ ۲۷-۳۳ دامنهٔ I_R برابر است با

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{36.0\,V}{200} 0.180\,A \qquad \text{(پاسخ)}$$

با قرار دادن این و $\omega_b = 2\pi f_d = 120\pi$ در معادلهٔ ۲۷-۳۵، داریم

$$i_R = (0.180\,A)\sin(120\pi t) \qquad \text{(پاسخ)}$$

بار خازنی

شکل ۲۷-۱۰ مداری را نشان می‌دهد که شامل یک خازن و یک مولد با emf متناوب با معادلهٔ ۲۷-۲۸ است. با به کاربردن قاعدهٔ حلقه و پیروی از روشی که برای به دست آوردن معادلهٔ ۲۷-۳۰ انجام دادیم، در می‌یابیم که اختلاف پتانسیل دو سرخازن برابر است با

$$v_C = V_C \sin \omega_d t \qquad (۲۷\text{-}۳۶)$$

که در آن V_C دامنهٔ ولتاژ متناوب دو سر خازن است. از تعریف ظرفیت می‌توانیم رابطهٔ زیر را نیز بنویسیم

$$q_C = Cv_C = CV_C \sin \omega_d t \qquad (۲۷\text{-}۳۷)$$

ولی، چون توجه ما به جای بار به جریان است، بنابراین، از معادلهٔ ۲۷-۳۷ مشتق می‌گیریم تا رابطهٔ زیر به دست آید

$$i_C = \frac{dq_C}{dt} = \omega_d CV_C \cos \omega_d t \qquad (۲۷\text{-}۳۸)$$

اکنون معادلهٔ ۲۷-۳۸ را از دو نظر اصلاح می‌کنیم. ابتدا به دلیل تقارن در نمادها، کمیت X_C را که **واکنایی خازنی** خازن نامیده می‌شود به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$X_C=\frac{1}{\omega_d C} \quad \text{(واکنایی خازنی)} \qquad (۲۷-۳۹)$$



شکل ۲۷-۱۰ (الف) خازنی به دو سر یک مولد جریان متناوب متصل شده است.

مقدار این کمیت نه تنها به خازن بستگی دارد بلکه به بسامد زاویه‌ای محرک ω_d نیز بستگی دارد. از تعریف ثابت زمانی خازنی ($\tau=RC$) می‌دانیم که یکای SI برای C می‌تواند به صورت ثانیه بر اهم بیان شود. با به کاربردن این در معادلهٔ ۲۷-۳۹ در می‌یابیم که یکای SI برای X_C درست مانند مقاومت R، اهم است.

به عنوان دومین اصلاح، در معادلهٔ ۲۷-۳۸ مقدار $\cos\omega_d t$ را با سینوس تغییر فاز یافته جایگزین می‌کنیم، یعنی

$$\cos\omega_d t=\sin(\omega_d t+90°)$$

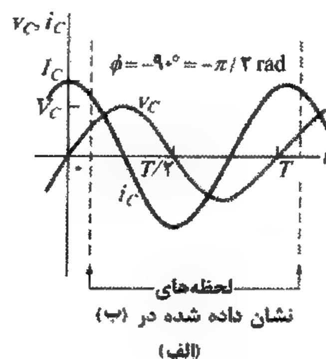
با تغییردادن منحنی سینوسی به اندازهٔ $90°$ در جهت منفی، می‌توان این اتحاد را ثابت کرد.

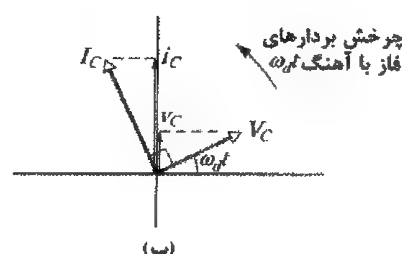
با این دو اصلاح، معادلهٔ ۲۷-۳۸ به صورت زیر درمی‌آید

$$i_C=\left(\frac{V_C}{X_C}\right)\sin(\omega_d t+90°) \qquad (۲۷-۴۰)$$

از معادلهٔ ۲۷-۲۹، همچنین می‌توانیم جریان i_C در خازن را به صورت زیر بنویسیم

$$i_C=I_C\sin(\omega_d t-\phi) \qquad (۲۷-۴۱)$$





شکل ۲۷-۱۱ الف جریان در خازن $90°$ ($=\pi/2$ rad) از ولتاژ جلو می‌افتد. (ب) نمودار بردار فاز همین امر را نشان می‌دهد.

که I_C دامنهٔ i_C است. با مقایسهٔ معادله‌های ۲۷-۴۰ و ۲۷-۴۱، می‌بینیم که برای یک بار خازنی خالص ثابت فاز برای جریان برابر $-90°$ است. همچنین ملاحظه می‌کنیم که دامنهٔ ولتاژ و دامنهٔ جریان با این رابطه به هم مربوط‌اند

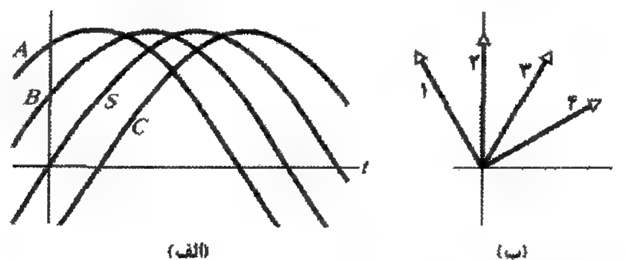
$$V_C=I_C X_C \quad \text{(خازن)} \qquad (۲۷-۴۲)$$

اگر چه ما این رابطه را برای مدار شکل ۲۷-۱۰ به دست آوردیم، اما این رابطه برای هر خازن در هر مدار ac به کار می‌رود.

مقایسهٔ معادله‌های ۲۷-۳۶ و ۲۷-۴۰ یا بررسی شکل ۲۷-۱۱ الف، نشان می‌دهد که کمیتهای v_C و i_C به اندازهٔ $90°$، $\pi/2$ رادیان یا یک چهارم چرخه اختلاف فاز دارند. افزون براین، می‌بینیم که i_C از v_C *جلو می‌افتد*، به این معنا که اگر جریان i_C و اختلاف پتانسیل v_C را در مدار شکل ۲۷-۱۰ در نظر بگیریم درمی‌یابیم که i_C به اندازهٔ یک چهارم چرخه **پیش از** v_C به بیشینه‌اش می‌رسد.

رابطهٔ بین i_C و v_C به وسیلهٔ نمودار بردار فاز شکل ۲۷-۱۱ ب نمایش داده شده است. همان‌طور که بردارهای فاز نشان می‌دهند، دو کمیت با هم با طور پادساعتگرد می‌چرخند، در واقع بردار فاز مربوط به I_C از بردار فاز مربوط به V_C به اندازهٔ $90°$ جلو می‌افتد؛ یعنی، بردار فاز I_C یک چهارم چرخه پیش از V_C به محور قائم می‌رسد. باید متقاعد شوید که نمودار بردار فاز شکل ۲۷-۱۱ ب با معادله‌های ۲۷-۳۶ و ۲۷-۴۰ سازگار است.

✔ نکتهٔ وارسی ۴ شکل (الف) یک منحنی سینوسی $S(t)=\sin(\omega_d t)$ و سه منحنی سینوسی دیگر $A(t)$، $B(t)$ و $C(t)$ را نشان می‌دهد که هر یک به شکل $\sin(\omega_d t-\phi)$ است. (الف) سه منحنی دیگر را به ترتیب بزرگی مقدار ϕ از مثبت‌ترین تا منفی‌ترین مرتب کنید، (ب) کدام منحنی مربوط به کدام بردار فاز در شکل (ب) است؟ (پ) کدام منحنی از بقیه جلو می‌افتد؟



مسئلهٔ نمونهٔ ۲۷-۵

بار خازنی خالص. در شکل ۲۷-۱۰ ظرفیت C برابر $15/0\,\mu F$ است و مولد نیروی محرکهٔ الکتریکی متناوب سینوسی با دامنهٔ $\mathscr{E}_m=36/0\,V$ و در بسامد $60/0\,Hz$ کار می‌کند.

(الف) اختلاف پتانسیل $v_C(t)$ دو سرخازن چگونه و دامنهٔ V_C ولتاژ $v_C(t)$ چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی در مداری با بار خازنی خالص، اختلاف پتانسیل $v_C(t)$ دو سر خازن همواره با اختلاف پتانسیل $\mathscr{E}(t)$ دو سر مولد نیروی محرکهٔ الکتریکی یکسان است.

محاسبه‌ها: در اینجا داریم $v_C(t)=\mathscr{E}(t)$ و $V_C=\mathscr{E}_m$. چون $\mathscr{E}_m$ داده شده است، می‌توان نوشت

$$V_C=\mathscr{E}_m=۳۶/۰\,\text{V} \qquad \text{(پاسخ)}$$

برای به دست آوردن $v_C(t)$، معادلهٔ ۲۷-۲۸ را به کار می‌بریم و می‌نویسیم

$$v_C(t)=\mathscr{E}(t)=\mathscr{E}_m \sin\omega_d t \qquad (۲۷\text{-}۴۳)$$

حال، $\varepsilon_m=۳۶/۰\,\text{V}$ و $\omega_d=۲\pi f_d=۱۲۰\pi$ را در معادلهٔ ۲۷-۴۳ قرار می‌دهیم، داریم

$$v_C=(۳۶/۰\,\text{V})\sin(۱۲۰\pi t) \qquad \text{(پاسخ)}$$

(ب) جریان $i_C(t)$ در مدار برحسب تابعی از زمان چگونه و دامنهٔ I_C جریان $i_C(t)$ چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی در یک مدار ac با بار خازنی خالص، جریان متناوب $i_C(t)$ در خازن به مقدار $۹۰°$ از اختلاف پتانسیل متناوب $v_C(t)$ جلو می‌افتد؛ یعنی، ثابت فاز ϕ برای جریان $-۹۰°$ یا $-\pi/۲\,\text{rad}$ است.

محاسبه‌ها: در نتیجه، معادلهٔ ۲۷-۲۹ را می‌توانیم به این صورت بنویسیم

$$i_C=I_C\sin(\omega_d t-\phi)=I_C\sin(\omega_d t+\pi/۲) \qquad (۲۷\text{-}۴۴)$$

اگر ابتدا واکنایی خازنی X_C را به دست آوریم می‌توانیم I_C را از معادلهٔ ۲۷-۴۲ $(V_C=I_C X_C)$ پیدا کنیم. از معادلهٔ ۲۷-۳۹ $(X_C=۱/\omega_d C)$، با $\omega_d=۲\pi f_d$، می‌توان نوشت

$$X_c=\frac{۱}{۲\pi f_d C}=\frac{۱}{(۲\pi)(۶۰/۰\,\text{Hz})(۱۵/۰\times۱۰^{-۶}\,\text{F})}$$

$$=۱۷۷\Omega$$

سپس، از معادلهٔ ۲۷-۴۲ دامنهٔ جریان برابر است با

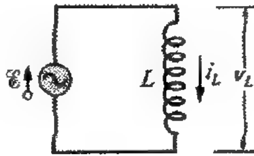
$$I_C=\frac{V_C}{X_C}=\frac{۳۶/۰\,\text{V}}{۱۷۷\Omega}=۰/۲۰۳\,\text{A} \qquad \text{(پاسخ)}$$

با قراردادن این مقدار و $\omega_d=۲\pi f_d=۱۲۰\pi$ در معادلهٔ ۲۷-۴۴، داریم

$$i_C=(۰/۲۰۳\,\text{A})\sin(۱۲۰\pi t+\pi/۲) \qquad \text{(پاسخ)}$$

بار القایی

شکل ۲۷-۱۲ مداری را نشان می‌دهد که شامل یک القاگر و مولدی با emf متناوب با معادلهٔ ۲۷-۲۸ است. با استفاده از قاعدهٔ حلقه و پیروی از روشی که برای به دست آوردن معادلهٔ ۲۷-۳۰ به کاربردیم، در می‌یابیم که اختلاف پتانسیل دو سر القاگر برابر است با



شکل ۲۷-۱۲ القاگری به دو سر یک مولد جریان متناوب متصل است.

$$v_L=V_L\sin\omega_d t \qquad (۲۷\text{-}۴۵)$$

که در آن V_L دامنهٔ v_L است. از معادلهٔ ۲۶-۳۵ $(\mathscr{E}_L=-L\,di/dt)$، می‌توانیم اختلاف پتانسیل دو سر القاگر L را که در آن جریان با آهنگ di/dt تغییر می‌کند به صورت زیر بنویسیم

$$v_L=L\frac{di_L}{dt} \qquad (۲۷\text{-}۴۶)$$

اگر معادله‌های ۲۷-۴۵ و ۲۷-۴۶ را ترکیب کنیم، داریم

$$\frac{di_L}{dt}=\frac{V_L}{L}\sin\omega_d t \qquad (۲۷\text{-}۴۷)$$

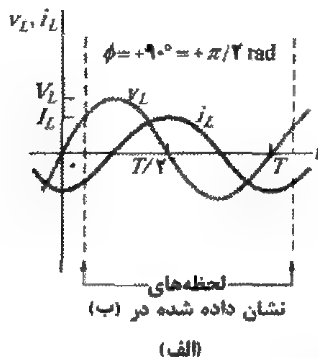
ولی، توجه ما به جای مشتق جریان نسبت به زمان به خود جریان است. جریان را با انتگرالگیری از معادلهٔ ۲۷-۴۷ به دست می‌آوریم

$$i_L=\int di_L=\frac{V_L}{L}\int\sin\omega_d t\,dt=-\left(\frac{V_L}{\omega_d L}\right)\cos\omega_d t \qquad (۲۷\text{-}۴۸)$$

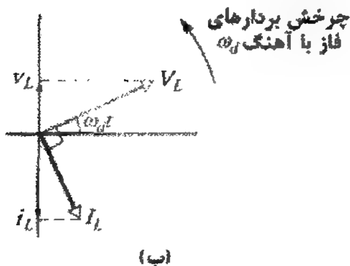
اکنون این معادله را از دو نظر اصلاح می‌کنیم. ابتدا، به علت تقارن در نمادگذاری، کمیت X_L را که **واکنایی القایی** القاگر نامیده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$X_L=\omega_d L \quad \text{(واکنایی القایی)} \qquad (۲۷\text{-}۴۹)$$

مقدار X_L به بسامد زاویه‌ای محرک ω_d بستگی دارد. یکای ثابت زمانی القایی τ_L بیانگر این است که یکای SI مربوط به X_L، درست نظیر X_C و R اهم است.



(الف)



(ب)

شکل ۲۷-۱۳ (الف) جریان در القاگر $۹۰°(=\pi/۲\,\text{rad})$ از ولتاژ عقب می‌افتد. (ب) نمودار بردار فاز همین امر را نشان می‌دهد.

جدول ۲۷

رابطه‌های فاز و دامنه برای جریانها و ولتاژهای متناوب

عنصر مدار	نماد	مقاومت یا مقاومت ظاهری	فاز جریان	ثابت فاز (یا زاویهٔ) ϕ	رابطهٔ دامنه
مقاومت	R	R	همفاز با v_R	۰	$V_R=I_R R$
خازن	C	$X_C=1/\omega_d C$	۹۰° از v_C جلو می‌افتد	−۹۰°	$V_C=I_C X_C$
القاگر	L	$X_L=\omega_d L$	۹۰° از v_L عقب می‌ماند	+۹۰°	$V_L=I_L X_L$

دومین اصلاح این است که تابع $-\cos\omega_d t$ را در معادلهٔ ۲۷-۴۸ با تغییر فازی در سینوس جایگزین می‌کنیم، یعنی

$$-\cos\omega_d t=\sin(\omega_d t-90°)$$

با جابه‌جا کردن منحنی سینوس به اندازهٔ ۹۰° در جهت مثبت، می‌توان این اتحاد را ثابت کرد. با این دو تغییر، معادلهٔ ۲۷-۴۸ به صورت زیر در می‌آید

$$i_L=\left(\frac{V_L}{X_L}\right)\sin(\omega_d t-90°) \qquad (۲۷\text{-}۵۰)$$

از معادلهٔ ۲۷-۲۹ می‌توانیم معادلهٔ جریان در القاگر را به صورت زیر نیز بنویسیم

$$i_L=I_L\sin(\omega_d t-\phi) \qquad (۲۷\text{-}۵۱)$$

که در آن I_L دامنهٔ جریان i_L است. با مقایسهٔ معادله‌های ۲۷-۵۰ و ۲۷-۵۱ می‌بینیم که برای بار القایی خالص، ثابت فاز ϕ برای جریان برابر +۹۰° است. همچنین می‌بینیم که دامنهٔ ولتاژ و دامنهٔ جریان با رابطهٔ زیر به هم مربوط‌اند

$$V_L=I_L X_L \ (\text{القاگر}) \qquad (۲۷\text{-}۵۲)$$

اگر چه ما این رابطه را برای مدار شکل ۲۷-۱۲ به دست آوردیم، اما این رابطه برای هر القاگری در هر مدار ac برقرار است.

مقایسهٔ رابطه‌های ۲۷-۴۵ و ۲۷-۵۰، یا بررسی شکل ۲۷-۱۳ الف نشان می‌دهد که کمیتهای i_L و v_L به اندازهٔ ۹۰° اختلاف فاز دارند. ولی، در این حالت i_L از v_L عقب می‌افتد؛ یعنی، اگر جریان i_L و اختلاف پتانسیل v_L در مدار شکل ۲۷-۱۲ را مورد توجه قرار دهیم، ملاحظه می‌کنیم که با یک چهارم چرخه تأخیر پس از رسیدن v_L به بیشینه‌اش، i_L به بیشینه‌اش می‌رسد.

نمودار بردار فاز شکل ۲۷-۱۳ ب نیز همین امر را نشان می‌دهد. وقتی بردارهای فاز در شکل پادساعتگرد می‌چرخند، در واقع بردار فاز نشان داده شده با I_L نسبت به بردار فاز نشان داده شده با V_L به اندازهٔ زاویهٔ ۹۰° عقب است. خود را متقاعد کنید که شکل ۲۷-۱۳ ب بیانگر معادله‌های ۲۷-۴۵ و ۲۷-۵۰ است.

✔ ***نکتهٔ وارسی ۵*** اگر بسامد تحریک را در یک مدار با بار خازنی خالص افزایش دهیم، آیا (الف) دامنهٔ V_C و (ب) دامنهٔ I_C افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد یا یکسان باقی می‌ماند. اگر در عوض، مدار دارای بار القایی خالص باشد، آیا (پ) دامنهٔ V_L و (ت) دامنهٔ I_L افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد یا یکسان باقی می‌ماند.

تدبیرهای حل مسئله

تدبیر ۱: جلو و عقب افتادن فاز در مدارهای ac

رابطه‌های بین جریان i و ولتاژ v برای هر یک از سه عنصر مداری که بررسی کردیم، در جدول ۲۷-۲ خلاصه شده است. وقتی ولتاژ متناوب اعمال شده یک جریان متناوب در آنها ایجاد کند، جریان با ولتاژ دو سر مقاومت همفاز است، از ولتاژ دو سرخازن جلو می‌افتد و از ولتاژ دو سرالقاگر عقب می‌ماند.

اگر در به خاطر درآوردن اینکه آیا X_C برابر $\omega_d C$ است (نادرست) یا $1/\omega_d C$ (درست)، مشکل دارید، سعی کنید به خاطر آورید که C در «*cellar*» به معنی (زیر زمین) وجود دارد، یعنی در مخرج است.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۷-۶

بار القایی خالص. در شکل ۲۷-۱۲، القاییدگی L برابر ۲۳۰ mH و مولد نیروی محرکهٔ الکتریکی متناوب سینوسی با دامنهٔ $\mathscr{E}_m=۳۶۰$ V و در بسامد $f_d=۶۰/۰$ Hz کار می‌کند.

(الف) اختلاف پتانسیل $v_L(t)$ دو سر القاگر چگونه و دامنهٔ ولتاژ V_L $v_L(t)$ چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی در مداری با بار القایی خالص، اختلاف پتانسیل $v_L(t)$ دو سر القاگر همواره با اختلاف پتانسیل $\mathscr{E}(t)$ دو سر مولد نیروی محرکهٔ الکتریکی یکسان است.

محاسبه‌ها: در اینجا داریم، $v_L(t)=\mathscr{E}(t)$ و $V_L=\mathscr{E}_m$. چون $\mathscr{E}_m$ داده شده است، داریم

$$V_L=\mathscr{E}_m=۳۶/۰\ \text{V} \qquad (\text{پاسخ})$$

برای به دست آوردن $v_L(t)$ ، معادلهٔ ۲۷-۲۸ را به کار می‌بریم و می‌نویسیم

$$v_L=\mathscr{E}(t)=\mathscr{E}_m\sin\omega_d t \qquad (۲۷\text{-}۵۳)$$

حال، با قراردادن $\omega_B=2\pi f_d=۱۲۰\pi$ و $\mathscr{E}_m=۳۶/۰$ V در معادلهٔ ۲۷-۵۳، داریم

$$v_L=(۳۶/۰\text{V})\sin(۱۲۰\,\pi t) \qquad (\text{پاسخ})$$

(ب) جریان $i_L(t)$ در مدار برحسب تابعی از زمان چگونه و دامنهٔ جریان I_L $i_L(t)$ چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی در یک مدار ac با بار القایی خالص، جریان متناوب $i_L(t)$ در القاگر به مقدار ۹۰° از اختلاف پتانسیل

متناوب عقب می‌ماند (تدبیر حل مسئلهٔ۱ را به خاطر آورید که این مدار یک «مدار به طور مثبت ELI» است که به ما می‌گوید emf E از جریان I جلو می‌افتد و ϕ **مثبت** است.)

محاسبه‌ها: چون ثابت فاز ϕ برای جریان برابر $+90°$ یا $+\pi/2\,\text{rad}$ است می‌توان معادلهٔ ۲۷-۲۹ را به صورت زیر نوشت

$$i_L = I_L \sin(\omega_d t - \phi) = I_L \sin(\omega_d t - \pi/2) \qquad (۲۷\text{-}۵۴)$$

اگر در ابتدا واکنایی X_L را پیدا کنیم سپس می‌توانیم از معادلهٔ ۲۷-۵۲ $(V_L = I_L X_L)$ دامنهٔ I_L را به دست آوریم. از معادلهٔ ۲۷-۴۹ $(X_L = \omega_d L)$ با $\omega_d = 2\pi f_d$، می‌توان نوشت

$$X_L = 2\pi f_d L = (2\pi)(60/0\,\text{Hz})(230\times10^{-3}\,\text{H}) = 86/7\,\Omega$$

حال معادلهٔ ۲۷-۵۲ حاکی از آن است که دامنهٔ جریان برابر است با

$$I_L = \frac{V_L}{X_L} = \frac{36/0\,\text{V}}{86/7\,\Omega} = 0/415\,\text{A} \qquad (\text{پاسخ})$$

با قراردادن این مقدار و $\omega_d = 2\pi f_d = 120\pi$ در معادلهٔ ۲۷-۵۴، داریم

$$i_L = (0/415\,\text{A})\sin(120\pi t - \pi/2) \qquad (\text{پاسخ})$$

۲۷-۹ مدار RLC متوالی

اکنون می‌توانیم نیروی محرکهٔ الکتریکی متناوب معادلهٔ ۲۷-۲۸ را برای مدار کامل شکل ۲۷-۷ به کار بریم

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_m \sin\omega_d t \quad (\text{اعمال شده emf}) \qquad (۲۷\text{-}۵۵)$$

چون L، R و C متوالی‌اند، جریان یکسان زیر در هر سه ایجاد می‌شود

$$i = I\sin(\omega_d t - \phi) \qquad (۲۷\text{-}۵۶)$$

می‌خواهیم دامنهٔ I و ثابت فاز ϕ را به دست آوریم. با به کاربردن نمودار بردار فاز، حل ساده می‌شود.

دامنهٔ جریان

با شکل ۲۷-۱۴ الف شروع می‌کنیم که بردار فازی را نشان می‌دهد که جریان به معادلهٔ ۲۷-۵۶ را در زمان دلخواه t بیان می‌کند. طول بردار فاز برابر دامنهٔ جریان I است، تصویر بردار فاز روی محور قائم جریان i در زمان t، و زاویهٔ چرخش بردار فاز، فاز $\omega t - \phi$ جریان در زمان t را به دست می‌دهد.

شکل ۲۷-۱۴ ب بردارهای فاز را نشان می‌دهد که ولتاژ دو سر R، L و C را در زمان t بیان می‌کند. جهت هر بردار فاز نسبت به زاویهٔ چرخش بردار فاز جریان I در شکل ۲۷-۱۴ الف بر پایهٔ داده‌های جدول ۲۷-۲ نشان داده شده است.

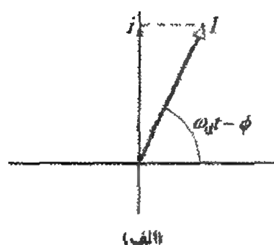
مقاومت: در اینجا جریان و ولتاژ همفازند؛ پس، زاویهٔ چرخش بردار فاز ولتاژ V_R با زاویهٔ چرخش بردار فاز I برابر است.

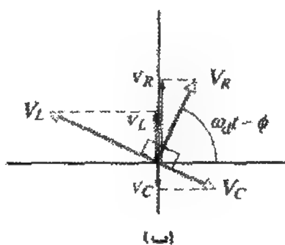
خازن: در اینجا جریان به اندازهٔ $90°$ از ولتاژ جلو است؛ در نتیجه، زاویهٔ چرخش بردار فاز ولتاژ V_R، $90°$ کمتر از زاویهٔ چرخش بردار فاز I است.

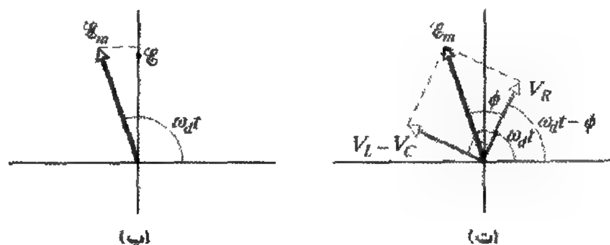
القاگر: در اینجا جریان به اندازهٔ $90°$ از ولتاژ عقب است؛ در نتیجه، زاویهٔ چرخش بردار فاز ولتاژ V_R، $90°$ بیشتر از زاویهٔ چرخش بردار فاز I است.

شکل ۲۷-۱۴ ب ولتاژهای لحظه‌ای v_R، v_C و v_L را در دو سر R، C و L در زمان t نیز نشان می‌دهد؛ این ولتاژها تصویربردارهای فاز متناظر روی محور قائم شکل هستند.

شکل ۲۷-۱۴ پ بردار فازی را نشان می‌دهد که نیروی محرکهٔ الکتریکی اعمال شده با معادلهٔ ۲۷-۵۵ را توصیف می‌کند. طول بردار فاز نشان دهندهٔ دامنهٔ $\mathscr{E}_m$، یعنی **تصویر بردار فاز نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ روی محور قائم در زمان t** و زاویهٔ چرخش بردار فاز نشان‌دهندهٔ فاز $\omega_d t$ نیروی محرکهٔ الکتریکی در زمان t است.







شکل ۲۷-۱۴ (الف) بردار فازی که جریان متناوب را در مدار RLC شکل ۲۷-۷ در زمان t، نشان می‌دهد. دامنهٔ I، مقدار لحظه‌ای i، و فاز($\omega_d t - \phi$) نشان داده شده‌اند. (ب) بردارهای فاز نشان دهنده ولتاژ دو سر القاگر، مقاومت و خازن نسبت به بردار فاز جریان در (الف). (پ) بردار فاز نشان دهندهٔ emf متناوب که جریان را در (الف) برقرار می‌کند. (ت) بردار فاز نیروی محرکهٔ الکتریکی جمع برداری سه بردار فاز ولتاژ شکل (ب) است. در اینجا، بردارهای فاز ولتاژ V_L و V_C با هم به طور برداری جمع شده‌اند تا بردار فاز خالص آنها $(V_L\text{-}V_C)$ حاصل شود.

از قاعدهٔ حلقه می‌دانیم که در هر لحظه مجموع ولتاژهای v_R ، v_C و v_L با نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ اعمال شده برابر است

$$\mathscr{E} = v_R + v_C + v_L \qquad (۵۷-۲۷)$$

به این ترتیب، در زمان t تصویر $\mathscr{E}$ در شکل ۲۷-۱۴ پ با جمع جبری تصویرهای v_R ، v_C و v_L در شکل ۲۷-۱۴ ب برابر است. در واقع، وقتی بردارهای فاز با هم می‌چرخند، این تساوی همواره برقرار است. این بدان معناست که بردار فاز $\mathscr{E}_m$ در شکل ۲۷-۱۴ پ باید جمع برداری سه بردار فاز ولتاژ V_R ، V_C و V_L در شکل ۲۷-۱۴ ب، برابر باشد.

این شرط در شکل ۲۷-۱۴ ت نشان داده شده است که در آن بردار فاز $\mathscr{E}_m$ به صورت جمع بردارهای فاز V_R ، V_C و V_L رسم شده است. چون بردارهای فاز V_C و V_L در شکل در جهت مخالف‌اند، می‌توانیم این جمع برداری را ساده کنیم به این صورت که ابتدا L_L و V_C را ترکیب کنیم تا بردار فاز $V_L - V_C$ به دست آید و آنگاه برای به دست آوردن بردار فاز خالص، این بردار فاز را با بردار فاز V_R ترکیب می‌کنیم. دوباره یادآوری می‌کنیم که بردار فاز خالص باید همان‌طور که نشان داده شده بر بردار فاز $\mathscr{E}_m$ منطبق شود.

هر دو مثلث نشان داده شده در شکل ۲۷-۱۴ ت قائم الزاویه‌اند. از این رو، با به کار بردن قضیهٔ فیثاغورس برای هر یک از مثلثها، داریم

$$\mathscr{E}_m^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2 \qquad (۵۸-۲۷)$$

از اطلاعات مربوط به دامنهٔ بیان شده در جدول ۲۷-۲ می‌توانیم رابطهٔ بالا را به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$\mathscr{E}_m^2 = (IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2 \qquad (۵۹-۲۷)$$

و سپس آن را به شکل زیر مرتب می‌کنیم

$$I = \frac{\mathscr{E}_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \qquad (۶۰-۲۷)$$

مخرج در معادلهٔ ۲۷-۶۰ را **مقاومت ظاهری Z** مدار برای بسامد زاویه‌ای محرک ω_d می‌نامند

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad \text{(تعریف مقاومت ظاهری)} \qquad (۶۱-۲۷)$$

حال، می‌توانیم معادلهٔ ۲۷-۶۰ را به صورت زیر بنویسیم

$$I = \frac{\mathscr{E}_m}{Z} \qquad (۶۲-۲۷)$$

اگر مقدارهای X_C و X_L را از معادله‌های ۲۷-۳۹ و ۲۷-۴۹ قرار دهیم، می‌توانیم معادلهٔ ۲۷-۶۰ را به صورت روشنتری بنویسیم

$$I = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{R^2 + (\omega_d L - 1/\omega_d C)^2}} \quad \text{(دامنهٔ جریان)} \qquad (۶۳-۲۷)$$

اکنون به نیمهٔ هدف خود رسیده‌ایم: ما عبارتی را برای دامنهٔ جریان I برحسب نیروی محرکهٔ الکتریکی محرک سینوسی و عنصرهای مدار RLC متوالی به دست آورده‌ایم.

مقدار I به اختلاف بین $\omega_d L$ و $1/\omega_d C$ در معادلهٔ ۲۷-۶۳، یا به طور معادل به اختلاف بین X_L و X_C در معادلهٔ ۲۷-۶۰ بستگی دارد. در هر معادله، مهم نیست که کدامیک از این دو کمیت بزرگتر است *چون تفاضل آنها همیشه مجذور می‌شود.*

جریانی که در این بخش بیان می‌کنیم *جریان حالت پایا* است که اندکی پس از اینکه نیروی محرکهٔ الکتریکی تناوبی اعمال شد در مدار برقرار می‌شود. وقتی در ابتدا نیروی محرکهٔ الکتریکی به مداری اعمال شود، در زمان کوتاهی یک *جریان گذرا* در مدار به وجود می‌آید. مدت این جریان گذرا (قبل از اینکه به صورت جریان حالت پایا درآید) با ثابتهای زمانی $\tau_L = L/R$ و $\tau_L = RC$ وقتی عنصرهای القایی و خازنی «شروع به عمل کردند»، تعیین می‌شود. این جریان گذرا، برای مثال، اگر طراحی مدار موتور مناسب نباشد، می‌تواند موقع روشن کردن باعث خرابی آن شود.

ثابت فاز

از مثلث بردار فاز سمت راست در شکل ۲۷-۱۴ ت و از جدول ۲۷-۲ می‌توانیم بنویسیم

$$\tan\phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{IX_L - IX_C}{IR} \qquad (۶۴-۲۷)$$

که به دست می‌دهد

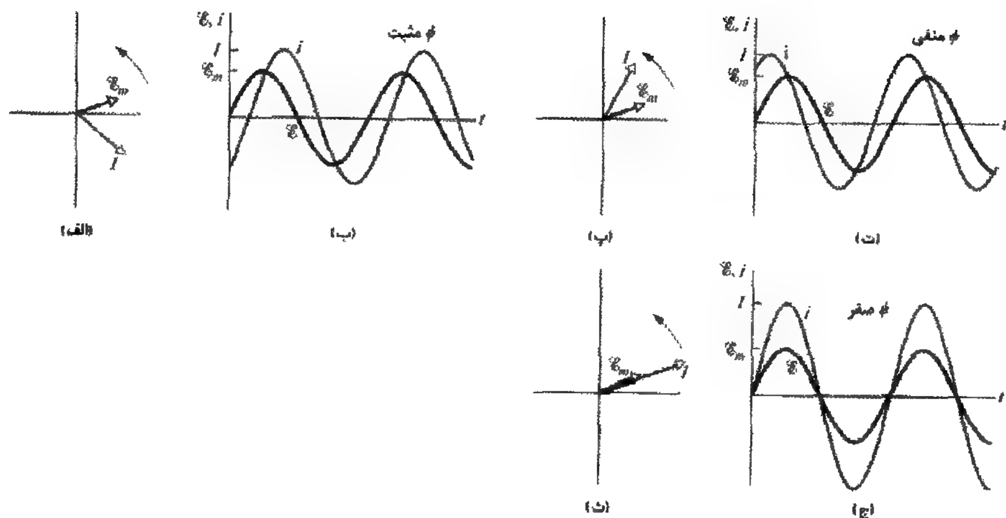
$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad \text{(ثابت فاز)} \qquad (۶۵-۲۷)$$

این نیمهٔ دیگر هدف ماست: یافتن عبارتی برای ثابت فاز ϕ در یک مدار RLC متوالی با محرک سینوسی. این عبارت به ما سه نتیجهٔ متفاوت برای ثابت فاز به دست می‌دهد که بستگی به مقدارهای نسبی X_L و X_C دارد:

$X_L > X_C$: گفته می‌شود که *مدار بیشتر القایی است تا خازنی*. معادلهٔ ۲۷-۶۵ حاکی از آن است که برای چنین مداری ϕ مثبت است، و این بدان معناست که بردار فاز I عقبتر از بردار فاز $\mathscr{E}_m$ می‌چرخد (شکل ۲۷-۱۵ الف). نمودارهای $\mathscr{E}$ و i نسبت به زمان مشابه شکل ۲۷-۱۵ ب هستند. (شکلهای ۲۷-۱۵ پ و ت با فرض $X_L > X_C$ رسم شده‌اند.)

$X_C > X_L$ گفته می‌شود که *مدار بیشتر خازنی است تا القایی*. معادلهٔ ۲۷-۶۵ حاکی از آن است که برای چنین مداری ϕ منفی است و این بدان معناست که بردار فاز I جلوتر از بردار فاز $\mathscr{E}_m$ می‌چرخد (شکل ۲۷-۱۵ پ). نمودارهای $\mathscr{E}$ و i برحسب زمان مشابه شکل ۲۷-۱۵ ت هستند.

$X_C = X_L$: گفته می‌شود که مدار در *تشدید* است، حالتی که بعداً به شرح آن می‌پردازیم. معادلهٔ ۲۷-۶۵ حاکی از آن است که برای چنین مداری $\phi = 0°$ است، که به این معناست که بردارهای فاز $\mathscr{E}_m$ و I با هم می‌چرخند (شکل ۲۷-۱۵ ج). نمودارهای $\mathscr{E}$ و i برحسب زمان مانند شکل ۲۷-۱۵ ج هستند.



شکل ۲۷-۱۵ نمودارهای بردار فاز و منحنیهای نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ و جریان i برای مدار RLC شکل ۲۷-۷. در نمودار بردار فاز (الف) و منحنی جریان i (ب) از نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ عقب می‌ماند و ثابت فاز ϕ جریان مثبت است. در شکلهای (پ) و (ت)، جریان i از نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ جلو می‌افتد و ثابت فاز ϕ منفی است. در شکلهای (ث) و (ج) جریان i با نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ همفاز و ثابت فاز ϕ برابر صفر است.

به عنوان توضیح، دو مدار دور از حد متعارف را درنظر می‌گیریم: در *مدار القایی خالص* شکل ۲۷-۱۲ که در آن X_L صفر نیست و $X_C=R=0$ است، معادلهٔ ۲۷-۶۵ بر آن دلالت دارد که $\phi=+90°$ (بیشترین مقدار ϕ) که با شکل ۲۷-۱۳ ب سازگار است. در *مدار خازنی خالص* شکل ۲۷-۱۰ که در آن X_C صفر نیست و $X_L=R=0$ است، معادلهٔ ۲۷-۶۵ حاکی از آن است که $\phi=-90°$ (کمترین مقدار ϕ) که با شکل ۲۷-۱۱ ب سازگار است.

تشدید

معادلهٔ ۲۷-۶۳ دامنهٔ جریان I را در یک مدار RLC به صورت تابعی از بسامد زاویه‌ای محرک ω_d یک نیروی محرکهٔ الکتریکی متناوب خارجی به دست می‌دهد. برای مقاومت داده شدهٔ R وقتی کمیت $\omega_d L-1/\omega_d C$ در مخرج صفر باشد دامنه بیشینه است، یعنی وقتی

$$\omega_d L=\frac{1}{\omega_d C}$$

یا

$$\omega_d=\frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (I \text{ بیشینه}) \qquad (۲۷\text{-}۶۶)$$

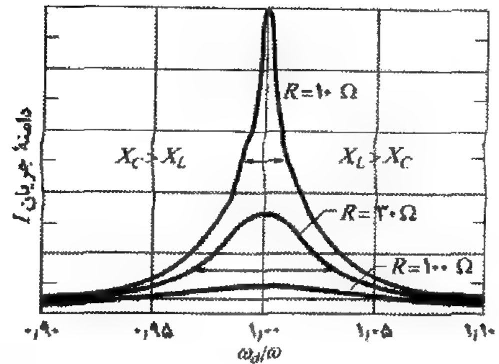
چون ω ، بسامد زاویه‌ای طبیعی مدار RLC هم برابر $1/\sqrt{LC}$ است، بیشینهٔ مقدار I وقتی حاصل می‌شود که بسامد زاویه‌ای محرک با بسامد زاویه‌ای طبیعی با هم جور باشند- یعنی در موقع تشدید. از این رو، در مدار RLC تشدید و بیشینهٔ دامنهٔ I وقتی به وجود می‌آیند که داشته باشیم

$$\omega_d=\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{تشدید}) \qquad (۲۷\text{-}۶۷)$$

شکل ۲۷-۱۶ سه منحنی *تشدید* را برای نوسانهایی سینوسی در سه مدار RLC متوالی که فقط R آنها متفاوت است نشان می‌دهد. در هر منحنی وقتی ω_d/ω برابر ۱/۰۰ باشد قلهٔ منحنی به بیشینهٔ دامنهٔ جریان I خود می‌رسد، اما مقدار بیشینهٔ I با افزایش R کاهش می‌یابد. (بیشینهٔ I همیشه برابر $\mathscr{E}_m/R$ است؛ علت اینکه چرا چنین است معادله‌های ۲۷-۶۱ و ۲۷-۶۲ را ترکیب کنید.) افزون بر این، پهنای منحنیها با افزایش R افزایش می‌یابند. (در شکل ۲۷-۱۶ این پهنا در نصف مقدار بیشینهٔ I اندازه‌گیری شده است.)

با بررسی اینکه چطور واکنایی‌های X_L و X_C با افزایش بسامد زاویه‌ای محرک ω_d از مقداری خیلی کمتر از بسامد زاویه‌ای طبیعی ω تغییر می‌کنند، می‌توان به مفهوم فیزیکی شکل ۲۷-۱۶ پی‌برد. برای ω_d کوچک، واکنایی $X_L(=\omega_d L)$ کوچک و واکنایی $X_C\,(=1/\omega_d C)$ بزرگ است. بنابراین، مدار اساساً خازنی است و X_C بزرگ بر مقاومت ظاهری غالب است و جریان را پایین نگه می‌دارد.

وقتی ω_d افزایش یابد، واکنایی X_C غالب باقی می‌ماند ولی با افزایش واکنایی X_L کاهش می‌یابد. کاهش X_C مقاومت ظاهری را کاهش می‌دهد، و همان‌طور که در سمت چپ هر منحنی تشدید در شکل ۲۷-۱۶ می‌بینیم، جریان افزایش می‌یابد. وقتی X_L افزایش و X_C کاهش می‌یابد تا به مقدار برابر برسند، جریان به بیشترین مقدار می‌رسد و مدار با $\omega_d=\omega$ به تشدید در می‌آید.



شکل ۲۷-۱۶ *منحنیهای تشدید* برای مدار RLC شکل ۲۷-۷ با $L=100\mu H$ ، $C=100pF$ و سه مقدار متفاوت برای R. دامنهٔ جریان I جریان متناوب بستگی به این دارد که چقدر بسامد زاویه‌ای محرک ω_d به بسامد زاویه‌ای طبیعی ω نزدیک باشد. پیکان افقی روی هر منحنی اندازهٔ نیم- *پهنای* آن منحنی را اندازه می‌گیرد که پهنا در تراز نصف بیشینه است و تیزی تشدید را به دست می‌دهد. در سمت چپ $\omega_d/\omega = 1.00$ ، مدار اساساً خازنی با $X_C > X_L$ است؛ برای سمت راست، مدار اساساً القایی با $X_L > X_C$ است.

وقتی افزایش ω_d ادامه یابد، افزایش واکنایی X_L به طور چشمگیری بر کاهش واکنایی X_C بیشتر غالب می‌شود. بنابراین، مقاومت ظاهری براثر X_L، افزایش می‌یابد و مطابق طرف راست هر منحنی تشدید در شکل ۲۷-۱۶، جریان کاهش می‌یابد. پس، به طور خلاصه: در طرف بسامدهای زاویه‌ای پایین منحنی تشدید واکنایی خازنی غالب است؛ و در طرف بسامدهای زاویه‌ای بالای منحنی تشدید واکنایی القایی غالب است و تشدید بین این دو ناحیه رخ می‌دهد.[1]

✔ ***نکتهٔ وارسی ۶*** در اینجا به ترتیب واکنایی خازنی و واکنایی القایی برای سه مدار RLC متوالی با محرک سینوسی، داده شده‌اند. (۱) 50Ω ، 100Ω ؛ (۲) 100Ω ، 50Ω ؛ (۳) 50Ω ، 50Ω. (الف) برای هر یک از آنها آیا جریان از نیروی محرکهٔ الکتریکی اعمال شده جلو می‌افتد، عقب می‌ماند یا هر دو همفازند؟ (ب) کدام مدار در تشدید است؟

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۷-۷

در شکل ۲۷-۷ فرض کنید، $R=200\Omega$ ، $C=15.0\mu F$ ، $L=230mH$ ، $f_d=60.0Hz$ و $\mathscr{E}_m=36.0V$. (این مقدارها همانهایی هستند که در مسئله‌های نمونهٔ ۲۷-۴ ، ۲۷-۵ و ۲۷-۶ به کار برده شده‌اند.)

(الف) دامنهٔ جریان I چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی دامنهٔ جریان I بنابر معادلهٔ ۲۷-۶۲ $(I=\mathscr{E}_m/Z)$ به دامنهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکی مولد $\mathscr{E}_m$ و مقاومت ظاهری مدار بستگی دارد.

محاسبه‌ها: بنابراین، باید Z را که به مقاومت R، واکنایی خازنی X_C و واکنایی X_L بستگی دارد، به دست آوریم. تنها مقاومت مدار همان مقاومت داده شدهٔ R است. تنها واکنایی خازنی به خاطر خازن داده شده است و از مسئلهٔ نمونهٔ ۲۷-۵ ، داریم $X_C=177\Omega$. تنها واکنایی القایی به خاطر القاییدگی داده شده است و از مسئلهٔ نمونهٔ ۲۷-۶، داریم $X_L=86.7\Omega$. پس، مقاومت ظاهری مدار برابر است با

$$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$$
$$=\sqrt{(200\Omega)^2+(86.7\Omega-177\ \Omega)^2}$$
$$=219\ \Omega$$

و داریم

$$I=\frac{\mathscr{E}_m}{Z}=\frac{36.0\,V}{219\ \Omega}=0.164A \qquad \text{(پاسخ)}$$

(ب) ثابت فاز ϕ جریان در مدار نسبت به نیروی محرکهٔ الکتریکی محرک چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی ثابت فاز بنابر معادلهٔ ۲۷-۶۵ به واکنایی خازنی، واکنایی القایی و مقاومت مدار بستگی دارد.

محاسبه: با حل معادله برای ϕ داریم

$$\phi=\tan^{-1}\frac{X_L-X_C}{R}=\tan^{-1}\frac{86.7\Omega-177\Omega}{200\Omega}$$
$$=-24.3^\circ=0.424\ rad \qquad \text{(پاسخ)}$$

علامت منفی ثابت فاز با این واقعیت که در مدار بار خازنی غالب است سازگاری دارد؛ یعنی $X_C > X_L$. در قسمتی از تدبیر حل مسئلهٔ ۱ این مدار به صورت «ICE» نشان داده شده است، یعنی جریان *جلوتر* از نیروی محرکهٔ الکتریکی است.

۲۷-۱۰ توان در مدارهای جریان متناوب

در مدار RLC شکل ۲۷-۷ منبع انرژی یک مولد جریان متناوب است. مقداری از انرژی که مولد تهیه می‌کند در میدان الکتریکی خازن و مقداری در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره می‌شود و مقداری نیز به صورت انرژی گرمایی در مقاومت تلف می‌شود. در حالت پایا - که فرض بر آن است- میانگین انرژی ذخیره در خازن و در القاگر ثابت می‌ماند. بنابراین، انتقال انرژی خالص از مولد به مقاومت است که در آنجا انرژی الکترومغناطیسی به صورت انرژی گرمایی تلف می‌شود.

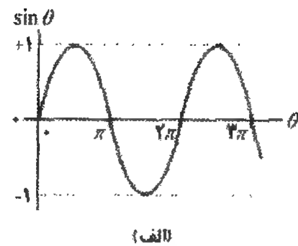
آهنگ لحظه‌ای اتلاف انرژی در مقاومت را می‌توان به کمک معادله‌های ۲۷-۲۲ و ۲۷-۲۹ به صورت زیر نوشت

$$P=i^2R=[I\sin(\omega_d t-\phi)]^2R$$
$$=I^2R\sin^2(\omega_d t-\phi) \qquad (۲۷-۶۸)$$

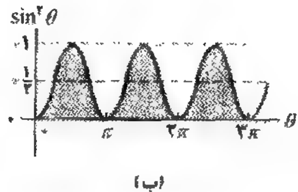
ولی، *آهنگ میانگین* اتلاف انرژی در مقاومت، مقدار میانگین معادلهٔ ۲۷-۶۸ روی زمان است. مقدار میانگین $\sin\theta$ که θ هر متغیری است، در یک چرخهٔ کامل صفر است (شکل ۲۷-۱۷

---

[1] - برای مشاهدهٔ روش به خاطر سپردن این امر و دیگر اطلاعات مربوط به مدارهای RLC مراجعه کنید به
http://www.wiley.com/college/halliday



(الف)



(ب)

شکل ۲۷-۱۷ (الف) منحنی $\sin\theta$ برحسب θ. مقدار میانگین در یک چرخه صفر است. (ب) منحنی $\sin^2\theta$ برحسب θ. مقدار میانگین در یک چرخه $\frac{1}{2}$ است.

الف). اما مقدار میانگین $\sin^2\theta$ برابر $\frac{1}{2}$ است (شکل ۲۷-۱۷ ب). (توجه کنید که در شکل ۲۷-۱۷ ب، قسمتهای سایه‌دار منحنی که در بالای خط افقی با علامت $+\frac{1}{2}$ واقع‌اند چگونه دقیقاً فضاهای خالی زیر آن را پر می‌کنند.) به این ترتیب، از معادلهٔ ۲۷-۶۸ می‌توانیم بنویسیم

$$P_{avg}=\frac{I^2R}{2}=\left(\frac{I}{\sqrt{2}}\right)^2 R \qquad (۲۷-۶۹)$$

کمیت $I/\sqrt{2}$ را **ریشهٔ میانگین مربعی** یا **rms** مقدار جریان i می‌نامند

$$I_{rms}=\frac{I}{\sqrt{2}} \quad \text{(ریشهٔ میانگین مربعی جریان)} \qquad (۲۷-۷۰)$$

اکنون می‌توانیم معادلهٔ ۲۷-۶۹ را به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$P_{avg}=I_{rms}^2 R \quad \text{(توان میانگین)} \qquad (۲۷-۷۱)$$

معادلهٔ ۲۷-۷۱ خیلی شبیه به معادلهٔ ۲۷-۲۲ $(P=i^2R)$ است؛ این شباهت بیانگر این است که اگر از جریان ریشهٔ میانگین مربعی استفاده کنیم می‌توانیم آهنگ میانگین اتلاف انرژی برای مدارهای جریان متناوب را درست همانند مدارهای جریان مستقیم محاسبه کنیم.

همچنین می‌توانیم مقدارهای rms ولتاژ و نیروی محرکهٔ الکتریکی را برای مدارهای جریان متناوب تعریف کنیم

$$V_{rms}=\frac{V}{\sqrt{2}} \quad \text{و} \quad \mathscr{E}_{rms}=\frac{\mathscr{E}_m}{\sqrt{2}} \quad \text{(ولتاژ rms و rms emf)} \qquad (۲۷-۷۲)$$

وسایل جریان متناوب مانند آمپرسنجها و ولت سنجها، معمولاً طوری واسنجی می‌شوند تا I_{rms}، V_{rms} و $\mathscr{E}_{rms}$ را نشان دهند. به این ترتیب، اگر یک ولت سنج جریان متناوب را به پریز برق خانگی بزنیم و ۲۲۰V را نشان دهد، این ولتاژ $\mathscr{E}_{rms}$ اندازه گرفته شده است. مقدار بیشینهٔ اختلاف پتانسیل خروجی برابر $\sqrt{2}$ (۲۲۰V) یا ۳۱۰V است.

چون ضریب تناسب $1/\sqrt{2}$ در معادله‌های ۲۷-۷۰ و ۲۷-۷۲ برای هر سه متغیر یکسان است، می‌توانیم معادله‌های ۲۷-۶۲ و ۲۷-۶۰ را به صورت زیر بنویسیم

$$I_{rms}=\frac{\mathscr{E}_{rms}}{Z}=\frac{\mathscr{E}_{rms}}{\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}} \qquad (۲۷-۷۳)$$

و در واقع، این همان شکلی است که ما تقریباً همیشه به کار می‌بریم.

می‌توانیم رابطهٔ $I_{rms}=\mathscr{E}_{rms}/Z$ را برای طرح دوبارهٔ معادلهٔ ۲۷-۲۱ به صورت معادلهٔ مفیدی به کاربریم. می‌نویسیم

$$P_{avg}=\frac{\mathscr{E}_{rms}}{Z}I_{rms}R=\mathscr{E}_{rms}I_{rms}\frac{R}{Z} \qquad (۲۷-۷۴)$$

ولی، از شکل ۲۷-۱۴ ت، جدول ۲۷-۲ و معادلهٔ ۲۷-۶۲ می‌بینیم که R/Z درست کسینوس ثابت فاز ϕ است

$$\cos\phi=\frac{V_R}{\mathscr{E}_m}=\frac{IR}{IZ}=\frac{R}{Z} \qquad (۲۷-۷۵)$$

پس، معادلهٔ ۲۷-۷۴ به صورت زیر درمی‌آید

$$P_{avg}=\mathscr{E}_{rms}I_{rms}\cos\phi \quad \text{(توان میانگین)} \qquad (۲۷-۷۶)$$

که در آن $\cos\phi$ **ضریب توان** نامیده می‌شود. چون، $\cos\phi=\cos(-\phi)$، معادلهٔ ۲۷-۷۶ مستقل از علامت ثابت فاز ϕ است.

برای بیشینه کردن آهنگ انرژی داده شده به یک بار مقاومتی در مدار RLC، باید ضریب توان $\cos\phi$ را تا جایی که ممکن است به یک نزدیک کنیم. این معادل با این است که ثابت فاز ϕ در معادلهٔ ۲۷-۲۹ را تا حدامکان به صفر نزدیک کنیم. برای مثال، اگر مدار شدیداً القایی باشد، می‌توان آن را با اضافه کردن ظرفیت بیشتر به طور متوالی به مدار کم کرد. (یادآوری می‌شود که افزودن ظرفیت بیشتر به طور متوالی به ظرفیتهای دیگر موجب کاهش ظرفیت معادل C_{eq} در مدار می‌شود.) بنابراین، کاهش در C_{eq} موجب کاهش ثابت فاز و افزایش ضریب توان در معادلهٔ ۲۷-۷۶ می‌شود. در نیروگاهها برای انجام این عمل خازنهایی به طور متوالی در سامانه‌های انتقال قرار داده می‌شود.

> ✔ ***نکتهٔ وارسی ۷*** (الف) اگر جریان در یک مدار RLC متوالی با محرک سینوسی از نیروی محرکهٔ الکتریکی جلو بیافتد، برای افزایش آهنگی که انرژی با آن به مقاومت داده می‌شود، آیا باید ظرفیت را افزایش دهیم یا کاهش؟ (ب) آیا این تغییر، بسامد زاویه‌ای تشدید مدار را به بسامد زاویه‌ای نیروی محرکهٔ الکتریکی نزدیکتر می‌کند یا دورتر؟

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۷-۸

مدار RLC متوالی که با $\mathscr{E}_{rms}=۱۲۰V$ در بسامد $f_d=۶۰/۰Hz$ کار می‌کند، شامل مقاومت $R=۲۰۰\Omega$، القایدگی $X_L=۸۰/۰\Omega$ و ظرفیت $X_C=۱۵۰\Omega$ است.
(الف) ضریب توان $\cos\phi$ و ثابت فاز ϕ مدار چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی ضریب توان $\cos\phi$ را می‌توان از مقاومت R و مقاومت ظاهری Z از طریق معادلهٔ ۲۷-۷۵ $(\cos\phi=R/Z)$ به دست آورد.

محاسبه‌ها: برای محاسبهٔ Z، از معادلهٔ ۲۷-۶۱ استفاده می‌کنیم

$$Z=\sqrt{R^۲+(X_L-X_C)^۲}$$
$$=\sqrt{(۲۰۰\Omega)^۲+(۸۰/۰\Omega-۱۵۰\Omega)^۲}=۲۱۱/۹۰\Omega$$

حال معادلهٔ ۲۷-۷۵ به دست می‌دهد

$$\cos\phi=\frac{R}{Z}=\frac{۲۰۰\Omega}{۲۱۱/۹۰\Omega}=۰/۹۴۳۸\approx۰/۹۴۴ \quad \text{(پاسخ)}$$

با معکوس کسینوس گرفتن داریم

$$\phi=\cos^{-۱}۰/۹۴۴=\pm۱۹/۳°$$

هم $+۱۹/۳°$ و هم $-۱۹/۳°$ دارای کسینوس ۰/۹۴۴ هستند. برای تعیین اینکه کدام علامت درست است، باید بررسی کنیم که آیا جریان از نیروی محرکهٔ القایی جلو می‌افتد یا عقب می‌ماند. چون $X_C>X_L$، این مدار اساساً خازنی است و جریان از نیروی محرکهٔ الکتریکی جلو می‌افتد. پس، ϕ باید منفی باشد

$$\phi=-۱۹/۳° \quad \text{(پاسخ)}$$

به جای این کار، می‌توانستیم با استفاده از معادلهٔ ۲۷-۶۵ مقدار ϕ را به دست آوریم. در این صورت، ماشین حساب پاسخ را با علامت منفی به دست می‌دهد.

(ب) آهنگ میانگین P_{avg} که انرژی با آن در مقاومت تلف می‌شود، چقدر است؟

نکته‌های کلیدی دو روش و دو نکته وجود دارد: (۱) چون فرض می‌شود که مدار در حالت پایا است، آهنگی که با آن انرژی در مقاومت تلف می‌شود با آهنگ تأمین انرژی که با معادلهٔ ۲۷-۷۶ $(P_{avg}=\mathscr{E}_{rms}I_{rms}\cos\phi)$ داده می‌شود، برابر است. (۲) آهنگی که با آن انرژی در مقاومت R تلف می‌شود بنابر معادلهٔ ۲۷-۷۱ به مجذور rms جریان I_{rms} که از مقاومت می‌گذرد بستگی دارد.

روش اول: نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}_{rms}$ داده شده و از قسمت (الف) مقدار $\cos\phi$ را می‌دانیم. برای به دست آوردن I_{rms} که جریان rms از مقدار rms نیروی محرکهٔ الکتریکی و مقاومت ظاهری مدار Z (که می‌دانیم) محاسبه می‌شود. از معادلهٔ ۲۷-۷۳ داریم

$$I_{rms}=\frac{\mathscr{E}_{rms}}{Z}$$

با قرار دادن این مقدار در معادلهٔ ۲۷-۷۶، داریم

$$P_{avg}=\mathscr{E}_{rms}I_{rms}\cos\phi=\frac{\mathscr{E}_{rms}^۲}{Z}\cos\phi$$
$$=\frac{(۱۲۰V)^۲}{۲۱۱/۹۰\Omega}(۰/۹۴۳۸)=۶۴/۱W \quad \text{(پاسخ)}$$

روش دوم:

$$P_{avg}=I_{rms}^۲R=\frac{\mathscr{E}_{rms}^۲}{Z^۲}R$$
$$=\frac{(۱۲۰V)^۲}{(۲۱۱/۹۰\Omega)^۲}(۲۰۰\Omega)=۶۴/۱W \quad \text{(پاسخ)}$$

(پ) اگر عاملهای دیگر در مدار تغییر نکنند، ظرفیت جدید C_{new} باید چقدر باشد تا P_{ave} بیشینه شود؟

نکته‌های کلیدی (۱) اگر مدار با emf محرک به حالت تشدید درآید، آهنگ میانگین تأمین انرژی P_{avg} با آهنگ اتلاف انرژی برابر است. (۲) وقتی $X_C=X_L$ باشد تشدید رخ می‌دهد.

محاسبه‌ها: از داده‌های مسئله $X_C>X_L$ است. پس، باید X_C را کاهش داد تا به تشدید برسیم. از معادلهٔ ۲۷-۳۹ $(X_C=۱/\omega_dC)$، می‌بینیم که این بدان معناست که باید C را تا یک مقدار جدید C_{new} افزایش دهیم.

با به کاربردن معادلهٔ ۲۷-۳۹، می‌توانیم شرط $X_C=X_L$ را به این صورت بنویسیم

$$\frac{۱}{\omega_dC_{new}}=X_L$$

با قراردادن $۲\pi f_d$ به جای ω_d (چون ω_d داده نشده ولی f_d معلوم است) و حل آن برای C_{new}، داریم

$$C_{new}=\frac{۱}{۲\pi f_dX_L}=\frac{۱}{(۲\pi)(۶۰Hz)(۸۰/۰\Omega)}$$
$$=۳/۳۲\times۱۰^{-۵}F=۳۳/۲\mu F \quad \text{(پاسخ)}$$

با روش به کار رفته در قسمت (ب)، می‌توان نشان داد که با این مقدار C_{new}، مقدار بیشینهٔ P_{avg} برابر $۷۲/۰W$ خواهد بود.

۲۷-۱۱ مبدلها

شرایط لازم در انتقال انرژی

وقتی یک مدار ac فقط دارای بار مقاومتی باشد، ضریب توان در معادلهٔ ۲۷-۷۶ برابر $\cos۰°=۱$ و در نتیجه rms نیروی محرکهٔ الکتریکی، $\mathscr{E}_{rms}$ و rms ولتاژ دو سر مقاومت، V_{rms} برابر است. بنابراین، اگر rms جریان در مقاومت I_{rms} باشد، انرژی با آهنگ میانگین زیر تولید و تلف می‌شود

$$P_{ave}=\mathscr{E}I=IV \qquad (۲۷-۷۷)$$

(در معادلهٔ ۲۷-۷۷ و بقیهٔ این بخش، از قراردادی عملی پیروی می‌کنیم و زیرنویس را که مشخص کنندهٔ کمیتهای ریشهٔ میانگین مربعی است حذف می‌کنیم. مهندسان و دانشمندان فرض می‌کنند که تمام جریانها و ولتاژهای متغیر نسبت به زمان که

گزارش می‌شوند، یعنی عددی که آمپرسنجها و ولت‌سنجها نشان می‌دهند مقدارهای ریشهٔ میانگین مربعی‌اند.) معادلهٔ ۲۷-۷۷ حاکی از آن است که برای ایجاد توان مورد نیاز محدوده‌ای از انتخابها وجود دارد، از یک جریان I نسبتاً بزرگ و ولتاژ نسبتاً کوچک تا عکس آن، مشروط بر آنکه حاصلضرب IV مقدار مورد نیاز باشد.

در سامانه‌های توزیع توان الکتریکی به دلایل ایمنی و طراحی وسیلهٔ کارامد، مطلوب آن است که هم در مرکز تولید (نیروگاه الکتریکی) و هم در محل مصرف (منزل یا کارخانه) ولتاژهای نسبتاً پایینی به کار گرفته شوند. هیچ کس نمی‌خواهد که نان برشته کن یا قطار برقی بچه‌ها با ولتاژ مثلاً ۱۰kV کارکنند. از طرف دیگر، در انتقال انرژی الکتریکی از نیروگاه تا محل مصرف می‌خواهیم که برای به حداقل رساندن اتلافهای I^2R (که اغلب *اتلافهای اهمی* نامیده می‌شوند) در خطهای انتقال، کمترین جریان عملی (و در نتیجه بیشترین ولتاژ عملی) برقرار باشد.

به عنوان مثال، یک خط انتقال ۷۳۵ kV را برای انتقال انرژی الکتریکی از نیروگاهی به یک شهر در فاصلهٔ ۱۰۰۰km در نظر بگیرید. فرض کنید که جریان ۵۰۰A و ضریب توان به یک نزدیک باشد. آنگاه از معادلهٔ ۲۷-۷۷، انرژی با آهنگ میانگین زیر تأمین می‌شود

$$P_{avg}=\mathscr{E}I=(7/35\times10^5\ \text{V})(500\text{A})=368\,\text{MW}$$

مقاومت خط انتقال تقریباً ۰/۲۲۰Ω/km است، و از آنجا مقاومت کل برای ۱۰۰۰km خط تقریباً ۲۲۰ Ω است. انرژی در این مقاومت تقریباً با آهنگ زیر تلف می‌شود

$$P_{avg}=I^2R=(500\text{A})^2(220\Omega)=55/0\,\text{MW}$$

که تقریباً ۱۵٪ آهنگ تولید است.

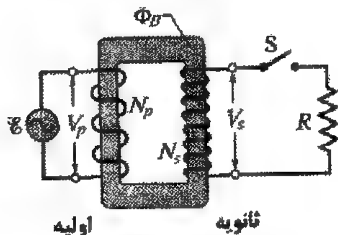
اکنون تصور کنید که اگر جریان را دو برابر و ولتاژ را نصف کنیم چه رخ می‌دهد. انرژی به وسیلهٔ نیروگاه با همان آهنگ میانگین قبلی ۳۶۸MW تأمین می‌شود، اما اکنون انرژی تقریباً با آهنگ زیر تلف می‌شود

$$P_{avg}=I^2R=(1000\text{A})^2(220\,\Omega)=220\,\text{MW}$$

که *تقریباً ۶۰٪ آهنگ تولید* است. از این رو قاعدهٔ کلی انتقال انرژی این است که انتقال انرژی باید در بالاترین ولتاژ ممکن و پایینترین جریان ممکن انجام گیرد.

مبدل آرمانی

قاعدهٔ انتقال به یک ناهماهنگی اساسی بین ضرورت انتقال کارامد با ولتاژ بالا و نیاز برای تولید و مصرف ایمن با ولتاژ پایین منجر می‌شود. وسیله‌ای می‌خواهیم که با آن بتوانیم ولتاژ ac در مدار را (برای انتقال) افزایش و (برای مصرف) کاهش دهیم به طوری که حاصلضرب جریان در ولتاژ اساساً ثابت بماند. **مبدل** چنین وسیله‌ای است. مبدل هیچ بخش متحرکی ندارد، و با قانون القایش فارادی کار می‌کند و هیچ همتای جریان مستقیم ساده نیز ندارد.



شکل ۲۷-۱۸ یک مبدل آرمانی (دو پیچه که دور یک هسته آهنی پیچیده شده‌اند) در یک مدار اساسی مبدل. یک مولد ac در پیچهٔ سمت چپ (*اولیه*) جریان را ایجاد می‌کند. وقتی کلید S بسته شود پیچهٔ سمت راست (*ثانویه*)، به یک بار مقاومتی R متصل می‌شود.

یک *مبدل آرمانی* در شکل ۲۷-۱۸ شامل دو پیچه با تعداد دورهای متفاوت است که دور یک هستهٔ آهنی پیچیده شده‌اند. (پیچه‌ها نسبت به هسته عایقبندی شده‌اند.) در عمل، سیم پیچ اولیه با N_P دور به یک مولد جریان متناوب متصل است که نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ آن در هر لحظهٔ t با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$\mathscr{E}=\mathscr{E}_m\sin\omega t \qquad (۲۷-۷۸)$$

سیم پیچ ثانویه با N_s دور سیم به مقاومت بار R متصل است، اما مدار آن تا وقتی که کلید S بسته نشده یک مدار باز است (فعلاً همین حالت را فرض می‌کنیم). بنابراین، هیچ جریانی از پیچهٔ ثانویه نمی‌گذرد، افزون بر این، برای این مبدل آرمانی فرض می‌کنیم که مقاومت سیم پیچهای اولیه و ثانویه ناچیز هستند. مبدلهای ظرفیت بالایی که خوب طراحی شده‌اند اتلاف انرژی پایینی به مقدار ۱٪ دارند و از این رو فرضهای ما منطقی‌اند.

برای شرایط فرض شده، سیم پیچ اولیه (یا **اولیه**) یک القاگر خالص و مدار اولیه همانند مدار در شکل ۲۷-۱۲ است. بنابراین، جریان اولیه (خیلی کم)، که *جریان مغناطندهٔ* I_{mag} نیز نامیده می‌شود، به اندازهٔ °۹۰ از ولتاژ اولیهٔ V_p عقب می‌افتد؛ در این حالت، ضریب توان اولیه ($\cos\phi$ در ۲۷-۷۶) صفر است و بنابراین، هیچ توانی از مولد به مبدل داده نمی‌شود.

ولی، جریان اولیهٔ متناوب متغیر سینوسی کوچکی I_{mag} یک شار مغناطیسی متغیر سینوسی ϕ_B در هستهٔ آهنی ایجاد می‌کند. هسته موجب تقویت شار می‌شود و شار را به سیم پیچ ثانویه (یا *ثانویه*) هدایت می‌کند. چون ϕ_B تغییر می‌کند از این رو، موجب یک emf $\mathscr{E}_{turn}\left(=d\Phi_B/dt\right)$ القایی در هر دور ثانویه می‌شود. در واقع، این emf بر هر دور $\mathscr{E}_{turn}$ برای اولیه و ثانویه یکسان است. ولتاژ V_p دو سر اولیه برابر است با حاصلضرب $\mathscr{E}_{turn}$ در تعداد دور N_p؛ یعنی $V_p=\mathscr{E}_{turn}N_p$. به همین ترتیب، ولتاژ V_s دو سر ثانویه برابر است با $V_s=\mathscr{E}_{turn}N_s$. به همین ترتیب، در دو سر ثانویه ولتاژ عبارت است از $V_s=\mathscr{E}_{turn}N_s$بنابراین، می‌توانیم بنویسیم

$$\mathscr{E}_{turn}=\frac{V_p}{N_p}=\frac{V_s}{N_s}$$

یا

$$V_s = V_p \frac{N_s}{N_p} \quad \text{(تبدیل ولتاژ)} \qquad (۷۹-۲۷)$$

اگر $N_s > N_p$ باشد، مبدل یک *مبدل افزاینده* نامیده می‌شود چون مبدل ولتاژ اولیه V_p را به یک ولتاژ بالاتر V_s می‌رساند. به همین ترتیب، اگر $N_s < N_p$ باشد، وسیله یک *مبدل کاهنده* است.

تا اینجا، با کلید S باز، هیچ انرژیی از مولد به بقیه مدار منتقل نمی‌شود. اکنون فرض کنید کلید S را ببندیم تا ثانویه به بار مقاومتی R متصل شود. (به طور کلی، بار شامل عنصرهای القایی و خازنی نیز هست، اما در اینجا فقط مقاومت R را در نظر می‌گیریم.) درمی‌یابیم که اکنون انرژی از مولد منتقل می‌شود. حال ببینیم چرا؟

وقتی کلید S را می‌بندیم چند چیز رخ می‌دهد.

۱- یک جریان متناوب I_s با آهنگ اتلاف انرژی برابر $I_s^2 R \ (=V_s^2/R)$ در بار مقاومتی ثانویه برقرار می‌شود.

۲- این جریان در هستهٔ آهنی شار مغناطیسی متناوب مربوط به خودش را ایجاد می‌کند و این شار (با توجه به قانون فارادی و قانون لنز) یک emf مخالف در سیم پیچ اولیه به وجود می‌آورد.

۳- ولی، ولتاژ V_p اولیه نمی‌تواند بر اثر این نیروی محرکهٔ الکتریکی مخالف تغییر کند، چون باید همیشه با نیروی محرکهٔ $\mathscr{E}$ که به وسیلهٔ مولد تأمین می‌شود برابر باشد و بستن کلید S نمی‌تواند این واقعیت را تغییر دهد.

۴- برای ثابت ماندن V_p، اکنون مولد جریان متناوب I_p را (علاوه بر I_{mag}) در مدار اولیه ایجاد می‌کند؛ بزرگی و ثابت فاز I_p درست همانهایی هستند که لازم است تا نیروی محرکهٔ الکتریکی القاشده توسط I_p در پیچهٔ اولیه بتواند درست نیروی محرکهٔ الکتریکی القا شده توسط I_s را خنثی کند. چون ثابت فاز I_p مانند ثابت فاز I_{mag} برابر $90°$ نیست جریان I_p می‌تواند انرژی را به اولیه منتقل کند.

می‌خواهیم I_s را به I_p مربوط کنیم. ولی، به جای تحلیل فرایند مفصل و پیچیدهٔ ذکر شده در بالا، فقط اصل پایستگی انرژی را به کار می‌بریم. آهنگی که مولد انرژی را با آن به اولیه منتقل می‌کند برابر $I_p V_p$ است. پس، آهنگی که اولیه انرژی را با آن به ثانویه منتقل می‌کند (از طریق میدان مغناطیسی متناوب که دو پیچه را به هم پیوند می‌دهد) برابر $I_s V_s$ است. چون فرض کرده‌ایم که در راه هیچ انرژیی از دست نمی‌رود، پایستگی انرژی حاکی از آن است که

$$I_p V_p = I_s V_s$$

با قراردادن مقدار V_s از معادلهٔ ۲۷-۷۹ خواهیم داشت

$$I_s = I_p \frac{N_p}{N_s} \quad \text{(تبدیل جریانها)} \qquad (۸۰-۲۷)$$

این معادله برآن دلالت دارد که جریان I_s در ثانویه می‌تواند با جریان I_p در اولیه متفاوت باشد، و این بستگی به نسبت *دورهای* N_p/N_s دارد.

جریان I_p در مدار اولیه به علت وجود بار مقاومتی R در مدار ثانویه، ظاهر می‌شود. برای به دست آوردن I_p مقدار $I_s = V_s/R$ را در معادلهٔ ۲۷-۸۰ و سپس به جای V_s از معادلهٔ ۲۷-۷۹ قرار می‌دهیم. داریم

$$I_p = \frac{1}{R}\left(\frac{N_s}{N_p}\right)^2 V_p \qquad (۸۱-۲۷)$$

این معادله به شکل $I_p = V_p/R_{\text{eq}}$ است که در آن مقاومت معادل R_{eq} برابر است با

$$R_{\text{eq}} = \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 R \qquad (۸۲-۲۷)$$

R_{eq} مقدار مقاومت بار است که به وسیلهٔ مولد «دیده» می‌شود؛ مولد جریان I_p و ولتاژ V_p را به نحوی ایجاد می‌کند که گویا به مقاومت R_{eq} متصل است.

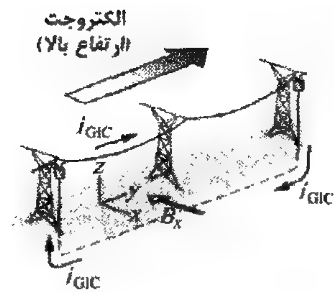
تطبیق مقاومت ظاهری

معادلهٔ ۲۷-۸۲ نقش دیگری را نیز برای مبدل به دست می‌دهد. برای بیشترین انتقال انرژی از مولد emf به بار مقاومتی، باید مقاومت مولد emf با مقاومت بار برابر باشد. همین رابطه برای مدارهای ac نیز برقرار است به جز اینکه *مقاومت ظاهری* (به جای فقط مقاومت) مولد باید با مقاومت ظاهری بار برابر باشد. اغلب این شرط برقرار نیست. برای مثال، در یک دستگاه پخش موسیقی، تقویت کننده دارای مقاومت ظاهری زیاد و بلندگو دارای مقاومت ظاهری کم است. تطبیق مقاومت ظاهری دو وسیله با پیوند آنها با مبدلی با نسبت دورهای N_p/N_s مناسب صورت می‌گیرد.

فعالیت خورشیدی و شبکه‌های فشار قوی

همان‌طور که در تصویر اول این فصل نشان داده شده است، در شرارهٔ خورشیدی حلقهٔ عظیمی از الکترونها و پروتونها از سطح خورشید به سمت خارج گسترده می‌شوند. بعضی از شراره‌های خورشیدی منفجر و این ذره‌های باردار به فضا پرتاب می‌شوند. در دهم مارچ ۱۹۸۹/۱۳۶۸ یک شرارهٔ خورشیدی غول پیکر به سمت زمین منفجر شد. وقتی ذره‌ها سه روز بعد به ارتفاع زیاد به جو بالای نیمکرهٔ شمالی رسیدند یک جریان 10^6 آمپری را که الکتروجت نامیده می‌شود ایجاد کردند.

چون الکتروجت یک جریان است در اطراف خود و از جمله در سطح زمین یک میدان مغناطیسی $\vec{B}$ ایجاد می‌کند. با به کاربردن قاعدهٔ دست راست شکل ۲۵-۴ می‌بینیم که الکتروجت در شکل ۲۷-۱۹ یک مؤلفهٔ میدان مغناطیسی B_x در امتداد سطح زمین ایجاد می‌کند که همان‌طور که نشان داده شده عمود بر خط دراز انتقال برق است. مبدلهای افزاینده و کاهندهٔ روی زمین به هر انتهای خط انتقال متصل‌اند. توجه کنید که خط انتقال، زمین و سیمهای اتصال به زمین مبدلها تشکیل یک حلقهٔ رسانا را می‌دهند. شار مغناطیسی Φ بر اثر B_x به این حلقه نفوذ می‌کند.



شکل ۲۷-۱۹ یک الکتروجت (جریان) در یونسپهر میدان مغناطیسی B_x را ایجاد می‌کند که از حلقهٔ قائمی که از خط انتقال، زمین ، و سیمهایی که مبدلها را به زمین وصل می‌کنند می‌گذرد (سیمها درون استوانه‌هایی در دو سر خط انتقال قرار دارند). تغییرات در B_x جزیان i_{GIC} را به دور حلقه القا می‌کند.

الکتروجت هم از نظر بزرگی هم از نظر مکان تغییر می‌کند و در نتیجه تغییر در Φ یک emf القایی و جریان القایی در حلقه ایجاد می‌کند. جریان i_{GIC} که جریان القایی زمین مغناطیسی (GIC)[1] نامیده می‌شود، جهتش در امتداد خط انتقال و (مهمتر) از میان مبدلهاست.

انتقال قدرت از طریق شبکهٔ فشار قوی بستگی به تغییرات سینوسی مناسب در جریان و ولتاژ شبکه دارد. وجود i_{GIC} در مبدل موجب انهدام توانمندی هستهٔ مبدل می‌شود و مبدل دیگر نمی‌تواند تغییرات سینوسی را از اولیه به ثانویه منتقل کند. دلیل آن این است که شار اضافه شده در هسته براثر i_{GIC} موجب *اشباع* هسته می‌شود و هسته نمی‌تواند پاسخ مناسبی در مقابل تغییرات سینوسی در اولیه از خود نشان دهد. در نتیجه، جریان و ولتاژ در ثانویه به شدت از شکل می‌افتند و دیگر سینوسی نیستند و این از شکل افتادگی انتقال قدرت را مختل می‌کند.

در سیزدهم مارچ ۱۹۸۹، این نوع اختلال موجب شد که شبکهٔ فشار قوی ناحیهٔ کبک از کاربیفتد. امروزه، هر وقت شرارهٔ خورشیدی به سمت زمین منفجر شود، اخترشناسان بی‌درنگ مهندسان شبکه را در جریان امر قرار می‌دهند تا خود را برای اختلال در آن مهیا کنند.

> ✔ ***نکتهٔ وارسی ۸*** یک مولد نیروی محرکهٔ الکتریکی جریان متناوب در یک مدار معین دارای مقاومتی کمتر از مقاومت بار مقاومتی است؛ برای افزایش انتقال انرژی از مولد به بار، یک مبدل باید بین آن دو متصل شود. (الف) آیا N_s باید بزرگتر از N_p باشد یا کوچکتر؟ (ب) این مبدل باید افزاینده باشد یا کاهنده؟

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۷-۹

یک مبدل در دکل مصرف با ولتاژ $V_p = ۸/۵\,\text{kV}$ در قسمت اولیه کار می‌کند و انرژی الکتریکی را با $V_s = ۱۲۰\,\text{V}$ برای تعدادی از خانه‌های مجاور تأمین می‌کند، هر دوی این ولتاژها مقدارهای rms هستند. فرض کنید مبدل کاهندهٔ آرمانی با بار مقاومتی خالص و ضریب توان آن برابر یک است.

(الف) نسبت دورهای N_p / N_s چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی نسبت دورهای N_p / N_s بنابر معادلهٔ ۲۷-۷۹ $(V_s = V_p N_s / N_p)$ به ولتاژهای rms اولیه (داده شده) و ثانویه مربوط است.

محاسبه: می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

(توجه کنید که سمت راست این معادله *وارون* نسبت دورهاست.) وارون کردن دو طرف معادله به دست می‌دهد

$$\frac{N_p}{N_s} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{۸/۵\times ۱۰^۳\ \text{V}}{۱۲۰\ \text{V}} = ۷۰/۸۳ \approx ۷۱ \qquad \text{(پاسخ)}$$

(ب) آهنگ میانگین انرژی مصرف شده (یا اتلاف) در خانه‌ها که به وسیلهٔ مبدل داده می‌شود برابر $۷۸\,\text{kW}$ است. مقدار rms جریانها در اولیه و ثانویهٔ مبدل چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی برای بار مقاومتی خالص، ضریب توان $\cos\phi$ برابر یک است؛ بنابراین، آهنگ میانگین که با آن انرژی تولید و تلف می‌شود با معادلهٔ ۲۷-۷۷ $(P_{avg} = \mathscr{E}I = IV)$ داده می‌شود.

محاسبه‌ها: در مدار اولیه با $V_p = ۸/۵\,\text{kV}$ ، معادلهٔ ۲۷-۷۷ به دست می‌دهد

$$I_s = \frac{P_{avg}}{V_p} = \frac{۷۸\times ۱۰^۳\ \text{W}}{۸/۵\times ۱۰^۳\ \text{V}} = ۹/۱۷۶\,\text{A} \approx ۹/۲\,\text{A} \qquad \text{(پاسخ)}$$

به همین ترتیب، در مدار ثانویه

$$I_s = \frac{P_{avg}}{V_s} = \frac{۷۸\times ۱۰^۳\ \text{W}}{۱۲۰\ \text{V}} = ۶۵۰\,\text{A} \qquad \text{(پاسخ)}$$

می‌توانید با توجه به معادلهٔ ۲۷-۸۰ $I_s = I_p (N_p / N_s)$ درستی را بررسی کنید.

(پ) بار مقاومتی R_s در مدار ثانویه چقدر است؟ بار مقاومتی متناظر R_p در مدار اولیه چقدر است؟

روش اول: می‌توانیم $V = IR$ را به کار بریم تا بار مقاومتی را به ولتاژ و جریان rms ربط دهیم. برای مدار ثانویه، داریم

$$R_s = \frac{V_s}{I_s} = \frac{۱۲۰\ \text{V}}{۶۵۰\ \text{A}} = ۰/۱۸۴۶\,\Omega \approx ۰/۱۸\,\Omega \qquad \text{(پاسخ)}$$

به همین ترتیب، برای مدار اولیه داریم

$$R_p = \frac{V_p}{I_p} = \frac{۸/۵\times ۱۰^۳\text{V}}{۹/۱۷۶\text{A}} = ۹۲۶\,\Omega \approx ۹۳۰\,\Omega \qquad \text{(پاسخ)}$$

روش دوم: می‌توان برای به دست آوردن R_p این واقعیت را به کاربرد که R_p معادل بار مقاومتی است که از طرف اولیهٔ مبدل بنابر معادلهٔ ۲۷-۸۲ $[R_{eq} = (N_p / N_s)^2 R]$ «دیده می‌شود.» اگر در این رابطه R_p را به جای R_{eq} و R_s را به جای R قرار دهیم، خواهیم داشت

1 geomagnetically induced current

$$R_p=\left(\frac{N_p}{N_s}\right)^۲ R_s=(۷۰/۸۳)^۲(۰/۱۸۴۶\Omega)$$

(پاسخ)
$$=۹۲۶\Omega \approx ۹۳۰\ \Omega$$

بازنگری و خلاصهٔ درس

تبدیل انرژی در LC در یک مدار LC نوسانی، انرژی به طور متناوب بین میدان الکتریکی خازن و میدان مغناطیسی القاگر رفت و برگشت می‌کند؛ مقدارهای لحظه‌ای این دو شکل انرژی عبارت‌اند از

$$U_E=\frac{q^۲}{۲C} \text{ و } U_B=\frac{Li^۲}{۲} \qquad (۲۷-۱ \text{ و } ۲۷-۲)$$

که در آن q بارلحظه‌ای روی خازن و i جریان لحظه‌ای در القاگر است. انرژی کل $U(=U_E+U_B)$ ثابت باقی می‌ماند.

نوسانهای بار و جریان در LC از اصل پایستگی انرژی داریم

$$L\frac{d^۲q}{dt^۲}+\frac{۱}{C}q=۰ \quad (\text{نوسانهای } LC) \qquad (۲۷-۱۱)$$

که معادلهٔ دیفرانسیل نوسانهای LC (بدون مقاومت) است. حل معادلهٔ ۲۷-۱۱ عبارت است از

$$q=Q\cos(\omega t+\phi) \quad (\text{بار}) \qquad (۲۷-۱۲)$$

که در آن Q *دامنهٔ بار* (بار بیشینه در خازن) و بسامد زاویه‌ای نوسانها برابر است با

$$\omega=\frac{۱}{\sqrt{LC}} \qquad (۲۷-۴)$$

ثابت فاز ϕ در معادلهٔ ۲۷-۱۲ با شرایط اولیهٔ دستگاه (در $t=۰$) تعیین می‌شود. جریان i در دستگاه در هر زمان t برابر است با

$$i=-\omega Q\sin(\omega t+\phi) \quad (\text{جریان}) \qquad (۲۷-۱۳)$$

که در آن ωQ *دامنهٔ جریان I* است.

نوسانهای میرا در مدار LC وقتی عنصر اتلافی R نیز وجود داشته باشد نوسانها میرا می‌شوند، وآنگاه داریم

$$L\frac{d^۲q}{dt^۲}+R\frac{dq}{dt}+\frac{۱}{C}q=۰ \quad (\text{مدار } RLC) \qquad (۲۷-۲۴)$$

حل این معادلهٔ دیفرانسیل چنین است

$$q=Qe^{-Rt/۲L}\cos(\omega' t+\phi) \qquad (۲۷-۲۵)$$

که در آن

$$\omega'=\sqrt{\omega^۲-(R/۲L)^۲} \qquad (۲۷-۲۶)$$

ما فقط وضعیتهایی را در نظر می‌گیریم که R کوچک و در نتیجه میرایی کم باشد؛ در این صورت $\omega'\approx\omega$.

جریانهای متناوب؛ نوسانهای واداشته یک مدار RLC متوالی می‌تواند توسط emf متناوب با بسامد زاویه‌ای محرک ω_d **به نوسان وا داشته** درآید

$$\mathscr{E}=\mathscr{E}_m\sin\omega_d t \qquad (۲۷-۲۸)$$

جریانی که در مدار به وسیلهٔ *emf* برقرار می‌شود برابر است با

$$i=I\sin(\omega_d t-\phi) \qquad (۲۷-۲۹)$$

که ϕ ثابت فاز جریان است.

تشدید دامنهٔ جریان I که در مدار RLC متوالی با emf خارجی سینوسی برقرار می‌شود، وقتی بیشینه است $(I=\mathscr{E}_m/R)$ که بسامد زاویه‌ای محرک ω_d با بسامد زاویه‌ای طبیعی ω برابر باشد (یعنی؛ در تشدید). در این صورت $X_C=X_L$ ، $\phi=۰$ و جریان با emf همفاز است.

عنصرهای تک مدار اختلاف پتانسیل متناوب دو سر یک مقاومت دارای دامنهٔ $V_R=IR$ است؛ جریان با اختلاف پتانسیل همفاز است.

برای یک **خازن**، $V_C=IX_C$ ، که $X_C=۱/\omega_d C$ **واکنایی خازنی** است، در اینجا جریان به اندازهٔ $۹۰^\circ(\phi=-۹۰^\circ=-\frac{\pi}{۲}rad)$ از اختلاف پتانسیل جلو می‌افتد.

برای یک **القاگر**، $V_L=IX_L$ ، که $X_L=\omega_d L$ **واکنایی القایی** است؛ در اینجا جریان به اندازهٔ $۹۰^\circ(\phi=۹۰^\circ=\pi/۲\text{rad})$ از اختلاف پتانسیل عقب می‌افتد.

مدارهای RLC متوالی برای یک RLC متوالی با emf خارجی که با معادلهٔ ۲۷-۲۸ و جریان با معادلهٔ ۲۷-۲۹ داده شده است، داریم

$$I=\frac{\mathscr{E}_m}{\sqrt{R^۲+(X_L-X_C)^۲}}$$

$$=\frac{\mathscr{E}_m}{\sqrt{R^۲+(\omega_d L-۱/\omega_d C)^۲}} \quad (\text{دامنهٔ جریان}) \qquad (۲۷-۶۰ \text{ و } ۲۷-۶۳)$$

و

$$\tan\phi=\frac{X_L-X_C}{R} \quad (\text{ثابت فاز}) \qquad (۲۷-۶۵)$$

مقاومت ظاهری مدار به صورت زیر تعریف می‌شود

$$Z=\sqrt{R^۲+(X_L-X_C)^۲} \quad (\text{مقاومت ظاهری}) \qquad (۲۷-۶۱)$$

معادلهٔ ۲۷-۶۰ را می‌توان به صورت $I=\mathscr{E}_m/Z$ نوشت.

توان در یک مدار RLC متوالی، **توان میانگین** P_{avg} مولد با ایجاد آهنگ انرژی گرمایی در مقاومت برابر است

$$P_{avg}=I_{rms}^۲ R=\mathscr{E}_{rms}I_{rms}\cos\phi \qquad (۲۷-۷۱ \text{ ، } ۲۷-۷۶)$$

در اینجا rms بیانگر **ریشهٔ میانگین مربعی** است؛ کمیتهای rms با رابطه‌های $I_{rms}=I/\sqrt{۲}$ ، $V_{rms}=V_m/\sqrt{۲}$ و $\mathscr{E}_{rms}=\mathscr{E}_m/\sqrt{۲}$ به کمیتهای بیشینه مربوط‌اند. کمیت $\cos\phi$ را **ضریب توان** می‌نامند.

مبدلها یک **مبدل** (با فرض آرمانی بودن) یک هستهٔ آهنی است که یک پیچهٔ اولیهٔ با N_p دور سیم و یک پیچهٔ ثانویهٔ با N_s دور سیم روی آن **پیچیده** شده‌اند. اگر پیچهٔ اولیه به دو سر یک مولد جریان متناوب بسته شود، ولتاژهای اولیه و ثانویه با رابطهٔ زیر به هم مربوط‌اند

$$V_s = V_p \frac{N_s}{N_p} \quad \text{(انتقال ولتاژ)} \qquad (۷۹-۲۷)$$

جریانها با رابطهٔ زیر به هم مربوط‌اند

$$I_s = I_p \frac{N_p}{N_s} \quad \text{(تبدیل جریانها)} \qquad (۸۰-۲۷)$$

مقاومت معادل مدار ثانویه، که به وسیلهٔ مولد دیده می‌شود، برابر است با

$$R_{eq} = \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 R \qquad (۸۲-۲۷)$$

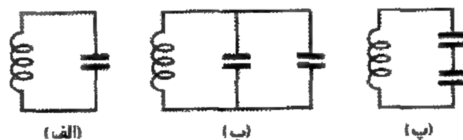
که R بار مقاومتی در مدار ثانویه است. N_p / N_s **نسبت دورهای مبدل** نامیده می‌شود.

پرسشها

۱- یک خازن باردار و یک القاگر در زمان $t=0$ به هم متصل می‌شوند. برحسب زمان تناوب T نوسانهای حاصل، پس از چه مدت زمان کمیتهای زیر به بیشینهٔ مقدار خود می‌رسند: (الف) U_B، (ب) شار مغناطیسی عبوری از القاگر، (پ) di/dt و (ت) نیروی محرکهٔ الکتریکی القاگر؟

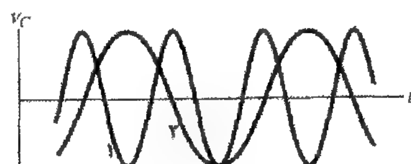
۲- کدام مقدارهای ثابت فاز ϕ در معادلهٔ ۲۷-۱۲ امکان می‌دهند که وضعیتهای (الف)، (پ)، (ث) و (چ) شکل ۲۷-۱، در $t=0$ رخ دهند؟

۳- شکل ۲۷-۲۰ سه مدار LC نوسانی را با القاگرها و خازنهای مشابه نشان می‌دهد. مدارها را به ترتیب بزرگی زمانی که در طی نوسانها طول می‌کشد تا خازنها کاملاً تخلیه شوند مرتب کنید.



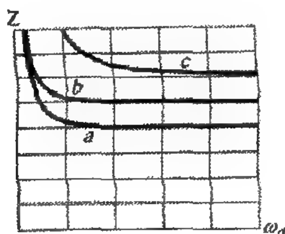
شکل ۲۷-۲۰ پرسش ۳

۴- شکل ۲۷-۲۱ نمودارهای ولتاژ خازن v_C را برای مدارهای LC، ۱ و ۲ نشان می‌دهد که دارای ظرفیتهای یکسان و بار Q بیشینهٔ یکسان هستند. آیا (الف) القاییدگی و (ب) جریان بیشینهٔ I در مدار ۱ نسبت به همین مقدارها در مدار ۲ بزرگترند یا کوچکتر یا با هم مساوی‌اند؟



شکل ۲۷-۲۱ پرسش ۴

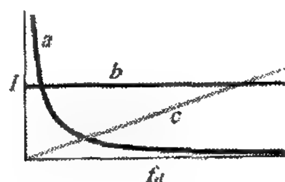
۵- منحنی a در شکل ۲۷-۲۲ مقاومت ظاهری Z یک مدار RC را برحسب بسامد زاویه‌ای محرک ω_d به دست می‌دهد. دو منحنی دیگر مشابه‌اند اما برای مقدارهای مختلف مقاومت R و خازن C. سه منحنی را به ترتیب بزرگی مقدار R مرتب کنید.



شکل ۲۷-۲۲ پرسش ۵

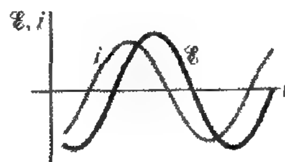
۶- بار روی خازنها در سه مدار LC نوسانی به این صورت تغییر می‌کند: (الف) $q=2\cos 4t$ ؛ (۲) $q=4\cos t$ ؛ (۳) $q=3\cos 4t$ (q برحسب کولن و t برحسب ثانیه است.) مدارها را به ترتیب بزرگی (الف) دامنهٔ جریان و (ب) زمان تناوب، مرتب کنید.

۷- یک منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی متناوب با دامنهٔ emf معین به نوبت به یک مقاومت، یک خازن و سپس به یک القاگر متصل می‌شود. وقتی به یکی از این وسیله‌ها متصل شد، بسامد محرک f_d تغییر داده شده و دامنهٔ I جریان حاصل در وسیله اندازه‌گیری و رسم می‌شود. هر یک از سه منحنی شکل ۲۷-۲۳ مربوط به کدام وسیله است؟



شکل ۲۷-۲۳ پرسش ۷

۸- شکل ۲۷-۲۴ جریان i و emf محرک $\mathscr{E}$ را برای یک مدار RLC متوالی نشان می‌دهد. (الف) آیا جریان از emf جلو می‌افتد یا عقب می‌ماند؟ (ب) آیا بار مدارها اساساً خازنی است یا القایی؟ (پ) آیا بسامد زاویه‌ای ω_d نیروی محرکهٔ الکتریکی از بسامد زاویه‌ای طبیعی بیشتر است یا کمتر؟

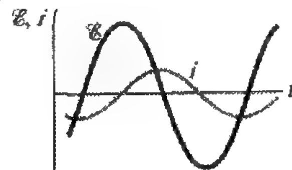


شکل ۲۷-۲۴ پرسشهای ۸ و ۹

۹- شکل ۲۷-۲۴ جریان i و نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ را برای یک مدار RLC متوالی نشان می‌دهد. نسبت به منحنی emf، آیا منحنی جریان به سمت چپ جا به جا می‌شود یا به سمت راست و اگر کمی (الف) L، (ب) C و (پ) ω_d را افزایش دهیم، آیا دامنهٔ آن منحنی افزایش می‌یابد یا کاهش؟

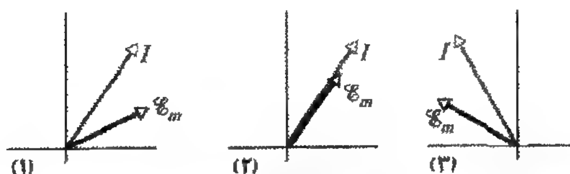
۱۰- مقدارهای ثابت فاز ϕ برای چهار مدار RLC متوالی سینوسی عبارت‌اند از (۱) -15°، (۲) $+35^\circ$، (۳) $\pi/3$ رادیان و (۴) $-\pi/6$ رادیان. (الف) در کدامیک بار اساساً خازنی است؟ (ب) در کدامیک جریان از emf متناوب عقب می‌افتد؟

۱۱- شکل ۲۷-۲۵ جریان i و نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ را برای یک مدار RLC متوالی نشان می‌دهد. (الف) آیا ثابت فاز مثبت است یا منفی؟ (ب) برای افزایش آهنگی که طی آن انرژی به بار مقاومتی انتقال می‌یابد، آیا L باید افزایش یابد یا کاهش؟ (پ) به جای آن، آیا C باید افزایش یابد یا کاهش؟



شکل ۲۷-۲۵ پرسش ۱۱

۱۲- شکل ۲۷-۲۶ سه وضعیت مشابه وضعیتهای شکل ۲۷-۱۵ را نشان می‌دهد. در هر حالت (الف) ۱، (ب) ۲ و (پ) ۳ بسامد زاویه‌ای محرک از بسامد زاویه‌ای تشدید مدار بزرگتر است یا کمتر یا با آن برابر است؟



شکل ۲۷-۲۶ پرسش ۱۲

مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتابِ حلِ مسئله‌ها

WWW: پاسخ در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

•-••• تعداد نقطه‌ها درجهٔ دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرندهٔ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۲۷-۲ نوسانهای LC، بررسی کیفی

•۱- در یک مدار LC نوسانی معین، انرژی کل در ۱/۵۰ μs از انرژی الکتریکی در خازن به انرژی مغناطیسی در القاگر تبدیل می‌شود. (الف) دورهٔ تناوب نوسان چقدر است؟ (ب) بسامد نوسان چقدر است؟ (پ) وقتی انرژی مغناطیسی بیشینه است، پس از چه مدت مجدداً بیشینه خواهد بود؟

•۲- ظرفیت یک مدار LC نوسانی در صورتی که بار بیشینهٔ روی خازن ۱/۶ μC و انرژی کل ۱۴۰ μJ باشد، چقدر است؟

•۳- در یک مدار LC نوسانی، $L=1/10\,\text{mH}$ و $C=4/00\,\mu F$ است. بار بیشینهٔ روی خازن ۳/۰۰ μC است. جریان بیشینه را به دست آورید.

•۴- بسامد نوسان یک مدار LC معین ۲۰۰kHz است. در زمان $t=0$، صفحهٔ A خازن بیشترین بار مثبت را دارد. در چه کوچکترین زمان $t>0$، *(الف) صفحهٔ A مجدداً بیشترین بار* مثبت را خواهد داشت؛ (ب) صفحهٔ دیگر خازن بیشترین بار مثبت را خواهد داشت و (پ) القاگر بیشترین میدان مغناطیسی را خواهد داشت؟

•۵- یک مدار LC نوسانی شامل یک القاگر ۷۵/۰mH و یک خازن ۳/۶۰ μF است. اگر بار بیشینه روی خازن ۲/۹۰ μC باشد (الف) انرژی کل در مدار چقدر است؟ (ب) جریان بیشینه چقدر است؟

بخش ۲۷-۳ قیاس الکتریکی - مکانیکی

•۶- وقتی یک جسم ۰/۵kg متصل به فنر ۲/۰mm از وضعیت تعادل کشیده و رها شود؛ با نیروی بازگردانندهٔ ۸/۰N حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. (الف) بسامد زاویه‌ای نوسان چقدراست؟ (ب) دورهٔ تناوب نوسان چقدر است؟ (پ) ظرفیت یک مدار LC با همان دورهٔ تناوب اگر L برابر ۵/۰H باشد چقدر است؟

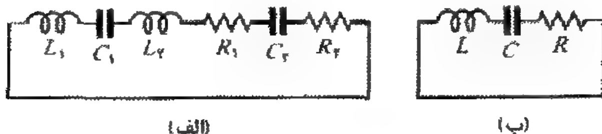
••۷- انرژی در یک مدار LC نوسانی شامل القاگر ۱/۲۵H برابر ۵/۷۰ μJ است. بیشترین بار روی خازن ۱۷۵ μC است. مطلوب است (الف) جرم، (ب) ثابت فنر، (پ) بیشترین جابه‌جایی و (ت) بیشترین تندی برای یک دستگاه مکانیکی با همان دورهٔ تناوب.

بخش ۲۷-۴ نوسانهای LC، بررسی کمی

•۸- نوسانگرهای LC در مدارهای متصل به بلندگوها به کار برده می‌شوند تا برخی از صداهای موسیقی الکترونیکی را ایجاد کنند. با یک خازن ۶/۷ μF، چه القاگری باید به کار برده شود تا بسامد ۱۰kHz را که وسط محدودهٔ بسامدهای صوتی است ایجاد کند؟

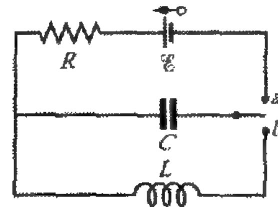
•۹- در یک مدار LC با $L=50\,\text{mH}$ و $C=4/0\,\mu F$ جریان در ابتدا بیشینه است. چه مدت طول می‌کشد؛ تا خازن برای اولین بار به طور کامل پر شود؟ ILW

•۱۰- یک تک حلقه شامل چندین القاگر $(L_1, L_2, ...)$، چندین خازن $(C_1, C_2, ...)$ و چندین مقاومت $(R_1, R_2, ...)$ است که به ترتیب نشان داده شده در شکل ۲۷-۲۷ الف به طور متوالی به هم متصل‌اند. نشان دهید که بدون توجه به ترتیب این عنصرهای مدار در حلقه، رفتار این مدار با رفتار مدار LC ساده نشان داده شده در شکل ۲۷-۲۷ ب یکسان است. (*راهنمایی:* قاعدهٔ حلقه را بررسی و به مسئلهٔ ۴۷ در فصل ۲۶ نگاه کنید.)



شکل ۲۷-۲۷ مسئلهٔ ۱۰

●●۱۱- در شکل ۲۷-۲۸، $R=14/0\Omega$ ، $C=6/20\mu F$ و $L=54/0mH$ و باتری آرمانی با emf برابر $\mathscr{E}=34/0V$ است. کلید را برای مدتی طولانی در وضعیت a و سپس در وضعیت b قرارمی‌دهیم. (الف) بسامد و (ب) دامنهٔ جریان نوسانی حاصل چقدر است؟



شکل ۲۷-۲۸ مسئلهٔ ۱۱

●●۱۲- برای ساخت یک دستگاه LC نوسانی، می‌توانید یک القاگر $10mH$، یک خازن $5/0\mu F$ و یک خازن $2/0\mu F$ را انتخاب کنید. (الف) کوچکترین، (ب) دومین کوچکترین، (پ) دومین بزرگترین و (ت) بزرگترین بسامد نوسانی که می‌توان با این عنصرها در ترکیبهای مختلف برقرار کرد، چقدر است؟

●●۱۳- یک مدار LC نوسانی شامل یک خازن $1/0nF$ و یک پیچهٔ $3/0mH$ دارای بیشترین ولتاژ $3/0V$ است. مطلوب است تعیین (الف) بیشترین بار روی خازن، (ب) بیشترین جریانی که از مدار می‌گذرد و (پ) بیشترین انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی پیچه. **ILW**

●●۱۴- القاگری به دوسر خازنی که ظرفیت آن می‌تواند با چرخاندن دگمه‌ای تغییر کند، متصل است. می‌خواهیم کاری کنیم که بسامد نوسانهای این مدار LC به طور خطی با زاویهٔ چرخش دگمه متناسب باشد و وقتی دگمه $180°$ می‌چرخد بسامد از $2\times10^5 Hz$ به $4\times10^5 Hz$ تغییر کند. اگر $L=1/0mH$ باشد، ظرفیت C مورد نیاز را برحسب تابعی از زاویهٔ چرخش دگمه رسم کنید.

●●۱۵- خازن متغیری با گسترهٔ از ۱۰ تا $365pF$ با یک پیچه برای تشکیل یک مدار نوسانگر LC با بسامد متغیر به کار می‌رود تا با آن بتوان ورودی یک رادیو را تنظیم کرد. (الف) با چنین خازنی چه نسبتی از بسامد بیشینه به کمینه را می‌توان به دست آورد؟ اگر این مدار برای به دست آوردن بسامدهایی از $0/54MHz$ تا $1/60MHz$ به کار رود، نسبت محاسبه شده در (الف) خیلی بزرگ می‌شود. با افزودن خازنی به طور موازی با خازن متغیر، این گستره را می‌توان تنظیم کرد. برای به دست آوردن گسترهٔ بسامد دلخواه، (ب) چه خازنی باید افزود و (پ) و القایدگی پیچه باید چقدر باشد؟ **SSM WWW**

●●۱۶- یک مدار متوالی که شامل القایدگی L_1 و ظرفیت C_1 است در بسامد زاویه‌ای ω نوسان می‌کند. مدار متوالی دیگری شامل القایدگی L_2 و ظرفیت C_2 در همان بسامد زاویه‌ای نوسان می‌کند. بسامد زاویه‌ای نوسان مداری متوالی شامل هر چهار عنصر، برحسب ω چقدر است؟ از مقاومت چشمپوشی کنید. (*راهنمایی:* فرمولهای ظرفیت معادل و القایدگی معادل را به کار برید؛ بخش ۲۱-۴ و مسئلهٔ ۴۵ در فصل ۲۶ را نگاه کنید.)

●●۱۷- در یک مدار نوسانگر LC با $C=64/0\mu F$ جریان با رابطهٔ $i=(1/60)\sin(2500t+0/680)$ داد می‌شود که در آن t برحسب ثانیه، i برحسب آمپر و ثابت فاز برحسب رادیان است. (الف) پس از $t=0$ جریان طی چه مدتی به مقدار بیشینه‌اش می‌رسد؟ (ب) القایدگی و (پ) انرژی کل چقدر است؟ **ILW**

●●۱۸- در یک مدار نوسانگر LC وقتی ۷۵٪ انرژی کل در میدان مغناطیسی القاگر ذخیره شده است، (الف) چه مضربی از بار بیشینه روی خازن است و (ب) چه مضربی از جریان بیشینه در القاگر برقرار است؟

●●۱۹- در یک مدار نوسانگر LC، $L=25/0mH$ و $C=7/80\mu F$ است. در زمان $t=0$، جریان $9/2mA$، بار روی خازن $3/80\mu C$ و خازن در حال پرشدن است. (الف) انرژی کل در مدار، (ب) بیشترین بار خازن و (پ) بیشترین جریان چقدر است؟ (ت) اگر بار روی خازن با رابطهٔ $q=Q\cos(\omega t-\phi)$ داده شود، ثابت فاز ϕ چقدر است؟ (ث) فرض کنید همهٔ داده‌ها یکسان بمانند به جز اینکه خازن در $t=0$ در حال تخلیه شدن است، آنوقت ϕ چقدر است؟

●●۲۰- یک مدار نوسانگر LC دارای دامنهٔ جریان $7/50mA$، دامنهٔ ولتاژ $250mV$ و ظرفیت $220nF$ است. مطلوب است محاسبهٔ (الف) دورهٔ تناوب نوسان، (ب) بیشینهٔ انرژی ذخیره شده در خازن، (پ) بیشینهٔ انرژی ذخیره شده در القاگر، (ت) آهنگ بیشینه‌ای که با آن جریان تغییر می‌کند و (ث) آهنگ بیشینه‌ای که با آن القاگر انرژی می‌گیرد.

●●۲۱- در یک مدار نوسانگر LC، $L=3/00mH$ و $C=2/70\mu F$ است. در $t=0$ بار روی خازن صفر و جریان $2/00A$ است. (الف) بیشترین باری که روی خازن ظاهر می‌شود چقدر است؟ (ب) کمترین زمان $t>0$ که در طی آن آهنگ ذخیره انرژی در خازن بیشترین مقدار را دارد چقدر است و (پ) این آهنگ بیشترین چقدر است؟ **SSM**

●●۲۲- در یک مدار LC نوسانی که در آن $C=4/00\mu F$ است، بیشینهٔ اختلاف پتانسیل دو سرخازن در حین نوسانها $1/50V$ و بیشینهٔ جریان عبوری از القاگر $50/0mA$ است. (الف) القایدگی و (ب) بسامد نوسانها چقدر است؟ (پ) برای اینکه بار روی خازن از صفر به مقدار بیشینه‌اش برسد چه مدت زمان مورد نیاز است؟

●●۲۳- با به کاربردن قاعدهٔ حلقه، برای مدار LC معادلهٔ دیفرانسیلی به دست آورید (معادلهٔ ۲۷-۱۱ را ببینید).

بخش ۲۷-۵ نوسانهای میرا در مدار RLC

●●۲۴- در یک مدار RLC متوالی نوسانی، زمان لازم را برای اینکه انرژی بیشینهٔ موجود در طی یک نوسان به نصف مقدار

اولیه‌اش کاهش یابد، به دست آورید. فرض کنید که در $t=0$، $q=Q$ است.

●●۲۵- چه مقاومت R باید به طور متوالی به القاییدگی $L=220\,mH$ و ظرفیت $C=12.0\,\mu F$ بسته شود تا اینکه بار بیشینهٔ روی خازن در ۵۰/۰ چرخه به ۹۹/۰٪ مقدار اولیه‌اش کاهش یابد؟ (فرض کنید که $\omega' \approx \omega$ است.) ILW

●●۲۶- یک مدار تک حلقه شامل مقاومت $7.20\,\Omega$، القاگر $12.0\,H$ و خازن $3.20\,\mu C$ است. در ابتدا خازن دارای بار $6.2\,\mu C$ و جریان صفر است. بار روی خازن را برای N چرخهٔ کامل بعدی برای (الف) $N=5$، (ب) $N=10$ و (پ) $N=100$ حساب کنید.

●●●۲۷- در یک مدار RLC متوالی نوسانی، نشان دهید که کسر اتلاف انرژی در هر چرخهٔ نوسان، $\Delta U/U$، با تقریب خوبی با $2\pi R/\omega L$ داده می‌شود. کمیت $\omega L/R$ اغلب Q مدار نامیده می‌شود (**کیفیت**). مداری که در آن Q بالا باشد دارای مقاومت پایین و کسر اتلاف انرژی پایین در هر چرخه $(=2\pi/Q)$ است. SSM

بخش ۲۷-۸ سه مدار ساده

●۲۸- یک مقاومت $50\,\Omega$ مطابق شکل ۲۷-۸ به یک مولد ac با $\mathscr{E}_m=30.0\,V$ متصل شده است. اگر بسامد emf برابر باشد با (الف) $1.00\,kHz$ و (ب) $8.00\,kHz$، دامنهٔ جریان متناوب حاصل چقدر است؟

●۲۹- (الف) در چه بسامدی، القاگر $6.0\,mH$ و خازن $10\,\mu F$ دارای واکنایی یکسان هستند؟ (ب) واکنایی چقدر خواهد بود؟ (پ) نشان دهید که این بسامد، بسامد طبیعی مدار نوسانی با L و C یکسان است.

●۳۰- یک خازن $1.50\,\mu F$ مطابق شکل ۲۷-۱۰ به یک مولد ac با $\mathscr{E}_m=30.0\,V$ متصل شده است. اگر بسامد emf برابر باشد با (الف) $1.00\,kHz$ و (ب) $8.00\,kHz$، دامنهٔ جریان متناوب حاصل چقدر است؟

●۳۱- یک القاگر $50.0\,mH$ مطابق شکل ۲۷-۱۲ به یک مولد ac با $\mathscr{E}_m=30.0\,V$ متصل شده است. اگر بسامد emf برابر باشد با (الف) $1.00\,kHz$ و (ب) $8.00\,kHz$، دامنهٔ جریان متناوب حاصل چقدر است؟ ILW

●●۳۲- یک مولد ac با نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}=\mathscr{E}_m \sin\omega_d t$ که در آن $\mathscr{E}_m=25.0\,V$ و $\omega_d=377\,rad/s$ به یک خازن $4.15\,\mu F$ متصل شده است. (الف) مقدار بیشینهٔ جریان چقدر است؟ (ب) وقتی جریان بیشینه است، emf مولد چقدر است؟ (پ) وقتی emf مولد برابر $-12.5V$ است و بزرگی آن افزایش می‌یابد، جریان چقدر است؟

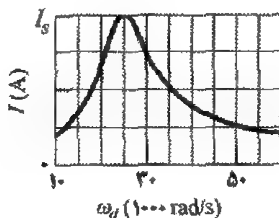
●●۳۳- نیروی محرکهٔ الکتریکی یک مولد ac برابر است با $\mathscr{E}=\mathscr{E}_m \sin(\omega_d t-\pi/4)$ که در آن $\mathscr{E}_m=30.0\,V$ و $\omega_d=350\,rad/s$. جریان ایجاد شده در مدار متصل به آن برابر است با $i(t)=I\sin(\omega_d t-\pi/4)$ که در آن $I=620\,mA$. در چه زمانی پس از $t=0$، (الف) emf مولد برای باراول به بیشینه می‌رسد و (ب) جریان برای بار اول به بیشینه می‌رسد؟ (پ) مدار شامل فقط یک تک عنصر دیگر به جز مولد است. این عنصر خازن است یا القاگر یا مقاومت؟ پاسخ خود را توجیه کنید. (ت) در هر حالت، مقدار ظرفیت، القاییدگی یا مقاومت چقدر است؟ SSM

●●۳۴- نیروی محرکهٔ الکتریکی یک مولد ac برابر است با $\mathscr{E}=\mathscr{E}_m \sin\omega_d t$ که در آن $\mathscr{E}_m=25.0\,V$ و $\omega_d=377\,rad/s$ است. این مولد به یک القاگر $12.7\,H$ متصل است. (الف) مقدار بیشینهٔ جریان چقدر است؟ (ب) وقتی جریان بیشینه است، emf مولد چقدر است؟ (پ) وقتی emf مولد برابر $-12.5V$ است و بزرگی آن افزایش می‌یابد، جریان چقدر است؟

بخش ۲۷-۹ مدار RLC متوالی

●۳۵- در شکل ۲۷-۷، القاگر را از مدار برمی‌داریم و مقدارهای $R=200\,\Omega$، $C=15.0\,\mu F$، $f_d=60.0\,Hz$ و $\mathscr{E}_m=36.0\,V$ را در نظر می‌گیریم. (الف) Z، (ب) ϕ و (پ) I چقدرند؟ (ت) نمودار بردار فاز را رسم کنید.

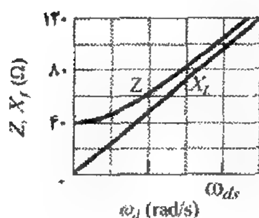
●۳۶- دامنهٔ جریان I برحسب بسامد زاویه‌ای محرک ω_d برای یک مدار RLC در شکل ۲۷-۲۹ داده شده که در آن مقیاس محور قائم با $I_s=4.00\,A$ مشخص شده است. القاییدگی برابر $200\,\mu H$ و دامنهٔ emf برابر $8.0\,V$ است. (الف) C و (ب) R چقدرند؟



شکل ۲۷-۲۹ مسئلهٔ ۳۶

●۳۷- در شکل ۲۷-۷، خازن را از مدار برمی‌داریم و مقدارهای $R=200\,\Omega$، $L=230\,mH$، $f_d=60.0\,Hz$ و $\mathscr{E}_m=36.0\,V$ را در نظر می‌گیریم. (الف) Z، (ب) ϕ و (پ) I چقدرند؟ (ت) نمودار بردار فاز را رسم کنید.

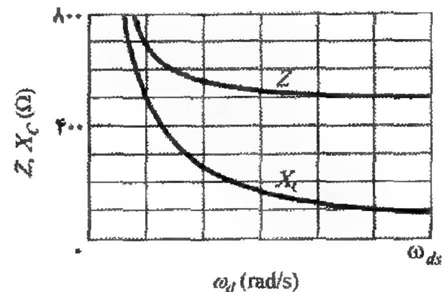
●۳۸- یک منبع متناوب با بسامد متغیر، یک القاگر با القاییدگی L و یک مقاومت R به طور متوالی به هم متصل‌اند. شکل ۲۷-۳۰ مقاومت ظاهری Z مدار را برحسب بسامد زاویه‌ای محرک ω_d به دست می‌دهد. مقیاس محور افقی با $\omega_{ds}=1600\,rad/s$ مشخص شده است. شکل همچنین واکنایی X_L را برای القاگر برحسب ω_d به دست می‌دهد. (الف) R و (ب) L چقدرند؟



شکل ۲۷-۳۰ مسئلهٔ ۳۸

•۳۹- در شکل ۲۷-۷، مقدارهای $R=200\Omega$ ، $C=70.0\mu F$ ، $L=230mH$ ، $f_d=60.0Hz$ و $\mathscr{E}_m=36.0V$ را در نظر می‌گیریم. (الف) Z ، (ب) ϕ و (پ) I ، چقدرند؟ نمودار بردار فاز را رسم کنید. SSM

•۴۰- یک منبع متناوب با بسامد متغیر، یک خازن با ظرفیت C و یک مقاومت با مقاومت R به طور متوالی به هم متصل‌اند. شکل ۲۷-۳۱ مقاومت ظاهری Z مدار را برحسب بسامد زاویه‌ای محرک ω_d به دست می‌دهد؛ منحنی در 500Ω به مجانب می‌رسد. مقیاس محور افقی با $\omega_{ds}=300rad/s$ مشخص شده است. شکل همچنین واکنایی X_C را برای خازن برحسب ω_d به دست می‌دهد. (الف) R و (ب) C چقدرند؟



شکل ۲۷-۳۱ مسئلهٔ ۴۰

•۴۱- یک موتور الکتریکی وقتی با بار کار می‌کند دارای مقاومت مؤثر 32.0Ω و واکنایی القایی 45.0Ω است. ولتاژ rms دو سر منبع تناوبی $420V$ است. جریان rms را حساب کنید.

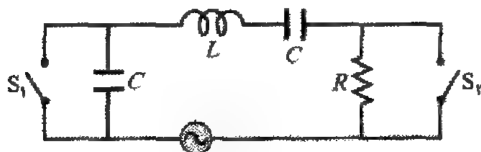
•۴۲- یک منبع متناوب یک مدار RLC متوالی را با دامنهٔ emf برابر $6.00V$ در ثابت فاز $+30.0°$ به کار می‌اندازد. وقتی اختلاف پتانسیل دو سر خازن به بیشینهٔ مقدار مثبت خود برابر $+5.00V$ می‌رسد، اختلاف پتانسیل دو سر القاگر چقدر است (شامل علامت آن)؟

•۴۳- پیچه‌ای با القایدگی $88mH$ و مقاومت نامعلوم و یک خازن $0.94\mu F$ به طور متوالی به یک emf متناوب با بسامد $930Hz$ متصل‌اند. اگر ثابت فاز بین ولتاژ اعمال شده و جریان برابر $75°$ باشد، مقاومت پیچه چقدر است؟ ILW

••۴۴- یک منبع emf تناوبی با بسامد متغیر f_d به طور متوالی به مقاومت 50.0Ω و خازن $20.0\mu F$ بسته شده است. دامنهٔ emf برابر $12.0V$ است. (الف) نمودار بردار فاز را برای بردار فاز V_R (پتانسیل دو سر مقاومت) و بردار فاز V_C (پتانسیل دو سر خازن) رسم کنید. (ب) در کدام بسامد محرک f_d دو بردار فاز دارای طول یکسان هستند؟ در این بسامد محرک، (پ) زاویهٔ فاز برحسب درجه، (ت) تندی زاویه‌ای که بردارهای فاز با آن می‌چرخند و (ث) دامنهٔ جریان، چقدرند؟

••۴۵- یک مدار RLC همانند مدار شکل ۲۷-۷ دارای $R=5.00\Omega$ ، $C=20.0\mu F$ ، $L=1.00H$ و $\mathscr{E}_m=30.0V$ است. (الف) در کدام بسامد زاویه‌ای ω_d دامنهٔ جریان مقدار بیشینهٔ خود را همانند منحنیهای تشدید شکل ۲۷-۱۶ خواهد داشت؟ (ب) مقدار این بیشینه چقدر است؟ در کدام (پ) بسامد زاویه‌ای پایینتر ω_{d1} و (ت) بسامد زاویه‌ای بالاتر ω_{d2}، دامنهٔ جریان نصف این مقدار بیشینه خواهد بود؟ (ث) کسر نیم پهنای $[=(\omega_{d1}-\omega_{d2})/\omega]$ منحنی تشدید برای این مدار چقدر است؟ SSM WWW

••۴۶- شکل ۲۷-۳۲ یک مدار RLC را نشان می‌دهد که شامل دو خازن مشابه و دو کلید است. دامنهٔ emf در $12.0V$ و بسامد محرک در $60.0Hz$ تنظیم شده‌اند. وقتی دو کلید باز هستند، جریان به اندازهٔ $30.9°$ از emf جلو می‌افتد. وقتی کلید S_1 بسته شود ولی کلید S_2 هنوز باز باشد، emf به اندازهٔ $15.0°$ از جریان جلو می‌افتد. وقتی دو کلید بسته شوند، دامنهٔ جریان برابر $447mA$ است. (الف) R ، (ب) C و (پ) L چقدرند؟



شکل ۲۷-۳۲ مسئلهٔ ۴۶

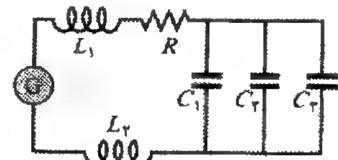
••۴۷- (الف) در یک مدار RLC ، آیا دامنهٔ ولتاژ دو سرالقاگر می‌تواند بزرگتر از دامنهٔ مولد emf باشد؟ (ب) یک مدار RLC را با $\mathscr{E}_m=10V$ ، $R=10\Omega$ ، $L=1.0H$ و $C=1.0\mu F$ در نظر بگیرید. دامنهٔ ولتاژ دو سر القاگر در تشدید چقدر است؟

••۴۸- یک منبع emf متناوب با بسامد متغیر f_d به طور متوالی به یک مقاومت 80.0Ω و القاگر $40.0mH$ متصل است. دامنهٔ emf برابر $6.00V$ است. (الف) نمودار بردار فاز را برای بردار فاز V_R (پتانسیل دو سر مقاومت) و بردار فاز V_L (پتانسیل دو سرالقاگر) رسم کنید. (ب) در کدام بسامد محرک f_d دو بردار فاز طول یکسانی دارند؛ در این بسامد محرک، مطلوب است (پ) زاویهٔ فاز برحسب درجه، (ت) تندی زاویه‌ای که بردارهای فاز با آن می‌چرخند و (ث) دامنهٔ جریان.

••۴۹- کسر نیم - پهنای $\Delta\omega_d$ منحنی تشدید همانند شکل ۲۷-۱۶، برابر پهنای منحنی در نصف مقدار بیشینهٔ I است. نشان دهید که $\Delta\omega_d/\omega=R(3C/L)^{1/2}$ ، که در آن ω بسامد زاویه‌ای در تشدید است. توجه کنید که نسبت $\Delta\omega_d/\omega$ ، همان‌طور که شکل ۲۷-۱۳ می‌دهد، با R افزایش می‌یابد. SSM

••۵۰- یک مولد ac با $\mathscr{E}_m=220V$ که در $400Hz$ کار می‌کند، نوسانهایی در مدار RLC متوالی با $R=220\Omega$ ، $L=150mH$ و $C=24.0\mu F$ به وجود می‌آورد. مطلوب است (الف) واکنایی خازنی X_c ، (ب) مقاومت ظاهری Z و (پ) دامنهٔ جریان I . سپس خازن دیگری را با ظرفیت یکسان به طور متوالی به سایر اجزا می‌بندیم. معین کنید که آیا (ت) X_c، (ث) Z و (ج) I افزایش می‌یابند یا کاهش یا یکسان باقی می‌مانند؟

●●۵۱- در شکل ۲۷-۳۳، مولدی با بسامد نوسان قابل تنظیم به مقاومت $R = ۱۰۰\Omega$ و القاگرهای $L_۱ = ۱/۷۰\,\text{mH}$ و $L_۲ = ۲/۳۰\,\text{mH}$ و خازنهای $C_۱ = ۴۰۰\mu F$ و $C_۲ = ۲/۵۰\mu F$ و $C_۳ = ۳/۵۰\mu F$ بسته شده است. (الف) بسامد تشدید مدار چقدر است؟ (*راهنمایی:* به مسئله ۴۷ فصل ۲۶ نگاه کنید.) اگر (ب) مقدار R افزایش یابد، (پ) مقدار $L_۱$ افزایش یابد و (ت) خازن $C_۳$ از مدار خارج شود، چه اتفاقی برای بسامد تشدید رخ می‌دهد؟



شکل ۲۷-۳۳ مسئلهٔ ۵۱

بخش ۲۷-۱۰ توان در مدارهای جریان متناوب

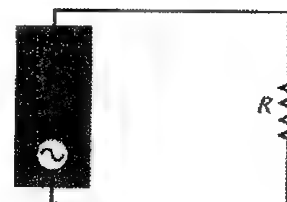
●۵۲- مقدار بیشینهٔ یک ولتاژ ac که مقدار rms آن $۱۰۰\,V$ است، چقدر است؟

●۵۳- چه مقدار جریان مستقیم در یک مقاومت معین مقدار گرمایی یکسان با جریان متناوبی با مقدار بیشینهٔ $۲/۶۰\,A$، تولید می‌کند؟

●۵۴- یک ولت سنج ac با مقاومت ظاهری بزرگ به نوبت به دو سر القاگر، خازن و مقاومت در یک مدار متوالی که دارای emf متناوب $۱۰۰\,V$(rms) است بسته می‌شود؛ در هر نوبت ولت سنج عدد یکسانی را نشان می‌دهد. این عدد چقدر است؟

●۵۵- یک دستگاه تهویهٔ مطبوع که به یک خط ac با ولتاژ rms برابر $۱۲۰\,V$ متصل است معادل با یک مقاومت $۱۲/۰\Omega$ و یک واکنایی القایی $۱/۳۰\Omega$ است که به طور متوالی بسته شده باشند. مطلوب است محاسبهٔ (الف) مقاومت ظاهری دستگاه تهویه و (ب) آهنگ میانگینی که با آن انرژی به این دستگاه داده می‌شود.

●●۵۶- برای شکل ۲۷-۳۴، نشان دهید که وقتی مقاومت R با مقاومت داخلی r مولد ac برابر باشد، آهنگ میانگینی که با آن انرژی در مقاومت R تلف می‌شود بیشینه است.



شکل ۲۷-۳۴ مسئله‌های ۵۶ و ۸۸

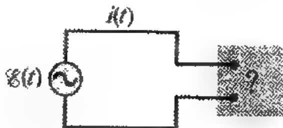
●●۵۷- شکل ۲۷-۳۵ یک مولد ac را نشان می‌دهد که از طریق یک زوج پایانه به یک «جعبهٔ سیاه» متصل است. جعبه شامل یک مدار RLC است، که حتی ممکن است مداری چند حلقه‌ای باشد که اجزای آن و چگونگی اتصال آنها را نمی‌دانیم. اندازه‌گیرهای خارج جعبه رابطه‌های زیر را به دست می‌دهند

$$\mathscr{E}(t) = (۷۵/۰\,V)\sin\omega_d t$$

و

$$i(t) = (۱/۲۰\,A)\sin(\omega_d t + ۴۲/۰°)$$

(الف) ضریب توان چقدر است؟ (ب) آیا جریان نسبت به emf جلو می‌افتد یا عقب می‌ماند؟ (پ) آیا مدار داخل جعبه بیشتر القایی است یا خازنی؟ (ت) آیا جریان در جعبه در تشدید است؟ (ث) آیا باید در جعبه خازن، (ج) القاگر یا (چ) مقاومت وجود داشته باشد؟ (ح) با چه آهنگ میانگینی انرژی به وسیلهٔ مولد به جعبه داده می‌شود؟ (خ) چرا برای پاسخ این پرسشها نیاز به دانستن ω_d ندارید؟ SSM WWW

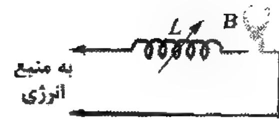


شکل ۲۷-۳۵ مسئله ۵۷

●●۵۸- در یک مدار RLC نوسانی متوالی، $R = ۱۶/۰\Omega$، $C = ۳۱/۲\mu F$، $L = ۹/۲۰\,\text{mH}$ و $\mathscr{E} = \mathscr{E}_m \sin\omega_d t$ با $\mathscr{E}_m = ۴۵/۰\,V$ و $\omega_d = ۳۰۰۰\,\text{rad/s}$ است. برای زمان $t = ۰/۴۴۲\,\text{ms}$، مطلوب است (الف) آهنگ P_g که با آن انرژی به وسیلهٔ مولد تأمین می‌شود، (ب) آهنگ P_C که با آن انرژی در خازن تغییر می‌کند و (پ) آهنگ P_L که با آن انرژی در القاگر تغییر می‌کند و (ت) آهنگ P_R که با آن انرژی در مقاومت تلف می‌شود. (ث) آیا جمع P_C، P_L و P_R بزرگتر از P_g است یا کوچکتر یا برابر با آن است؟

●●۵۹- در یک مدار RLC مانند مدار شکل ۲۷-۷، فرض کنید که $R = ۵۰۰\Omega$، $L = ۶۰/۰\,\text{mH}$، $f_d = ۶۰/۰\,\text{Hz}$ و $\mathscr{E}_m = ۳۰/۰\,V$ است. برای چه مقدارهایی از ظرفیت، آهنگ متوسط اتلاف انرژی در مقاومت (الف) بیشینه و (ب) کمینه خواهد بود؟ (پ) بیشینهٔ آهنگ اتلاف و (ت) زاویهٔ فاز و (ث) ضریب توان مربوط چقدر است؟ (ج) کمینهٔ آهنگ اتلاف و (چ) زاویهٔ فاز و (ح) ضریب توان مربوط چقدر است؟ SSM

●●●۶۰- یک «کم کنندهٔ نور» نوعی که برای کم کردن نور صحنهٔ تئاتر به کار می‌رود شامل یک القاگر متغیر L است (که القایدگی آن بین صفر و L_{max} قابل تنظیم است) و به طور متوالی مطابق شکل ۲۷-۳۶ به لامپ B بسته شده است. منبع الکتریکی $۱۲۰\,V$(rms) در $۶۰/۰\,\text{Hz}$ است؛ لامپ در $۱۲۰\,V$ و $۱۰۰۰\,W$ کارمی‌کند. (الف) اگر آهنگ اتلاف انرژی در لامپ با ضریب ۵ از حد بالای $۱۰۰۰\,W$ تغییر کند، L_{max} مورد نیاز چقدر است؟ فرض کنید مقاومت لامپ مستقل از دمای آن است. (ب) آیا می‌توان به جای القاگر از مقاومت متغیر (که بین صفر و R_{max} قابل تنظیم است) استفاده کرد؟ در این صورت R_{max} مورد نیاز چقدر است؟ چرا این کار انجام نمی‌گیرد؟

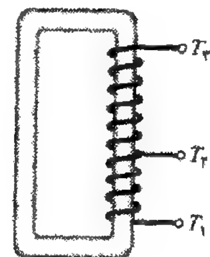


شکل ۲۷-۳۶ مسئلهٔ ۶۰

••۶۱- در شکل ۲۷-۷، $R=15/0\ \Omega$ ، $C=4/70\mu F$ و $L=25/0$ mH است. مولدی یک emf با ولتاژ rms ‏۷۵/۰V و بسامد ۵۵۰Hz ایجاد می‌کند. (الف) rms جریان چقدر است؟ مطلوب است محاسبه ولتاژ rms در دو سر (ب) R ، (پ) C ، (ت) L ، (ث) C و L با هم و (ج) R ، C و L با هم. با چه آهنگ میانگینی انرژی به وسیلهٔ (چ) R ، (ح) C و (خ) L تلف می‌شود؟

بخش ۲۷-۱۱ مبدلها

•۶۲- شکل ۲۷-۳۷ یک «مبدل خودکار» را نشان می‌دهد. این مبدل شامل یک تک پیچه (با هستهٔ آهنی) است. سه اتصال T_i در نظر گرفته شده است. بین اتصالهای T_1 و T_2 ، ۲۰۰ دور و بین T_2 و T_3 ، ۸۰۰ دور وجود دارند. هر دو اتصال را می‌توان به عنوان پایانهٔ اولیه یا پایانهٔ ثانویه در نظر گرفت. برای ایجاد مبدل افزاینده، (الف) کمترین ، (ب) دومین کمترین و (پ) بزرگترین مقدارهای نسبت V_s/V_p چقدرند؟ برای ایجاد مبدل کاهنده، (ت) کمترین، (ث) دومین کمترین و (ج) بیشترین مقدارهای نسبت V_s/V_p چقدرند؟



شکل ۲۷-۳۷ مسئلهٔ ۶۲

•۶۳- مبدلی دارای اولیهٔ ۵۰۰ دور و ثانویهٔ ۱۰ دور است. (الف) اگر V_p برابر ۱۲۰V ‏(rms) باشد، با فرض باز بودن مدار، V_s چقدر است؟ (ب) حال اگر ثانویه به بار مقاومتی ۱۵Ω بسته شود، جریانها در اولیه و ثانویه چقدرند؟ SSM ILW

•۶۴- مولدی ۱۰۰V را برای پیچهٔ اولیهٔ یک مبدل ۵۰ دور تأمین می‌کند. اگر پیچهٔ ثانویه دارای ۵۰۰ دور باشد، ولتاژ ثانویه چقدر است؟

•۶۵- یک مولد ac برای بار مقاومتی در کارخانهٔ دوری به وسیلهٔ دو کابل خط انتقال emf را فراهم می‌کند. در کارخانه یک مبدل کاهنده ولتاژ را از مقدار انتقالی V_t(rms) به مقدار خیلی کمتری کاهش می‌دهد تا برای کار در کارخانه ایمن و راحت باشد. مقاومت خط انتقال ۰/۳۰Ω برای هر کابل و توان مولد ۲۵۰kW است. اگر $V_t = 80$kV باشد، (الف) کاهش ولتاژ ΔV در خط انتقال و (ب) آهنگ P_d اتلاف انرژی به صورت گرمایی چقدرند؟ اگر $V_t = 8/0$kV باشد، (پ) ΔV و (ت) P_d چقدرند؟ اگر $V_t = 0/80$kV باشد، (ث) ΔV و (ج) P_d چقدرند؟

مسئله‌های اضافی

۶۶- یک موتور الکتریکی به خروجی ac ، ۱۲۰ V و ۶۰/۰Hz وصل شده است و با آهنگ ۰/۱۰۰hp ‏(1hp = 746W) کار مکانیکی انجام می‌دهد. (الف) اگر موتور یک جریان rms ، برابر ۰/۶۵۰A بکشد، مقاومت مؤثر آن نسبت به توان انتقالی چقدر است؟ (ب) آیا این مقاومت با مقاومت پیچهٔ موتور در وقتی که موتور از خروجی جدا شده و به وسیلهٔ اهم‌سنج اندازه‌گیری شود، برابر است؟

•۶۷- در شکل ۲۷-۳۸ مولد سه فاز G توان الکتریکی‌ای ایجاد می‌کند که به وسیلهٔ سه سیم انتقال می‌یابد. پتانسیلهای الکتریکی این سیمها (نسبت به سطح مرجع مشترک) عبارت‌اند از $V_1 = A\sin\omega_d t$ برای سیم ۱، $V_2 = A\sin(\omega_d t - 120°)$ برای سیم۲ و $V_3 = A\sin(\omega_d t - 240°)$ برای سیم ۳. برخی از انواع وسایل صنعتی (برای مثال، موتورها) دارای سه پایانه هستند و چنان طراحی می‌شوند که به طور مستقیم به این سه سیم متصل شوند. برای به کاربردن وسیلهٔ معمولتر دو پایانه‌ای (برای مثال ، لامپ)، آن را به هر دو تا از سه سیم وصل می‌کنند. نشان دهید که اختلاف پتانسیل بین هر دو تا از سه سیم (الف) به طور سینوسی با بسامد زاویه‌ای ω_d نوسان می‌کند و (ب) دارای دامنهٔ $A\sqrt{3}$ است. SSM



شکل ۲۷-۳۸ مسئلهٔ ۶۷

۶۸- یک خازن ۱/۵۰μF دارای واکنایی خازنی ۱۲/۰Ω است. (الف) بسامد عملیاتی آن باید چقدر باشد؟ (ب) اگر بسامد دو برابر شود، واکنایی خازنی چقدر خواهد بود؟

۶۹ - برای یک مدار RLC متوالی معین، بیشینهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکی مولد برابر ۱۲۵V و بیشینهٔ جریان برابر ۳/۲۰A است. اگر جریان به مقدار ۰/۹۸۲rad از نیروی محرکهٔ الکتریکی مولد جلو باشد، (الف) مقاومت ظاهری و (ب) مقاومت مدار چقدر است؟ (پ) آیا مدار بیشتر خازنی است یا القایی؟

۷۰- یک مدار LC نوسانی دارای القایندگی ۳/۰۰mH و ظرفیت ۱۰/۰μF است. مطلوب است محاسبهٔ (الف) بسامد زاویه‌ای و (ب) دورهٔ تناوب نوسان. (پ) در زمان $t=0$ خازن تا ۲۰۰μF باردار می‌شود و جریان صفر است. بار روی خازن را به طور تقریب برحسب تابعی از زمان رسم کنید.

۷۱- در یک مدار RLC متوالی معین که در بسامد $60/0\text{Hz}$ کار می‌کند بیشینهٔ ولتاژ دو سر القاگر ۲/۰۰ برابر بیشینهٔ ولتاژ در دو سر مقاومت و ۲/۰۰ برابر بیشینهٔ ولتاژ دو سرخازن است. (الف) جریان از نیروی محرکهٔ الکتریکی مولد چه زاویه‌ای عقب می‌افتد؟ (ب) اگر بیشینهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکی مولد برابر $30/0\text{V}$ باشد، مقاومت مدار باید چه مقدار باشد تا بیشینهٔ جریان 300mA به دست آید؟

۷۲- چه ظرفیتی باید به دوسر یک القاگر $1/30\text{mH}$ بسته شود تا نوسانگر حاصل در $3/50\text{kHz}$ به حالت تشدید درآید؟

۷۳- یک مدار LC در بسامد $10/4\text{kHz}$ نوسان می‌کند. (الف) اگر ظرفیت $340\mu\text{F}$ باشد، القاییدگی چقدر است؟ (ب) اگر بیشینهٔ جریان برابر $7/20\text{mA}$ باشد، انرژی کل در مدار چقدر است؟ (پ) بار بیشینهٔ روی خازن چقدر است؟

۷۴- یک مدار RLC متوالی دارای بسامد تشدید $6/00\text{kHz}$ است. وقتی مدار در $8/00\text{kHz}$ به کار افتد، دارای مقاومت ظاهری $1/00\text{k}\Omega$ و ثابت فاز $45°$ است. (الف) R، (ب) L و (پ) C برای این مدار چقدرند؟

۷۵- خازنی با ظرفیت $158\mu\text{F}$ و یک القاگر تشکیل مدار LC را می‌دهند که با دامنهٔ جریان $4/21\text{mA}$ در $8/15\text{ kHz}$ نوسان می‌کند. (الف) القاییدگی، (ب) انرژی کل در مدار و (پ) بار بیشینهٔ روی خازن چقدرند؟

۷۶- یک مدار RLC متوالی به گونه‌ای به کار می‌افتد که ولتاژ بیشینهٔ دو سر القاگر ۱/۵۰ برابر ولتاژ بیشینهٔ دوسر خازن و ۲ برابر ولتاژ بیشینهٔ دوسر مقاومت است. (الف) ϕ برای مدار چقدر است؟ (ب) آیا مدار القایی است یا خازنی یا در تشدید است؟ مقاومت برابر $49/9\,\Omega$ و دامنهٔ جریان برابر 200mA است. (پ) دامنهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکی چقدر است؟

۷۷- یک مدار RLC به وسیلهٔ مولدی با دامنهٔ emf برابر $80/0\text{V}$ و دامنهٔ جریان $1/25\text{A}$ به کار می‌افتد. جریان به مقدار $0/650\text{ rad}$ از emf جلوتر است. (الف) مقاومت ظاهری و (ب) مقاومت مدار چقدرند؟ (پ) آیا مدار القایی است یا خازنی یا در تشدید است؟

۷۸- القاگر $45/0\text{mH}$ دارای واکنایی $1/30\text{k}\Omega$ است. (الف) بسامد کاری آن چقدر است؟ (ب) با واکنایی یکسان در آن بسامد، ظرفیت خازن چقدر است؟ اگر بسامد دو برابر شود، واکنایی جدید (پ) القایی و (ت) خازنی چقدر است؟

۷۹- مولدی با بسامد 3000Hz یک مدار RLC متوالی را با emf برابر 120V به کار می‌اندازد. مقاومت برابر $40/0\Omega$، ظرفیت برابر $1/60\mu\text{F}$ و القاییدگی برابر $850\mu\text{H}$ است. (الف) ثابت فاز برحسب رادیان و (ب) دامنهٔ جریان چقدرند؟ (پ) آیا مدار خازنی است یا القایی یا در تشدید است؟

۸۰- یک القاگر $1/50\text{mH}$ در یک مدار LC نوسانی انرژی بیشینهٔ $10/0\mu\text{J}$ را ذخیره می‌کند. جریان بیشینه چقدر است؟

۸۱- مولدی با بسامد نوسانی قابل تنظیم به طور متوالی به یک القاگر $L=2/50\mu\text{F}$ و یک خازن $C=3/00\mu\text{F}$ بسته شده است. در چه بسامدی مولد بزرگترین دامنهٔ جریان ممکن را در مدار ایجاد می‌کند؟

۸۲- یک مدار RLC متوالی به وسیلهٔ یک منبع متناوب با بسامد 400Hz و دامنهٔ emf، $90/0\text{V}$ به کار می‌افتد. مقاومت $20/0\Omega$، ظرفیت $12/1\,\mu\text{F}$ و القاییدگی $24/2\text{mH}$ است. اختلاف پتانسیل rms دو سر (الف) مقاومت، (ب) خازن و (پ) القاگر چقدر است؟ (ت) آهنگ متوسطی که با آن انرژی تلف می‌شود چقدر است؟

۸۳- (الف) در یک مدار LC نوسانی، وقتی انرژی میدان الکتریکی ۵۰٪ انرژی میدان مغناطیسی است مقدار بار روی خازن برحسب بار بیشینهٔ روی آن چقدر است؟ (ب) پس از زمانی که خازن کاملاً پرشد چه کسری از زمان تناوب باید بگذرد تا این شرط ایجاد شود؟

۸۴- یک موتور الکتریکی معین وقتی تحت بار است و در ولتاژ rms برابر 220V کار می‌کند جریان rms، $3/00\text{A}$ را می‌کشد. موتور دارای مقاومت $24/0\Omega$ است و واکنایی خازنی ندارد. واکنایی القایی موتور چقدر است؟

۸۵- برای یک مدار RLC متوالی با محرک سینوسی نشان دهید که در یک چرخهٔ کامل با دورهٔ تناوب T، (الف) انرژی ذخیره شده در خازن تغییر نمی‌کند؛ (ب) انرژی ذخیره شده در القاگر تغییر نمی‌کند؛ (پ) نیروی محرکهٔ الکتریکی انرژی $(\frac{1}{2}T)\mathscr{E}_m I\cos\phi$ را تولید می‌کند؛ (ت) مقاومت مقدار انرژی $(\frac{1}{2}T)RI^2$ را تلف می‌کند. (ث) نشان دهید کمیتهایی که در (پ) و (ت) به دست آورده‌اید مساوی‌اند.

۸۶- وقتی مولد emf در مسئلهٔ نمونهٔ ۲۷-۷ بیشینه است، ولتاژ دو سر (الف) مولد، (ب) مقاومت، (پ) خازن و (ت) القاگر چقدر است؟ (ث) با جمع اینها با علامتهای مناسب نشان دهید که قاعدهٔ حلقه برقرار است.

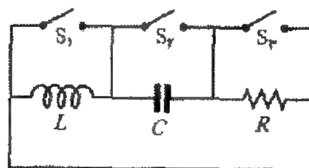
۸۷- یک مولد ac نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}=\mathscr{E}_m\sin(\omega_d t-\pi/4)$ را ایجاد می‌کند که در آن $\mathscr{E}_m=30/0\text{V}$ و $\omega_d=350\text{rad/s}$ و جریانی که در مدار متصل به مولد برقرار می‌شود با رابطهٔ $i(t)=I\sin(\omega_d t+\pi/4)$ داده می‌شود که در آن $I=620\text{ mA}$ است. (الف) در چه زمانی پس از $t=0$ emf مولد به اولین بیشینه می‌رسد؟ (ب) در چه زمانی پس از $t=0$ جریان برای اولین بار به بیشینه می‌رسد؟ (پ) مدار به جز مولد به یک عنصر دیگر متصل است. آیا این عنصر یک خازن، یک القاگر یا یک مقاومت است؟ جواب خود را توجیه کنید. (ت) مقدار ظرفیت، القاییدگی یا مقاومت را بسته به اینکه کدام مورد پاسخ است پیدا کنید.

۸۸●- در شکل ۲۷-۳۴ فرض می‌کنیم که جعبهٔ مکعبی شکل در سمت چپ نشان دهندهٔ خروجی یک تقویت کنندهٔ صوتی (با

مقاومت ظاهری بالا) با $r=1000\Omega$ باشد. فرض می‌کنیم $R=10\Omega$ نشان دهندهٔ پیچهٔ یک بلندگو (با مقاومت ظاهری پایین) است. برای انتقال بیشترین انرژی به بار R باید داشته باشیم $R=r$ که در این حالت چنین نیست. اما، مبدل می‌توانند برای «تبدیل» مقاومتها به کار رود، آنها از نظر الکتریکی طوری رفتار می‌کنند که گویا از مقدار واقعی بزرگتر یا کوچکترند. (الف) پیچه‌های اولیه و ثانویهٔ یک مبدل را به گونه‌ای طرح کنید که بتوانند بین تقویت کننده و بلندگوی شکل ۲۷-۳۴ مقاومتهای ظاهری تطبیق شده‌ای ایجاد کنند. (ب) نسبت دورها باید چقدر باشد؟

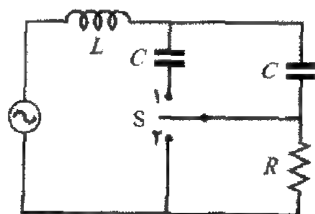
۸۹- یک مدار متوالی شامل مقاومت، القاگر و خازن با ترکیب R_1، L_1 و C_1 دارای بسامد تشدید یکسان با مدار دیگری با ترکیب متفاوت R_2، L_2 و C_2 است. حال این دو ترکیب را به طور متوالی به هم می‌بندیم. نشان دهید که مدار جدید دارای بسامد تشدیدی یکسان با وقتی است که مدارها جدا بودند.

۹۰- مدار نشان داده در شکل ۲۷-۳۹ را درنظر بگیرید. وقتی کلید S_1 بسته باشد و دو کلید دیگر باز باشند، مدار دارای ثابت زمانی τ_C است. وقتی کلید S_2 بسته باشد و دو کلید دیگر باز باشند، مدار دارای ثابت زمانی τ_L است. وقتی کلید S_3 بسته باشد و دو کلید دیگر باز باشند، مدار دارای ثابت زمانی τ_L است. وقتی کلید S_3 بسته باشد و دو کلید دیگر باز باشند، مدار با دورهٔ تناوب T نوسان می‌کند. نشان دهید که $T=2\pi\sqrt{\tau_C\tau_L}$ است.



شکل ۲۷-۳۹ مسئلهٔ ۹۰

۹۱- مولد ac در شکل ۲۷-۴۰، ۱۲۰V را در ۶۰/۰Hz تولید می‌کند. وقتی در شکل کلید S باز است، جریان به اندازهٔ $20/0^\circ$ از emf مولد جلو می‌افتد. وقتی کلید در وضعیت ۱ است، جریان به اندازهٔ $10/0^\circ$ از emf مولد عقب می‌افتد. وقتی کلید در وضعیت ۲ قرارگیرد دامنهٔ جریان ۲/۰۰A است. (الف) R، (ب) L و (پ) C چقدرند؟



شکل ۲۷-۴۰ مسئلهٔ ۹۱

۹۲- در یک مدار LC نوسانی، $L=8/00\text{mH}$ و $C=1/40\mu\text{F}$ است. در زمان $t=0$، جریان بیشینه و برابر ۱۲/۰mA است. (الف) در حین نوسانها بار بیشینه روی خازن چقدر است؟ (ب) در $t>0$ کمترین زمانی که در آن آهنگ تغییر بار روی خازن بیشینه می‌شود چقدر است؟ (پ) این آهنگ بیشینه چقدر است؟

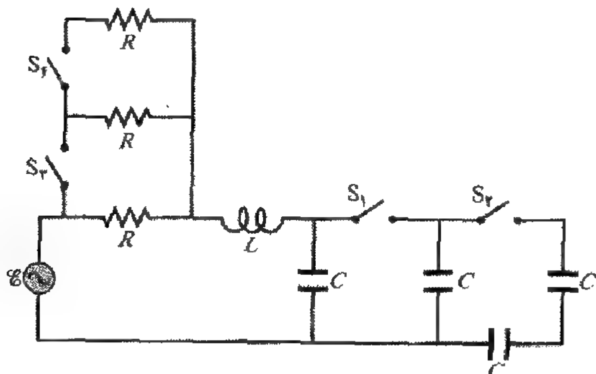
۹۳- یک مدار RLC متوالی به وسیلهٔ مولدی در بسامد ۱۰۵۰Hz به کار می‌افتد. القاییدگی ۹۰/۰mH؛ ظرفیت ۰/۵۰۰μF؛ و ثابت فاز برابر $60/0^\circ$ است (شما باید علامت مناسب را برای زاویه قرار دهید). (الف) مقاومت چقدر است؟ برای افزودن دامنهٔ جریان آیا باید (ب) بسامد محرک، (پ) القاییدگی و (ت) ظرفیت را افزایش داد یا کاهش ؟

۹۴- یک مدار RLC متوالی به وسیلهٔ مولدی در بسامد ۲۰۰۰Hz و دامنهٔ emf برابر ۱۷۰V به کار می‌افتد. القاییدگی ۶۰/۰mH، ظرفیت ۰/۴۰۰μF و مقاومت برابر ۲۰۰Ω است. (الف) ثابت فاز برحسب رادیان چقدر است؟ (ب) دامنهٔ جریان چقدر است؟

۹۵- وقتی یک خازن ۷/۰۰μF به دو سر یک القاگر بسته شود دارای پتانسیل اولیهٔ ۱۲/۰V است. این ترکیب در بسامد ۷۱۵ Hz نوسان می‌کند. القاییدگی القاگر چقدر است؟

۹۶- یک نوسانگر LC شامل یک خازن ۲۰۰mF و یک القاگر ۲/۰۰mH است. ولتاژ بیشینه برابر ۴/۰۰V است. (الف) بسامد نوسانها، (ب) جریان بیشینه، (پ) انرژی بیشینهٔ ذخیره شده در القاگر و (ت) آهنگ بیشینهٔ di/dt که با آن جریان تغییر می‌کند، چقدرند؟

۹۷- شکل ۲۷-۴۱ یک مدار RLC را نشان می‌دهد که توسط یک منبع emf با دامنهٔ ثابت $\mathscr{E}_m$ کار می‌کند. در ابتدا مدار شامل یک مقاومت R، یک القاگر با القاییدگی L و یک خازن با ظرفیت C است و بسامد محرک با بسامد طبیعی برابر است. سپس کلیدهای S_1، S_2، S_3 و S_4 به ترتیب بسته می‌شوند. بستن کلیدها موجب یکسان شدن خازنها با اولین خازن یا یکسان شدن مقاومتها با اولین مقاومت می‌شود.



شکل ۲۷-۴۱ مسئلهٔ ۹۷

فرض کنید $\mathscr{E}_m=12/0\text{V}$، $C=2/00\mu\text{F}$، $L=2/00\text{mH}$ و $R=12/0\Omega$. (الف) اولین ستون خالی جدول را برای

مقدارهای ظرفیت معادل C_{eq} پس از بستن هر کلید، پر کنید. به همین ترتیب، سایر ستونها را برای مقدارهای (ب) بسامد تشدید، (پ) مقاومت معادل R_{eq} ، (ت) مقاومت ظاهری Z و (ث) دامنهٔ جریان I ، پر کنید. (قبل از اتمام تمام محاسبه‌ها عددی را گرد نکنید.)

I	Z	R_{eq}	f	C_{eq}	بستن
					S_1
					S_2
					S_3
					S_4

۲۸

معادله‌های ماکسول؛ خواص مغناطیسی ماده



نقاشی چگونه می‌تواند جهت میدان مغناطیسی زمین را ثبت کند؟

پاسخ در همین فصل.

چون میدان مغناطیسی زمین بتدریج اما به طور دائم تغییر می‌کند، جهت شمال که قطب‌نما نشان می‌دهد نیز تغییر می‌کند. به دلایل زیادی، پژوهشگران می‌خواهند جهت شمال را در گذشته و در زمانهای مشخصی بدانند، اما یافتن ثبت تاریخی خواندن قطب‌نما بسیار بعید است. ولی، نقاشیهای معینی وجود دارند که می‌توانند در این مورد کمک کنند. برای مثال، نقاشیهای دیواری تالاری در واتیکان به خوبی جهت شمال را وقتی در سال ۱۱۱۹/۱۷۴۰ نقاشی شده‌اند نشان می‌دهند.

۲۸-۱ فیزیک چیست؟

این فصل مقداری از گستردگی فیزیک را آشکار می‌کند چون از علم پایهٔ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی تا علم کاربردی و مهندسی مواد مغناطیسی گسترده است. ابتدا با جمع‌بندی بحث پایه‌ای میدانهای الکتریکی و مغناطیسی برای به دست آوردن بیشتر اصول فیزیکی ۱۱ فصل قبل، می‌توانیم آنها را فقط در *چهار* معادله که به معادله‌های ماکسول مشهورند، خلاصه کنیم.

سپس، علم و مهندسی مواد مغناطیسی را بررسی می‌کنیم. تلاش بسیاری از دانشمندان و مهندسان در این امر متمرکز بوده است که بفهمند چرا برخی از مواد مغناطیسی هستند و برخی نیستند، و چگونه می‌توان مواد مغناطیسی موجود را بهبود بخشید. این پژوهشگران در شگفت‌اند که چرا زمین میدان مغناطیسی دارد ولی ما نداریم. آنها کاربردهای بیشماری برای مواد مغناطیسی ارزان قیمت در اتومبیلها، آشپزخانه‌ها، اداره‌ها و بیمارستانها، و مواد مغناطیسی که گاهی به طرز غیر قابل انتظاری مشاهده می‌شوند یافته‌اند. برای مثال، اگر شخصی خالکوبی داشته باشد (شکل ۲۸-۱) و تحت اسکن MRI (تصویرگری با تشدید مغناطیسی) قرار گیرد، میدان مغناطیسی بزرگ که در اسکن به کار می‌رود می‌تواند به طور قابل ملاحظه‌ای پوست خالکوبی شده را بکشد زیرا برخی از رنگهای خالکوبی شامل ذره‌های مغناطیسی هستند. در مثالی دیگر، در مورد برخی از صبحانه‌هایی که از غلات تهیه می‌شوند تبلیغ می‌شود که «سرشار از آهن» هستند زیرا آنها حاوی ذره‌های بسیار کوچکی از آهن هستند که خورده می‌شوند. چون خرده آهنها مغناطیسی هستند، با حرکت دادن آهنربا روی محلولهای آبکی غلات می‌توان آنها را جمع آوری کرد.

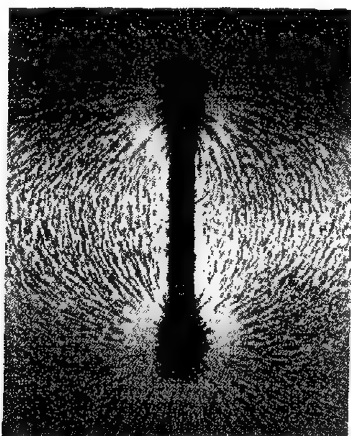
اولین قدم ما در اینجا بازنگری قانون گاؤس است، اما این بار برای میدانهای مغناطیسی.



شکل ۲۸-۱ برخی از رنگهایی که برای خالکوبی به کار می‌روند دارای ذره‌های مغناطیسی هستند.

۲۸-۲ قانون گاؤس دربارهٔ میدانهای مغناطیسی

شکل ۲۸-۲ براده‌های آهن را نشان می‌دهد که روی ورقهٔ شفافی پاشیده شده‌اند و ورقه بالای یک آهنربای میله‌ای قرار دارد. دانه‌های براده که تمایل دارند خود را با میدان مغناطیسی همردیف کنند، نقشی را به خود می‌گیرند که میدان را مشخص می‌کند. یک سر آهنربا *چشمهٔ* میدان (خطهای میدان از آنجا واگرا می‌شوند) و سر دیگر آهنربا *چاهک* میدان است (خطهای میدان به سمت آن همگرا می‌شوند). بنابر قرارداد، چشمه را *قطب شمال* آهنربا و چاهک را *قطب جنوب* آهنربا می‌نامند و می‌گوییم که آهنربا با دو قطب آن نمونه‌ای از یک **دو قطبی مغناطیسی** است.



شکل ۲۸-۲ آهنربای میله‌ای یک دو قطبی مغناطیسی است. براده‌های آهن خطهای میدان مغناطیسی را به دست می‌دهند. (زمینهٔ شکل با نور روشن شده است.)



شکل ۲۸-۳ اگر آهنربایی را بشکنیم، هر تکه از آن یک آهنربای مجزاست و قطبهای شمال و جنوب مربوط به خود را دارد.

فرض کنید به همان شکلی که قطعه گچی را می‌شکنیم، آهنربایی را بشکنیم (شکل ۲۸-۳). به نظر می‌رسد که به بتوانیم یک قطب منفرد منزوی که آن را *تک قطبی مغناطیسی* می‌نامند داشته باشیم. اما، حتی اگر آهنربا را تا حد اتمهای مجزا و سپس به الکترونها و هسته‌هایش بشکنیم، نمی‌توانیم تک قطبی داشته باشیم. هر تکه دارای قطب شمال و جنوب است. پس

ساده‌ترین ساختار مغناطیسی که می‌تواند وجود داشته باشد، دو قطبی مغناطیسی است. تک قطبی مغناطیسی (تا جایی که می‌دانیم) وجود ندارد.

قانون گاؤس برای میدانهای مغناطیسی یک روش صوری برای بیان این است که تک قطبی مغناطیسی وجود ندارد. این قانون بر آن دلالت دارد که شار مغناطیسی خالص Φ که از هر سطح بستهٔ گاوسی می‌گذرد صفر است

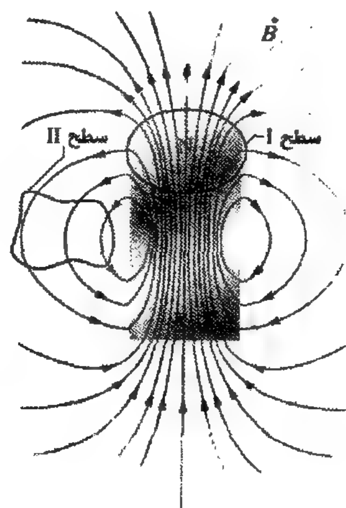
$$\Phi_B = \oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0 \quad \text{(قانون گاؤس برای میدانهای مغناطیسی)} \quad (۱-۲۸)$$

این را با قانون گاؤس برای میدانهای الکتریکی مقایسه کنید

$$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{enc}}}{\varepsilon_0} \quad \text{(قانون گاؤس برای میدانهای الکتریکی)} \quad (۲-۲۸)$$

در هر دو معادله، انتگرال روی یک سطح بستهٔ گاوسی انجام می‌شود. قانون گاؤس برای میدانهای الکتریکی حاکی از آن است که این انتگرال (شار الکتریکی خالصی که از سطح می‌گذرد) با بار الکتریکی خالص q_{enc} که به وسیلهٔ سطح احاطه شده متناسب است. قانون گاؤس برای میدانهای مغناطیسی نشان می‌دهد که هیچ شار مغناطیسی خالصی از سطح نمی‌گذرد چون هیچ «بار مغناطیسی» خالصی (قطبهای مغناطیسی مجزا) به وسیلهٔ سطح احاطه نشده است. ساده‌ترین ساختار مغناطیسی که می‌تواند وجود داشته باشد و در نتیجه به وسیلهٔ سطح گاوسی احاطه شود یک دو قطبی مغناطیسی است که شامل هم چشمه و هم چاهک برای خطهای میدان است. بنابراین، همواره باید همان‌قدر شار که به سطح وارد می‌شود از آن خارج شود و شار مغناطیسی خالص باید همواره صفر باشد.

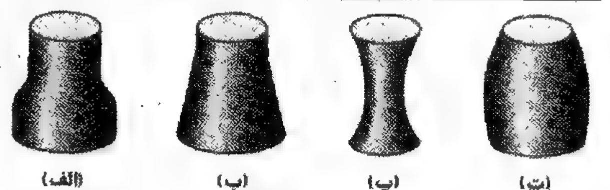
قانون گاؤس دربارهٔ میدانهای مغناطیسی، برای ساختارهای پیچیده‌تر از دو قطبی مغناطیسی، حتی اگر سطح گاوسی تمام ساختار را احاطه نکند نیز برقرار است. سطح گاوسی II نزدیک آهنربای میله‌ای در شکل ۲۸-۴، هیچ قطبی را احاطه نکرده است و ما به سادگی نتیجه می‌گیریم که شار مغناطیسی خالص عبوری از میان آن صفر است. شرایط برای سطح گاؤسی I مشکل‌تر است. به نظر می‌رسد که این سطح فقط قطب شمال آهنربا را احاطه کرده است چون قطبی را که با N مشخص شده احاطه کرده و قطب S را احاطه نکرده است. اما قطب جنوب باید به مرز پایینی سطح وابسته باشد، چون در آنجا خطهای میدان مغناطیسی وارد سطح می‌شوند. (بخش احاطه شده مانند یک قطعه از آهنربای میله‌ای شکسته در شکل ۲۸-۳ است.) بنابراین، سطح گاوسی I یک دو قطبی مغناطیسی را احاطه کرده و شار خالصی که از این سطح می‌گذرد صفر است.



شکل ۲۸-۴ خطهای میدان برای میدان مغناطیسی $\vec{B}$ یک آهنربای میله‌ای کوتاه. خطهای خمیده سطح مقطعهای سطحهای گاوسی سه بعدی بسته را نشان می‌دهند.

✓ *نکتهٔ وارسی ۱* شکل چهار سطح بسته را نشان می‌دهد که وجه‌های بالا و پایین آنها تخت و بدنهٔ آنها خمیده است. در جدول مساحت A وجه‌ها و بزرگی B میدان مغناطیسی که به طور عمود از این وجه‌ها می‌گذرند آمده است؛ یکای A و B اختیاری اما سازگارند. سطحها را به ترتیب بزرگی شار مغناطیسی که از قسمتهای خمیده می‌گذرد مرتب کنید.

سطح	$A_{\text{بالا}}$	$B_{\text{بالا}}$	$A_{\text{پایین}}$	$B_{\text{پایین}}$
الف	۲	۶، به سمت خارج	۴	۳، به سمت داخل
ب	۲	۱، به سمت داخل	۴	۲، به سمت داخل
پ	۲	۶، به سمت داخل	۲	۸، به سمت خارج
ت	۲	۳، به سمت خارج	۲	۲، به سمت خارج



۲۸-۳ میدانهای مغناطیسی القا شده

در فصل ۲۶ دیدیم که تغییر شار مغناطیسی یک میدان الکتریکی القا می‌کند و به قانون القایش فارادی به شکل زیر رسیدیم

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{(قانون القایش فارادی)} \quad (۲-۲۸)$$

در اینجا $\vec{E}$ میدان الکتریکی در طول یک حلقهٔ بسته است که با تغییر شار مغناطیسی Φ_B که از حلقه می‌گذرد القا می‌شود. چون تقارن اغلب در فیزیک دارای توانمندی زیادی است می‌توان این پرسش را مطرح کرد که آیا القایش در جهت مخالف نیز می‌تواند صورت بگیرد یا خیر؟ یعنی، آیا تغییر شار الکتریکی می‌تواند میدان مغناطیسی القا کند؟

پاسخ مثبت است؛ علاوه بر این، معادله‌ای که بر القایش میدان مغناطیسی حاکم است تقریباً قرینهٔ معادلهٔ ۲۸-۲ است، که اغلب آن را به نام جیمز کلارک ماکسول، قانون القایش ماکسول می‌نامیم و به صورت زیر می‌نویسیم

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}=\mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad \text{(قانون القایش ماکسول)} \qquad (۳-۲۸)$$

در اینجا $\vec{B}$ میدان مغناطیسی در طول یک حلقهٔ بسته است که با تغییر شار Φ_E احاطه شده با حلقه در آن القا می‌شود.

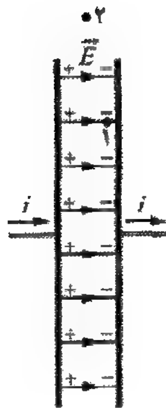
به عنوان مثالی از این نوع القایش، باردارشدن یک خازن صفحه - موازی با صفحه‌های دایره‌ای را بررسی می‌کنیم (شکل ۲۸-۵ الف). (اگرچه توجه خود را به این آرایش ویژه متمرکز می‌کنیم، اما هرگاه شار الکتریکی تغییر کند همیشه یک میدان مغناطیسی القا می‌شود.) فرض می‌کنیم که بار روی خازن با آهنگی پایا به وسیلهٔ جریان ثابت i در سیمهای رابط افزایش یابد. پس، بزرگی میدان الکتریکی میان صفحه‌ها نیز باید با یک آهنگ پایا افزایش پیدا کند.

شکل ۲۸-۵ ب، نمایی از صفحهٔ سمت راست شکل ۲۸-۵ الف از بین صفحه‌هاست. میدان الکتریکی به سمت داخل صفحه است. یک حلقهٔ دایره‌ای را که از نقطهٔ ۱ در شکلهای ۲۸-۵الف و ب می‌گذرد در نظر می‌گیریم که هم مرکز با صفحه‌های خازن و شعاع آن کوچکتر از شعاع صفحه‌هاست. چون میدان الکتریکی که از حلقه می‌گذرد تغییر می‌کند، شار الکتریکی گذشته از حلقه نیز باید تغییر کند. بنابر معادلهٔ ۲۸-۳، این تغییر شار الکتریکی دور حلقه یک میدان مغناطیسی القا می‌کند.

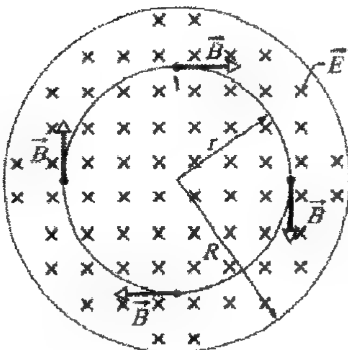
تجربه ثابت می‌کند که به راستی یک میدان مغناطیسی $\vec{B}$ دور چنین حلقه‌ای در جهت نشان داده شده القا می‌شود. این میدان مغناطیسی در هر نقطه دور حلقه بزرگی یکسانی دارد و در نتیجه دارای یک تقارن دایره‌ای حول محور مرکزی صفحه‌های خازن است (محور از مرکز یک صفحه به مرکز صفحهٔ دیگر ادامه دارد).

حال اگر حلقهٔ بزرگتری را در نظر بگیریم، مثلاً حلقه‌ای که از نقطهٔ ۲ خارج صفحه‌های شکل ۲۸-۵ الف و ب می‌گذرد، درمی‌یابیم که دور این حلقه نیز میدان مغناطیسی القا می‌شود. به این ترتیب، وقتی میدان الکتریکی تغییر می‌کند، میدان مغناطیسی میان صفحه‌ها، هم داخل و هم خارج شکاف القا می‌شود. وقتی تغییر میدان الکتریکی متوقف شود، این میدانهای مغناطیسی القا شده نیز ناپدید می‌شوند.

اگر چه معادله‌های ۲۸-۳ و ۲۸-۲ مشابه‌اند، اما از دو نظر تفاوت دارند. اول اینکه معادلهٔ ۲۸-۳ دو نماد اضافی μ_0 و ε_0 دارد که فقط به خاطر به کاربردن یکای SI ظاهر شده‌اند. دوم اینکه معادلهٔ ۲۸-۳ علامت منهای ۲۸-۲ را ندارد، این بدان معناست که میدان الکتریکی القایی $\vec{E}$ و میدان مغناطیسی القایی $\vec{B}$ وقتی در وضعیتهای مشابهی ایجاد شوند دارای جهتهای مخالف‌اند. برای دیدن این مخالفت جهتها، شکل ۲۸-۶ را در نظر می‌گیریم که در آن افزایش میدان مغناطیسی $\vec{B}$، که به‌طرف داخل کاغذ است، یک میدان الکتریکی $\vec{E}$ القا می‌کند. میدان القا شدهٔ $\vec{E}$ پاد ساعتگرد است و در جهت مخالف میدان مغناطیسی القایی $\vec{B}$ در شکل ۲۸-۵ ب قرار دارد.



(الف)



(ب)

شکل ۲۸-۵ (الف) یک خازن صفحه - موازی دایره‌ای که نمای از پهلوی آن نشان داده شده است، به وسیلهٔ جریان i باردار می‌شود. (ب) نمای از میان خازن به سمت راست در (الف). میدان الکتریکی $\vec{E}$ یکنواخت و به سمت داخل صفحهٔ کاغذ است (به سمت صفحه) و بزرگی آن با افزایش بار روی خازن، زیاد می‌شود. میدان مغناطیسی $\vec{B}$ القا شده به وسیلهٔ تغییر میدان الکتریکی در چهار نقطه روی دایره‌ای به شعاع r، کوچکتر از شعاع R صفحه‌ها نشان داده شده است.

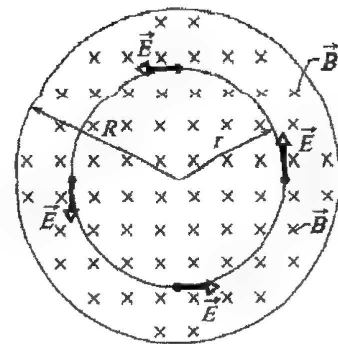
قانون آمپر - ماکسول

اکنون یادآوری می‌کنیم که سمت چپ معادلهٔ ۲۸-۳، که انتگرال ضرب نقطه‌ای $\vec{B}\cdot d\vec{s}$ دور یک حلقهٔ بسته است، در معادلهٔ دیگری یعنی قانون آمپر ظاهر می‌شود

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}=\mu_0 i_{\text{enc}} \quad \text{(قانون آمپر)} \qquad (۴-۲۸)$$

که در آن i_{enc} جریانی است که حلقهٔ بسته را در بردارد. بنابراین، دو معادلهٔ ما که مشخص می‌کنند میدان مغناطیسی $\vec{B}$ که به وسیلهٔ چیزی به غیر از مادهٔ مغناطیسی ایجاد شده (یعنی، با جریان و با تغییر میدان الکتریکی) میدانی دقیقاً با شکل مشابه به دست می‌دهند. می‌توانیم دو معادله را ترکیب کنیم و به صورت یک معادله بنویسیم

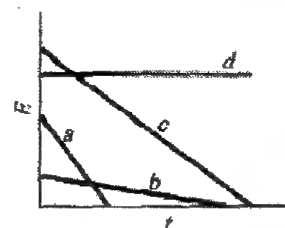
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}=\mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}+\mu_0 i_{\text{enc}} \quad \text{(قانون آمپر - ماکسول)} \qquad (۵-۲۸)$$



شکل ۲۸-۶ میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ در یک ناحیهٔ دایره‌ای. میدان به طرف داخل صفحه، و بزرگی آن در حال افزایش است. میدان الکتریکی $\vec{E}$ القا شده به وسیلهٔ تغییر میدان مغناطیسی در چهار نقطه روی دایره‌ای هم مرکز با ناحیهٔ دایره‌ای نشان داده شده است. این وضعیت را با شکل ۲۸-۵ ب مقایسه کنید.

وقتی جریان وجود دارد اما تغییری در شار الکتریکی صورت نمی‌گیرد (مانند سیمی که حامل جریان ثابت است)، جملهٔ اول سمت راست معادلهٔ ۲۸-۵ صفر است و معادلهٔ ۲۸-۵ به معادلهٔ ۲۸-۴ یعنی قانون آمپر، تبدیل می‌شود. وقتی تغییر شار الکتریکی وجود دارد ولی جریانی وجود ندارد (مانند داخل و خارج شکاف خازن در حال پرشدن)، جملهٔ دوم سمت راست معادلهٔ ۲۸-۵ صفر است و در نتیجه معادلهٔ ۲۸-۵ به معادلهٔ ۲۸-۳ یعنی قانون القایش ماکسول، تبدیل می‌شود.

✔ نکتهٔ وارسی ۲ شکل نمودارهایی از بزرگی میدان الکتریکی E برحسب t را برای چهار میدان الکتریکی یکنواخت نشان می‌دهد که همگی در ناحیهٔ دایره‌ای یکسانی مطابق شکل ۲۸-۵ ب واقع‌اند. میدانها را به ترتیب بزرگی میدان مغناطیسی که در لبهٔ ناحیه القا می‌کنند مرتب کنید.



مسئلهٔ نمونهٔ ۲۸-۱

یک خازن صفحه - موازی با صفحه‌های دایره‌ای به شعاع R، مطابق شکل ۲۸-۵ الف باردار شده است.

(الف) عبارتی برای میدان مغناطیسی در شعاع r برای حالت $r \le R$، به دست آورید.

نکته‌های کلیدی میدان مغناطیسی می‌تواند به وسیلهٔ جریان و القایش حاصل از تغییر شار الکتریکی به وجود آید؛ معادلهٔ ۲۸-۵ شامل هر دو اثر است. جریانی بین صفحه‌های خازن شکل ۲۸-۵ وجود ندارد، اما شار الکتریکی تغییر می‌کند. بنابراین، معادلهٔ ۲۸-۵ به معادلهٔ زیر تبدیل می‌شود

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \qquad (۲۸-۶)$$

سمت چپ و سمت راست این معادله را جداگانه محاسبه می‌کنیم.

سمت چپ معادلهٔ ۲۸-۶: با توجه به اینکه می‌خواهیم میدان مغناطیسی را در $r \le R$ محاسبه کنیم، یک حلقهٔ آمپری دایره‌ای به شعاع $r \le R$ مطابق شکل ۲۸-۵ ب انتخاب می‌کنیم که داخل خازن است. میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در تمام نقطه‌های حلقه و نیز هر عنصر مسیر $d\vec{s}$ بر حلقه مماس است. بنابراین، $\vec{B}$ و $d\vec{s}$ در هر نقطه از مسیر یا موازی‌اند یا پادموازی. برای سادگی، فرض می‌کنیم این بردارها موازی‌اند (انتخابی که نتیجه را در اینجا تغییر نمی‌دهد). در این صورت داریم

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \oint B\,ds\cos 0^\circ = \oint B\,ds \qquad (۲۸-۶)$$

همچنین با توجه به تقارن دایره‌ای صفحه‌ها می‌توانیم فرض کنیم که بزرگی $\vec{B}$ در تمام نقطه‌ها دور حلقه یکسان است. پس، می‌توان B را از انتگرال خارج کرد. انتگرال باقیمانده $\oint ds$ است که به سادگی برابر با پیرامون حلقه یعنی $2\pi r$ است. در این صورت سمت چپ معادلهٔ ۲۸-۶ برابر است با $(B)(2\pi r)$.

سمت راست معادلهٔ ۲۸-۶: فرض می‌کنیم که میدان الکتریکی $\vec{E}$ میان صفحه‌های خازن یکنواخت و بر صفحه‌ها عمود است. آنگاه شار الکتریکی عبوری از حلقهٔ آمپری برابر EA است که در آن A مساحت احاطه شده توسط حلقه در داخل میدان الکتریکی است. بنابراین، سمت راست معادلهٔ ۲۸-۶ برابر است با $\mu_0\varepsilon_0\, d(EA)/dt$.

ترکیب نتیجه‌ها: با قراردادن نتیجه‌ها در سمت چپ و راست معادلهٔ ۲۸-۶، داریم

$$(B)(2\pi r) = \mu_0\varepsilon_0 \frac{d(EA)}{dt}$$

چون A ثابت است $d(EA)$ را به صورت $A\,dE$ می‌نویسیم، در این صورت داریم

$$(B)(2\pi r) = \mu_0\varepsilon_0 A \frac{dE}{dt} \qquad (۲۸-۷)$$

مساحت A که توسط حلقهٔ آمپری در داخل میدان الکتریکی احاطه شده برابر تمام مساحت πr^2 است چون r شعاع حلقه کوچکتر از (یا مساوی با) شعاع R صفحه است. با قراردادن πr^2 به جای A در معادلهٔ ۲۸-۷ و حل آن برای B، به ازای $r \le R$ به دست می‌دهد

$$B = \frac{\mu_0\varepsilon_0 r}{2}\frac{dE}{dt} \qquad \text{(پاسخ)} \qquad (۲۸-۸)$$

این معادله حاکی از آن است که، داخل خازن، B به طور خطی با افزایش فاصلهٔ شعاعی r زیاد می‌شود. این افزایش از صفر در محور مرکزی تا مقدار بیشینه در شعاع R صفحه است.

(ب) بزرگی میدان B را برای $r = R/5 = 11.0\,\text{mm}$ و $dE/dt = 1.50\times10^{12}\,\text{V/m.s}$ حساب کنید.

محاسبه: در پاسخ (الف) داریم

$$B=\frac{1}{2}\mu_\circ\varepsilon_\circ r\frac{dE}{dt}$$
$$=\frac{1}{2}(4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{T.m/A})(8/85\times10^{-12}\,\mathrm{C^2/N.m^2})$$
$$\times(11/0\times10^{-3}\,\mathrm{m})(1/50\times10^{12}\,\mathrm{V/m.s})$$
$$=9/18\times10^{-8}\,\mathrm{T.}$$ (پاسخ)

ب) عبارتی برای میدان مغناطیسی القاشده به ازای $r\geq R$ به دست آورید.

محاسبه: **روش محاسبه همان روش (الف) است بجز اینکه برای محاسبهٔ B خارج از خازن اکنون حلقهٔ آمپری را با شعاع r بزرگتر از شعاع R صفحه در نظر می‌گیریم. از محاسبهٔ سمت چپ و سمت راست معادلهٔ ۲۸-۶ باز هم به معادلهٔ ۲۸-۷ می‌رسیم. ولی حالا به این نکتهٔ زیرکانه نیاز داریم: میدان الکتریکی فقط بین صفحه‌ها وجود دارد و در خارج آنها وجود ندارد. بنابراین، مساحت A که توسط حلقهٔ آمپری در میدان الکتریکی احاطه شده تمام مساحت πr^2 حلقه نیست. بلکه فقط مساحت πR^2 صفحه است.**

با قراردادن πR^2 به جای A در معادلهٔ ۲۸-۷ و حل نتیجه برای B، به ازای $r\geq R$ خواهیم داشت

$$B=\frac{\mu_\circ\varepsilon_\circ R^2}{2r}\frac{dE}{dt} \quad \text{(پاسخ)} \qquad (۲۸-۹)$$

این معادله حاکی از آن است که خارج از خازن میدان B با افزایش فاصلهٔ شعاعی r از یک مقدار بیشینه در لبهٔ صفحه‌ها (که برای آن $r=R$) کاهش می‌یابد. با قراردادن $r=R$ در معادله‌های ۲۸-۸ و ۲۸-۹ می‌توان نشان داد که این معادله‌ها سازگاری دارند؛ یعنی، هر دو مقدار بیشینهٔ B یکسانی را در شعاع حلقه به دست می‌دهند.

بزرگی میدان مغناطیسی القا شده که در (ب) محاسبه شده آنقدر کوچک است که با وسایل ساده به دشواری قابل اندازه‌گیری است. این کاملاً با میدانهای الکتریکی القایی (قانون فارادی) که به سادگی قابل اندازه‌گیری است اختلاف زیادی دارد. بخشی از این اختلاف تجربی به خاطر نیروهای محرکهٔ القا شده است که به سادگی با توجه به تعداد دور پیچه‌ها چند برابر می‌شوند. ولی هیچ روش قابل مقایسه‌ای برای چند برابر کردن میدانهای مغناطیسی القا شده وجود ندارد. در هر حالت، آزمایش مربوط به این مسئلهٔ نمونه انجام گرفته و وجود میدانهای مغناطیسی القا شده به طور کمی ثابت شده است.

۲۸-۴ جریان جابه‌جایی

اگر دو جملهٔ سمت راست معادلهٔ ۲۸-۵ را مقایسه کنیم، خواهیم دید که حاصلضرب $\varepsilon_\circ(d\Phi_E/dt)$ باید ابعاد جریان را داشته باشد. در واقع، این حاصلضرب به عنوان یک جریان تخیلی در نظر گرفته شده که **جریان جابه‌جایی** i_d نامیده می‌شود

$$i_d=\varepsilon_\circ\frac{d\Phi_E}{dt} \quad \text{(جریان جابه‌جایی)} \qquad (۲۸-۱۰)$$

واژهٔ «جابه‌جایی» انتخاب مناسبی نیست چون چیزی جابه‌جا نمی‌شود، اما ما آن را به کار می‌بریم. با این همه، اکنون می‌توانیم معادلهٔ ۲۸-۵ را به صورت زیر بنویسیم

$$\oint\vec{B}\cdot d\vec{s}=\mu_\circ i_{d,\mathrm{enc}}+\mu_\circ i_{\mathrm{enc}} \quad \text{(قانون آمپر - ماکسول)} \qquad (۲۸-۱۱)$$

که $i_{d,\mathrm{enc}}$ جریان جابه‌جایی است که توسط حلقهٔ انتگرالگیری **در** بر گرفته شده است.

دوباره خازن در حال باردار شدن با صفحه‌های دایره‌ای مطابق شکل ۲۸-۷ الف را در نظر می‌گیریم. جریان واقعی i که صفحه‌ها را باردار می‌کند، میدان الکتریکی $\vec{E}$ میان صفحه‌ها را تغییر می‌دهد. جریان جابه‌جایی تخیلی i_d میان صفحه‌ها مربوط به این میدان متغیر $\vec{E}$ است، حال ارتباط این دو جریان را پیدا می‌کنیم.

بار q روی صفحه‌ها بنابر معادلهٔ ۲۱-۴ در هر لحظه به بزرگی میدان E میان صفحه‌ها بستگی دارد

$$q=\varepsilon_\circ AE \qquad (۲۸-۱۲)$$

که در آن A مساحت صفحه است. برای به دست آوردن جریان واقعی i، از معادلهٔ ۲۸-۱۲ نسبت به زمان مشتق می‌گیریم، خواهیم داشت

$$\frac{dq}{dt}=i=\varepsilon_\circ A\frac{dE}{dt} \qquad (۲۸-۱۳)$$

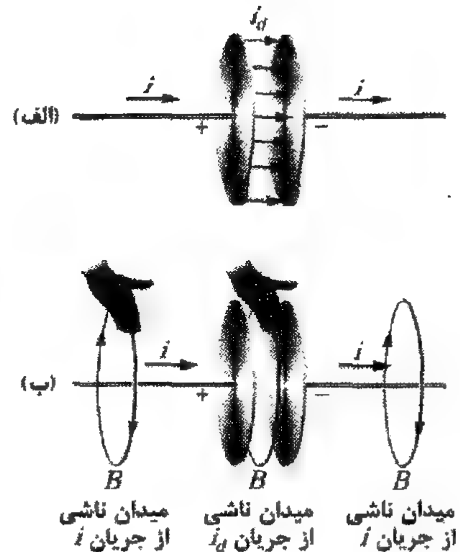
برای به دست آوردن جریان جابه‌جایی i_d، می‌توانیم معادلهٔ ۲۸-۱۰ را به کار بریم. با فرض اینکه میدان الکتریکی $\vec{E}$ میان دو صفحه یکنواخت است (از اثر کناره چشمپوشی می‌کنیم)، می‌توانیم به جای شار الکتریکی Φ_E در آن معادله EA را قرار دهیم. پس، معادلهٔ ۲۸-۱۰ به صورت زیر درمی‌آید

$$i_d=\varepsilon_\circ\frac{d\Phi_E}{dt}=\varepsilon_\circ\frac{d(EA)}{dt}=\varepsilon_\circ A\frac{dE}{dt} \qquad (۲۸-۱۴)$$

با مقایسهٔ معادله‌های ۲۸-۱۳ و ۲۸-۱۴ می‌بینیم که جریان واقعی i که خازن را باردار می‌کند و جریان جابه‌جایی تخیلی i_d بین صفحه‌ها بزرگی یکسانی دارند

$$i_d=i \quad \text{(جریان جابه‌جایی در یک خازن)} \qquad (۲۸-۱۵)$$

به این ترتیب، می‌توانیم جریان جابه‌جایی تخیلی i_d را به سادگی ادامهٔ جریان واقعی i از یک صفحه به صفحهٔ دیگر، در فاصلهٔ دو صفحهٔ خازن در نظر بگیریم. چون میدان الکتریکی به طور یکنواخت روی صفحه‌ها توزیع شده است، چنین مطلبی، همان‌طور که به وسیلهٔ پیکانهای جریان در شکل ۲۸-۷ الف مشاهده می‌شود، برای جریان جابه‌جایی تخیلی i_d نیز درست است. اگر چه عملاً هیچ‌باری در فاصلهٔ بین صفحه‌ها حرکت نمی‌کند، اما تصور جریان جابه‌جایی تخیلی i_d می‌تواند به سرعت به ما کمک کند تا جهت و بزرگی میدان مغناطیسی القا شده را به این ترتیب به دست آوریم.



شکل ۲۸-۷ (الف) جریان جابه‌جایی i_d میان صفحه‌های خازنی که به وسیلهٔ جریان i در حال باردار شدن است. (ب) قاعدهٔ دست راست برای یافتن جهت میدان مغناطیسی دور سیم با جریان واقعی (مطابق شکل سمت چپ) همان جهت میدان مغناطیسی مربوط به جریان جابه‌جایی را (مطابق شکل وسط) به دست می‌دهد.

تعیین میدان مغناطیسی القا شده

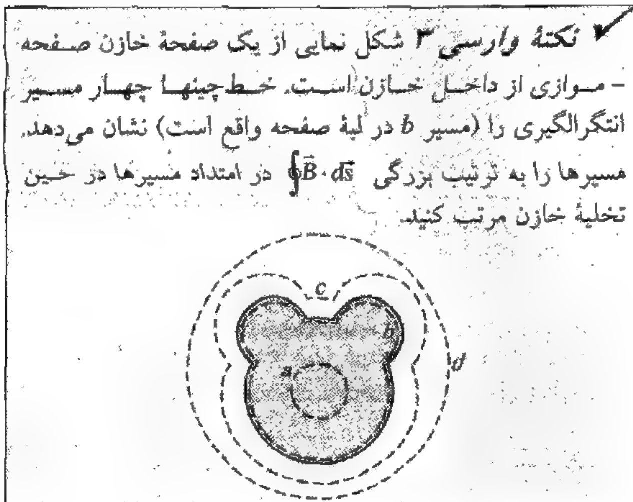
در فصل ۲۵ جهت میدان مغناطیسی ایجاد شده به وسیلهٔ جریان واقعی i را با به کاربردن قاعدهٔ دست راست در شکل ۲۵-۴ به دست آوردیم. می‌توانیم همین قاعده را، همان‌طور که در قسمت میانی شکل ۲۸-۷ ب برای خازن نشان داده شده است، برای به دست آوردن جهت میدان مغناطیسی القا شده به وسیلهٔ جریان جابه‌جایی تخیلی i_d به کار بریم.

همچنین برای به دست‌آوردن بزرگی میدان مغناطیسی القا شده برای خازن در حال باردار شدن با صفحه‌های دایره‌ای موازی به شعاع R، می‌توانیم i_d را به کار بریم. به طور ساده فضای میان صفحه‌ها را یک سیم دایره‌ای فرضی به شعاع R در نظر می‌گیریم که حامل جریان i_d است. بنابراین، از معادلهٔ ۲۵-۲۰ بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه‌ای داخل خازن به شعاع r از مرکز برابر است با

$$B=\left(\frac{\mu_0 i_d}{2\pi R^2}\right)r \quad \text{(داخل یک خازن دایره‌ای)} \qquad (۲۸\text{-}۱۶)$$

به همین ترتیب، از معادلهٔ ۲۵-۱۷ بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه‌ای خارج از خازن به شعاع r از مرکز برابر است با

$$B=\frac{\mu_0 i_d}{2\pi r} \quad \text{(خارج یک خازن دایره‌ای)} \qquad (۲۸\text{-}۱۷)$$



✔ ***نکتهٔ وارسی ۳*** شکل نمایی از یک صفحهٔ خازن صفحه - موازی از داخل خازن است. خط‌چینها چهار مسیر انتگرالگیری را (مسیر b در لبهٔ صفحه واقع است) نشان می‌دهد. مسیرها را به ترتیب بزرگی $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}$ در امتداد مسیرها در حین تخلیهٔ خازن مرتب کنید.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۸-۲

خازن صفحه - موازی دایره‌ای در مسئلهٔ نمونهٔ ۲۸-۱ با جریان i باردار شده است.

(الف) بزرگی $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}$ برحسب μ_0 و i در نقطه‌ای میان صفحه‌های خازن و به فاصلهٔ $r=R/5$ از مرکز، چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی میدان مغناطیسی را می‌توان به وسیلهٔ جریان و همچنین القا براثر تغییر شار الکتریکی برقرار کرد، معادلهٔ ۲۸-۵ شامل این هردو اثر است. در اینجا جریانی بین صفحه‌های خازن شکل ۲۵-۵ برقرار نیست ولی شار الکتریکی تغییر می‌کند. در اینجا به جای حاصلضرب $\varepsilon_0\, d\Phi_E/dt$ در معادلهٔ ۲۸-۵، جریان جابه‌جایی فرضی i_d را قرار می‌دهیم. در این صورت انتگرال $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}$ با معادلهٔ ۲۸-۱۱ داده می‌شود. اما چون هیچ جریان واقعی i میان صفحه‌های خازن وجود ندارد، آن معادله به صورت زیر درمی‌آید

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}=\mu_0 i_{d,\text{enc}} \qquad (۲۸\text{-}۱۸)$$

محاسبه‌ها: چون می‌خواهیم $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}$ را در نقطه‌ای به فاصلهٔ $r=R/5$ (داخل خازن) حساب کنیم، حلقهٔ انتگرالگیری فقط بخش $i_{d,\text{enc}}$ جریان جابه‌جایی کل i_d را در بردارد. فرض کنید i_d به طور یکنواخت روی کل سطح صفحه توزیع شده است. در نتیجه، بخشی از جریان جابه‌جایی که به وسیلهٔ حلقه در برگرفته شده متناسب با مساحتی است که به وسیلهٔ حلقه در برگرفته شده است:

$$\frac{\text{(جریان جابه‌جایی در برگرفته شده، } i_{d,\text{enc}}\text{)}}{\text{(جریان جابه‌جایی کل } i_d\text{)}}=\frac{\text{مساحت در برگرفته شده، } \pi r^2}{\text{مساحت کل صفحه، } \pi R^2}$$

که از آن داریم

$$i_{d,enc}=i_d\,\frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

این را در معادلهٔ ۲۸-۱۸ قرار می‌دهیم، خواهیم داشت

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_\circ i_d \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \qquad (۲۸-۱۹)$$

اکنون، $i_d = i$ (از معادلهٔ ۲۸-۱۵) و $r = R/5$ را در معادلهٔ ۲۸-۱۹ قرار می‌دهیم، به دست می‌دهد

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_\circ i \frac{(R/5)^2}{R^2} = \frac{\mu_\circ i}{25} \qquad \text{(پاسخ)}$$

(ب) بزرگی میدان مغناطیسی القا شده در فاصلهٔ $r = R/5$ داخل خازن، برحسب بیشینهٔ میدان مغناطیسی القا شده چقدر است؟

نکتهٔ کلیدی چون خازن دارای صفحه‌های دایره‌ای موازی است، می‌توان فضای میان صفحه‌ها را به صورت یک سیم فرضی به شعاع R حامل جریان فرضی i_d در نظر گرفت. به این ترتیب، می‌توان از معادلهٔ ۲۸-۱۶ برای به دست آوردن میدان مغناطیسی القا شدهٔ B در هر نقطه داخل خازن استفاده کرد.

محاسبه‌ها: در $r = R/5$، معادلهٔ ۲۸-۱۶ به دست می‌دهد

$$B = \left(\frac{\mu_\circ id}{2\pi R^2}\right) r = \frac{\mu_\circ i_d (R/5)}{2\pi R^2} = \frac{\mu_\circ i_d}{10\pi R} \qquad (۲۸-۲۰)$$

از معادلهٔ ۲۸-۱۶، بیشینهٔ بزرگی میدان مغناطیسی B_{max} داخل خازن در $r = R$ به دست می‌آید که برابر است با

$$B_{max} = \left(\frac{\mu_\circ i_d}{2\pi R^2}\right) R = \frac{\mu_\circ i_d}{2\pi R} \qquad (۲۸-۲۱)$$

با تقسیم کردن معادلهٔ ۲۸-۲۰ بر ۲۸-۲۱ و دوباره مرتب کردن نتیجهٔ حاصل، داریم

$$B = \frac{B_{max}}{5} \qquad \text{(پاسخ)}$$

باید بتوانیم همین نتیجه را با استدلال اندک و کار کمتر به دست آوریم. معادلهٔ ۲۸-۱۶ حاکی از آن است که داخل خازن، میدان B به طور خطی با r افزایش می‌یابد. بنابراین، در نقطه‌ای به فاصلهٔ $\frac{1}{5}$ از مرکز صفحه به شعاع R که B_{max} واقع است، میدان B باید $\frac{1}{5}B_{max}$ باشد.

۲۸-۵ معادله‌های ماکسول

معادلهٔ ۲۸-۵ آخرین معادله از معادله‌های بنیادی الکترومغناطیسی است که *معادله‌های ماکسول* نامیده می‌شوند و در جدول ۲۸-۱ نشان داده شده‌اند. این چهار معادله گسترهٔ گوناگونی از پدیده‌ها را شرح می‌دهند، از اینکه چرا عقربهٔ قطب‌نما به طرف شمال است تا اینکه چرا وقتی کلید استارت را می‌زنیم موتور اتومبیل به حرکت درمی‌آید. آنها پایه‌ای هستند برای عملکرد وسایل الکترومغناطیسی از جمله موتورهای الکتریکی، تلویزیونها، فرستنده‌ها، گیرنده‌ها، تلفنها، دستگاههای دورنگار، رادارها و اجاقهای میکروموج.

بر اساس معادله‌های ماکسول می‌توان معادله‌هایی را که از فصل ۱۷ به بعد دیده‌ایم به دست آورد. آنها همچنین پایهٔ بسیاری از معادله‌هایی هستند که از فصل ۳۴ تا ۳۶ در مورد نورشناسی با آنها آشنا خواهیم شد.

۲۸-۶ آهنرباها

اولین آهنرباهای شناخته شده *سنگهای آهنربا* بودند که سنگهایی هستند که به طور طبیعی *مغناطیده* شده‌اند. وقتی یونانیها و چینیهای باستان این سنگهای کمیاب را کشف کردند از اینکه این سنگها مثل کاری سحرآمیز، توانایی جذب فلزات را در فاصله‌های کوتاه دارند، با آنها سرگرم می‌شدند. مدتها بعد توانستند این سنگها را (و قطعه آهنهایی را که به طور مصنوعی مغناطیده شده بودند) در قطب‌نما برای تعیین جهت به کار برند.

امروزه، آهنرباها و مواد مغناطیسی در همه جا موجودند. خواص مغناطیسی آنها را می‌توان با بررسی اتمها و الکترونها دریافت. درواقع، آهنربای ارزان قیمتی که برای نگهداری یادداشت روی در یخچال به کار می‌رود نتیجهٔ مستقیم فیزیک کوانتومی است که در مواد اتمی و زیر اتمی در آهنربا رخ می‌دهد. پیش از آنکه دربارهٔ بخشی از این فیزیک بحث کنیم، به طور مختصر بزرگترین آهنربایی را که به طور معمول به کار می‌بریم، بررسی می‌کنیم- یعنی خود زمین.

جدول ۲۸-۱

معادله‌های ماکسول[1]

اسم	معادله	
قانون گاوس در الکتریسته	$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = q_{enc}/\varepsilon_\circ$	شار الکتریکی خالص را به بار الکتریکی خالص در برگرفته شده مربوط می‌کند.
قانون گاوس در مغناطیس	$\oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0$	شار مغناطیسی خالص را به بار الکتریکی خالص در برگرفته شده مربوط می‌کند.
قانون فارادی	$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$	میدان الکتریکی القا شده را به شار مغناطیسی متغیر مربوط می‌کند.
قانون آمپر - ماکسول	$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_\circ \varepsilon_\circ \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_\circ i_{enc}$	میدان مغناطیسی القا شده را به شار الکتریکی متغیر و جریان مربوط می‌کند.

۱- این معادله‌ها با این فرض نوشته شده‌اند که هیچ دی الکتریک و مادهٔ مغناطیسی وجود ندارد.

مغناطیس زمین

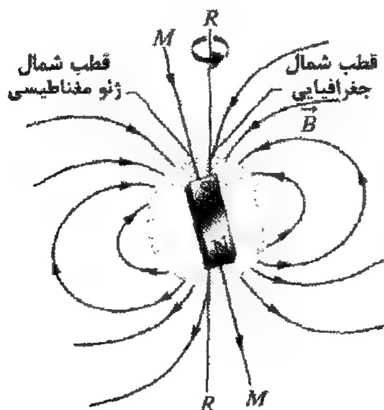
زمین یک آهنربای بسیار بزرگ است؛ برای نقطه‌های نزدیک زمین، میدان مغناطیسی آن می‌تواند همانند میدان مغناطیسی یک آهنربای میله‌ای عظیم بیان شود- یک دو قطبی مغناطیسی – که در مرکز سیاره قرار دارد. شکل ۲۸–۸ یک نقش متقارن آرمانی از میدان این دوقطبی است، بدون اینکه ذره‌های باردار ارسالی از خورشید اعوجاجی ایجاد کنند.

چون میدان مغناطیسی زمین همانند میدان مغناطیسی یک دو قطبی‌است، یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ به میدان وابسته است. برای میدان آرمانی شکل ۲۸–۸ بزرگی μ برابر $8/0 \times 10^{22}$ J/T و جهت $\vec{\mu}$ با محور چرخشی (RR) زمین زاویهٔ $11/5°$ می‌سازد. محور دو قطبی (MM در شکل ۲۸–۸) در راستای $\vec{\mu}$ واقع است که سطح زمین را در *قطب شمال ژئومغناطیسی* در شمال غربی گرینلند و *قطب جنوب ژئومغناطیسی* را در جنوبگان قطع می‌کند. خطهای میدان مغناطیسی $\vec{B}$ به طور کلی از نیمکرهٔ جنوبی بیرون می‌آیند و در نیمکرهٔ شمالی دوباره به زمین وارد می‌شوند. به این ترتیب، قطب مغناطیسی واقع در نیمکرهٔ شمالی که به عنوان «قطب مغناطیسی شمال» نامیده می‌شود در *واقع قطب جنوب دو قطبی مغناطیسی زمین* است.

راستای میدان مغناطیسی در هر نقطه از سطح زمین معمولاً برحسب دو زاویه مشخص می‌شود. **میل میدان** زاویهٔ (چپ یا راست) میان شمال جغرافیایی (که به سمت عرض جغرافیایی ۹۰° است) و مؤلفهٔ افقی میدان است. **شیب میدان** زاویهٔ (بالا یا پایین) میان صفحهٔ افقی و راستای میدان است.

مغناطیس‌سنج این زاویه‌ها را اندازه می‌گیرد و میدان را با دقت زیادی معین می‌کند. البته، به طور نسبتاً قابل قبولی می‌توان این عمل را با *قطب‌نما* و شیب سنج انجام داد. قطب‌نما به طور ساده یک آهنربای عقربه‌ای شکل است و به گونه‌ای نصب شده که می‌تواند آزادانه حول محوری قائم بچرخد. وقتی آن را در صفحهٔ افقی نگه داریم، قطب شمال عقربه معمولاً به سمت قطب شمال ژئومغناطیسی قرار می‌گیرد (به خاطر داشته باشید که در واقع به سمت قطب مغناطیسی جنوب). زاویهٔ میان عقربه و شمال جغرافیایی میل میدان است. شیب‌سنج آهنربای مشابهی است که می‌تواند آزادانه حول محوری افقی بچرخد. وقتی صفحهٔ قائم چرخش آن در راستای قطب‌نما قرار گیرد، زاویهٔ میان عقربهٔ دستگاه و افق، شیب میدان است.

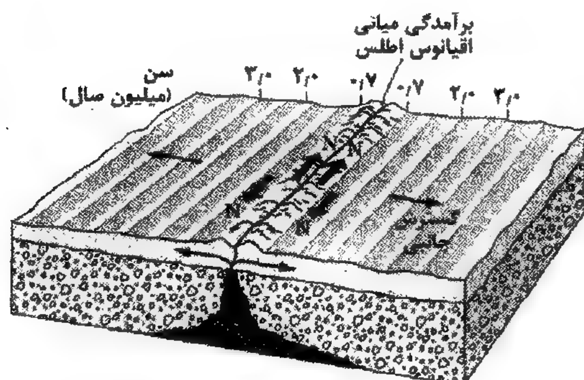
در هر نقطه از سطح زمین، میدان مغناطیسی اندازه‌گیری شده ممکن است به طور قابل ملاحظه‌ای از نظر بزرگی و جهت نسبت به میدان دو قطبی آرمانی شکل ۲۸–۸ متفاوت باشد. در واقع، نقطه‌ای که در آن میدان واقعاً عمود بر سطح زمین و به سمت داخل است، در قطب شمال ژئومغناطیس در گرینلند که مورد انتظار ماست قرار ندارد، بلکه این نقطه که آن را *قطب شمال شیب* می‌نامند در جزیرهٔ ملکه الیزابت در کانادای شمالی و دور از گرینلند واقع است.



شکل ۲۸–۸ میدان مغناطیسی زمین به صورت یک دو قطبی مغناطیسی نمایش داده شده است. محور دو قطبی MM با محور چرخشی زمین RR زاویهٔ $11/5°$ می‌سازد. قطب جنوب این دو قطبی در نیمکرهٔ شمالی زمین قرار دارد.

علاوه بر این، میدان مشاهده شده در هر مکانی روی سطح زمین با مقدارهای قابل اندازه‌گیری در دوره‌های چند ساله و مقدارهای قابل ملاحظه مثلاً در طول صدها سال، نسبت به زمان تغییر می‌کند. برای مثال میان سالهای ۱۵۸۰/۹۵۹ و ۱۸۲۰/۱۲۹۹ راستایی که به وسیلهٔ قطب‌نما در لندن نشان داده شده به اندازهٔ ۳۵° تغییر کرده است.

به رغم این تغییرات محلی، متوسط میدان دو قطبی در دوره‌های زمانی کوتاه تنها کمی تغییر می‌کند. تغییرات در دوره‌های طولانی‌تر را می‌توان با اندازه‌گیری خاصیت مغناطیسی ضعیف کف اقیانوس اطلس در دو طرف برآمدگی میانی اقیانوس (شکل ۲۸–۹) مطالعه کرد. این کف به وسیلهٔ مواد



شکل ۲۸–۹ نیمرخ مغناطیسی کف دریا در دو طرف برآمدگی اقیانوس اطلس میانی. کف دریا از برآمدگی بیرون می‌آید و به صورت قسمتی از یک سامانهٔ رانشی زمین گسترش می‌یابد و گذشتهٔ تاریخ مغناطیسی هستهٔ زمین را به نمایش می‌گذارد. جهت میدان مغناطیسی ایجاد شده به وسیلهٔ هسته تقریباً هر چند میلیون سال معکوس می‌شود.

مغناطیسی مذاب که در برآمدگی از قسمت داخلی زمین نشت کرده و با آهنگ چند سانتی‌متر در سال (به وسیلهٔ رانش صفحه‌های زمین ساختی) بیرون آمده و سفت گردیده تشکیل شده است. مواد مذاب موقع سفت شدن به طور ضعیفی مغناطیده شده‌اند، در آن موقع میدان مغناطیسی آن در جهت میدان مغناطیسی زمین بوده است. مطالعهٔ مواد مذاب سفت شده در سرتاسر کف اقیانوس مشخص می‌کند که *قطبیت* زمین (جهت قطب شمال و قطب جنوب) تقریباً هر چند میلیون سال معکوس شده است. دلیل این معکوس شدن هنوز مشخص نیست. در واقع ساز و کاری که میدان مغناطیسی زمین را ایجاد می‌کند فقط به طور مبهمی شناخته شده است.

۲۸-۷ مغناطیس و الکترونها

مواد مغناطیسی، از سنگ آهنربا گرفته تا نوارهای ویدیویی به‌خاطر الکترونهایی که در آنها وجود دارد، مغناطیسی‌اند. قبلاً روشی را دیدیم که الکترونها میدان مغناطیسی ایجاد می‌کنند، آنها از یک سیم به صورت جریان الکتریکی عبور می‌کنند و حرکت آنها، در دور سیم یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند. دو روش دیگر نیز وجود دارد، که هر کدام به یک دو قطبی مغناطیسی مربوط است که در فضای اطراف خود یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند. اما، توضیح آنها به فیزیک کوانتومی نیاز دارد که خارج از فیزیک ارائه شده در این کتاب است. بنابراین، در اینجا فقط نتیجهٔ آنها را مطرح می‌کنیم.

گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی

هر الکترون به طور ذاتی دارای اندازه حرکت زاویه‌ای است که آن را **اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی** (یا فقط **اسپین**) $\vec{S}$ می‌نامند؛ وابسته به این اسپین یک **گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی** $\vec{\mu}_s$ ذاتی وجود دارد. (منظور از ذاتی این است که $\vec{S}$ و $\vec{\mu}_s$ مشخصه‌های پایه‌ای الکترون هستند؛ مثل جرم و بار الکتریکی.) $\vec{S}$ و $\vec{\mu}_s$ با رابطهٔ زیر به هم مربوطاند

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m}\vec{S} \qquad (۲۸-۲۲)$$

که در آن e بار بنیادی $(1/60\times10^{-19}C)$ و m جرم الکترون $(9/11\times10^{-31}kg)$ است. علامت منفی بدان معناست که جهتهای $\vec{\mu}_s$ و $\vec{S}$ مخالف یکدیگر است.

اسپین $\vec{S}$ از دو نظر کاملاً با اندازه حرکت زاویه‌ای فصل ۱۱، متفاوت است:

۱- خود اسپین $\vec{S}$ را نمی‌توان اندازه گرفت. ولی، فقط مؤلفهٔ آن را در راستای هر محوری می‌توان اندازه‌گیری کرد.

۲- مؤلفهٔ اندازه‌گیری شدهٔ $\vec{S}$ *کوانتیده* است که به طور کلی به این معناست که محدود به مقدارهای معینی است. مؤلفهٔ اندازه‌گیری شدهٔ $\vec{S}$ می‌تواند فقط دو مقدار داشته باشد که تنها از نظر علامت متفاوت‌اند.

حال فرض می‌کنیم که مؤلفهٔ اسپین $\vec{S}$ در راستای محور z دستگاه مختصات اندازه‌گیری شده باشد. آنگاه، مؤلفهٔ اندازه‌گیری شدهٔ S_z می‌تواند فقط دو مقدار زیر را داشته باشد

$$S_z = m_s \frac{h}{2\pi} \quad \text{،} \quad m_s = \pm\frac{1}{2} \text{ به ازای } \qquad (۲۸-۲۳)$$

که در آن m_s *عدد کوانتومی مغناطیسی اسپینی* است و $h(=6/63\times10^{-34}J.s)$ ثابت پلانک است، ثابتی که در فیزیک کوانتومی فراگیراست. علامتهای مثبت و منفی در معادلهٔ ۲۸-۲۳ جهت S_z در راستای z را نشان می‌دهند. وقتی S_z موازی محور z باشد، m برابر $+\frac{1}{2}$ است و می‌گویند الکترون *اسپین بالا* دارد. وقتی S_z پاد موازی با محور Z باشد، m برابر $-\frac{1}{2}$ است و می‌گویند الکترون *اسپین پایین* دارد.

گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی $\vec{\mu}_s$ الکترون را نیز نمی‌توان اندازه‌گیری کرد: فقط مؤلفهٔ آن را می‌توان در راستای هر محوری اندازه گرفت و این مؤلفه نیز کوانتیده است و دو مقدار ممکن با بزرگی یکسان ولی علامت متفاوت دارد. می‌توانیم مؤلفهٔ $\mu_{s,z}$ اندازه‌گیری شده در راستای محور z را با بازنویسی معادلهٔ ۲۸-۲۲ به شکل مؤلفه‌ای برای محور z با رابطهٔ زیر بنویسیم

$$\mu_{s,z} = -\frac{e}{m}S_z$$

با قراردادن S_z از معادلهٔ ۲۸-۲۳، داریم

$$\mu_{s,z} = \pm\frac{eh}{4\pi m} \qquad (۲۸-۲۴)$$

که علامت مثبت و منفی برای وقتی است که $\mu_{s,z}$ به ترتیب موازی و پاد موازی با محور z باشد.

کمیت سمت راست معادلهٔ ۲۸-۲۴، *مگنتون بور* μ_B نامیده می‌شود

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = 9/28\times10^{-24}\,J/T \quad \text{(مگنتون بور)} \qquad (۲۸-۲۵)$$

گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی اسپینی الکترونها و سایر ذره‌های بنیادی را می‌توان برحسب μ_B بیان کرد. برای الکترون، بزرگی مؤلفهٔ z اندازه‌گیری شدهٔ μ_s برابر است با

$$|\mu_{s,z}| = 1\mu_B \qquad (۲۸-۲۶)$$

(فیزیک کوانتومی الکترون که *الکترودینامیک کوانتومی* یا QED نامیده می‌شود حاکی از آن است که $\mu_{s,z}$ در واقع کمی بیشتر از $1\,\mu_B$ است، اما از این واقعیت چشمپوشی می‌کنیم.)

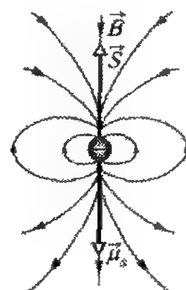
وقتی الکترون در یک میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$ قرار گیرد، می‌توان انرژی پتانسیلی مثل U وابسته به سمتگیری دو قطبی مغناطیسی اسپینی الکترون $\vec{\mu}_s$ به آن نسبت داد، درست مانند انرژی پتانسیلی که می‌توان به سمتگیری گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ یک حلقهٔ جریان واقع در $\vec{B}_{ext}$ به آن نسبت داد. از معادلهٔ ۲۴-۳۸، انرژی پتانسیل الکترون برابر است با

$$U = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_{ext} = -\mu_{s,z} B_{ext} \quad (۲۸-۲۷)$$

که محور z در جهت B_{ext} انتخاب شده است.

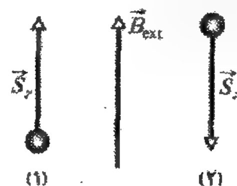
اگر فرض کنیم الکترون یک کرهٔ میکروسکوپی است (که چنین نیست) می‌توانیم اسپین $\vec{S}$ ، گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی $\vec{\mu}_s$ و میدان دو قطبی مغناطیسی وابسته به آن را مطابق شکل ۲۸-۱۰ نشان دهیم. اگر چه در اینجا واژهٔ «اسپین» را به کار می‌بریم، ولی الکترون مانند فرفره چرخش نمی‌کند، آن وقت، چطور چیزی بدون اینکه واقعاً بچرخد، اندازه حرکت زاویه‌ای دارد؟ باز هم فیزیک کوانتومی به این مسئله پاسخ می‌دهد.

پروتونها و نوترونها نیز اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی به نام اسپین و یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی ذاتی دارند. برای پروتون این دو بردار یک جهت دارند و برای نوترون آنها متقابل‌اند. ماسهم این گشتاورهای دو قطبی را در میدان مغناطیسی اتم در نظر نمی‌گیریم چون اثر آنها هزاران مرتبه کمتر از اثر الکترون است.



شکل ۲۸-۱۰ اسپین $\vec{S}$ ، گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی $\vec{\mu}_s$ ، و میدان مغناطیسی $\vec{B}$ الکترون به صورت یک کرهٔ میکروسکوپی نشان داده شده است.

نکتهٔ وارسی ۴ شکل زیر سمتگیری اسپین دو ذره را در میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$ نشان می‌دهد. (الف) اگر ذره‌ها الکترون باشند، کدام سمتگیری اسپین در انرژی پتانسیل پایینتری است؟ (ب) اگر ذره‌ها پروتون باشند، کدام سمتگیری در انرژی پتانسیل پایینتری است؟



گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری

وقتی الکترون را در اتم در نظر بگیریم، الکترون دارای یک اندازه حرکت زاویه‌ای اضافی است که آن را **اندازه حرکت زاویه‌ای مداری** $\vec{L}_{orb}$ می‌نامند. وابسته به $\vec{L}_{orb}$ یک **گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری** $\vec{\mu}_{orb}$ وجود دارد؛ این دو با رابطهٔ زیر به هم مربوط‌اند

$$\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{۲m}\vec{L}_{orb} \quad (۲۸-۲۸)$$

علامت منفی به این معنی است که $\vec{\mu}_{orb}$ و $\vec{L}_{orb}$ در جهتهای مخالف‌اند.

اندازه حرکت زاویه‌ای مداری $\vec{L}_{orb}$ را نمی‌توان اندازه گرفت؛ فقط مؤلفه آن را در راستای یک محور می‌توان اندازه‌گیری کرد و این مؤلفه کوانتیده است. این مؤلفه‌ها مثلاً در راستای محور z فقط می‌توانند مقداری را که با رابطهٔ زیر داده می‌شود، داشته باشند

$$L_{orb,z} = m_l \frac{h}{۲\pi} \quad m_l = ۰, \pm۱, \pm۲, \ldots \pm (\text{مقدار حدی}) \quad (۲۸-۲۹)$$

که در آن m_l *عدد کوانتومی مغناطیسی مداری* است و «مقدار حدی» بیانگر بزرگترین عدد صحیح مجاز برای m_l است. علامتها در معادلهٔ ۲۸-۲۹ به جهت $L_{orb,z}$ در راستای محور z بستگی دارند.

گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری $\vec{\mu}_{orb,z}$ الکترون را نیز نمی‌توان اندازه گرفت؛ فقط مؤلفه آن را می‌توان اندازه‌گیری کرد و این مؤلفه نیز کوانتیده است. با نوشتن معادلهٔ ۲۸-۲۸ به شکل مؤلفه‌ای در راستای محور z و سپس قرار دادن $L_{orb,z}$ از معادلهٔ ۲۸-۲۹ ، می‌توانیم مؤلفهٔ z **گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری**، $\vec{\mu}_{orb,z}$ ، را با رابطهٔ زیر بنویسیم

$$\mu_{orb,z} = -m_l \frac{eh}{۴\pi m} \quad (۲۸-۳۰)$$

و برحسب مگنتون بور عبارت است از

$$\mu_{orb,z} = -m_l \mu_B \quad (۲۸-۳۱)$$

وقتی اتم در میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$ قرار گیرد، می‌توان به سمتگیری گشتاور دوقطبی مغناطیسی مداری هر الکترون در اتم، انرژی پتانسیل U را وابسته کرد که مقدار آن برابر است با

$$U = -\vec{\mu}_{orb} \cdot \vec{B}_{ext} = -\mu_{orb,z} B_{ext} \quad (۲۸-۳۲)$$

که در آن محور z در جهت $\vec{B}_{ext}$ درنظر گرفته شده است.

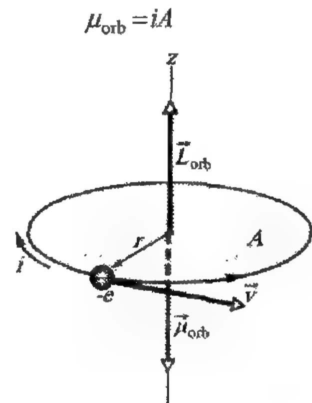
اگر چه ما واژه‌های «مدار» و «مداری» را در اینجا به کار بردیم اما الکترون حرکت مداری دور هسته، مانند حرکت مداری سیاره‌ها به دور خورشید ندارد. پس چگونه است. که الکترون که حرکت مداری با مفهوم معمول آن را ندارد، می‌تواند اندازه حرکت زاویه‌ای مداری داشته باشد؟ یکبار دیگر برای پاسخ به فیزیک کوانتومی نیاز است.

مدل حلقه‌ای برای مدارهای الکترون

معادلهٔ ۲۸-۲۸ را می‌توان به صورت غیرکوانتومی نیز به دست آورد. به این صورت که فرض می‌کنیم الکترونی در امتداد یک مسیر دایره‌ای با شعاعی خیلی بزرگتر از شعاع اتم حرکت می‌کند (به همین دلیل نام «مدل حلقه‌ای» به کار رفته است.) البته، این رابطه مربوط به الکترون در داخل اتم نیست (که در این صورت به فیزیک کوانتومی نیاز است).

فرض می‌کنیم الکترونی با تندی ثابت v در مسیر دایره‌ای به شعاع r مطابق شکل ۲۸-۱۱ به صورت پادساعتگرد حرکت کند. حرکت الکترون با بار منفی معادل با جریان قراردادی i است (مربوطه به بار مثبت) که ساعتگرد است و در شکل ۲۸-۱۱ نیز نشان داده شده است. بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری این *حلقهٔ جریان* از معادلهٔ ۲۴-۳۵ به ازای $N = 1$ به دست می‌آید

$$\mu_{\text{orb}} = iA \qquad (۲۸\text{-}۳۳)$$



شکل ۲۸-۱۱ الکترونی با تندی ثابت v در مسیری دایره‌ای به شعاع r که مساحت A را دربردارد، حرکت می‌کند. الکترون دارای اندازه حرکت زاویه‌ای مداری $\vec{L}_{\text{orb}}$ و گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ وابسته به آن است. جریان ساعتگرد i (مربوط به بارهای مثبت) معادل چرخش پاد ساعتگرد الکترونها با بار منفی است.

که در آن A مساحتی است که توسط حلقه در برگرفته شده است. جهت این گشتاور دو قطبی مغناطیسی از قاعدهٔ دست راست شکل ۲۵-۱۲ تعیین می‌شود که در شکل ۲۸-۱۱ به سمت پایین است.

برای ارزیابی معادلهٔ ۲۸-۳۳، جریان i مورد نیاز است. به طور کلی، جریان عبارت است از آهنگی که بار از نقطه‌ای در مدار می‌گذرد. در اینجا برای بار به بزرگی e زمان $T = 2\pi r/v$ طول می‌کشد تا از یک نقطه روی دایره حرکت کند و به همان نقطه برگردد. بنابراین،

$$i = \frac{\text{بار الکتریکی}}{\text{زمان}} = \frac{e}{2\pi r/v} \qquad (۲۸\text{-}۳۴)$$

با قراردادن این مقدار و مساحت $A = \pi r^2$ حلقه در معادلهٔ ۲۸-۳۳، رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$\mu_{orb} = \frac{e}{2\pi r/v}\pi r^2 = \frac{evr}{2} \qquad (۲۸\text{-}۳۵)$$

برای به دست آوردن عبارتی برای اندازه حرکت زاویه‌ای مداری $\vec{L}_{\text{orb}}$ الکترون، معادلهٔ ۱۱-۱۸، $\vec{l} = m(\vec{r} \times \vec{v})$ را به کار می‌بریم. چون $\vec{r}$ و $\vec{v}$ بر هم عمودند، $\vec{L}_{\text{orb}}$ دارای بزرگی زیر است

$$L_{\text{orb}} = mrv\sin 90^\circ = mrv \qquad (۲۸\text{-}۳۶)$$

در شکل ۲۸-۱۱، جهت $\vec{L}_{\text{orb}}$ به سمت بالاست (به شکل ۱۱-۱۲ نگاه کنید). با ترکیب معادله‌های ۲۸-۳۵ و ۲۸-۳۶، برای تعمیم فرمولبندی برداری و نشان دادن جهتهای مخالف بردارها با علامت منها داریم

$$\vec{\mu}_{\text{orb}} = -\frac{e}{2m}\vec{L}_{\text{orb}},$$

که همان معادلهٔ ۲۸-۲۸ است. به این ترتیب، با تحلیل «کلاسیکی» (غیر کوانتومی) همان نتیجه‌ای که به وسیلهٔ فیزیک کوانتومی، هم برای بزرگی و هم برای جهت به دست می‌آید حاصل می‌شود. ممکن است تعجب کنید که با وجودی که رابطهٔ حاصل نتیجهٔ درستی برای الکترون داخل اتم به دست می‌دهد چرا رابطهٔ حاصل برای این وضعیت معتبر نیست. پاسخ این است که با این روش استدلال نتیجه‌های دیگری نیز به دست می‌آید که با نتیجهٔ تجربی متناقض است.

مدل حلقه‌ای در میدان غیریکنواخت

به بررسی مدار الکترون به صورت یک حلقهٔ جریان، همان‌طور که در شکل ۲۸-۱۱ انجام داریم، ادامه می‌دهیم. ولی، اکنون حلقه‌ای را مطابق شکل ۲۸-۱۲ الف در میدان مغناطیسی غیر یکنواخت $\vec{B}_{\text{ext}}$ در نظر می‌گیریم. این میدان می‌تواند میدان واگرای نزدیک قطب شمال آهنربا در شکل ۲۸-۴ باشد. این تغییر را انجام می‌دهیم تا برای چند بخش آینده که در آنها نیروهایی را مورد بحث قرار می‌دهیم که به مواد مغناطیسی واقع در میدان مغناطیسی غیر یکنواخت وارد می‌شوند آماده باشیم. این نیروها را با فرض اینکه مدارهای الکتریکی در مواد حلقه‌های جریان کوچکی مانند شکل ۲۸-۱۲ الف هستند مورد بحث قرار می‌دهیم.

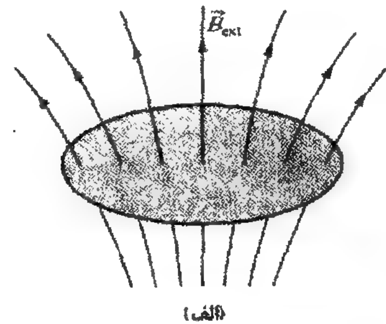
در اینجا فرض می‌کنیم که بردارهای میدان مغناطیسی دور مسیر دایره‌ای الکترون همگی بزرگی یکسانی دارند و مطابق شکل ۲۸-۱۲ ب و ت زاویهٔ یکسانی با راستای قائم می‌سازند. همچنین، فرض می‌کنیم که تمام الکترونها در اتم یا پادساعتگرد (شکل ۲۸-۱۲ ب) یا ساعتگرد (شکل ۲۸-۱۲ ت) حرکت می‌کنند. جریان قراردادی i دور حلقه و گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}_{\text{orb}}$ ایجاد شده به وسیلهٔ i، برای هریک از جهتهای حرکت نشان داده شده‌اند.

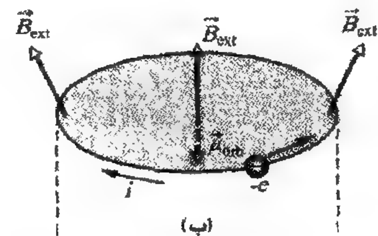
شکلهای ۲۸-۱۲ پ و ث وقتی از صفحهٔ مدار نگاه کنیم، دید از دو سر قطر یک عنصر $d\vec{L}$ از حلقه را که با جهت i یکسان است نشان می‌دهند. همچنین، میدان $\vec{B}_{\text{ext}}$ و نیروی مغناطیسی حاصل $d\vec{F}$ روی $d\vec{L}$ نشان داده شده‌اند. یادآوری می‌شود که جریان در طول عنصر $d\vec{L}$ در یک میدان مغناطیسی $\vec{B}_{\text{ext}}$ تحت تأثیر نیروی مغناطیسی $d\vec{F}$ قرار می‌گیرد که با رابطهٔ ۲۴-۲۸ داده می‌شود

$$d\vec{F} = i\,d\vec{L} \times \vec{B}_{\text{ext}} \qquad (۲۸\text{-}۳۷)$$

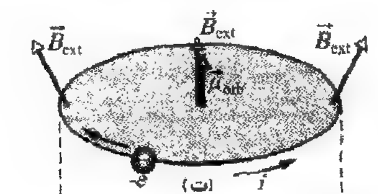
در سمت چپ شکل ۲۸-۱۲ پ، معادلهٔ ۲۸-۳۷ حاکی از آن است که $d\vec{F}$ به طرف بالا و به سمت راست است. در سمت راست، نیروی $d\vec{F}$ درست به همان بزرگی به طرف بالا ولی به سمت چپ است. چون زاویهٔ آنها با راستای قائم یکسان است، مؤلفه‌های افقی این نیروها یکدیگر را خنثی و مؤلفه‌های قائم با

هم جمع می‌شوند. این امر برای هر دو نقطه متقارن روی حلقه برقرار است. بنابراین، نیروی خالص وارد بر حلقه در شکل ۲۸-۱۲ ب باید به طرف بالا باشد. استدلال مشابهی به یک نیروی خالص روی حلقه به طرف پایین در شکل ۲۸-۱۲ ت منجر می‌شود. به زودی، وقتی که رفتار مواد مغناطیسی در میدانهای مغناطیسی غیر یکنواخت را بررسی می‌کنیم، این دو نتیجه را به کار خواهیم برد.











شکل ۲۸-۱۲ (الف) مدل حلقه‌ای برای حرکت مداری الکترون در اتمی که در یک میدان مغناطیسی غیریکنواخت $\vec{B}_{ext}$ قرار دارد. (ب) بار الکتریکی $-e$ به صورت پادساعتگرد حرکت می‌کند؛ جریان قراردادی i وابسته ساعتگرد است. (پ) نیروهای مغناطیسی $d\vec{F}$ وقتی که از صفحهٔ حلقه نگاه کنیم به طرف چپ و راست حلقه وارد می‌شوند. نیروی خالص وارد بر حلقه به سمت بالاست. (ت) حال بار $-e$ به صورت ساعتگرد حرکت می‌کند. (ث) اکنون نیروی خالص وارد بر حلقه به سمت پایین است.

۲۸-۸ مواد مغناطیسی

هر الکترون در اتم دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری و گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی است که به صورت برداری با هم ترکیب می‌شوند. برایند این دو بردار با برایندهای مشابه مربوط به الکترونهای دیگر درون اتم و برایند مربوط به هر اتم با برایند اتمهای دیگر در مادهٔ نمونه ترکیب می‌شوند. اگر ترکیب همهٔ این گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی یک میدان مغناطیسی ایجاد کند، آن وقت ماده مغناطیسی است. سه نوع کلی مادهٔ مغناطیسی وجود دارد: دیامغناطیس، پارامغناطیس و فروّ مغناطیس.

۱- **دیامغناطیس** خاصیت دیامغناطیسی در همهٔ مواد معمولی وجود دارد، اما آنقدر ضعیف است که وقتی ماده‌ای خاصیت مغناطیسی از یکی از دو نوع دیگر را داشته باشد این خاصیت پنهان می‌ماند. در دیامغناطیس، وقتی ماده در میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$ قرار گیرد، گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی ضعیفی در اتمهای ماده ایجاد می‌شود؛ ترکیب همهٔ این گشتاورهای دو قطبی القایی باعث می‌شود که تمام ماده میدان مغناطیسی خالص ضعیفی داشته باشد. وقتی $\vec{B}_{ext}$ قطع شود، گشتاورهای دو قطبی و در نتیجه میدان خالص آنها از بین می‌روند. اصطلاح *مادهٔ دیامغناطیس* معمولاً به ماده‌ای اشاره دارد که فقط خاصیت دیامغناطیسی از خود نشان می‌دهد.

۲- **پارامغناطیس** این خاصیت در موادی شامل عنصرهای واسطه، عنصرهای خاکی نادر و عنصرهای اکتینیدی (پیوست ج را نگاه کنید) وجود دارد. هر اتم چنین ماده‌ای دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص دائمی است، اما گشتاورها به صورت کاتوره‌ای در ماده سمتگیری می‌کنند و ماده در کل میدان مغناطیسی خالص ندارد. با این وجود، میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$ می‌تواند به طور جزئی گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی اتمها را همردیف کند و در نتیجه در ماده یک میدان مغناطیسی خالص به وجود آورد. همردیفی و بنابراین، میدان آن وقتی $\vec{B}_{ext}$ قطع شود، از بین می‌رود. اصطلاح *مادهٔ پارامغناطیسی* به موادی اشاره دارد که عمدتاً خاصیت پارامغناطیسی را نشان می‌دهند.

۳- **فرومغناطیس** این خاصیت در آهن، نیکل و برخی عنصرهای ویژهٔ دیگر (و ترکیب و آلیاژ این عنصرها) وجود دارد. بعضی از الکترونهای این مواد گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی برایند ردیف شده دارند و در آنها ناحیه‌هایی با گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی قوی به وجود می‌آیند. به این ترتیب، یک میدان خارجی $\vec{B}_{ext}$ می‌تواند گشتاورهای دو قطبی این ناحیه‌ها را ردیف کند و در کل یک میدان مغناطیسی قوی برای ماده به وجود آورد؛ وقتی $\vec{B}_{ext}$ قطع شود میدان به

طور جزئی باقی می‌ماند. ما معمولاً اصطلاح *مادهٔ فرو مغناطیسی* و مادهٔ مغناطیسی را به کار می‌بریم تا به موادی اشاره کنیم که اساساً فرو مغناطیس هستند.

سه بخش بعدی مربوط به شناخت این سه نوع مغناطیس است.

۲۸-۹ دیامغناطیس

هنوز هم نمی‌توانیم توصیف فیزیک کوانتومی دیامغناطیسی را مورد بحث قرار دهیم، اما می‌توانیم با مدل حلقه‌ای شکلهای ۲۸-۱۱ و ۲۸-۱۲ توصیفی کلاسیکی از آن ارائه دهیم. برای شروع، فرض می‌کنیم که در یک اتم از مادهٔ دیامغناطیسی هر الکترون می‌تواند مطابق شکل ۲۸-۱۲ ت یا شکل ۲۸-۱۲ ب به ترتیب حرکت ساعتگرد یا پادساعتگرد داشته باشد. برای اینکه فقدان خاصیت مغناطیسی را در نبود میدان خارجی $\vec{B}_{ext}$ توضیح دهیم، فرض می‌کنیم که اتم فاقد گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص است. این فرض بیانگر این است که پیش از اعمال $\vec{B}_{ext}$، هر تعداد الکترون که در یک جهت حرکت مداری دارند همان تعداد در جهت دیگر حرکت مداری دارند و در نتیجه گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص به طرف بالای اتم با گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص به طرف پایین اتم برابر است.

اکنون فرض می‌کنیم میدان غیر یکنواخت $\vec{B}_{ext}$ شکل ۲۸-۱۲ الف را برقرار کنیم که در آن $\vec{B}_{ext}$ به سمت بالا اما واگراست (خطهای میدان مغناطیسی واگرا هستند). این کار را می‌توان با افزایش جریان در آهنربای الکتریکی یا با نزدیک‌کردن قطب شمال آهنربای میله‌ای از زیر به مدارها انجام داد. وقتی بزرگی $\vec{B}_{ext}$ از صفر به بیشینهٔ نهایی‌اش که مقداری پایاست، افزایش یابد بنابر قانون فارادی و قانون لنز یک میدان الکتریکی ساعتگرد دور حلقهٔ مداری هر الکترون القا می‌شود. حال ببینیم که چطور این میدان الکتریکی القا شده روی حرکت مداری الکترونها در شکلهای ۲۸-۱۲ ب و ت اثر می‌گذارد.

در شکل ۲۸-۱۲ ب، الکترون پادساعتگرد توسط میدان الکتریکی ساعتگرد شتاب می‌گیرد. در نتیجه، وقتی میدان مغناطیسی $\vec{B}_{ext}$ تا مقدار بیشینه‌اش افزایش می‌یابد، تندی الکترون تا مقدار بیشینه‌ای زیاد می‌شود. این بدان معناست که جریان قراردادی وابستهٔ i و گشتاور دو قطبی مغناطیسی به طرف پایین $\vec{\mu}$ که از این جریان i ناشی می‌شوند نیز *افزایش* می‌یابند.

در شکل ۲۸-۱۲ ت، حرکت الکترون ساعتگرد به وسیلهٔ میدان الکتریکی ساعتگرد کند می‌شود. در نتیجه، در اینجا تندی الکترون، جریان وابستهٔ i، و گشتاور دو قطبی مغناطیسی رو به بالای $\vec{\mu}$ که ناشی از i است، همگی *کاهش* می‌یابند. با برقراری میدان $\vec{B}_{ext}$، به اتم یک گشتاور دو قطبی خالص داده می‌شود که به سمت بالاست. اگر میدان مغناطیسی یکنواخت هم باشد همین عمل اتفاق می‌افتد.

غیریکنواختی میدان $\vec{B}_{ext}$ نیز روی اتم اثر دارد. چون جریان i در شکل ۲۸-۱۲ ب افزایش می‌یابد، نیروهای مغناطیسی به طرف بالای $d\vec{F}$ در شکل ۲۸-۱۲ پ و در نتیجه نیروی به طرف بالای خالص روی حلقه جریان نیز افزایش می‌یابد. چون جریان i در شکل ۲۸-۱۲ ت کاهش می‌یابد، نیروهای مغناطیسی به طرف پایین $d\vec{F}$ در شکل ۲۸-۱۲ ث و در نتیجه نیروی به طرف پایین روی حلقهٔ جریان نیز کاهش می‌یابد. بنابراین، با برقراری میدان *غیر یکنواخت* $\vec{B}_{ext}$، یک نیروی خالص به اتم وارد می‌شود؛ علاوه بر این، جهت این نیرو در جهت *دور شدن* از ناحیهٔ میدان مغناطیسی قویتر است.

با آنکه بحث در مورد مدارهای الکترونی فرضی (حلقهٔ جریان) بود، اما به نتیجه‌ای دست یافتیم که دقیقاً برای مادهٔ دیامغناطیسی رخ می‌دهد: اگر میدان مغناطیسی شکل ۲۸-۱۲ را برقرار کنیم، در ماده یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی به طرف پایین ظاهر می‌شود و یک نیروی به طرف بالا برآن اثر می‌کند. وقتی میدان برداشته شود، هم گشتاور دو قطبی و هم نیرو از بین می‌روند. نیازی نیست میدان خارجی به صورتی که در شکل ۲۸-۱۲ نشان داده است باشد؛ می‌توان بحث مشابهی را برای سمتگیریهایی دیگر $\vec{B}_{ext}$ انجام داد. به طور کلی:

> در مادهٔ دیا مغناطیسی که در میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$ واقع شده باشد، یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی در خلاف $\vec{B}_{ext}$ برقرار می‌شود. اگر میدان غیریکنواخت باشد، مادهٔ *دیامغناطیسی* از ناحیهٔ میدان مغناطیسی قویتر به *طرف* ناحیهٔ میدان مغناطیسی ضعیفتر رانده می‌شود.

قورباغه در شکل ۲۸-۱۳ دیامغناطیس است (همانند هر حیوان دیگری). وقتی قورباغه در میدان مغناطیسی واگرای نزدیک یک سر سیملولهٔ قائم حامل جریان قرار گیرد، هر اتم بدن قورباغه به طرف بالا رانده می‌شود و از ناحیهٔ با میدان



شکل ۲۸-۱۳ نمای از بالای یک قورباغه که در میدان مغناطیسی ایجاد شده به وسیلهٔ جریان در یک سیملوله قائم در زیر قورباغه به صورت معلق بالا آمده است. (قورباغه ناراحت نیست، احساس او مانند شناور بودن در آب است که قورباغه‌ها خیلی هم دوست دارند.)

مغناطیسی قویتر در آن سر سیملوله دور می‌شود. قورباغه به طرف میدان ضعیفتر و ضعیفتر به طرف بالا حرکت می‌کند تا جایی که میدان مغناطیسی به طرف بالا با نیروی گرانش وارد بر آن برابر شود، و قورباغه در هوا معلق بماند. اگر سیملوله‌ای بسازیم که به اندازهٔ کافی بزرگ باشد، می‌توان به همین ترتیب شخصی را به خاطر خاصیت دیامغناطیسی داشتن در هوا معلق نگه داشت.

✔ *نکتهٔ وارسی ۵* شکل دو کرهٔ دیامغناطیسی را که در نزدیکی قطب جنوب یک آهنربای میله‌ای واقع‌اند نشان می‌دهد. آیا (الف) نیروهای مغناطیسی وارد بر کره‌ها، و (ب) گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی کره‌ها به طرف آهنربای میله‌ای هستند یا از آن دور می‌شوند؟ (پ) آیا نیروی وارد بر کرهٔ ۱ بزرگتر از نیروی وارد بر کرهٔ ۲ است یا کوچکتر، یا با آن مساوی است؟



۲۸-۱۰ پارامغناطیس

در مواد پارامغناطیسی، اسپین و گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی مداری الکترونها در هر اتم یکدیگر را خنثی نمی‌کنند بلکه به‌طور برداری جمع می‌شوند و برای اتم یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص (و دائمی) $\vec{\mu}$ حاصل می‌شود. در نبود میدان مغناطیسی خارجی، این گشتاورهای دو قطبی اتمی به صورت کاتوره‌ای سمتگیری می‌کنند، و گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص ماده صفر است. ولی، اگر نمونه‌ای از ماده در میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$ قرار گیرد، گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی با میدان همردیف می‌شوند، که در نتیجهٔ آن به نمونه یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص داده می‌شود. این همردیفی با میدان خارجی مخالف آن چیزی است که در مواد دیامغناطیس دیدیم.

☞ وقتی مادهٔ پارامغناطیسی در میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$ قرار گیرد، یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی در جهت $\vec{B}_{ext}$ به وجود می‌آید. اگر میدان غیر یکنواخت باشد، مادهٔ *پارامغناطیسی* از ناحیهٔ میدان ضعیفتر به سمت ناحیهٔ میدان قویتر جذب می‌شود.

یک نمونهٔ پارامغناطیسی با N اتم، وقتی همردیفی دوقطبیهای اتمی آن کامل باشد، دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی با بزرگی $N\mu$ خواهد بود. ولی، برخوردهای کاتوره‌ای اتمها بر اثر آشفتگی گرمایی، انرژی را بین آنها منتقل می‌کند، همردیفی آنها مختل می‌شود و بنابراین، گشتاور دو قطبی مغناطیسی نمونه کاهش می‌یابد.

میزان اغتشاش گرمایی می‌توانند با مقایسهٔ دو انرژی اندازه‌گیری شود. یکی، از معادلهٔ ۱۵-۲۴، انرژی جنبشی انتقالی میانگین $K=\left(=\frac{3}{2}kT\right)$ اتم در دمای T است که در آن k ثابت بولتزمن $(1/38\times10^{-23}\,J/K)$ و T برحسب کلوین (نه برحسب درجهٔ سلسیوس) است و دیگری از معادلهٔ ۲۳-۲۸ به دست می‌آید که اختلاف در انرژی $\Delta U_B(=2\mu B_{ext})$ میان همردیفی موازی و پاد موازی گشتاور دو قطبی مغناطیسی اتم با میدان خارجی است. همان‌طور که نشان خواهیم داد، حتی برای دماها و میدانهای با بزرگی معمولی $K \gg \Delta U_B$ است. بنابراین، انتقال انرژی میان اتمها در حین برخورد به طور چشمگیری همردیفی گشتاورهای دو قطبی اتمی را به هم می‌زند و گشتاور دو قطبی مغناطیسی نمونه را به مقداری خیلی کمتر از $N\mu$ می‌رساند.

میزان مغناطیدگی یک نمونهٔ پارامغناطیسی را می‌توان به وسیلهٔ نسبت گشتاور دو قطبی مغناطیسی آن به حجم V نمونه بیان کرد. این کمیت برداری، که گشتاور دو قطبی مغناطیسی بر یکای حجم است، *مغناطش* $\vec{M}$ نمونه نامیده می‌شود و بزرگی آن برابر است با

$$M=\frac{\text{گشتاور مغناطیسی اندازه‌گیری شده}}{V} \qquad (۲۸-۳۸)$$

یکای $\vec{M}$، آمپر-مترمربع بر مترمکعب یا آمپر بر متر (A/m) است. وقتی همردیفی گشتاورهای دو قطبی اتمی کامل باشد آن را حالت *اشباع* نمونه می‌گویند و مربوط به بیشینهٔ مقدار $M_{max}=N\mu/V$ است.

در سال ۱۸۹۵/۱۲۷۴ پیرکوری[1] به طور تجربی کشف کرد که مغناطش یک نمونهٔ پارامغناطیسی با میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$ نسبت مستقیم و با دمای T برحسب کلوین نسبت معکوس دارد؛ یعنی

$$M=C\frac{B_{ext}}{T} \qquad (۲۸-۳۹)$$

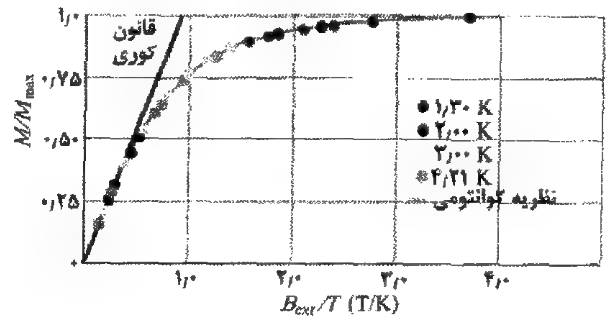


اکسیژن مایع میان وجه‌های دو قطب یک آهنربا معلق است زیرا مایع پارامغناطیسی است و به طور مغناطیسی جذب آهنربا می‌شود.

1. Pierre Curie

معادلهٔ ۲۸-۳۹ به عنوان *قانون کوری* شناخته شده و C *ثابت کوری* نامیده می‌شود. قانون کوری از این نظر منطقی است که افزایش $\vec{B}_{ext}$ گشتاورهای دو قطبی اتمی نمونه را همردیف می‌کند و به این ترتیب M را افزایش می‌دهد، در حالی که افزایش T از طریق اغتشاش گرمایی همردیفی را مختل می‌کند و به این ترتیب باعث کاهش M می‌شود. ولی، این قانون در واقع تقریبی است و فقط وقتی که نسبت B_{ext}/T خیلی بزرگ نیست برقرار است.

شکل ۲۸-۱۴ نسبت M/M_{max} را به صورت تابعی از B_{ext}/T برای نمونه‌ای از نمک پتاسیم کرومیوم سولفات نشان می‌دهد که در آن یونهای کروم مادهٔ پارا مغناطیسی‌اند. این نمودار *منحنی مغناطش* نامیده می‌شود. خط راست مربوط به قانون کوری با داده‌های تجربی در سمت چپ، به ازای B_{ext}/T پایینتر از حدود $۰/۵\,T/K$ همخوانی دارد. منحنی که با همهٔ داده‌ها همخوانی داشته باشد بر پایهٔ فیزیک کوانتومی است. داده‌های سمت راست، نزدیک اشباع، بسیار مشکل به دست می‌آیند چون آنها حتی در دمای خیلی پایین به میدانهای مغناطیسی بسیار قوی نیاز دارند (تقریباً ۱۰۰/۰۰۰ برابر میدان مغناطیسی زمین).



شکل ۲۸-۱۴ منحنی مغناطش برای پتانسیم کروميوم سولفات که یک نمک پارامغناطیسی است. نسبت مغناطش M این نمک به مغناطش بیشینهٔ ممکن M_{max} برحسب نسبت میدان مغناطیسی اعمال شدهٔ B_{ext} بردمای T رسم شده است. قانون کوری با داده‌های سمت چپ منحنی همخوانی دارد؛ فیزیک کوانتومی با همهٔ داده‌ها همخوانی دارد.

✔ ***نکتهٔ وارسی ۶*** شکل زیر دو کرهٔ پارامغناطیسی را نشان می‌دهد که نزدیک قطب جنوب یک آهنربای میله‌ای واقع‌اند. آیا (الف) نیروهای مغناطیسی وارد بر کره‌ها، و (ب) گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی کره‌ها به طرف آهنربای میله‌ای است یا از آن دور می‌شوند؟ (پ) آیا نیروی مغناطیسی وارد بر کرهٔ ۱ بزرگتر از نیروی مغناطیسی وارد بر کرهٔ ۲ است یا کوچکتر یا با آن مساوی است.



مسئلهٔ نمونهٔ ۲۸-۳

یک گاز پارامغناطیسی در دمای اتاق ($T=۳۰۰K$) در میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی به بزرگی $B=۱/۵T$ قرار دارد؛ اتمهای گاز دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\mu=۱/۰\mu_B$ هستند. مطلوب است محاسبهٔ انرژی جنبشی انتقالی میانگین K یک اتم گاز و اختلاف انرژی ΔU_B میان همردیفی موازی و پاد موازی گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی اتمها با میدان خارجی.

نکته‌های کلیدی (۱) انرژی جنبشی انتقالی میانگین K یک اتم در گاز به دمای گاز بستگی دارد. (۲) انرژی پتانسیل U_B دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ در میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}$ بستگی به زاویهٔ میان جهتهای $\vec{\mu}$ و $\vec{B}$ دارد.

محاسبه‌ها: از معادلهٔ ۱۵-۲۴، داریم

$$K=\frac{۳}{۲}kT=\frac{۳}{۲}(۱/۳۸\times۱۰^{-۲۳}J/K)(۳۰۰K)$$
$$=۶/۲\times۱۰^{-۲۱}J=۰/۰۳۹eV \quad \text{(پاسخ)}$$

از معادلهٔ ۲۸-۲۴ ($U_B=-\vec{\mu}\cdot\vec{B}$) می‌توانیم اختلاف ΔU_B بین همردیفی موازی ($\theta=۰°$) و همردیفی پادموازی ($\theta=۱۸۰°$) را به صورت زیر بنویسیم

$$\Delta U_B=-\mu B\cos۱۸۰°-(-\mu B\cos۰°)=۲\mu B$$
$$=۲\mu_B B=۲(۹/۲۷\times۱۰^{-۲۴}J/T)(۱/۵T)$$
$$=۲/۸\times۱۰^{-۲۳}J=۰/۰۰۰۱۷eV \quad \text{(پاسخ)}$$

در اینجا K تقریباً ۲۳۰ برابر ΔU_B است؛ در نتیجه، تبادل انرژی در حین برخورد اتمها با یکدیگر به سادگی می‌توانند به گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی سمتگیری جدیدی بدهد که ممکن است در جهت میدان مغناطیسی خارجی باشد. در این صورت گشتاور دو قطبی مغناطیسی نشان داده شده به وسیلهٔ گاز پارامغناطیسی باید براثر همردیفی جزئی و زودگذر گشتاورهای دو قطبی اتمی باشد.

۲۸-۱۱ فرو مغناطیس

وقتی در گفتگوی روزانه از مغناطیس صحبت می‌کنیم، تقریباً همواره تصویری ذهنی از آهنربای میله‌ای یا آهنربای قرص مانند داریم (احتمالاً آنهایی که به در یخچال می‌چسبانیم). یعنی به یک مادهٔ فرو مغناطیسی که دارای خاصیت مغناطیسی دائمی و قوی است فکر می‌کنیم نه یک مادهٔ دیامغناطیسی یا پارامغناطیسی که دارای خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقتی است.

آهن، کبالت، نیکل، گادولینیم، دیسپروزیم و آلیاژهای شامل این عنصرها، خاصیت فرومغناطیسی را به علت یک اثر فیزیک کوانتومی که ***جفت شدگی تبادلی*** نامیده می‌شود به نمایش می‌گذارند که در این فرایند اسپین الکترونهای یک اتم با اسپین

الکترونهای اتمهای دیگر بر هم کنش می‌کنند. نتیجه این امر، به‌رغم تمایل به کاتوره‌ای بودن برخوردهای اتمی، همردیفی گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی اتمهاست. این همردیفی مداوم همان چیزی است که به مواد فرو مغناطیس، خاصیت مغناطیسی دائمی می‌دهد.

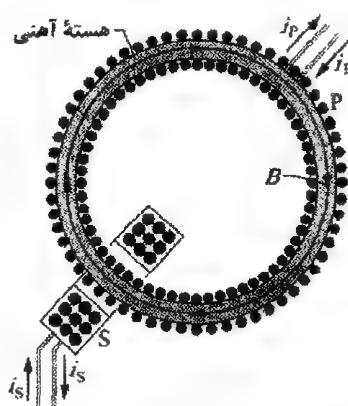
اگر دمای یک مادهٔ فرومغناطیسی از یک مقدار بحرانی معین که *دمای کوری* نامیده می‌شود بیشتر شود، جفت شدگی تبادلی از اثر می‌افتد. در این صورت، بیشتر چنین موادی به سادگی پارامغناطیس می‌شوند؛ یعنی، دو قطبیها باز هم تمایل به همردیف شدن با میدان خارجی دارند، اما خیلی ضعیفتر، و اکنون اغتشاش گرمایی خیلی آسانتر همردیفی را برهم می‌زند. دمای کوری برای آهن $1043K(=770°C)$ است.

مغناطش یک مادهٔ فرومغناطیسی مانند آهن را می‌توان با آرایشی به نام *حلقهٔ رولند* (شکل ۲۸-۱۵) مطالعه کرد. این ماده را به شکل یک هستهٔ چنبره‌ای باریک با سطح مقطع دایره‌ای درمی‌آورند. پیچهٔ اولیهٔ P دارای n دور در یکای طول است که دور هسته پیچیده شده و جریان i_P از آن می‌گذرد (این پیچه اساساً یک سیملولهٔ دراز است که خمیده شده و به شکل دایره درآمده است.) اگر هسته آهنی وجود نداشته باشد، بزرگی میدان مغناطیسی داخل پیچه، از معادلهٔ ۲۴-۲۳ عبارت است از

$$B_0 = \mu_0 i_P n \qquad (۲۸-۴۰)$$

اما، با وجود هستهٔ آهنی، بزرگی میدان مغناطیسی $\vec{B}$ داخل هسته معمولاً به مقدار خیلی زیادی بزرگتر از $\vec{B}_0$ است. بزرگی این میدان را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$B = B_0 + B_M \qquad (۲۸-۴۱)$$

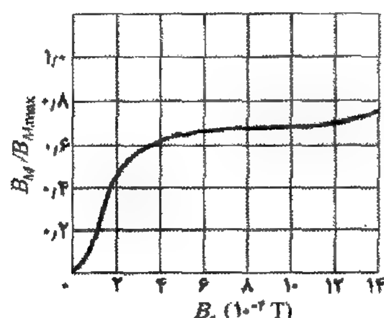


شکل ۲۸-۱۵ حلقهٔ رولند. جریان i_P از پیچهٔ اولیهٔ P می‌گذرد که هستهٔ آن مادهٔ فرومغناطیس مورد مطالعه (اینجا آهن) است، هسته به وسیلهٔ جریان i_P که از پیچهٔ P می‌گذرد مغناطیده می‌شود. (دورهای پیچه با نقطه نشان داده شده‌اند.) میزان مغناطیدگی هسته، میدان مغناطیسی کل $\vec{B}$ را در پیچهٔ P معین می‌کند. میدان $\vec{B}$ را می‌توان با پیچهٔ ثانویهٔ S اندازه گرفت

که در آن B_M بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از هستهٔ آهنی است. این سهم از همردیفی گشتاورهای دو قطبی اتمی در آهن براثر جفت شدگی تبادلی و اثر میدان مغناطیسی B_0 حاصل می‌شود و متناسب با مغناطش M آهن است. یعنی، مقدار B_M با گشتاور دو قطبی مغناطیسی یکای حجم آهن نسبت مستقیم دارد. برای محاسبهٔ B_M از پیچهٔ ثانویهٔ S برای اندازه‌گیری B استفاده می‌کنیم و از معادلهٔ ۲۸-۴۰، B_0 را محاسبه و مطابق معادلهٔ ۲۸-۴۱ آنها را از هم کم می‌کنیم.

شکل ۲۸-۱۶ منحنی مغناطش را برای یک مادهٔ فرومغناطیسی در حلقهٔ رولند نشان می‌دهد: تغییرات نسبت $B_M / B_{M,max}$ که در آن $B_{M,max}$ بیشترین مقدار ممکن B_M و مربوط به حالت اشباع است برحسب B_0 رسم شده است. این منحنی مشابه منحنی ۲۸-۱۴، منحنی مغناطش برای مادهٔ پارامغناطیسی است: هر دو منحنی معیاری هستند از میزانی که میدان مغناطیسی به کاربرده شده می‌تواند گشتاورهای دو قطبی اتمی ماده را همردیف کند.

برای هستهٔ فرومغناطیسی به کار رفته در شکل ۲۸-۱۶، همردیفی گشتاورهای دو قطبی برای میدان $B_0 \approx 1\times10^{-4}T$ تقریباً ۰/۷۰ مقدار کامل است. اگر B_0 به $1T$ افزایش یابد همردیفی تقریباً کامل خواهد بود (ایجاد $B_0 = 1T$ و رسیدن به اشباع کامل بسیار دشوار است).



شکل ۲۸-۱۶ منحنی مغناطش برای مادهٔ هستهٔ فرومغناطیس در حلقهٔ رولند در شکل ۲۸-۱۵. روی محور قائم عدد ۱/۰ مربوط به همردیفی کامل (اشباع) دو قطبیهای اتمی در ماده است.

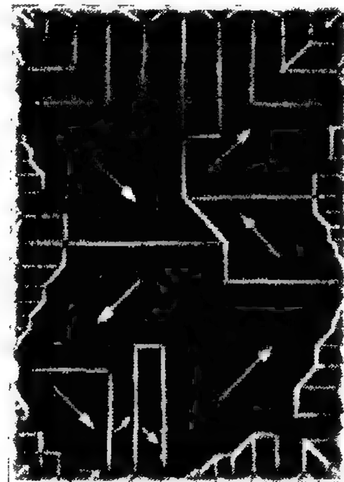
حوزه‌های مغناطیسی

جفت شدگی تبادلی در مادهٔ فرومغناطیسی در دمای پایینتر از دمای کوری همردیفی قوی از دو قطبیهای اتمی مجاور هم ایجاد می‌کند. پس چرا، حتی وقتی که یک میدان مغناطیسی B_0 اعمال نشده است، ماده به طور طبیعی در حالت اشباع نیست؟ یعنی چرا هر قطعهٔ آهن مانند یک میخ آهنی، یک آهنربای قوی طبیعی نیست؟

برای درک این مطلب، نمونه‌ای از یک مادهٔ فرومغناطیسی مانند آهن به صورت تک بلور را در نظر می‌گیریم، یعنی آرایشی را در نظر می‌گیریم که اتمهای سازندهٔ بلور – شبکهٔ بلوری – بدون به هم خوردن نظم در سراسر حجم نمونه گسترش یافته‌اند. چنین بلوری در حالت عادی خود، از تعدادی *حوزه‌های مغناطیسی* تشکیل شده است. اینها ناحیه‌هایی از بلورند که در آنها همردیفی دو قطبیهای اتمی اساساً کامل است.

اما همهٔ حوزه‌ها همردیف نیستند زیرا در کل بلور، حوزه‌ها به گونه‌ای سمتگیری کرده‌اند که تا وقتی آثار میدان خارجی آنها مورد نظر است، عمدتاً یکدیگر را خنثی می‌کنند.

شکل ۲۸-۱۷ تصویر بزرگ شده‌ای از چنین مجموعه‌ای از حوزه‌ها در تک بلور نیکل است. این تصویر با پاشیدن محلول کلوئیدی پودر نرم اکسید آهن روی سطح بلور گرفته شده است. مرز حوزه‌ها ناحیه‌های باریکی هستند که در آنها همردیفی دو قطبیهای اولیه از سمتگیری معینی در یک حوزه تا سمتگیری متفاوتی در حوزهٔ دیگر تغییر می‌کنند. این ناحیه‌ها جایگاه میدانهای مغناطیسی شدید اما بسیار جایگزین شده و غیریکنواخت‌اند. ذره‌های کلوئیدی معلق به طرف این مرزها جذب می‌شوند که به صورت خطهای سفید نشان داده شده‌اند (همهٔ مرزهای حوزه‌ها در شکل ۲۸-۱۷ ظاهر نشده‌اند). اگر چه دو قطبیهای اتمی در هر حوزه همان‌طور که به وسیله پیکان نشان داده شده، کاملاً همردیف‌اند، اما کل بلور ممکن است گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص بسیار کوچکی داشته باشد.



شکل ۲۸-۱۷ تصویری از نقش حوزه‌ها در یک تک بلور نیکل؛ خطهای سفید مرز حوزه‌ها را نشان می‌دهند. پیکانهای سفید روی تصویر سمتگیریهای دو قطبیهای مغناطیسی را در حوزه و در نتیجه سمتگیریهای دو قطبیهای مغناطیسی خالص حوزه‌ها را نشان می‌دهند. در کل بلور اگر میدان مغناطیسی خالص (جمع برداری روی همهٔ حوزه‌ها) صفر باشد آن وقت بلور نامغناطیده است.

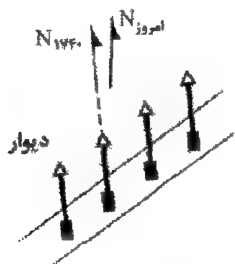
در واقع، یک قطعه آهن در حالت عادی یک تک بلور نیست، بلکه مجموعه‌ای از بسیاری بلورهای ریز است که به صورت کاتوره‌ای آرایش یافته‌اند: این ماده را جامد *بس بلوری* می‌نامند. البته، هر بلور ریز، مطابق شکل ۲۸-۱۷ ، آرایهٔ خودش را با حوزه‌هایی که به طور متفاوت سمتگیری کرده‌اند دارد. اگر چنین نمونه‌ای را با قراردادن در یک میدان خارجی که شدتش بتدریج زیاد می‌شود مغناطیده کنیم، دو اثر ایجاد می‌شود؛ که با هم منحنی مغناطش شکل ۲۸-۱۶ را به وجود می‌آورند. یک اثر رشد اندازهٔ حوزه‌هایی است که در امتداد میدان خارجی سمتگیری دارند که به قیمت عدم رشد سایر حوزه‌ها انجام می‌شود. دومین اثر جابه‌جایی سمتگیری دو قطبیها در یک حوزه، به صورت یک واحد است تا به راستای میدان نزدیکتر شوند.

جفت شدگی تبادلی و جابه‌جایی حوزه نتیجهٔ زیر را در بردارد:

> ☜ مادهٔ فرومغناطیسی واقع در یک میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$، یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی قوی در جهت $\vec{B}_{ext}$ ایجاد می‌کند. اگر میدان غیریکنواخت باشد، مادهٔ فرومغناطیسی از ناحیهٔ میدان ضعیفتر به طرف ناحیهٔ میدان قویتر جذب می‌شود.

نقاشیهای دیواری میدان مغناطیسی زمین را ثبت می‌کنند

رنگدانه‌های قرمز به کار رفته در بسیاری از نقاشیهای دیواری، نظیر تصویر نقاشی نشان داده در شروع فصل، شامل دانه‌های سنگ معدن اکسید آهن (خونسنگ) هستند. هر دانه شامل یک تک حوزه است که دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی خاصی است. رنگدانه‌های هنرمندان شامل اجسام گوناگونی است که در مایعی معلق‌اند. وقتی رنگدانه برای ایجاد یک نقاشی دیواری به کار می‌رود، هر دانه در مایع می‌چرخد تا وقتی گشتاور دو قطبی‌اش با میدان مغناطیسی زمین همردیف شود. وقتی رنگ خشک شد گشتاورها در محل ثابت می‌شوند و در نتیجه جهت میدان مغناطیسی در زمان نقاشی کردن ثبت می‌شود. شکل ۲۸-۱۸ بیانگر همردیفی دو قطبیها در رنگ در سال ۱۷۴۰/۱۱۱۹ است، وقتی که قطب ژئومغناطیسی در جهت نشان داده شده با $N_{۱۷۴۰}$ بوده است.



شکل ۲۸-۱۸ نمای از بالای سطح مقطع یک لایهٔ نازک نقاشی در یک نقاشی دیواری واتیکان. گشتاورهای مغناطیسی دانه‌های سنگ معدن اکسید آهن در رنگهای قرمز، وقتی در سال ۱۷۴۰ نقاشی دیواری کشیده شده است در جهت میدان مغناطیسی زمین همردیف شده‌اند. قطب ژئومغناطیسی (همان‌طور که به وسیلهٔ یک قطب نمای افقی نشان داده می‌شود) برای امروز و برای سال ۱۷۴۰ نشان داده شده است.

پژوهشگران می‌توانند جهت میدان مغناطیسی زمین را در زمانی که نقاشی دیواری نقاشی شده است به وسیلهٔ سمتگیری گشتاورهای دو قطبی در رنگ مشخص کنند. یک تکهٔ کوچک چسب نواری روی قسمت کوچکی از نقاشی دیواری قرار داده می‌شود و سمتگیری نوار به دقت نسبت به افق و قطب شمال

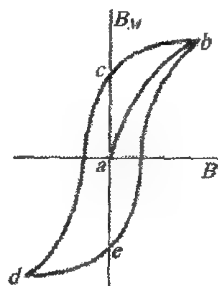
ژئومغناطیسی در حال حاضر (N_{today}) تعیین می‌گردد. وقتی نوار از دیوار جدا شود شامل یک لایهٔ نازک از نقاشی است. در آزمایشگاه این تکه نوار روی دستگاهی نصب و سمتگیری گشتاورهای دو قطبی در آن لایه از نقاشی مشخص می‌شود.

شواهد مربوط به نقاشیهای دیواری و بسیاری منابع دیگر بیانگر این است که جهت قطب ژئومغناطیسی بتدریج ولی به طور مداوم در طول تاریخ تغییر کرده است. علت آن هنوز معلوم نیست.

پسماند

برای مواد فرومغناطیسی، وقتی که میدان مغناطیسی خارجی B_0 را افزایش و سپس کاهش دهیم، منحنیهای مغناطش روی هم نمی‌افتند. شکل ۲۸-۱۹ نموداری از تغییرات B_M برحسب B_0 هنگام انجام عملیات زیر با حلقهٔ رولند است: (۱) با یک آهن نامغناطیده شروع می‌کنیم (نقطهٔ a) و جریان را در چنبره افزایش می‌دهیم تا $B_0(=\mu_0 ni)$ به مقدار مربوط به نقطهٔ b برسد؛ (۲) جریان چنبره را کاهش می‌دهیم تا جریان در سیم پیچ چنبره (و در نتیجه B_0) به صفر برگردد (در نقطهٔ C)؛ (۳) جریان در چنبره را معکوس می‌کنیم و مقدار آن را افزایش می‌دهیم تا B_0 به مقدار مربوط به نقطهٔ d برسد؛ (۴) جریان را دوباره تا صفر کاهش می‌دهیم (نقطهٔ e)؛ (۵) یک بار دیگر جریان را معکوس می‌کنیم تا دوباره به نقطهٔ b برسیم.

عدم برگشت‌پذیری منحنی روی خودش در شکل ۲۸-۱۹، **پسماند** نامیده می‌شود و منحنی $bcdeb$ را *حلقهٔ پسماند* می‌نامند. توجه کنید که در نقطه‌های c و e هستهٔ آهنی، با وجودی که در سیم پیچهای چنبره جریانی برقرار نیست، مغناطیده است؛ این پدیدهٔ آشنای مغناطیس دائم است.



شکل ۲۸-۱۹ منحنی مغناطش (ab) برای یک نمونهٔ فرومغناطیسی و حلقهٔ پسماند ($bcdeb$) مربوط به آن.

پسماند را می‌توان از مفهوم حوزه‌های مغناطیسی درک کرد. بدیهی است که حرکت مرزهای حوزه و سمتگیریهای دوبارهٔ جهتهای حوزه به طور کامل برگشت پذیر نیستند. وقتی میدان مغناطیسی اعمال شدهٔ B_0 افزایش یابد و سپس تا مقدار اولیه‌اش کم شود، حوزه‌ها به طور کامل به پیکربندی اولیهٔ خود برنمی‌گردند بلکه قدری از «حافظهٔ» سمتگیری پس از افزایش اولیه باقی می‌ماند. این حافظهٔ موادمغناطیسی اساس ذخیره‌کردن اطلاعات به روش مغناطیسی در نوارهای کاست و دیسکهای رایانه‌ای است.

این حافظهٔ همردیفی حوزه‌ها می‌تواند به طور طبیعی نیز رخ دهد. وقتی آذرخش در طول مسیرهایی پیچ در پیچ جریانهایی را به زمین می‌فرستد، این جریانها میدانهای مغناطیسی شدیدی ایجاد می‌کنند که می‌تواند به طور ناگهانی هر مادهٔ فرومغناطیسی را در داخل صخرهٔ نزدیک مغناطیده کند. بر اثر پسماند، در مادهٔ چنین صخره‌ای تا اندازه‌ای مغناطیدگی پس از برخورد آذرخش (پس از ناپدید شدن جریانها) باقی می‌ماند. سپس تکه‌هایی از این صخره‌ها به وسیلهٔ جریانهای جوی بتدریج لق شده و می‌شکنند که همان سنگهای آهنربایی هستند.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۸-۴

عقربهٔ قطب‌نمایی از آهن خالص (با چگالی $7900 kg/m^3$) دارای طول L برابر $3/0 cm$، پهنای $1/0 mm$ و ضخامت $0/50 mm$ است. بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی مربوط به اتم آهن برابر است با $\mu_{Fe}=2/1\times10^{-23}$ J/T.

(الف) اگر مغناطیدگی عقربه معادل همردیفی ۱۰٪ اتمها در عقربه باشد، بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ عقربه چقدر است؟

نکته‌های کلیدی (۱) همردیفی همهٔ N اتم در عقربه، بزرگی $N\mu_{Fe}$ را برای گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ به دست می‌دهد. ولی عقربه دارای ۱۰٪ همردیفی است (سمتگیری کاتوره‌ای بقیه اثر خالصی در $\vec{\mu}$ ندارند.) پس

$$\mu = 0/10 N\mu_{Fe} \qquad (۴۲-۲۸)$$

(۲) می‌توانیم تعداد اتمهای N در عقربه را از جرم عقربه به دست آوریم

$$N=\frac{\text{جرم عقربه}}{\text{جرم اتمی آهن}} \qquad (۴۳-۲۸)$$

یافتن N: جرم اتمی آهن در پیوست ج نیامده است ولی جرم مولی M آن آمده است. بنابراین، می‌توان نوشت

$$\text{جرم اتمی آهن} = \frac{\text{جرم مولی آهن } M}{\text{عدد آووگادرو } N_A} \qquad (۴۴-۲۸)$$

در نتیجه معادلهٔ ۲۸-۴۳ به صورت زیر در می‌آید

$$N=\frac{mN_A}{M} \qquad (۴۵-۲۸)$$

جرم m عقربه برابر است با حاصلضرب چگالی در حجم آن. حجم آن برابر $1/5\times10^{-8} m^3$ است، پس

$$\text{جرم } m \text{ عقربه} = (\text{چگالی عقربه})(\text{حجم عقربه})$$
$$=(7900 kg/m^3)(1/5\times10^{-8} m^3)$$
$$=1/185\times10^{-4} kg$$

با قراردادن این مقدار m در معادلهٔ ۲۸-۴۵ و همچنین مقدار $۵۵/۸۴۷g/mole(=۰/۰۵۵۸۴۷kg/mole)$ به جای M و مقدار $۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$ به جای N_A خواهیم داشت

$$N=\frac{(۱/۱۸۵\times۱۰^{-۴}\ kg)(۶/۰۲\times۱۰^{۲۳})}{۵۵۸۴۷kg/mole}$$
$$=۱/۲۷۷۴\times۱۰^{۲۱}$$

یافتن μ: با قراردادن این مقدار N و مقدار μ_{Fe} در معادلهٔ ۲۸-۴۲ خواهیم داشت

$$\mu=(۰/۱۰)(۱/۲۷۷۴\times۱۰^{۲۱})(۲/۱\times۱۰^{-۲۳}J/T)$$
$$=۲/۶۸۲\times۱۰^{-۳}\ J/T\approx۲/۷\times۱۰^{-۳}\ J/T \qquad \text{(پاسخ)}$$

(ب) اگر عقربهٔ قطب‌نما کمی از وضعیت تعادل شمال – جنوب (افقی) تکان بخورد، حول آن وضعیت نوسان می‌کند. اگر دورهٔ تناوب نوسان ۲/۲s باشد، مؤلفهٔ افقی میدان مغناطیسی محلی چقدر است؟

نکته‌های کلیدی (۱) عقربهٔ قطب‌نما آهنرباست با گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ که در امتداد طولش، از قطب جنوب به طرف قطب شمال است. (۲) وقتی عقربهٔ افقی از وضعیت تعادلش تکان بخورد، میدان مغناطیسی $\vec{B}$ زمین روی عقربه گشتاور نیرویی حول محور چرخش عقربه ایجاد می‌کند.

محاسبه‌ها: چون عقربه فقط می‌تواند افقی بچرخد در نتیجه فقط مؤلفهٔ افقی B_h میدان زمین گشتاور نیرویی ایجاد می‌کند که آن را به حالت تعادلش بچرخاند. از معادلهٔ ۲۴-۳۶ $(\tau=\mu B\sin\theta)$ می‌توانیم گشتاور نیرو را به صورت زیر بنویسیم

$$\tau=-\mu B_h\sin\theta \qquad (۲۸-۴۶)$$

که در آن علامت منفی بیانگر این است که τ با جابه‌جایی زاویه‌ای θ مخالفت می‌کند. چون زاویهٔ چرخش کوچک است، می‌توان نوشت $\sin\theta\approx\theta$، به طوری که خواهیم داشت

$$\tau=-\mu B_h\theta \qquad (۲۸-۴۷)$$

چون μ و B_h هر دو ثابت‌اند، معادلهٔ ۲۸-۴۷ حاکی از آن است که گشتاور نیروی بازگردانندهٔ متناسب با منفی جابه‌جایی زاویه‌ای است. این نوع رابطه مشخص کنندهٔ یک حرکت هماهنگ سادهٔ زاویه‌ای است که در بخش ۳۱-۵ می‌بینیم. از معادله‌های ۳۱-۲۲ $(\tau=-k\theta)$ و ۳۱-۲۳ $(T=۲\pi(I/k)^{۱/۲})$ دورهٔ تناوب نوسان را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{I}{\mu B_h}}$$

که به دست می‌دهد

$$B_h=\frac{I}{\mu}\left(\frac{۲\pi}{T}\right)^{۲} \qquad (۲۸-۴۸)$$

که در آن I لختی چرخشی عقربه است. اگر با تقریب عقربه را یک میلهٔ باریک یکنواخت در نظر بگیریم، می‌توانیم از جدول ۱۰-۲ ث استفاده کنیم، داریم

$$I=\frac{mL^{۲}}{۱۲}=\frac{(۱/۱۸۵\times۱۰^{-۴}kg)(۰/۰۳۰m)^{۲}}{۱۲}$$
$$=۸/۸۸۸\times۱۰^{-۹}kg/m^{۲}$$

با قراردادن این مقدار، μ را به دست می‌آوریم و با قراردادن مقدار داده شده برای T در معادلهٔ ۲۸-۴۸، خواهیم داشت

$$B_h=\frac{۸/۸۸۸\times۱۰^{-۹}\ kg/m^{۲}}{۲/۶۸۲\times۱۰^{-۳}\ J/T}\left(\frac{۲\pi}{۲/۲s}\right)^{۲}$$
$$=۲/۷\times۱۰^{-۵}\ T \qquad \text{(پاسخ)}$$

بنابراین، حتی با یک قطب‌نمای ارزان قیمت می‌توانیم با تکان دادن عقربه و سنجش زمان نوسان، میدان مغناطیسی محلی را اندازه‌گیری کنیم.

بازنگری و خلاصهٔ درس

قانون گاؤس دربارهٔ میدانهای مغناطیسی ساده‌ترین ساختارهای مغناطیسی، دو قطبیهای مغناطیسی هستند. تک قطبی مغناطیسی وجود ندارد (تا جایی که می‌دانیم). **قانون گاوس** برای میدانهای مغناطیسی، یعنی

$$\Phi_B=\oint\vec{B}\cdot d\vec{A}=۰ \qquad (۲۸-۱)$$

بیانگر این است که شار مغناطیسی که از هر سطح گاؤسی (بسته) می‌گذرد صفر است. این دلالت براین دارد که تک قطبی مغناطیسی وجود ندارد.

تعمیم ماکسول از معادلهٔ آمپر شار الکتریکی متغیر، یک میدان مغناطیسی $\vec{B}$ القا می‌کند. قانون ماکسول

$$\oint\vec{B}\cdot d\vec{s}=\mu_۰\varepsilon_۰\frac{d\Phi_E}{dt} \quad \text{(قانون القایش ماکسول)} \qquad (۲۸-۳)$$

میدان مغناطیسی القا شده در طول حلقهٔ بسته را به شار الکتریکی متغیر Φ_E که از حلقه می‌گذرد مربوط می‌کند. قانون آمپر، $\oint\vec{B}\cdot d\vec{s}=\mu_۰ i_{enc}$ (معادلهٔ ۲۸-۴)، میدان مغناطیسی تولید شده به وسیلهٔ جریان i_{enc} را که به وسیلهٔ حلقه در برگرفته شده است، به دست می‌دهد. قانون ماکسول و قانون آمپر را می‌توان به صورت یک معادله نوشت

$$\oint\vec{B}\cdot d\vec{s}=\mu_۰\varepsilon_۰\frac{d\Phi_E}{dt}+\mu_۰ i_{enc} \quad \text{(قانون آمپر – ماکسول)} \qquad (۲۸-۵)$$

جریان جابه‌جایی *جریان جابه‌جایی* فرضی ناشی از تغییر میدان الکتریکی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$i_d=\varepsilon_۰\frac{d\Phi_E}{dt} \qquad (۲۸-۱۰)$$

به این ترتیب معادلهٔ ۲۸-۵ به صورت زیر درمی‌آید

$$\oint\vec{B}\cdot d\vec{s}=\mu_۰ i_{d,enc}+\mu_۰ i_{enc} \quad \text{(قانون آمپر– ماکسول)} \qquad (۲۸-۱۱)$$

که در آن $i_{d,enc}$ جریان جابه‌جایی در برگرفته شده به وسیلهٔ حلقهٔ انتگرالگیری است. تصور جریان جابه‌جایی به ما امکان می‌دهد که اندیشهٔ تداوم جریان از خازن را در ذهن نگهداریم. البته، جریان جابه‌جایی باری را *منتقل نمی‌کند*.

معادله‌های ماکسول معادله‌های ماکسول که در جدول ۲۸-۱ آورده شده‌اند، الکترومغناطیس را خلاصه می‌کنند و اساس آن را تشکیل می‌دهند.

میدان مغناطیسی زمین میدان مغناطیسی زمین را تقریباً می‌توان به عنوان میدان یک دو قطبی مغناطیسی فرض کرد که گشتاور دو قطبی آن با محور چرخش زمین زاویهٔ $11/5°$ می‌سازد و قطب جنوب دو قطبی در نیمکرهٔ شمالی است. جهت میدان مغناطیسی محلی در هر نقطه روی سطح زمین با *میل میدان* (زاویهٔ چپ یا راست نسبت به شمال جغرافیایی) و *شیب میدان* (زاویهٔ بالا یا پایین نسبت به افق) داده می‌شود.

گشتاور دو قطبی اسپینی الکترون دارای اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی است که *اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی* (یا اسپین) $\vec{S}$ نامیده می‌شود و به آن یک *گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی* $\vec{\mu}_s$ وابسته است

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m}\vec{S} \qquad (۲۸-۲۲)$$

خود اسپین $\vec{S}$ را نمی‌توان اندازه‌گیری کرد، اما مؤلفهٔ آن را می‌توان اندازه گرفت. با فرض اینکه اندازه‌گیری در امتداد محور z دستگاه مختصات است، مؤلفهٔ S_z فقط می‌تواند مقدارهایی را که با رابطهٔ زیر داده می‌شود، داشته باشد

$$S_z = m_s \frac{h}{2\pi} \qquad \text{به ازای} \quad m_s = \pm\frac{1}{2} \qquad (۲۸-۲۳)$$

که درآن $h(=6/63\times10^{-34}\,\text{J.s})$ ثابت پلانک است. به همین ترتیب، خود گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}_s$ را نمی‌توان اندازه گرفت اما می‌توان مؤلفهٔ آن را اندازه‌گیری کرد. در امتداد محور z مؤلفه برابر است با

$$\mu_{s,z} = \pm\frac{eh}{4\pi m} = \pm\mu_B \qquad (۲۸-۲۴ \text{ و } ۲۸-۲۶)$$

که در آن μ_B مگنتون بور است

$$\mu_B = \pm\frac{eh}{4\pi m} = 9/27\times10^{-24}\,\text{J/T} \qquad (۲۸-۲۵)$$

انرژی پتانسیل U مربوط به سمتگیری گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی در یک میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$ برابر است با

$$U = -\vec{\mu}_s\cdot\vec{B}_{ext} = -\mu_{s,z}B_{ext} \qquad (۲۸-۲۷)$$

گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری الکترون در اتم دارای یک اندازه حرکت زاویه‌ای دیگر است که آن را *اندازه حرکت زاویه‌ای مداری* $\vec{L}_{orb}$ می‌نامند و به آن یک *گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری* $\vec{\mu}_{orb}$ وابسته است

$$\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m}\vec{L}_{orb}$$

اندازه حرکت زاویه‌ای مداری کوانتیده است و می‌تواند فقط مقدارهایی را که با رابطهٔ زیر داده می‌شود، داشته باشد

$$L_{orb,z} = m_l\frac{h}{2\pi}$$

$$\text{به ازای} \quad m_l = 0, \pm1, \pm2, \ldots, \pm(\text{مقدار حدی}) \qquad (۲۸-۲۹)$$

بنابراین، بزرگی گشتاور زاویه‌ای مداری برابر است با

$$\mu_{orb,z} = -m_l\frac{eh}{4\pi m} = -m_l\,\mu_B \qquad (۲۸-۳۰ \text{ و } ۲۸-۳۱)$$

انرژی پتانسیل U مربوط به سمتگیری گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری در یک میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$ برابر است با

$$U = -\vec{\mu}_{orb}\cdot\vec{B}_{ext} = -\mu_{orb,z}B_{ext} \qquad (۲۸-۳۲)$$

دیامغناطیس مواد *دیامغناطیسی* تا وقتی که در یک میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$ قرار نگیرند، خاصیت مغناطیسی نشان نمی‌دهند. آنها پس از قرارگرفتن در میدان خارجی یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی در جهت مخالف $\vec{B}_{ext}$ ایجاد می‌کنند. اگر میدان غیریکنواخت باشد، مادهٔ دیامغناطیسی از ناحیه‌هایی که میدان مغناطیسی قویتر است، دفع می‌شود. این خاصیت دیامغناطیس نامیده می‌شود.

پارامغناطیس در مواد *پارامغناطیسی* هر اتم دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی دائم $\vec{\mu}$ است، اما گشتاورهای دو قطبی به طور کاتوره‌ای سمتگیری کرده‌اند و ماده در کل میدان مغناطیسی ندارد. ولی، میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$ می‌تواند به طور جزئی گشتاورهای دو قطبی اتمی را همردیف کند و به ماده یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص در جهت B_{ext} بدهد. اگر B_{ext} غیر یکنواخت باشد، ماده به ناحیه‌هایی که میدان مغناطیسی قویتر است، جذب می‌شود. این خاصیت *پارامغناطیس* نامیده می‌شود.

همردیفی گشتاورهای دو قطبی اتمی با افزایش B_{ext} افزایش و با زیاد شدن دمای T کاهش می‌یابد. میزانی که نمونه‌ای با حجم V مغناطیده می‌شود با *مغناطش* $\vec{M}$ آن داده می‌شود که بزرگی آن برابر است با

$$M = \frac{\text{گشتاور مغناطیسی اندازه‌گیری شده}}{V} \qquad (۲۸-۳۷)$$

همردیفی کامل همهٔ N دوقطبیهای مغناطیسی اتمی در نمونه، حالت *اشباع* نمونه نامیده می‌شود که به مقدار مغناطش بیشینهٔ $M_{max} = N\mu/V$ مربوط است. برای مقدارهای کم نسبت B_{ext}/T ، تقریب زیر را داریم

$$M = C\frac{B_{ext}}{T} \;(\text{قانون کوری}) \qquad (۲۸-۳۹)$$

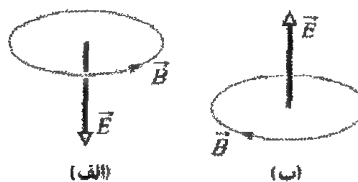
که C ثابت کوری نامیده می‌شود.

فرّومغناطیس در نبود میدان مغناطیسی خارجی، برخی الکترونها در مادهٔ فرومغناطیسی به علت برهم‌کنش فیزیک کوانتومی که **جفت شدگی تبادلی** نامیده می‌شود دارای همردیفی گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی هستند که ناحیه‌هایی را (حوزه‌هایی) در ماده با گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی قوی ایجاد می‌کنند. میدان خارجی $\vec{B}_{ext}$ می‌تواند گشتاورهای دو قطبی مغناطیسی این ناحیه‌ها را همردیف کند و برای کل ماده در جهت $\vec{B}_{ext}$ یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص قوی به وجود آورد. این گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص وقتی $\vec{B}_{ext}$ قطع شود،

می‌تواند به طور جزئی باقی بماند. اگر $\vec{B}_{ext}$ غیریکنواخت باشد، مادهٔ فرومغناطیسی به سمت ناحیه‌های میدان مغناطیسی قویتر جذب می‌شود. این خاصیت *فرومغناطیس* نامیده می‌شود. وقتی دمای نمونه به دمایی بیش از *دمای کوری* برسد، جفت شدگی تبادلی ناپدید می‌شود.

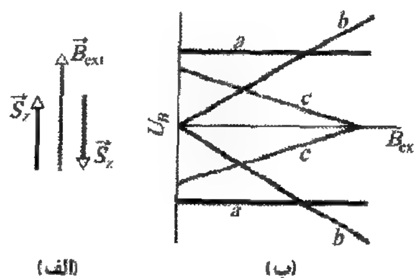
پرسشها

۱- شکل ۲۸-۲۰ بردار میدان الکتریکی $\vec{E}$ و خط میدان مغناطیسی القا شده را در دو وضعیت نشان می‌دهد. در هر یک از این دو وضعیت آیا بزرگی $\vec{E}$ در حال افزایش است یا کاهش؟



شکل ۲۸-۲۰ پرسش ۱

۲- شکل ۲۸-۲۱ الف جفت سمتگیریهای اسپینی مخالف الکترونی را که در میدان مغناطیسی خارجی B_{ext} واقع است نشان می‌دهد. شکل۲۸-۲۱ ب سه گزینه مربوط به نمودار انرژیهای پتانسیل وابسته به این سمتگیریها را برحسب تابعی از بزرگی $\vec{B}_{ext}$ نشان می‌دهد. گزینه‌های b و c شامل خطهای متقاطع و گزینهٔ a شامل خطهای موازی‌اند. کدام گزینه درست است؟

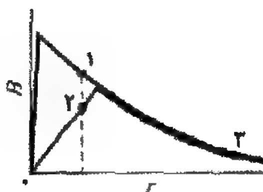


شکل ۲۸-۲۱ پرسش ۲

۳- شکل ۲۸-۲۲ الف یک خازن با صفحه‌های دایره‌ای را نشان می‌دهد که در حال باردار شدن است. نقطهٔ a (نزدیک یکی از سیمهای رابط) و نقطهٔ b (داخل فاصلهٔ خازن) با فاصلهٔ یکسانی از محور مرکزی واقع‌اند، همچنین نقطهٔ c (که زیاد به سیم نزدیک نیست) و نقطهٔ d (میان صفحه‌ها اما خارج از فاصلهٔ خازن) نیز در فاصلهٔ یکسانی از محور مرکزی قرار دارند. شکل ۲۸-۲۲ ب، منحنی تغییرات بزرگی میدان مغناطیسی را نسبت به r در داخل و خارج سیم به دست می‌دهد. منحنی دیگر نشان‌دهندهٔ تغییرات بزرگی میدان مغناطیسی نسبت به r در داخل و خارج فاصلهٔ خازن است. بخشهایی از دو منحنی به طور جزئی برهم منطبق‌اند. کدامیک از سه نقطهٔ روی منحنیها مربوط به کدام چهار نقطهٔ شکل ۲۸-۲۲ الف است.



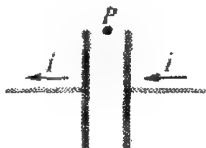
(الف)



(ب)

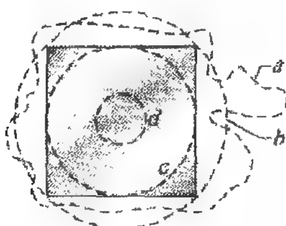
شکل ۲۸-۲۲ پرسش ۳

۴- شکل ۲۸-۲۳ یک خازن صفحه - موازی و جریان در سیمهای رابط که خازن را تخلیه می‌کنند نشان می‌دهد. آیا جهت (الف) میدان الکتریکی $\vec{E}$ و (ب) جریان جابه‌جایی i_d به طرف راست است یا به طرف چپ؟ (پ) آیا میدان مغناطیسی در نقطهٔ P به طرف داخل صفحهٔ کاغذ است یا خارج؟



شکل ۲۸-۲۳ پرسش ۴

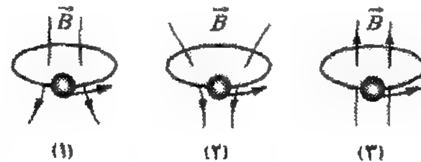
۵- شکل ۲۸-۲۴ نمای جانبی یکی از صفحه‌های مربعی یک خازن صفحه - موازی و نیز چهار حلقه را که میان صفحه‌ها واقع‌اند نشان می‌دهد. خازن تخلیه شده است. (الف) با چشمپوشی از اثر کناره‌ای میدان مغناطیس، حلقه‌ها را به ترتیب بزرگی $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}$ در طول حلقه‌ها مرتب کنید. (ب) در طول کدام حلقه، اگر حلقه‌ای باشد، زاویهٔ $\vec{B}$ و $d\vec{s}$ ثابت است (به طوری که ضرب نقطه‌ای آنها به سادگی محاسبه می‌شود)؟ (پ) در طول کدام حلقه، اگر حلقه‌ای باشد، $\vec{B}$ ثابت است (به طوری که می‌توان B را در معادلهٔ ۲۸-۳ به جلوی علامت انتگرال آورد)؟



شکل ۲۸-۲۴ پرسش ۵

۶- شکل ۲۸ -۲۵ سه حلقه مربوط به الکترونی که مداری را پادساعتگرد در میدان مغناطیسی طی می‌کند، نشان می‌دهد.

میدانها برای حلقه‌های ۱ و ۲ غیر یکنواخت و برای حلقهٔ ۳ یکنواخت هستند. برای هر حلقه، آیا (الف) گشتاور دو قطبی مغناطیسی حلقه و (ب) نیروی وارد بر حلقه، به سمت بالاست یا پایین، یا صفر است؟



شکل ۲۸-۲۵ پرسشهای ۶، ۷ و ۸

۷- حلقه‌های جریان پرسش ۶ و شکل ۲۸-۲۵ را با کره‌های دیامغناطیسی جایگزین می‌کنیم. برای هر میدان، آیا (الف) گشتاور دو قطبی مغناطیسی کره و (ب) نیروی مغناطیسی وارد بر کره به سمت بالاست یا پایین، یا صفر است؟

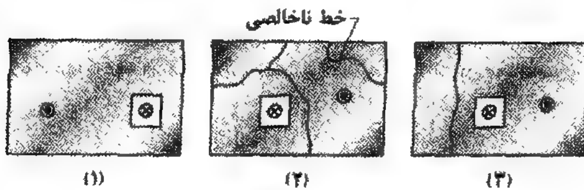
۸- حلقه‌های جریان پرسش ۶ و شکل ۲۸-۲۵ را با کره‌های پارامغناطیسی جایگزین می‌کنیم. برای هر میدان، آیا (الف) گشتاور دو قطبی مغناطیسی کره و (ب) نیروی مغناطیسی وارد بر کره به سمت بالاست یا پایین، یا صفر است؟

۹- الکترونی در یک میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}_{ext}$، با اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی S_z پاد موازی با B_{ext} قرار دارد. اگر اسپین الکترون وارونه شود به طوری که S_z با $\vec{B}_{ext}$ موازی باشد، آیا باید به الکترون انرژی داد یا الکترون انرژی از دست می‌دهد؟

۱۰- اگر در شکلهای ۲۸-۱۲ الف و ب (الف) بزرگی $\vec{B}_{ext}$ و (ب) واگرایی B_{ext} را افزایش دهیم، آیا بزرگی نیروی خالص روی حلقه افزایش می‌یابد یا کاهش، یا یکسان باقی می‌ماند؟

۱۱- شکل ۲۸-۲۶ سه نمونهٔ مستطیلی شکل از مادهٔ فرومغناطیسی را نشان می‌دهد که در آنها دو قطبیهای مغناطیسی حوزه‌ها که به سمت خارج از صفحه‌اند (دایره و نقطه) به وسیلهٔ یک میدان B_0 بسیار قوی ایجاد شده‌اند. در هر نمونه، حوزهٔ جزیره‌ای وجود دارد که جهت میدان مغناطیسی خود را به سمت داخل صفحه (دایره و ×) حفظ کرده است. نمونهٔ ۱ یک بلور (خالص) است. نمونه‌های دیگر ناخالصیهایی دارند که در امتداد خطها جمع شده‌اند؛ حوزه‌ها نمی‌توانند به سادگی به خارج خطها گسترش یابند.

حال میدان اعمال شده معکوس و بزرگی آن در مقداری متوسط نگه‌داشته می‌شود. این تغییر باعث رشد حوزهٔ جزیره‌ای می‌شود. (الف) سه نمونه را به ترتیب بیشترین موفقیت در رشد مرتب کنید. مواد فرومغناطیسی که در آنها دو قطبی مغناطیسی به سادگی تغییر کند *از نظر مغناطیسی نرم* نامیده می‌شوند؛ وقتی تغییر به سختی انجام شود و به میدان اعمال شدهٔ قوی نیاز باشد، مواد را *از نظر مغناطیسی سخت* می‌نامند. (ب) از این سه نمونه کدامیک از نظر مغناطیسی سخت‌تر است؟



شکل ۲۸-۲۶ پرسش ۱۱

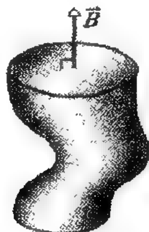
مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس)
SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها
WWW: پاسخ در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.
ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.
●●●-● تعداد نقطه‌ها درجهٔ دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.
اطلاعات اضافی در سیرک پرندهٔ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۲۸-۲ قانون گاؤس دربارهٔ میدانهای مغناطیسی

●۱- شار مغناطیسی که از هر یک از پنج وجه یک تاس می‌گذرد با $\Phi_B = \pm N$ Wb داده می‌شود که (۵ تا ۱ =) N تعداد نقطه‌های روی وجه است. شار برای N زوج مثبت (به سمت خارج) و برای N فرد منفی (به سمت داخل است). شاری که از وجه ششم تاس می‌گذرد چقدر است؟

●۲- شکل ۲۸-۲۷ سطح بسته‌ای را نشان می‌دهد. به طرف جلوی وجه تخت بالایی که دارای شعاع ۲/۰cm است یک میدان مغناطیسی $\vec{B}$ به بزرگی ۰/۳۰T عمود و به طرف خارج برقرار است. از وجه تخت پایین شار مغناطیسی ۰/۷۰mWb به طرف خارج می‌گذرد. مطلوب است تعیین (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج) شار مغناطیسی که از سطح خمیدهٔ بدنه می‌گذرد.

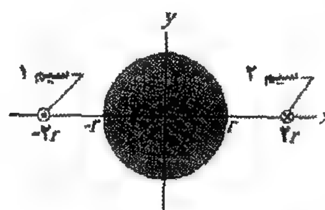


شکل ۲۸-۲۷ مسئلهٔ ۲

●●۳- یک سطح گاؤسی به شکل استوانهٔ دایره‌ای قائم، دارای شعاع ۱۲/۰cm و طول ۸۰/۰cm است. از یک انتهای استوانه شار مغناطیسی ۲۵/۰μWb به طرف داخل می‌گذرد. در انتهای دیگر یک میدان مغناطیسی یکنواخت ۱/۶۰mT، عمود بر سطح

و به طرف خارج وجود دارد. مطلوب است (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف بالا یا به طرف پایین) شار مغناطیسی خالص از میان بدنهٔ خمیده. SSM ILW

●●●۴- دو سیم موازی با محور z به فاصلهٔ ۴r از یکدیگر مطابق شکل ۲۸-۲۸ حامل جریانهای یکسان i در جهتهای مخالف‌اند. استوانه‌ای با مقطع دایره‌ای به شعاع r و طول L، محورش روی محور z و وسط دو سیم قرار دارد. با استفاده از قانون گاوس برای مغناطیس، شار مغناطیسی خروجی خالصی را که از نصف سطح استوانه در بالای محور x می‌گذرد محاسبه کنید. (*راهنمایی:* شار عبوری از آن بخش از صفحهٔ xz را که داخل استوانه است پیدا کنید.)



شکل ۲۸-۲۸ مسئلهٔ ۴

بخش ۲۸-۳ میدانهای مغناطیسی القا شده

●۵- میدان مغناطیسی القا شده در فاصلهٔ شعاعی ۶/۰mm از محور مرکزی یک خازن صفحه- موازی دایره‌ای برابر $۲/۰\times۱۰^{-۷}$ T است. شعاع صفحه‌ها ۳/۰mm است. با چه آهنگ dE/dt، میدان الکتریکی بین صفحه‌ها در حال تغییر است؟ SSM

●۶- خازنی با صفحه‌های مربعی شکل به ضلع L با جریان ۰/۷۵A تخلیه می‌شود. شکل ۲۸-۲۹ نمای از بالای یکی از صفحه‌ها را از داخل خازن نشان می‌دهد. یک مسیر مستطیلی شکل خط چین نشان داده شده است. اگر $L=$ ۱۲cm، $H=$ ۲/۰cm و $W=$ ۴/۰cm باشند، مقدار $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}$ دور مسیر خط‌چین چقدر است؟



شکل ۲۸-۲۹ مسئلهٔ ۶

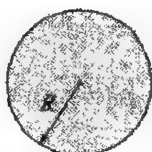
●●۷- فرض کنید یک خازن صفحه - موازی دارای صفحه‌های دایره‌ای به شعاع $R=$ ۳۰mm و فاصلهٔ صفحه‌ها ۵/۰mm است. همچنین فرض کنید که یک اختلاف پتانسیل سینوسی با مقدار بیشینهٔ ۱۵۰V و بسامد ۶۰Hz به دو صفحه اعمال شده است؛ یعنی

$$V=(۱۵۰\,V)\sin[۲\pi(۶۰\,Hz)t]$$

(الف) $B_{max}(R)$ یعنی، مقدار بیشینهٔ میدان مغناطیسی القا شده در $r=R$ را به دست آورید. (ب) $B_{max}(r)$ را به ازای $۰<r<۱۰cm$ رسم کنید.

●●۸- یک خازن صفحه- موازی با صفحه‌های دایره‌ای به شعاع ۴۰mm با جریان ۶/۰A در حال تخلیه است. در چه شعاعی (الف) داخل و (ب) خارج از فاصلهٔ خازن بزرگی میدان مغناطیسی القا شده برابر ۷۵٪ مقدار بیشینهٔ خود است؟ (پ) این مقدار بیشینه چقدر است؟

●●۹- *شار الکتریکی یکنواخت*، شکل ۲۸-۳۰ ناحیه‌ای دایره‌ای با شعاع $R=$ ۳/۰۰cm را نشان می‌دهد که شار الکتریکی یکنواختی به طرف خارج صفحهٔ کاغذ از آن می‌گذرد. شار الکتریکی کل از این ناحیه با رابطهٔ $\Phi_E=(۳/۰۰mV.m/s)$ داده می‌شود که t برحسب ثانیه است. بزرگی میدان مغناطیسی که در فاصله‌های (الف) ۲/۰۰cm و (ب) ۵/۰۰cm القا می‌شود چقدر است؟



شکل ۲۸-۳۰ مسئله‌های ۹- ۱۲ و ۲۵- ۲۸

●●۱۰- *شار الکتریکی غیر یکنواخت:* شکل ۲۸-۳۰ ناحیه‌ای دایره‌ای با شعاع $R=$ ۳/۰۰cm را نشان می‌دهد که شار در بر گرفته شده الکتریکی به طرف خارج از صفحهٔ کاغذ از آن می‌گذرد. شار با یک دایره هم مرکز به شعاع r با رابطهٔ $(\Phi_{E,enc}=۰/۶۰۰\,Vm.s)(r/R)t$ که آن $r\leq R$ و t برحسب ثانیه است داده می‌شود. بزرگی میدان مغناطیسی القا شده در فاصله‌های شعاعی (الف) ۲/۰۰cm و (ب) ۵/۰۰cm چقدر است؟

●●۱۱- *میدان الکتریکی یکنواخت.* در شکل ۲۸-۳۰ میدان الکتریکی یکنواختی در ناحیه‌ای دایره‌ای با شعاع $R=$ ۳/۰۰cm به طرف خارج از صفحهٔ کاغذ برقرار است. بزرگی میدان الکتریکی با رابطهٔ $E=(۴/۵۰\times۱۰^{-۳}\,V/m.s)t$ داده می‌شود که در آن t برحسب ثانیه است. بزرگی میدان مغناطیسی القا شده در فاصله های شعاعی (الف) ۲/۰۰cm و (ب) ۵/۰۰cm چقدر است؟

●●۱۲- *میدان الکتریکی غیر یکنواخت* در شکل ۲۸-۳۰ میدان الکتریکی در ناحیه‌ای دایره‌ای با شعاع $R=$ ۳/۰۰ cm به طرف خارج از صفحهٔ کاغذ برقرار است. بزرگی میدان الکتریکی با رابطهٔ $E=(۰/۵۰۰\,V/m.s)(۱-r/R)t$ داده می‌شود که در آن t برحسب ثانیه است. بزرگی میدان مغناطیسی القا شده در فاصله‌های شعاعی (الف) ۲/۰۰cm و (ب) ۵/۰۰cm چقدر است؟

بخش ۲۸-۴ جریان جابه‌جایی

•۱۳- ثابت کنید که جریان جابه‌جایی در یک خازن صفحه موازی با ظرفیت C را می‌توان به صورت $i_d = C(dV/dt)$ نوشت، که در آن V اختلاف پتانسیل بین صفحه‌هاست. SSM

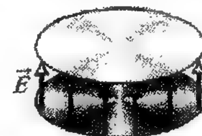
•۱۴- یک خازن صفحه- موازی با صفحه‌های دایره‌ای به شعاع ۰/۱۰m باردار می‌شود. یک حلقهٔ دایره‌ای به شعاع ۰/۲۰m با خازن هم محور است و در وسط صفحه‌ها قرار دارد. جریان جابه‌جایی در حلقه ۲/۰A است. میدان الکتریکی بین صفحه‌ها با چه آهنگی تغییر می‌کند؟

•۱۵- اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های یک خازن صفحه- موازی با ظرفیت ۲/۰μF با چه آهنگی باید تغییر کند تا جریان جابه‌جایی ۱/۵A ایجاد شود؟

•۱۶- برای وضعیت مسئلهٔ نمونهٔ ۲۸-۱، نشان دهید که بزرگی چگالی جریان جابه‌جایی به ازای $r \leq R$ برابر $J_d = \varepsilon_0 (dE/dt)$ است.

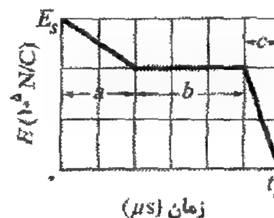
••۱۷- وقتی یک خازن صفحه- موازی با صفحه‌های دایره‌ای به قطر ۲۰cm در حال پرشدن است، چگالی جریان جابه‌جایی در ناحیهٔ میان دو صفحه یکنواخت و دارای بزرگی ۲۰A/m^2 است. (الف) بزرگی $\vec{B}$ میدان مغناطیسی را در فاصلهٔ $r =$ ۵۰mm از محور تقارن این ناحیه به دست آورید. (ب) dE/dt را در این ناحیه حساب کنید. ILW

••۱۸- بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ دایره‌ای موازی در شکل ۲۸-۳۱ برابر $E = (4/0 \times 10^5) - (6/0 \times 10^4 t)$ است، که در آن E برحسب ولت برمتر و t برحسب ثانیه است. در $t=0$، $\vec{E}$ به طرف بالاست. مساحت صفحه $4/0 \times 10^{-2} m^2$ است. به‌ازای $t \geq 0$، مطلوب است (الف) بزرگی و (ب) جهت (بالا یا پایین) جریان جابه‌جایی بین صفحه‌ها. (پ) آیا جهت میدان مغناطیسی القا شده در شکل ساعتگرد است یا پاد ساعتگرد؟



شکل ۲۸-۳۱ مسئلهٔ ۱۸

••۱۹- در شکل ۲۸-۳۲ میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ کاهش می‌یابد. مقیاس محور قائم با $E_s = 6/0 \times 10^5$ N/C و مقیاس محور افقی با $t_s =$ ۱۲/۰μs مشخص شده است. بزرگی جریان جابه‌جایی را که از سطحی با مساحت ۱/۶m^2 عمود بر میدان، در طی بازه‌های زمانی a، b و c نشان داده شده روی نمودار می‌گذرد حساب کنید. (از رفتار میدان در انتهای هر بازه چشمپوشی کنید.) SSM WWW



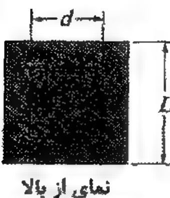
شکل ۲۸-۳۲ مسئلهٔ ۱۹

••۲۰- یک خازن صفحه- موازی با صفحه‌های دایره‌ای به شعاع ۱/۲۰cm با جریان ۱۲/۰A تخلیه می‌شود. حلقه‌ای دایره‌ای به شعاع $R/3$ را در نظر بگیرید که مرکز آن روی محور مرکزی میان صفحه‌ها قرارداد. (الف) در حلقه محصور شده جریان جابه‌جایی چقدر است؟ میدان مغناطیسی القا شدهٔ بیشینه دارای بزرگی ۱۲/۰mT است. در چه شعاعی (ب) داخل و (پ) خارج از فاصلهٔ خازن بزرگی میدان مغناطیسی القا شده برابر ۳/۰۰mT است؟

••۲۱- یک خازن صفحه- موازی مطابق شکل ۲۸-۳۳ دارای صفحه‌های مربعی با ضلع $L =$ ۱/۰cm است. جریان ۲/۰A که خازن را باردار می‌کند، یک میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ میان صفحه‌ها ایجاد می‌کند که برصفحه‌ها عمود است. (الف) جریان جابه‌جایی که از میان صفحه‌ها می‌گذرد چقدر است؟ (ب) dE/dt در این ناحیه چقدر است؟ (پ) جریان جابه‌جایی محصور که از مسیر مربع خط چین به ضلع $d =$ ۰/۵۰m میان صفحه‌ها می‌گذرد چقدر است؟ (ت) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ دور این مسیر مربع خط‌چین چقدر است؟ SSM ILW



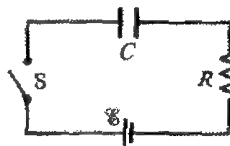
نمای از پهلو



نمای از بالا

شکل ۲۸-۳۳ مسئله ۲۱

••۲۲- مدار شکل ۲۸-۳۴ شامل کلید S، باتری آرمانی ۱۲/۰V، مقاومت ۲۰/۰MΩ و خازنی پر شده از هواست. خازن دارای صفحه‌های دایره‌ای موازی به شعاع ۵/۰۰cm است که به فاصلهٔ ۳/۰۰mm از هم قراردارند. در زمان $t=0$، کلید S بسته شده و خازن شروع به پرشدن می‌کند. میدان الکتریکی میان صفحه‌ها یکنواخت است. در $t =$ ۲۵۰μs، بزرگی میدان مغناطیسی در خازن و به فاصلهٔ شعاعی ۳/۰۰cm چقدر است؟

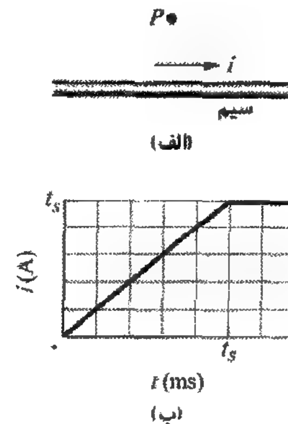


شکل ۲۸-۳۴ مسئلهٔ ۲۲

۲۳- یک سیم نقره‌ای دارای مقاومت ویژهٔ $\rho = 1/62 \times 10^{-8}$ Ωm و مساحت سطح مقطع ۵/۰۰mm^2

است. جریان در سیم یکنواخت و وقتی $100A$ است با آهنگ $2000 A/s$ تغییر می‌کند. (الف) وقتی جریان در سیم $100A$ است، بزرگی میدان الکتریکی (یکنواخت) در سیم چقدر است؟ (ب) در این زمان بزرگی جریان جابه‌جایی در سیم چقدر است؟ (پ) در فاصلهٔ r از سیم نسبت بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان جابه‌جایی به بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان چقدر است؟

۲۴●●- شکل ۲۸-۳۵ الف جریان i ایجاد شده در سیمی با مقاومت ویژهٔ $1/62\times10^{-8}\ \Omega m$ را نشان می‌دهد. بزرگی جریان برحسب زمان t در شکل ۲۸-۳۵ ب نشان داده شده است. مقیاس محور قائم با $i_s = 10/0\ A$ و مقیاس محور افقی با $t_s = 50/0 ms$ مشخص شده است. نقطهٔ P در فاصلهٔ شعاعی $9/00 mm$ از مرکز سیم واقع است. بزرگی میدان مغناطیسی $\vec{B}_i$ ناشی از جریان واقعی i را در (الف) $t = 20\ ms$، (ب) $t = 40\ ms$ و (پ) $t = 60\ ms$ حساب کنید. حال، فرض کنید که میدان الکتریکی که جریان را به حرکت می‌اندازد محدود به داخل سیم باشد. در این صورت ، بزرگی میدان مغناطیسی B_{id} ناشی از جریان جابه‌جایی i_d را در (ت) $t = 20 ms$، (ث) $t = 40\ ms$ و (ج) $t = 60\ ms$ حساب کنید. در نقطهٔ P در $t = 20 s$ جهت (به داخل یا خارج صفحهٔ کاغذ) (چ) $\vec{B}_i$ و (ح) $\vec{B}_{id}$ چیست؟



شکل ۲۸-۳۵ مسئلهٔ ۲۴

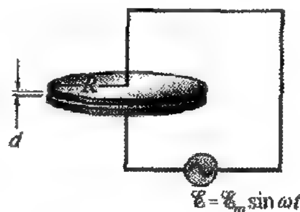
۲۵●●- *چگالی جریان جابه‌جایی یکنواخت.* شکل ۲۸-۳۰ ناحیه‌ای دایره‌ای به شعاع $R = 3/00 cm$ را نشان می‌دهد که در آن جریان جابه‌جایی به سمت خارج صفحهٔ کاغذ است. جریان جابه‌جایی دارای چگالی یکنواخت به بزرگی $J_d = 6/00 A/m^2$ است. بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان جابه‌جایی در فاصلهٔ شعاعی (الف) $2/00 cm$ و (ب) $5/00 cm$ چقدر است؟

۲۶●●- *جریان جابه‌جایی یکنواخت.* شکل ۲۸-۳۰ ناحیه‌ای دایره‌ای به شعاع $R = 3/00 cm$ را نشان می‌دهد که در آن جریان جابه‌جایی یکنواخت $i_d = 0/500 A$ به طرف خارج صفحهٔ کاغذ است. بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان جابه‌جایی در فاصلهٔ شعاعی (الف) $2/00 cm$ و (ب) $5/00 cm$ چقدر است؟

۲۷●●- *چگالی جریان جابه‌جایی غیر یکنواخت.* شکل ۲۸-۳۰ ناحیه‌ای دایره‌ای به شعاع $R = 3/00 cm$ را نشان می‌دهد که در آن جریان جابه‌جایی به طرف خارج از صفحهٔ کاغذ برقرار است. بزرگی چگالی جریان جابه‌جایی با رابطهٔ $J_d = (4/00 A/m^2)(1 - r/R)$ داده می‌شود که r فاصلهٔ شعاعی $(r \le R)$ است. بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان جابه‌جایی در (الف) $r = 2/00 cm$ و (ب) $r = 5/00 cm$ چقدر است.

۲۸●●- *جریان جابه‌جایی غیر یکنواخت.* شکل ۲۸-۳۰ ناحیه‌ای دایره‌ای به شعاع $R = 3/00 cm$ را نشان می‌دهد که در آن جریان i_d به طرف خارج صفحهٔ کاغذ برقرار است. بزرگی جریان جابه‌جایی با رابطهٔ $i_d = (3/00 A)(r/R)$ داده می‌شود که r فاصلهٔ شعاعی $(r \le R)$ است. بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از i_d در فاصلهٔ شعاعی (الف) $2/00 cm$ و (ب) $5/00 cm$ چقدر است؟

۲۹- در شکل ۲۸-۳۶، یک خازن با صفحه‌های دایره‌ای به شعاع $R = 18/0 cm$ به منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E} = \mathscr{E}_m \sin \omega t$ متصل است که در آن $\mathscr{E}_m = 220 V$ و $\omega = 130 rad/s$. مقدار بیشینهٔ جریان جابه‌جایی $i_d = 7/60 \mu A$ است. از اثر میدان الکتریکی در لبهٔ صفحه‌ها چشمپوشی کنید. (الف) مقدار بیشینهٔ جریان i در مدار چقدر است؟ (ب) مقدار بیشینهٔ $d\Phi_E / dt$ چقدر است، که در آن Φ_E شار الکتریکی است که از ناحیهٔ میان صفحه‌ها می‌گذرد؟ (پ) فاصلهٔ d میان صفحه‌ها چقدر است؟ (ت) مقدار بیشینهٔ بزرگی $\vec{B}$ میان صفحه‌ها در فاصلهٔ $r = 11/0 mm$ از مرکز چقدر است؟



شکل ۲۸-۳۶ مسئلهٔ ۲۹

بخش ۲۸-۶ آهنرباها

۳۰●- فرض کنید مقدار میانگین مؤلفهٔ عمودی میدان مغناطیسی زمین در همهٔ آریزونا[1] که دارای مساحت $2/95\times10^5\ km^2$ است برابر $43 \mu T$ (به طرف پایین) است. در این صورت، (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا طرف خارج) شار خالص عبوری از بقیهٔ سطح زمین (جدا از سطح آریزونا) چقدر است؟

1. Arizona

•۳۱- در نیوهمشایر[1] میانگین مؤلفهٔ افقی میدان مغناطیسی زمین در سال ۱۹۱۲/۱۲۹۱، $16\mu T$ و میانگین زاویهٔ میل $73°$ بوده است. بزرگی میدان مغناطیسی مربوط به زمین چقدر بوده است؟ SSM

بخش ۲۸-۶ مغناطیس و الکترونها

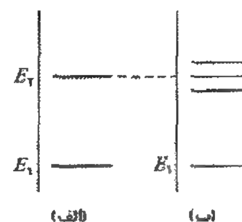
•۳۲- اختلاف انرژی میان همردیفی موازی و پادموازی مؤلفهٔ z گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی الکترونها با میدان مغناطیسی خارجی $0/25T$ در جهت موازی با محور z، چقدر است؟

•۳۳- مؤلفهٔ اندازه‌گیری شدهٔ گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری الکترون با (الف) $m_l = 1$ و (ب) $m_l = -2$، چقدر است؟ SSM

•۳۴- الکترونی در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ که در امتداد محور z است قرار دارد. اختلاف انرژی میان سمتگیری موازی و پادموازی مؤلفهٔ z گشتاور مغناطیسی اسپینی با $\vec{B}$ برابر $6/00\times10^{-25}$ J است. بزرگی $\vec{B}$ چقدر است؟

•۳۵- اگر الکترونی در یک اتم دارای اندازه حرکت زاویه‌ای مداری $m_l = 0$ باشد، مؤلفه‌های (الف) $L_{orb,z}$ و (ب) $\mu_{orb,z}$ چقدرند؟ اگر اتم در میدان مغناطیسی خارجی $\vec{B}$ که دارای بزرگی $35mT$ و در امتداد محور z است قرار گیرد، (پ) انرژی پتانسیل U_{orb} مربوط به $\vec{\mu}_{orb,z}$ و (ت) انرژی پتانسیل U_{spin} مربوط به $\vec{\mu}_s$ چقدرند؟ حال اگر، الکترون دارای $m_l = -3$ باشد (ث) $L_{orb,z}$، (ج) $\mu_{orb,z}$، (چ) U_{orb} و (ح) U_{spin} چقدرند؟ SSM WWW

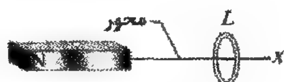
•۳۶- شکل ۲۸-۳۷ الف یک نمودار تک محوری است که در امتداد آن دو مقدار مجاز (*ترازهای*) یک اتم رسم شده‌اند. وقتی اتم در یک میدان مغناطیسی $0/500T$ قرار گیرد، نمودار به علت انرژی مربوط به $\vec{\mu}_{orb}.\vec{B}$ (از $\vec{\mu}_s$ چشمپوشی می‌کنیم) به نمودار شکل ۲۸-۳۷ ب تغییر می‌کند. تراز E_1 تغییر نکرده است اما تراز E_2 به ترازهای سه گانه (خیلی نزدیک به هم) شکافته شده است. مقدارهای مجاز m_l مربوط به (الف) تراز انرژی E_1 و(ب) تراز انرژی E_2، چقدرند؟ (پ) برحسب J، مقدار انرژی مربوط به جدایی میان ترازهای سه گانه چقدر است؟



شکل ۲۸-۳۷ مسئلهٔ ۳۶

بخش ۲۸-۹ دیامغناطیس

•۳۷- شکل ۲۸-۳۸ یک مدل حلقه‌ای (حلقهٔ L) را برای ماده‌ای دیا مغناطیسی نشان می‌دهد. (الف) خطهای میدان مغناطیسی را که براثر آهنربای میله‌ای از ماده و اطراف آن می‌گذرد رسم کنید. (ب) جهت گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص $\vec{\mu}$ چیست؟ (پ) جریان قراردادی i در حلقه در چه جهتی است (ساعتگرد یا پادساعتگرد در شکل)؟ (ت) نیروی مغناطیسی وارد بر حلقه در چه جهتی است؟



شکل ۲۸-۳۸ مسئلهٔ ۳۷ و ۷۳

•••۳۸- فرضی کنید که الکترونی به جرم m و بزرگی بار e در مداری دایره‌ای به شعاع r به دور هسته می‌چرخد. سپس میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ عمود بر صفحهٔ مدار برقرار می‌شود. همچنین با فرض اینکه شعاع مدار تغییر نمی‌کند و اینکه تغییر تندی الکترون براثر میدان $\vec{B}$ ناچیز است، عبارتی را برای تغییر در گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری الکترون ناشی از میدان به دست آورید.

بخش ۲۸-۱۰ پارامغناطیس

•۳۹- آهنربایی به شکل میله‌ای استوانه‌ای دارای طول $5/00cm$ و قطر $1/00cm$ است. آهنربا دارای مغناطیدگی یکنواخت $5/30\times10^3 A/m$ است. گشتاور دو قطبی مغناطیسی آن چقدر است؟ SSM ILW

•۴۰- میدان مغناطیسی $0/50T$ به گازی پارامغناطیسی که اتمهایش دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی ذاتی $1/0\times10^{-23}J/T$ هستند اعمال می‌شود. در چه دمایی انرژی جنبشی میانگین انتقالی اتمهای گاز با انرژی مورد نیاز برای وارونه کردن دو قطبی در این میدان مغناطیسی برابر است؟

•۴۱- نمونه‌ای از یک نمک پارامغناطیسی با منحنی مغناطیدگی شکل ۲۸-۱۴، برای اینکه آیا از قانون کوری پیروی می‌کند یا خیر مورد آزمون قرار می‌گیرد. نمونه در میدان مغناطیسی یکنواخت $0/50T$ قرار داده می‌شود که در طول آزمایش ثابت می‌ماند. سپس مغناطیدگی M در محدودهٔ دمای ۱۰ تا $300K$ اندازه‌گیری می‌شود. آیا قانون کوری در این شرایط برقرار است؟

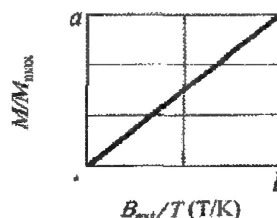
•۴۲- نمونه‌ای از یک نمک پارامغناطیسی با منحنی مغناطیدگی شکل ۲۸-۱۴ در دمای اتاق ($300K$) قرار دارد. در چه میدان مغناطیسی اعمال شده‌ای اشباع مغناطیسی نمونه (الف) ۵۰٪ و (ب) ۹۰٪ خواهد بود؟ (پ) آیا این میدانها در آزمایشگاه قابل دسترسی‌اند؟

••۴۳- الکترونی با انرژی جنبشی K_e در مسیری دایره‌ای که عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت در جهت مثبت محور z است حرکت می‌کند. حرکت الکترون فقط از نیروی ناشی از میدان تأثیر می‌پذیرد. (الف) نشان دهید که گشتاور دو قطبی مغناطیسی الکترون بر اثر حرکت مداری آن دارای بزرگی

1. New Hamshire

$\mu=K_e/B$ و جهت آن مخالف جهت $\vec{B}$ است. (ب) بزرگی و (پ) جهت گشتاور دو قطبی مغناطیسی یک یون مثبت با انرژی جنبشی k_i با شرایط یکسان چیست؟ (ت) یک گازیونیده شامل $۵/۳\times۱۰^{۲۱}$ الکترون بر مترمکعب و دارای همین تعداد یون است. فرض کنید انرژی جنبشی میانگین الکترون $۶/۲\times۱۰^{-۲۰}$ J و انرژی جنبشی میانگین یون $۷/۶\times۱۰^{-۲۱}$ J باشد. مغناطیدگی گاز را وقتی در میدان مغناطیسی ۱/۲T قرار گیرد محاسبه کنید.

●۴۴-شکل ۲۸-۳۹ منحنی مغناطیدگی را برای یک مادهٔ پارامغناطیسی به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با $a=۰/۱۵$ و مقیاس محور افقی با $b=۰/۲\text{T/K}$ مشخص شده است. فرض کنید μ_{sam} گشتاور مغناطیسی خالص اندازه‌گیری شده در مادهٔ نمونه و μ_{max} گشتاور مغناطیسی خالص بیشینهٔ ممکن در این نمونه باشد. بنابر قانون کوری وقتی نمونه در میدان مغناطیسی یکنواخت با بزرگی ۰/۸۰۰T قرار داده شود، در دمای ۲/۰۰K نسبت μ_{sam}/μ_{max} چه خواهد بود؟



شکل ۲۸-۳۹ مسئلهٔ ۴۴

۴۵-جسم صلبی را در نظر بگیرید که شامل N اتم در یکای حجم و هر اتم دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ است. فرض کنید جهت $\vec{\mu}$ فقط می‌تواند موازی یا پاد موازی با میدان مغناطیسی اعمال شدهٔ خارجی $\vec{B}$ باشد (این حالتی خواهد بود که $\vec{\mu}$ ناشی از اسپین یک الکترون منفرد باشد). بنابر مکانیک آماری، احتمال اینکه یک اتم در حالتی با انرژی U باشد متناسب با $e^{-U/kT}$ است، که در آن T دما و k ثابت بولتزمن است. بنابراین، چون انرژی U برابر $-\vec{\mu}.\vec{B}$ است، کسر اتمهایی که گشتاور دو قطبی آنها موازی $\vec{B}$ باشد متناسب با $e^{\mu B/kT}$ و کسر اتمهایی که گشتاور دو قطبی آنها پادموازی با $\vec{B}$ باشد متناسب با $e^{-\mu B/kT}$ است. (الف) نشان دهید که مغناطش این جسم صلب برابر است با $M=N\mu\tanh(\mu B/kT)$. در اینجا tanh تابع تانژانت هذلولوی است: $\tanh(x)=(e^x-e^{-x})/(e^x+e^{-x})$. (ب) نشان دهید که نتیجهٔ داده شده در (الف) به ازای $B\ll kT$ به $M=N\mu^2B/kT$ تبدیل می‌شود. (پ) نشان دهید که نتیجهٔ داده شده در (الف) به‌ازای $B\gg kT$ به $M=N\mu$ تبدیل می‌شود. (ت) نشان دهید که هر دو قسمت (ب) و (پ) به طور کیفی با شکل ۲۸-۱۴ سازگارند.

بخش ۲۸-۱۱ فرومغناطیس

●۴۶-بزرگی گشتاور دو قطبی مربوط به اتم آهن در یک میلهٔ آهنی $۲/۱\times۱۰^{-۲۳}$ J/T است. فرض کنید که تمام اتمها در میله که طول آن ۵/۰cm و مساحت سطح مقطع آن $۱/۰\text{cm}^۲$ است گشتاورهای دو قطبی همردیف داشته باشند. (الف) گشتاور دو قطبی میله چقدر است؟ (ب) برای نگهداری این آهنربا به طور عمود بر میدان خارجی ۱/۵T، چه گشتاور نیرویی باید اعمال شود؟ (چگالی آهن $۷/۹\,\text{g/m}^۳$ است.)

●۴۷-جفت شدگی تبادلی که به عنوان عاملی برای فرومغناطیس در بخش ۲۸-۱۱ ذکر شد، برهم کنش مغناطیسی متقابل بین دو دوقطبی مغناطیسی بنیادی نیست. برای نشان دادن این مطلب، مطلوب است محاسبهٔ (الف) بزرگی میدان مغناطیسی در فاصلهٔ ۱۰nm در امتداد محور دو قطبی از یک اتم با گشتاور دو قطبی مغناطیسی $۱/۵\times۱۰^{-۲۳}$ J/T (کبالت) و (ب) کمترین انرژی مورد نیاز برای چرخاندن دو قطبی مشابه دوم از یک سر به سر دیگر در این میدان. (پ) با مقایسهٔ مطلب اخیر با نتیجه‌های مسئلهٔ نمونهٔ ۲۸-۳ چه چیزی حاصل می‌شود؟ SSM

●۴۸-اندازه‌گیریها در معادن و چاههای تجسسی بیانگر این است که دمای داخل زمین برحسب عمق با آهنگ میانگین ۳۰C°/km افزایش می‌یابد. با فرض اینکه دمای سطح زمین ۱۰°C است، در چه عمقی آهن دیگر فرومغناطیس نخواهد بود؟ (دمای کوری آهن با فشار خیلی کم تغییر می‌کند.)

●۴۹-مغناطیدگی اشباع M_{max} نیکل فلزی فرومغناطیسی برابر $۴/۷۰\times۱۰^۵$ A/m است. گشتاور دو قطبی مغناطیسی تک اتم نیکل را محاسبه کنید. (چگالی نیکل $۸/۹۰\text{g/cm}^۳$ و جرم مولی آن ۵۸/۷۱ g/mol است.)

●●۵۰-یک قطب‌نمای مغناطیسی را روی یک سطح افقی قرار می‌دهیم، و می‌گذاریم تا عقربه در وضعیت تعادلش قرار گیرد. سپس، یک ضربهٔ آرام به قطب‌نما وارد می‌کنیم به طوری که عقربه حول وضعیت تعادلش نوسان کند. بسامد نوسان برابر ۰/۳۱۲Hz است. میدان مغناطیسی زمین در محل قطب‌نما دارای مؤلفهٔ افقی ۱۸/۰μT است. عقربه دارای گشتاور مغناطیسی ۰/۶۸۰mJ/T است. لختی چرخشی عقربه را حول محور (قائم) چرخش محاسبه کنید. GO

●●۵۱-یک حلقهٔ رولند از مادهٔ فرومغناطیس تشکیل شده است. سطح مقطع دایره‌ای آن به شعاع داخلی ۵cm و شعاع خارجی ۶cm و با ۴۰۰ دور سیم پیچیده شده است. (الف) چه جریانی باید در سیم پیچها برقرار شود تا میدان چنبره‌ای با بزرگی $B_0=۰/۲۰\text{mT}$ به دست آید؟ (ب) پیچهٔ ثانویهٔ دور چنبره دارای ۵۰ دور و مقاومت ۸/۰Ω است. اگر برای این مقدار B_0 داشته باشیم $B_M=۸۰۰B_0$، وقتی جریان در سیم‌پیچهای چنبره برقرار شود چه مقدار بار از پیچهٔ ثانویه می‌گذرد؟

●●۵۲-یک میلهٔ مغناطیسی با طول ۶/۰۰cm و شعاع ۳/۰۰mm و مغناطیدگی $۲/۷۰\times۱۰^۳$ A/m (یکنواخت) می‌تواند نظیر عقربهٔ قطب‌نما حول مرکزش بچرخد. این میله در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی ۳۵/۰mT طوری قرار داده می‌شود که گشتاور دو قطبی‌اش با $\vec{B}$ زاویهٔ ۶۸/۰° بسازد. (الف) بزرگی گشتاور نیروی وارد بر میله ناشی از $\vec{B}$ چقدر

است؟ (ب) اگر زاویه $34/0^\circ$ تغییر کند، انرژی پتانسیل مغناطیسی میله چقدر تغییر می‌کند؟

●●۵۳- بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی زمین $8/0\times10^{22}J/T$ است. (الف) اگر منشاء این مغناطیس یک کرهٔ آهنی مغناطیده در مرکز زمین باشد، شعاع آن باید چقدر باشد؟ (ب) چنین کره‌ای چه کسری از حجم زمین را اشغال می‌کند؟ فرض کنید دو قطبیها به طور کامل همردیف هستند و چگالی هستهٔ داخلی زمین $14g/cm^3$ است. گشتاور دو قطبی مغناطیسی اتم آهن $2/1\times10^{-23}J/T$ است. (توجه: در واقع چنین تصور می‌شود که هستهٔ داخلی زمین به صورت هم مایع و هم صلب است و قسمتی از آن آهن است، اما آهنربای دائمی به عنوان منبع مغناطیس با ملاحظات چندی کنار گذاشته شده است. یکی از آنها این است که دما مسلماً بالاتر از نقطهٔ کوری است.) SSM ILW WWW

مسئله‌های اضافی

۵۴- دو صفحه (مطابق شکل ۲۸-۷) با جریان ثابتی تخلیه می‌شوند. هر صفحه دارای شعاع $4/00cm$ است. در حین تخلیه، در نقطه‌ای میان صفحه‌ها در فاصلهٔ شعاعی $2/00cm$ از محور مرکزی، بزرگی میدان مغناطیسی برابر $12/5nT$ است. (الف) بزرگی میدان مغناطیسی در فاصلهٔ شعاعی $6/00cm$ چقدر است؟ (ب) جریان در سیمی که دو صفحه را به هم متصل می‌کند چقدر است؟

۵۵- میدان مغناطیسی زمین را با تقریب می‌توان به عنوان میدان یک دو قطبی مغناطیسی در نظر گرفت که مؤلفه‌های افقی و قائم آن در نقطه‌ای به فاصلهٔ r از مرکز زمین با رابطه‌های زیر داده می‌شوند

$$B_h=\frac{\mu_0\mu}{4\pi r^3}\cos\lambda_m \quad و \quad B_v=\frac{\mu_0\mu}{2\pi r^3}\sin\lambda_m$$

که در آنها λ_m *عرض جغرافیایی* است (این نوع عرض جغرافیایی از استوای ژئومغناطیسی به سمت شمال یا جنوب قطب ژئومغناطیسی اندازه‌گیری می‌شود.) فرض کنید که گشتاور دو قطبی مغناطیسی زمین $\mu=8/00\times10^{22}A.m^2$ است. (الف) نشان دهید که بزرگی میدان مغناطیسی زمین در عرض جغرافیایی λ_m از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$B=\frac{\mu_0\mu}{4\pi r^3}\sqrt{1+3\sin^2\lambda_m}$$

(ب) نشان دهید که میل ϕ_i میدان مغناطیسی با این رابطه به عرضی جغرافیایی λ_m مربوط است، $\tan\phi_i=2\tan\lambda_m$. SSM

۵۶- با استفاده از نتیجه‌های مسئلهٔ ۵۵ (الف) بزرگی و (ب) میل میدان مغناطیسی زمین در استوای ژئومغناطیسی؛ (پ) بزرگی و (ت) میل در عرض ژئومغناطیسی $60/0^\circ$ ؛ و (ث) بزرگی و (ج) میل در قطب ژئومغناطیسی شمال را پیش‌بینی کنید.

۵۷- زمین دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی $8/0\times10^{22}J/T$ است. (الف) اگر بخواهیم یک دور سیم منفرد دور زمین در استوای جغرافیایی آن همین دو قطبی را ایجاد کند، چه جریانی باید از آن بگذرد؟ آیا چنین آرایشی می‌تواند برای خنثی کردن مغناطیس زمین (ب) در نقطه‌هایی در فضا کاملاً بالای سطح زمین و (پ) روی سطح زمین به کار رود؟

۵۸- با به کاربردن تقریب داده شده در مسئلهٔ ۵۵ مطلوب است (الف) عرض جغرافیایی در بالای سطح زمین در جایی که بزرگی میدان مغناطیسی آن برابر ۵۰٪ مقدار آن روی سطح در همان عرض جغرافیایی باشد، (ب) بزرگی میدان مغناطیسی بیشینهٔ درمرزهسته- جبه ، $2900km$ زیر سطح زمین و (پ) بزرگی و (ت) میل میدان مغناطیسی زمین در قطب شمال جغرافیایی. توضیح دهید که چرا مقدارهایی که برای (پ) و (ت) محاسبه کرده‌اید با مقدارهای اندازه‌گیری شده متفاوت‌اند.

۵۹- می‌خواهیم یک خازن صفحه- موازی با صفحه‌های دایره‌ای با شعاع $55/0mm$ را پرکنیم. در چه شعاعی (الف) داخل و (ب) خارج از فاصلهٔ خازن بزرگی میدان مغناطیسی القا شده برابر ۵۰/۰٪ بیشینهٔ آن است.

۶۰- بار q به طور یکنواخت دور حلقهٔ باریکی به شعاع r توزیع شده است. حلقه حول محوری که از مرکز آن می‌گذرد و بر صفحهٔ حلقه عمود است با تندی زاویه‌ای ω ، می‌چرخد. (الف) نشان دهید که گشتاور مغناطیسی ناشی از بار در حال چرخش دارای بزرگی $\mu=\frac{1}{2}q\omega r^2$ است. (ب) اگر بار مثبت باشد، این گشتاور مغناطیسی در چه جهتی است؟

۶۱- اگر الکترونی در یک اتم دارای اندازه حرکت زاویه‌ای مداری با مقدارهای m_l که به ±3 محدودند باشد، الکترون چند مقدار (الف) $L_{orb,z}$ و (ب) $\mu_{orb,z}$ می‌تواند داشته باشد؟ برحسب h ، m و e بزرگترین مقدار مجاز برای (پ) $L_{orb,z}$ و (ت) $\mu_{orb,z}$ چقدر است؟ (ث) بزرگترین مقدار مجاز برای مؤلفهٔ z اندازه حرکت زاویه‌ای خالص الکترون (مداری به علاوهٔ اسپینی) چقدر است؟ (ج) چند مقدار (علامتها را در نظر بگیرید) برای مؤلفهٔ z اندازه حرکت زاویه‌ای خالص آن مجازند؟ SSM

۶۲- خازن شکل ۲۸-۷ با جریان $2/50A$ پر می‌شود. شعاع سیم $1/50mm$ و شعاع صفحه برابر $2/00cm$ است. فرض کنید که جریان i در سیم و جریان جابه‌جایی i_d در فاصلهٔ خازن هر دو به طور یکنواخت توزیع شده‌اند. مطلوب است تعیین بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از i در فاصله‌های شعاعی (الف) $1/00mm$ (داخل سیم)، (ب) $3/00mm$ (خارج از سیم) و (پ) $2/20cm$ (خارج از سیم) از مرکز سیم. بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از i_d را در فاصله‌های شعاعی (ت) $1/00mm$ (داخل فاصله)، (ث) $3/00mm$ (داخل فاصله) و (ج) $2.20cm$ (خارج از فاصله) از محور مرکزی میان صفحه‌ها پیدا کنید. (چ) توضیح دهید که چرا میدان برای دو شعاع کوچکتر سیم و فاصله این قدر متفاوت‌اند، اما میدانها برای بزرگترین شعاع متفاوت نیستند.

۶۳- فرض کنید که حدود مقدارهای m_l برای الکترون در اتم ±4 باشد. (الف) برای مؤلفه z گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری $\mu_{orb,z}$ چند مقدار متفاوت امکانپذیر است؟ (ب)

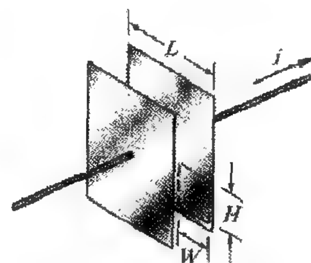
بزرگترین این مقدارهای ممکن چیست؟ حال، فرض کنید که اتم در یک میدان مغناطیسی به بزرگی $0/250\,T$ ، در جهت مثبت محور z قرار گیرد. (پ) انرژی پتانسیل بیشینه و (ت) انرژی پتانسیل کمینه مربوط به این مقدارهای ممکن $\mu_{orb,z}$ چقدرند؟

۶۴- مؤلفهٔ اندازه‌گیری شدهٔ گشتاور دو قطبی مغناطیسی مداری الکترون با مقدارهای (الف) $m_l=3$ و (ب) $m_l=-4$ چقدر است؟

۶۵- عقربهٔ یک قطب‌نمای مغناطیسی با جرم $0/050\,kg$ و طول $4/0\,cm$ همردیف مؤلفهٔ افقی میدان مغناطیسی زمین در جایی است که این مؤلفه مقدار $B_h=16\mu T$ را دارد. پس از اینکه ضربهٔ آرامی به قطب‌نما وارد شود، عقربه با بسامد زاویه‌ای $\omega=45\,rad/s$ نوسان می‌کند. با فرض اینکه عقربه یک میلهٔ باریک یکنواخت و روی مرکزش سوار شده است، بزرگی گشتاور دو قطبی مغناطیسی آن را به دست آورید.

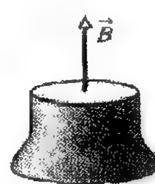
۶۶- می‌خواهیم یک خازن صفحه- موازی با صفحه‌های دایره‌ای را پرکنیم. یک حلقهٔ دایره‌ای هم مرکز با محور مرکزی واقع در میان صفحه‌ها را در نظر بگیرید. اگر شعاع حلقه $3/00\,cm$ بزرگتر از شعاع صفحه باشد، وقتی میدان مغناطیسی در طول حلقه دارای بزرگی $2/00\mu T$ باشد، جریان جابه‌جایی میان صفحه‌ها چقدر است؟

۶۷- در شکل ۲۸-۴۰، می‌خواهیم یک خازن صفحه - موازی را با جریان $i=5/0\,A$ تخلیه کنیم. صفحه‌ها مربع به ضلع $L=8/00\,mm$ هستند. (الف) آهنگی که با آن میدان الکتریکی میان صفحه‌ها تغییر می‌کند چقدر است؟ (ب) مقدار $\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}$ دور مسیر خط‌چین، که در آن $H=2/0\,mm$ و $W=3/0\,mm$ ، چقدر است؟



شکل ۲۸-۴۰ مسئلهٔ ۶۷

۶۸- شار مغناطیسی $7/0\,mWb$ به طرف خارج از وجه تخت پایین سطح بستهٔ نشان داده شده در شکل ۲۸-۴۱ می‌گذرد. از وجه تخت بالایی (که دارای شعاع $4/2\,cm$ است) میدان مغناطیسی $\vec{B}$ برابر با $0/40\,T$ عمود بر وجه می‌گذرد. مطلوب است (الف) بزرگی و (ب) جهت (به طرف داخل یا به طرف خارج) شار مغناطیسی که از سطح خمیده می‌گذرد.



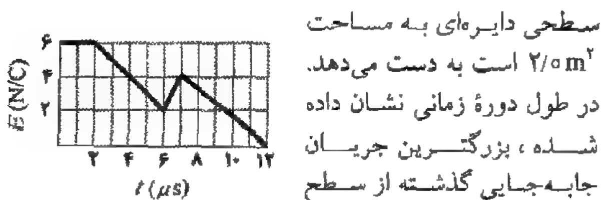
شکل ۲۸-۴۱ مسئلهٔ ۶۸

۶۹- یک خازن صفحه- موازی با صفحه‌های دایره‌ای با شعاع $R=16\,mm$ و فاصلهٔ $d=5/0\,mm$ دارای میدان الکتریکی یکنواخت در میان صفحه‌هاست. با شروع در زمان $t=0$، اختلاف پتانسیل میان صفحه‌ها برابر $V=(100\,V)e^{-t/\tau}$ است که در آن ثابت زمانی $\tau=12\,ms$ است. بزرگی میدان مغناطیسی در فاصلهٔ شعاعی $r=0/80R$ از محور مرکزی (الف) برحسب تابعی از زمان به‌ازای $t\geq 0$ و (ب) در زمان $t=3\tau$ چقدر است؟

۷۰- نمونه‌ای از یک نمک پارامغناطیسی که منحنی مغناطیدگی شکل ۲۸-۱۴ برای آن برقرار است در یک میدان مغناطیسی $2/0\,T$ غوطه‌ور است. در چه دمایی درجهٔ اشباع مغناطیسی نمونه (الف) ۵۰٪ و (ب) ۹۰٪ خواهد بود؟

۷۱- می‌خواهیم یک خازن صفحه- موازی با صفحه‌های دایره‌ای به شعاع R را تخلیه کنیم، جریان جابه‌جایی از میان ناحیهٔ دایره‌ای مرکزی، موازی با صفحه‌ها با شعاع $R/2$ برابر $2/0\,A$ است. جریان موقع تخلیهٔ خازن چقدر است؟

۷۲- شکل ۲۸-۴۲ تغییرات یک میدان مغناطیسی را که عمود بر سطحی دایره‌ای به مساحت $2/0\,m^2$ است به دست می‌دهد. در طول دورهٔ زمانی نشان داده شده، بزرگترین جریان جابه‌جایی گذشته از سطح چقدر است؟



شکل ۲۸-۴۲ مسئلهٔ ۷۲

۷۳- شکل ۲۸-۳۸ یک مدل حلقه‌ای (حلقهٔ L) را برای یک مادهٔ دیامغناطیسی نشان می‌دهد. (الف) خطهای میدان مغناطیسی ناشی از آهنربا را که از میان و اطراف ماده می‌گذرند، رسم کنید. (ب) گشتاور دو قطبی مغناطیسی خالص حلقه $\vec{\mu}$، (پ) جریان قراردادی i در حلقه (ساعتگرد یا پادساعتگرد در شکل)، و (ت) نیروی مغناطیسی وارد برحلقه، در کدام جهت‌اند؟

۷۴- در پایینترین حالت انرژی اتم هیدروژن، محتملترین فاصلهٔ یک الکترون منفرد از پروتون مرکزی (هسته) برابر $5/2\times10^{-11}\,m$ است. (الف) بزرگی میدان الکتریکی پروتون در این فاصله را حساب کنید. بزرگی اندازه‌گیری شدهٔ مؤلفهٔ $\mu_{s,z}$ گشتاور دو قطبی مغناطیسی اسپینی پروتون روی محور z برابر $1/4\times10^{-26}\,J/T$ است.(ب) بزرگی میدان مغناطیسی پروتون را در فاصلهٔ $5/2\times10^{-11}\,m$ روی محور z حساب کنید. (راهنمایی: معادلهٔ ۲۵-۲۷ را به کار ببرید.) (پ) نسبت گشتاور دو قطبی مغناطیسی الکترون به گشتاور دو قطبی مغناطیسی پروتون چقدر است؟

۷۵- در شکل ۲۸-۴۳ یک آهنربای میله‌ای در نزدیکی یک استوانهٔ کاغذی قرار دارد. (الف) خطهای میدان مغناطیسی را که از سطح استوانه می‌گذرند رسم کنید. (ب) علامت $\vec{B}\cdot d\vec{A}$ برای هر مساحت $d\vec{A}$ چیست؟ (پ) آیا این با قانون گاوس برای مغناطیس مغایر است؟ توضیح دهید؟



شکل ۲۸-۴۳ مسئلهٔ ۷۵

۲۹ موجهای الکترومغناطیسی



در روزهای درخشان، آسمان می‌تواند لکه‌هایی تابان و کمانهایی (هاله‌هایی) متنوع را به نمایش گذارد. احتمالاً معمولترین این نمایش لکهٔ تابانی است که خورشید کاذب نامیده می‌شود که سمت چپ یا راست خورشید و گاهی نیز هردو طرف خورشید ظاهر می‌شود. چون خورشیدهای کاذب اغلب رنگی هستند از اینرو با رنگین کمان اشتباه گرفته می‌شوند. ولی خورشیدهای کاذب بر خلاف رنگین کمانها از قطره‌های آب تشکیل نشده‌اند.

چه چیزی خورشیدهای کاذب را ایجاد می‌کند.

پاسخ در همین فصل.

۲۹-۱ فیزیک چیست؟

عصر اطلاعاتی که ما در آن زندگی می‌کنیم تقریباً به طور کامل بر پایهٔ فیزیک موجهای الکترومغناطیسی استوار است. چه بخواهیم یا نخواهیم، به طور جهانی به وسیلهٔ تلویزیون، تلفنها و غیره به هم مرتبط شده‌ایم. و باز چه بخواهیم یا نخواهیم، به وسیلهٔ فرستنده‌های تلویزیونی، رادیویی و تلفنی به طور مستمر در سیگنالهای آنها غوطه‌وریم.

اغلب این پردازشگرهای اطلاعاتی برای ارتباطات متقابل جهانی حتی توسط خیالبافترین مهندسان ۲۰ سال قبل نیز قابل تصور نبود. چالش مهندسان امروز این است که سعی کنند تا پیش‌بینی کنند که در ۲۰ سال دیگر ارتباطات جهانی به چه شکل خواهد بود. نقطهٔ شروع برای برخورد با این چالش در درک اساس فیزیک موجهای الکترومغناطیسی است، که به شکلهای بسیار متفاوتی هستند که به طور شاعرانه به آنها **رنگین کمان ماکسول** گفته می‌شود.

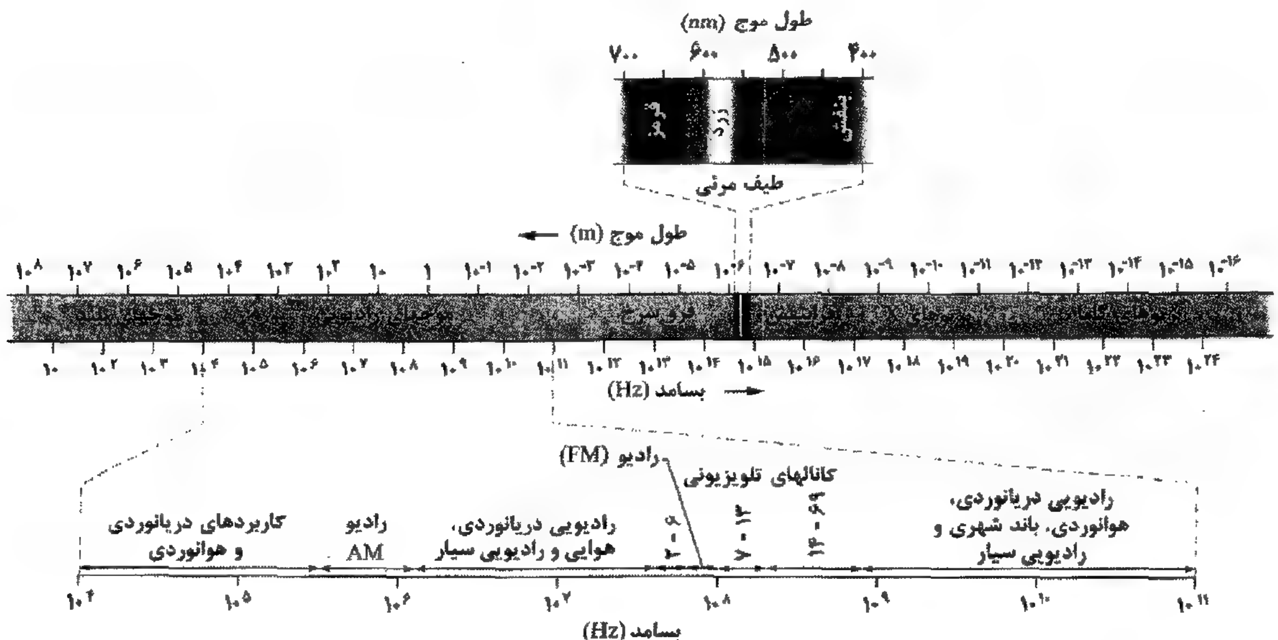
۲۹-۲ رنگین کمان ماکسول

بزرگترین دستاورد جیمز کلارک ماکسول (فصل ۲۸ را ببینید) این بود که نشان داد یک باریکهٔ نور عبارت است از یک موج در حال حرکت از میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یعنی یک **موج الکترومغناطیسی**، و به این ترتیب نورشناسی که به مطالعهٔ نور مرئی می‌پردازد شاخه‌ای از الکترومغناطیس است. در این فصل از یک میدان به میدان دیگر می‌رویم: ما بحث خود را صرفاً به پدیده‌های الکتریکی و مغناطیسی محدود و شالودهٔ نورشناسی را پی‌ریزی می‌کنیم.

در زمان ماکسول در میانهٔ سالهای ۱۸۰۰ (میلادی) نور مرئی، فرو سرخ و فرا بنفش تنها موجهای الکترومغناطیسی شناخته شده بودند. ولی، هانریش هرتز با الهام از کار ماکسول چیزی را کشف کرد که ما اکنون آن را موجهای رادیویی می‌نامیم و نشان داد که آنها با همان سرعت نور مرئی در آزمایشگاه حرکت می‌کنند.

همان‌طور که شکل ۲۹-۱ نشان می‌دهد، ما اکنون یک *طیف* وسیع (یا گستره) از موجهای الکترومغناطیسی را می‌شناسیم: رنگین کمان ماکسول. به گستردگی موجهای الکترومغناطیسی در سرتاسر این طیف که ما را در برگرفته‌اند توجه کنید. خورشید، که تابشهای آن محیط زیستی ما را معنا می‌بخشد و ما به عنوان موجودات زنده در آن تکامل یافته و سازگار شده‌ایم یک چشمهٔ تعیین کننده است. ما همچنین در معرض سیگنالهای رادیویی وتلویزیونی هستیم. میکروموجها از دستگاههای رادار و رلهٔ تلفن نیز ممکن است به ما برسند. از لامپهای روشنایی، قطعه‌های گرم شدهٔ موتور اتومبیل، دستگاههای پرتو ایکس، چراغهای چشمک زن و مواد پرتوزای دفن شده نیز موجهای الکترومغناطیسی به ما می‌رسند. علاوه بر این، از ستاره‌ها و اجسام دیگر در کهکشان ما و سایر کهکشانها نیز تابشهایی به ما می‌رسند. موجهای الکترومغناطیسی در جهتهای دیگر نیز حرکت می‌کنند. سیگنالهای تلویزیونی که تقریباً از سال ۱۳۲۹/۱۹۵۰ از زمین گسیل شده‌اند، حالا اخبار ما را (همراه با قسمتهایی از داستانهای تلویزیونی اگرچه خیلی محو) برای ساکنین پیشرفته‌ای برده‌اند که ممکن است روی سیاره‌هایی باشند که با ۴۰۰ ستاره یا در این حدود احاطه شده‌اند.

در مقیاس طول موج در شکل ۲۹-۱ (و به همین ترتیب در مقیاس بسامد مربوط) هر علامت مقیاس بیانگر تغییر در طول موج با ضریب ۱۰ (و نظیر آن در بسامد) است. دو انتهای مقیاس باز است؛ موجهای الکترومغناطیسی دارای حدودی ذاتی در بالا و پایین نیستند.

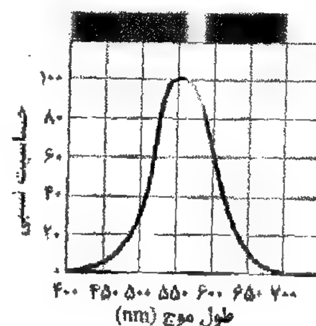


شکل ۲۹-۱ طیف موجهای الکترومغناطیسی

ناحیه‌های خاصی از طیف الکترومغناطیسی در شکل ۲۹-۱ با اسامی آشنایی، نظیر *پرتوهای x* و *موجهای رادیویی* مشخص شده‌اند. این اسامی تقریباً گستره‌های طول موجی معینی را که در آنها انواع خاصی از چشمه‌ها و آشکارسازهای موجهای الکترومغناطیسی به کار می‌روند مشخص می‌کنند. ناحیه‌های دیگر شکل ۲۹-۱، مانند آنهایی که کانالهای تلویزیونی و رادیویی AM نامیده می‌شوند دارای نوارهای طول موجی معینی هستند که به وسیلهٔ قانون برای کارهای تجاری خاص یا سایر مقاصد مشخص شده‌اند. در طیف الکترومغناطیسی فاصله‌های جدایی وجود ندارد، و همهٔ موجهای الکترومغناطیسی، بدون توجه به اینکه در کجای طیف واقع‌اند در *فضای آزاد* (خلأ) با سرعت یکسان c حرکت می‌کنند.

البته ناحیهٔ مرئی طیف برای ما از اهمیت خاصی برخوردار است. شکل ۲۹-۲ حساسیت نسبی چشم انسان را به نور با طول موجهای متفاوت نشان می‌دهد. وسط ناحیهٔ مرئی تقریباً ۵۵۵nm است که حساسیتی ایجاد می‌کند که زرد- سبز نامیده می‌شود.

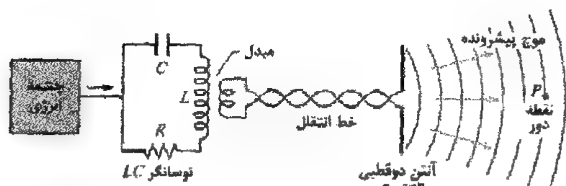
حدود طیف مرئی به طور کامل مشخص نیست چون منحنی حساسیت چشم به طور مجانب در طول موجهای بلند و کوتاه به خط با حساسیت صفر میل می‌کند. اگر به طور اختیاری حدود را در طول موجهایی در نظر بگیریم که حساسیت چشم به ۱٪ مقدار بیشینه‌اش افت می‌کند، این حدود تقریباً ۴۳۰ و ۶۹۰ nm هستند؛ با وجود این، اگر آنها به قدر کافی شدید باشند چشم می‌تواند طول موجهای قدری خارج از این محدوده را نیز ببینید.



شکل ۲۹-۲ حساسیت نسبی چشم به موجهای الکترومغناطیسی در طول موجهای متفاوت. این قسمت از طیف الکترومغناطیس که چشم نسبت به آن حساس است *نور مرئی* نامیده می‌شود.

۲۹-۳ موج الکترومغناطیسی پیشرونده، بررسی کیفی

برخی موجهای الکترومغناطیسی از جمله پرتوهای x، پرتوهای گاما و نور مرئی از چشمه‌هایی در ابعاد اتمی و هسته‌ای *تابیده* (گسیل) می‌شوند، جایی که فیزیک کوانتومی حاکم است. در اینجا چگونگی ایجاد موجهای الکترومغناطیسی را مورد بحث قرار می‌دهیم. برای ساده کردن موضوع، خود را محدود به ناحیه‌ای از طیف می‌کنیم (طول موج $\lambda \approx 1m$) که در آن چشمهٔ *تابش* (موجهای گسیل شده) هم ماکروسکوپی و هم دارای ابعاد منطقی است.

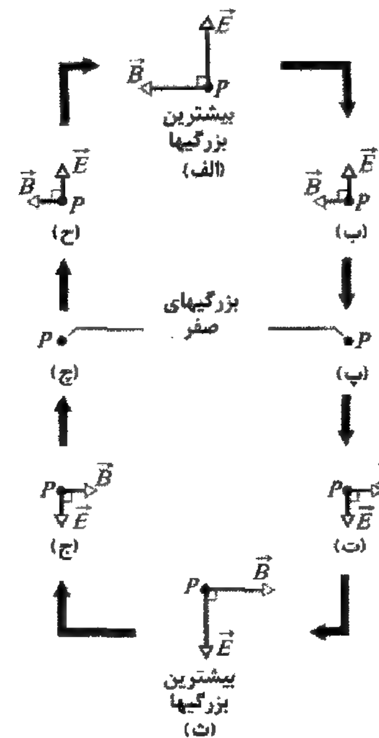


شکل ۲۹-۳ آرایشی برای تولید موج الکترومغناطیسی پیشرونده در ناحیهٔ موج کوتاه رادیویی طیف: یک نوسانگر LC جریان سینوسی در آنتن به وجود می‌آورد که موج را ایجاد می‌کند. P نقطهٔ دوری است که در آنجا آشکارساز می‌تواند موج پیشرونده‌ای را که عبور می‌کند نشان دهد.

شکل ۲۹-۳ طرح کلی مولد چنین موجهایی را نشان می‌دهد. در قلب این مولد یک *نوسانگر* LC قرار دارد که نوسانهایی با بسامد زاویه‌ای $\omega\left(=1/\sqrt{LC}\right)$ تولید می‌کنند. بارها و جریانها در این مدار، همان‌طور که در شکل ۲۹-۱ نشان داده شده است، با این بسامد به صورت سینوسی تغییر می‌کنند. یک چشمهٔ خارجی- احتمالاً یک مولد ac - باید اضافه شود تا انرژی لازم برای جبران انرژی تلف شده به صورت گرما در مدار و همچنین انرژی هدر رفته به صورت تابش الکترومغناطیسی را تأمین کند.

نوسانگر LC در شکل ۲۹-۳ به وسیلهٔ یک مبدل و یک خط انتقال به *آنتنی* که اساساً از دو میلهٔ رسانای باریک توپر تشکیل شده، جفت شده است. با این جفت شدگی، جریان متغیر سینوسی در نوسانگر باعث می‌شود که بار در امتداد میلهٔ آنتن با بسامد زاویه‌ای ω نوسانگر LC به صورت سینوسی نوسان کند. جریان وابسته به این حرکت بار در میله‌ها نیز از نظر بزرگی و جهت با بسامد زاویه‌ای ω تغییر می‌کند. آنتن دارای اثر یک دو قطبی الکتریکی است که گشتاور الکتریکی دو قطبی آن از نظر بزرگی و جهت در امتداد آنتن به صورت سینوسی تغییر می‌کند.

چون بزرگی و جهت گشتاور دو قطبی تغییر می‌کند، میدان الکتریکی ایجاد شده توسط دو قطبی نیز از نظر جهت و بزرگی تغییر می‌کند. همچنین چون جریان تغییر می‌کند، بزرگی و جهت میدان مغناطیسی حاصل نیز تغییر می‌کند. البته، تغییرات در میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در هر نقطه به طور آنی اتفاق نمی‌افتد؛ بلکه، تغییرات با سرعت نور c از آنتن به سمت خارج حرکت می‌کند. تغییر میدانها با هم تشکیل یک موج الکترومغناطیسی را می‌دهد که با سرعت c از آنتن به سمت خارج منتشر می‌شود. بسامد زاویه‌ای این موج همان بسامد زاویه‌ای نوسانگر LC است.



شکل ۲۹-۴ (الف) – (ح) تغییرات میدان الکتریکی $\vec{E}$ و میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در نقطهٔ دور P در شکل ۲۹-۳ وقتی که یک طول موج از موج الکترومغناطیسی از آن می‌گذرد. در این شکل، موج مستقیماً به سمت خارج صفحه حرکت می‌کند. بزرگی و جهت این دو میدان به‌طور سینوسی تغییر می‌کنند. توجه کنید که آنها همواره بر یکدیگر و بر جهت حرکت موج عمودند.

شکل ۲۹-۴ نشان می‌دهد که میدان الکتریکی $\vec{E}$ و میدان مغناطیسی $\vec{B}$ وقتی یک طول موج از موج از نقطهٔ دوری مثل P در شکل ۲۹-۳ می‌گذرد چطور با زمان تغییر می‌کنند؛ در هر قسمت از شکل ۲۹-۴، موج مستقیماً به سمت خارج از صفحه حرکت می‌کند. (ما این نقطهٔ دور را چنان انتخاب می‌کنیم که در آنجا انحنای موجهای نشان داده شده در شکل ۲۹-۴ قابل چشمپوشی باشند. در چنین نقطه‌هایی، موج را *موج تخت* می‌نامند و بحث دربارهٔ موج خیلی ساده‌تر می‌شود.) به چند ویژگی کلیدی در شکل ۲۹-۴ توجه کنید؛ آنها بدون توجه به چگونگی ایجاد موج برقرارند:

۱- میدانهای الکتریکی و مغناطیسی $\vec{E}$ و $\vec{B}$ همواره بر جهت حرکت موج عمودند. بنابراین، موج یک **موج عرضی** است.

۲- میدان الکتریکی همواره بر میدان مغناطیسی عمود است.

۳- ضرب برداری $\vec{E}\times\vec{B}$ همواره جهت حرکت موج را به دست می‌دهد.

۴- میدانها همواره به طور سینوسی تغییر می‌کنند، علاوه بر این، میدانها با بسامد یکسان تغییر می‌کنند و با یکدیگر **همفاز** (همگام) هستند.

با در نظر گرفتن این ویژگیها، می‌توانیم فرض کنیم که موج الکترومغناطیسی در جهت مثبت محور x به سمت P حرکت می‌کند، به طوری که میدان الکتریکی در شکل ۲۹-۴ موازی محور y و میدان مغناطیسی موازی با محور z نوسان می‌کند، (البته با به کاربردن دستگاه مختصات راستگرد). حال می‌توانیم میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را به صورت تابعی سینوسی از مکان x (در امتداد مسیر حرکت موج) و زمان t بنویسیم

$$E = E_m \sin(kx - \omega t) \qquad (۲۹-۱)$$

$$B = B_m \sin(kx - \omega t) \qquad (۲۹-۲)$$

که در آنها E_m و B_m دامنهٔ میدانها و ω و k به ترتیب بسامد زاویه‌ای و عدد موج هستند. از این معادله‌ها متوجه می‌شویم که نه تنها این دو میدان تشکیل یک موج الکترومغناطیسی می‌دهند بلکه هر کدام میدان خودشان را نیز تشکیل می‌دهند. معادلهٔ ۲۹-۱ *مؤلفهٔ الکتریکی* موج الکترومغناطیسی و معادلهٔ ۲۹-۲ *مؤلفهٔ مغناطیسی* موج الکترومغناطیسی را به دست می‌دهند. همان‌طور که در زیر بحث خواهیم کرد، این دو مؤلفه نمی‌توانند به طور مستقل وجود داشته باشند.

می‌دانیم که تندی موج ω/k است. البته، چون این یک موج الکترومغناطیسی است تندی آن (در خلأ) به جای v با نماد c داده می‌شود. در بخش بعد خواهیم دید که c دارای مقدار زیر است

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \qquad \text{(تندی موج)} \qquad (۲۹-۳)$$

که تقریباً برابر $3/0 \times 10^8\,m/s$ است. به عبارت دیگر

> همهٔ موجهای الکترومغناطیسی، از جمله نور مرئی، در خلأ دارای تندی یکسان c هستند.

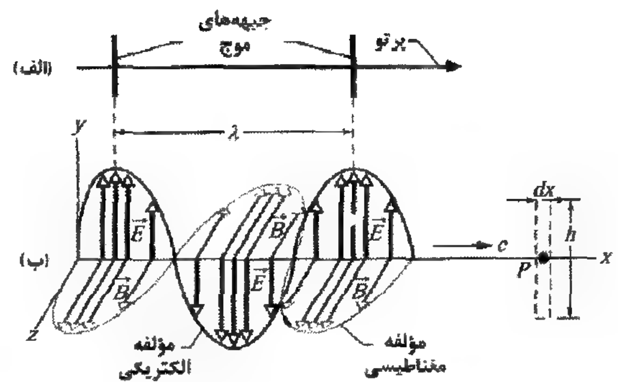
همچنین خواهیم دید که تندی موج c و دامنهٔ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی با رابطهٔ زیر به هم مربوطاند

$$\frac{E_m}{B_m} = c \qquad \text{(نسبت دامنه‌ها)} \qquad (۲۹-۴)$$

اگر معادلهٔ ۲۹-۱ را بر ۲۹-۲ تقسیم و سپس در معادلهٔ ۲۹-۴ قرار دهیم، در می‌یابیم که بزرگی میدانها در هر لحظه با رابطهٔ زیر به هم مربوطاند

$$\frac{E}{B} = c \qquad \text{(نسبت بزرگیها)} \qquad (۲۹-۵)$$

می‌توان موج الکترومغناطیسی را همانند شکل ۲۹-۵ الف با یک *پرتو* (یک خط جهت‌دار که جهت حرکت موج را نشان می‌دهد) یا با *جبهه‌های موج* (سطحهایی فرضی که روی آنها موج دارای بزرگی میدان الکتریکی یکسان است) یا هر دو نمایش داد. دو جبههٔ موج نشان داده شده در شکل ۲۹-۵ الف به اندازهٔ یک طول موج $\lambda(=2\pi/k)$ از هم فاصله دارند. (موجهایی که تقریباً در یک جهت حرکت می‌کنند تشکیل یک *باریکه* می‌دهند، مانند باریکهٔ لیزر، که می‌توانند با یک پرتو نمایش داده شود.)



شکل ۲۹-۵ (الف) یک موج الکترومغناطیسی با یک پرتو و دو جبههٔ موج نمایش داده شده است؛ جبهه‌های موج به اندازهٔ یک طول موج λ از هم فاصله دارند. (ب) همان موج در یک «تصویر لحظه‌ای» از میدان الکتریکی $\vec{E}$ و میدان مغناطیسی $\vec{B}$ آن در نقطه‌هایی روی محور x در امتدادی که موج با تندی c حرکت می‌کند نمایش داده شده است. وقتی موج از نقطهٔ P می‌گذرد، میدانها مطابق شکل ۲۹-۴ تغییر می‌کنند. مؤلفهٔ الکتریکی موج فقط شامل میدانهای الکتریکی و مؤلفهٔ مغناطیسی موج فقط شامل میدانهای مغناطیسی است. مستطیل خط‌چین واقع در P در شکل ۲۹-۶ به کار برده شده است.

همچنین می‌توان موج را همانند شکل ۲۹-۵ ب که بردارهای میدان الکتریکی و مغناطیسی یک موج را در یک «تصویر لحظه‌ای» در یک لحظهٔ معین نشان می‌دهد، نمایش داد. منحنیهایی که از نوک پیکانها می‌گذرند نوسانهای سینوسی داده شده با معادله‌های ۲۹-۱ و ۲۹-۲ را نمایش می‌دهند؛ مؤلفه‌های $\vec{E}$ و $\vec{B}$ همفاز، عمود بر هم و عمود بر جهت حرکت هستند.

توجیه شکل ۲۹-۵ ب به کمی دقت نیاز دارد. ترسیم مشابهی برای موج عرضی روی ریسمان کشیده که در فصل ۳۲ مورد بحث قرار خواهد گرفت جابه‌جایی قسمتهایی از ریسمان را به صورت بالا و پایین موقع عبور موج (*چیزی که در واقع حرکت می‌کند*) نشان می‌دهد. شکل ۲۹-۵ ب انتزاعی‌تر است. در لحظهٔ نشان داده شده، میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در هر نقطه در امتداد محور x دارای بزرگیها و جهتهای معینی (اما همواره عمود بر محور x) هستند. این کمیتهای برداری را با پیکانهایی برای هر نقطه نشان داده‌ایم، بنابراین، باید پیکانهایی با طولهای متفاوت که همهٔ آنها به سمت دور از محور x باشند، شبیه خارهای روی ساقهٔ گل رز، رسم کنیم. البته، پیکانها فقط مقدارهای میدان را در نقطه‌هایی که روی محور x واقع‌اند، نمایش می‌دهند. نه پیکانها و نه منحنیهای سینوسی و همچنین پیکانهایی که نقطه‌های روی محور x را به نقطه‌های خارج از محور متصل می‌کنند، حرکتهای جانبی چیزی را نمایش نمی‌دهند.

شکلهایی مانند شکل ۲۹-۵ به ما کمک می‌کنند تا چیزی را که در واقع یک وضعیت پیچیده است، مجسم کنیم. ابتدا، میدان مغناطیسی را در نظر می‌گیریم. چون این میدان به طور سینوسی تغییر می‌کند، در نتیجه یک میدان الکتریکی عمودی القا می‌کند (از طریق قانون القایش فارادی) که آن هم به طور سینوسی تغییر می‌کند. اما چون این میدان الکتریکی به طور سینوسی تغییر می‌کند، یک میدان مغناطیسی عمودی القا می‌کند (از طریق قانون القایش ماکسول) که این نیز به طور سینوسی تغییر می‌کند. این فرایند همین طور ادامه می‌یابد. دو میدان به طور پیوسته یکدیگر را از طریق القا ایجاد می‌کنند و حاصل این میدانهای متغیر سینوسی است که به صورت یک موج، یعنی موج الکترومغناطیسی حرکت می‌کند. بدون این نتیجهٔ شگفت انگیز ما قادر به دیدن نبودیم، در واقع چون ما به موجهای الکترومغناطیسی گسیل شده از خورشید برای حفظ دمای زمین نیاز داریم، بدون این نتیجه نمی‌توانستیم حتی وجود داشته باشیم.

عجیب‌ترین موج

موجهایی که در فصلهای ۳۲ و ۳۳ بحث خواهیم کرد به *محیطی* (مادی) نیاز دارند که از میان آن یا در امتداد آن حرکت کنند. موجهایی خواهیم داشت که در امتداد ریسمان، در زمین و هوا حرکت می‌کنند. اما موج الکترومغناطیسی (مثل *موج نوری* یا *نور*) به طور عجیبی در این مورد متفاوت است و به محیطی برای حرکت نیاز ندارد. در واقع نور می‌تواند در محیطی مانند هوا یا شیشه حرکت کند، اما نور همچنین می‌تواند در میان فضای خلأ بین یک ستاره و زمین نیز حرکت کند.

وقتی نظریهٔ نسبیت توسط اینشتین در ۱۹۰۵/۱۲۸۴ منتشر شد، مدتها پس از آن مورد پذیرش قرار گرفت و معلوم شد که تندی نور یک تندی خاص است. یک دلیل آن این بود که تندی نور بدون توجه به اینکه در کدام چارچوب مرجع اندازه‌گیری شود، دارای مقدار یکسانی است. اگر یک باریکهٔ نوری در امتداد محوری ارسال شود و از چند ناظر که با تندیهای مختلف در امتداد آن محور، در جهت یا مخالف جهت نور در حرکت‌اند بخواهیم تندی نور را اندازه بگیرند همگی آنها *تندی یکسانی* را برای نور اندازه می‌گیرند. این یک نتیجهٔ شگفت انگیز و کاملاً متفاوت با وقتی است که آنها تندی موج دیگری را اندازه بگیرند؛ برای موجهای دیگر تندی ناظر نسبت به موج در اندازه‌گیری مؤثر است.

امروزه متر به گونه‌ای تعریف شده که تندی نور (یا هر موج الکترومغناطیسی) در خلأ دارای مقدار دقیق زیر است

$$c = ۲۹۹۷۹۲۴۵۸ \text{m/s}$$

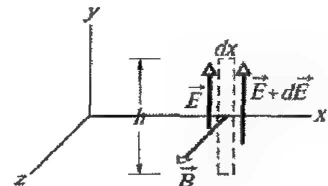
که می‌تواند به عنوان استاندارد متر به کار رود. اگر زمان حرکت یک تپ نوری از یک نقطه به نقطهٔ دیگر را اندازه‌گیری کنیم، در واقع تندی نور را اندازه‌گیری نکرده‌ایم بلکه مسافت بین آن دو نقطه را اندازه‌گیری کرده‌ایم.

۲۹-۴ موج الکترومغناطیسی پیشرونده، بررسی کمی

اکنون معادله‌های ۲۹-۳ و ۲۹-۴ را به دست می‌آوریم و از آن مهمتر القایش دوگانهٔ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را بررسی می‌کنیم که نور را به وجود می‌آورند.

معادلهٔ ۲۹-۴ و میدان الکتریکی القایی

مستطیل خط‌چین با ابعاد dx و h در شکل ۲۹-۶ در نقطهٔ P روی محور x و در صفحهٔ xy قرار دارد (این مستطیل در سمت راست شکل ۲۹-۵ ب نشان داده شده است). در حین حرکت موج الکترومغناطیسی به سمت راست و عبور از مستطیل، شار مغناطیسی Φ_B که از مستطیل می‌گذرد تغییر می‌کند و بنابر قانون القایش فارادی- میدانهای الکتریکی القایی در سراسر ناحیهٔ مستطیل ظاهر می‌شوند. $\vec{E}$ و $\vec{E}+d\vec{E}$ را میدانهای القایی در امتداد دو طول مستطیل در نظر می‌گیریم. این میدانهای الکتریکی در واقع مؤلفهٔ الکتریکی موج الکترومغناطیسی هستند.



شکل ۲۹-۶ در حین حرکت موج الکترومغناطیسی به سمت راست و عبور از نقطهٔ P در شکل ۲۹-۵ ب، تغییر سینوسی میدان مغناطیسی که از مستطیل واقع در نقطهٔ P می‌گذرد در امتداد مستطیل میدانهای الکتریکی ایجاد می‌کند. در لحظهٔ نشان داده شده، بزرگی $\vec{B}$ در حال کاهش است و بنابراین، بزرگی میدان الکتریکی القایی در سمت راست مستطیل بزرگتر از سمت چپ آن است.

حال توجه خود را به منحنی مؤلفهٔ میدان مغناطیسی دور از محور y در قسمت سایه‌دار در شکل ۲۹-۵ ب معطوف می‌کنیم. میدانهای الکتریکی القایی را در لحظه‌ای که این بخش از مؤلفهٔ مغناطیسی از مستطیل می‌گذرد در نظر می‌گیریم. درست در این لحظه، میدان مغناطیسی که از مستطیل می‌گذرد در جهت مثبت محور z بوده و بزرگی آن در حال کاهش است (بزرگی این مؤلفه درست پیش از رسیدن به ناحیهٔ سایه‌دار بزرگتر بوده است). چون میدان مغناطیسی در حال کاهش است، شار مغناطیسی Φ_B که از مستطیل می‌گذرد نیز در حال کاهش است. بنابر قانون فارادی، این تغییر شار با میدانهای الکتریکی القایی مخالفت می‌کند و باعث می‌شود که یک میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در جهت مثبت z ایجاد شود.

بنابر قانون لنز، این بدان معناست که اگر محدودهٔ مستطیل را یک حلقهٔ رسانا در نظر بگیریم، باید یک جریان القایی پاد ساعتگرد در آن ظاهر شود. البته، در آنجا حلقهٔ رسانایی وجود ندارد؛ اما این تحلیل نشان می‌دهد که بردارهای میدان الکتریکی القایی $\vec{E}$ و $\vec{E}+d\vec{E}$ درواقع مطابق شکل ۲۹-۶ سمتگیری کرده‌اند و بزرگی $\vec{E}+d\vec{E}$ از بزرگی $\vec{E}$ بیشتر است. به بیان دیگر، میدان الکتریکی القایی خالص دور مستطیل به صورت پادساعتگرد اثر نمی‌کند.

حال قانون القایش فارادی را به صورت پاد ساعتگرد دور مستطیل شکل ۲۹-۶ به کار می‌بریم

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad (۲۹\text{-}۶)$$

قسمت بالا و پایین مستطیل سهمی در انتگرال ندارند، چون $\vec{E}$ و $d\vec{s}$ در آنجا بر هم عمودند. پس انتگرال دارای مقدار زیر است

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = (E+dE)h - Eh = hdE \qquad (۲۹\text{-}۷)$$

شار Φ_B که از این مستطیل می‌گذرد برابر است با

$$\Phi_B = (B)(hdx) \qquad (۲۹\text{-}۸)$$

که در آن B بزرگی میانگین $\vec{B}$ درون مستطیل و hdx مساحت مستطیل است. مشتق‌گیری از معادلهٔ ۲۹-۸ نسبت به زمان به دست می‌دهد

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = hdx\frac{dB}{dt} \qquad (۲۹\text{-}۹)$$

اگر معادله‌های ۲۹-۷ و ۲۹-۹ را در معادلهٔ ۲۹-۶ قرار دهیم، خواهیم داشت

$$hdE = -hdx\frac{dB}{dt}$$

یا

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{dB}{dt} \qquad (۲۹\text{-}۱۰)$$

در واقع، هم B و هم E بنابر معادله‌های ۲۹-۱ و ۲۹-۲ تابعهایی از دو متغیر x و t هستند. البته، در محاسبهٔ dE/dx باید فرض کنیم که t ثابت است چون شکل ۲۹-۶ یک «تصویر لحظه‌ای» است. همچنین، در محاسبهٔ dB/dt باید x را ثابت در نظر بگیریم زیرا آهنگ زمانی تغییر B در یک نقطهٔ مشخص، مانند نقطهٔ P در شکل ۲۹-۵ **ب** مورد **بحث** است. در این شرایط مشتقها، *مشتق جزئی* هستند و باید معادلهٔ ۲۹-۱۰ به صورت زیر نوشته شود

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \qquad (۲۹\text{-}۱۱)$$

علامت منها در این معادله مناسب و لازم است چون اگر چه در شکل ۲۹-۶ در محل مستطیل E با x زیاد می‌شود، اما B با t کاهش می‌یابد. از معادلهٔ ۲۹-۱ داریم

$$\frac{\partial E}{\partial x} = kE_m\cos(kx-\omega t)$$

و از معادلهٔ ۲۹-۲ داریم

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\omega B_m\cos(kx-\omega t)$$

پس معادلهٔ ۲۹-۱۱ به صورت زیر درمی‌آید

$$kE_m\cos(kx-\omega t) = \omega B_m\cos(kx-\omega t) \qquad (۲۹\text{-}۱۲)$$

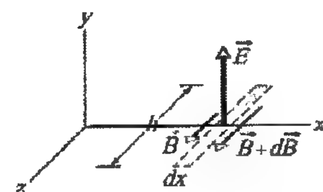
برای یک موج پیشرونده، نسبت ω/k تندی آن است که آن را c می‌نامیم. بنابراین، معادلهٔ ۲۹-۱۲ به صورت زیر درمی‌آید

$$\frac{E_m}{B_m}=c$$ (نسبت دامنه) (۲۹-۱۳)

که همان معادلهٔ ۲۹-۴ است.

معادلهٔ ۲۹-۳ و میدان مغناطیسی القایی

شکل ۲۹-۷ مستطیل خط‌چین دیگری را در نقطهٔ P از شکل ۲۹-۵ ب نشان می‌دهد؛ این مستطیل در صفحهٔ xz واقع است. وقتی موج الکترومغناطیسی به سمت راست حرکت و از این مستطیل جدید عبور می‌کند، شار الکتریکی Φ_E که از مستطیل می‌گذرد تغییر می‌کند و- بنابر قانون القایش ماکسول - میدانهای مغناطیسی القایی در سراسر مستطیل ظاهر می‌شود. این میدانهای مغناطیسی القایی در واقع مؤلفهٔ مغناطیسی موج الکترومغناطیسی هستند.



شکل ۲۹-۷ تغییرات سینوسی میدان الکتریکی که از مستطیل واقع در نقطهٔ P (که نشان داده نشده است) در شکل ۲۹-۵ ب می‌گذرد، میدانهای مغناطیسی در امتداد مستطیل القا می‌کند. لحظهٔ نشان داده شده همان لحظهٔ شکل ۲۹-۶ است: بزرگی $\vec{E}$ کاهش می‌یابد و بزرگی میدان مغناطیسی القا شده در طرف راست مستطیل از طرف چپ بزرگتر است.

از شکل ۲۹-۵ ب می‌بینیم که در لحظهٔ انتخاب شده برای میدان مغناطیسی در شکل ۲۹-۶، میدان الکتریکی که از مستطیل می‌گذرد در جهت نشان داده شده در شکل ۲۹-۷ است. یادآوری می‌کنیم که در لحظهٔ انتخاب شده، میدان مغناطیسی در شکل ۲۹-۶ در حال کاهش است. چون دو میدان همفازند، میدان الکتریکی در شکل ۲۹-۷ باید در حال کاهش بوده و بنابراین، شار الکتریکی Φ_E که از مستطیل می‌گذرد نیز باید در حال کاهش باشد. با به کاربردن همان استدلال به کار رفته برای شکل ۲۹-۶، می‌بینیم که تغییر شار الکتریکی Φ_E، میدان مغناطیسی با بردارهای $\vec{B}$ و $\vec{B}+d\vec{B}$ القا می‌کند که به ترتیب نشان داده در شکل ۲۹-۷ سمتگیری دارند و $\vec{B}+d\vec{B}$ بزرگتر از $\vec{B}$ است.

اکنون، در حالی که مستطیل خط‌چین را به طور پاد ساعتگرد دور می‌زنیم، قانون القایش ماکسول را به کار می‌بریم

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}=\mu_0\varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}$$ (۲۹-۱۴)

در انتگرال فقط طولهای مستطیل سهیم‌اند که مقدار آن برابر است با

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s}=-(B+dB)h+Bh=-hdB$$ (۲۹-۱۵)

شار Φ_E که از مستطیل می‌گذرد برابر است با

$$\Phi_E=(E)(hdx)$$ (۲۹-۱۶)

که در آن E میانگین بزرگی $\vec{E}$ داخل مستطیل است. با مشتق‌گیری از معادلهٔ ۲۹-۱۶ نسبت t داریم

$$\frac{d\Phi_E}{dt}=hdx\frac{dE}{dt}$$

اگر این معادله و معادلهٔ ۲۹-۱۵ را در معادلهٔ ۲۹-۱۴ قرار دهیم، داریم

$$-hdB=\mu_0\varepsilon_0(hdx\frac{dE}{dt})$$

یا مثل قبل که برای معادلهٔ ۲۹-۱۱ انجام دادیم، با تغییر به نمادگذاری با مشتق جزئی، داریم

$$-\frac{\partial B}{\partial x}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}$$ (۲۹-۱۷)

دوباره، علامت منها در این معادله ضروری است، چون اگرچه B بر حسب x در نقطهٔ P در مستطیل شکل ۲۹-۷ در حال افزایش است اما E برحسب t در حال کاهش است.

با به کاربردن معادله‌های ۲۹-۱ و ۲۹-۲، محاسبهٔ ۲۹-۱۷ به رابطهٔ زیر منجر می‌شود

$$-kB_m\cos(kx-\omega t)=-\mu_0\varepsilon_0\omega E_m\cos(kx-\omega t)$$

که آن را می‌توان به صورت زیر نوشت

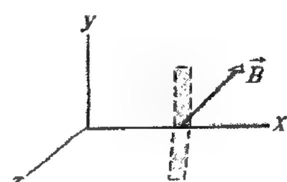
$$\frac{E_m}{B_m}=\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0(\omega/k)}=\frac{1}{\mu_0\varepsilon_0 c}$$

ترکیب این معادله و معادلهٔ ۲۹-۱۳ بلافاصله به رابطهٔ زیر می‌انجامد

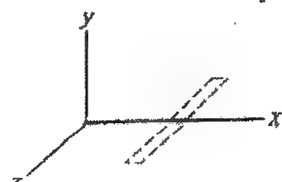
$$c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$ (تندی موج) (۲۹-۱۸)

که دقیقاً همان معادلهٔ ۲۹-۳ است.

✔ نکتهٔ وارسی ۱ میدان مغناطیسی $\vec{B}$ که از مستطیل شکل ۲۹-۶ می‌گذرد در اینجا در لحظهٔ متفاوتی در قسمت ۱ شکل نشان داده شده است؛ $\vec{B}$ در صفحهٔ xz و موازی محور z قرار دارد و بزرگی آن در حال افزایش است. (الف) با ترسیم میدانهای الکتریکی القایی و مشخص کردن جهت و بزرگی آنها (نظیر شکل ۲۹-۶) قسمت ۱ را کامل کنید. (ب) برای همان لحظه، با ترسیم میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی قسمت ۲ شکل را کامل کنید. همچنین، میدانهای مغناطیسی القایی را با مشخص کردن جهت و بزرگی آنها (نظیر شکل ۲۹-۷) رسم کنید.



(۱)



(۲)

۲۹-۵ انتقال انرژی و بردار پوئین تینگ

همهٔ کسانی که حمام آفتاب می‌گیرند می‌دانند که موجهای الکترومغناطیسی می‌توانند انرژی منتقل کنند و به جسمی که روی آن می‌تابند تحویل دهند. آهنگ انتقال انرژی بر یکای مساحت توسط این موجها به وسیلهٔ بردار $\vec{S}$ بیان می‌شود که به احترام جان هنری پوئین تینگ[1] (۱۲۹۳-۱۲۳۱/۱۹۱۴-۱۸۵۲) که برای اولین بار خواص آن را شرح داد **بردار پوئین تینگ** نامیده شده است. $\vec{S}$ به این صورت تعریف می‌شود

$$\vec{S}=\frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B} \quad \text{(بردار پوئین تینگ)} \qquad (۲۹-۱۹)$$

بزرگی S به آهنگی مربوط است که انرژی به وسیلهٔ موج از یکای سطح در هر لحظه (isnt) عبور می‌کند

$$S=\left(\frac{\text{زمان / انرژی}}{\text{مساحت}}\right)_{inst}=\left(\frac{\text{توان}}{\text{مساحت}}\right)_{inst}$$

از این رابطه درمی‌یابیم که یکای SI بردار $\vec{S}$ وات بر متر مربع (W/m^2) است.

> جهت بردار پوئین تینگ $\vec{S}$ یک موج الکترومغناطیسی در هر نقطه جهت حرکت موج و جهت انتقال انرژی در آن نقطه را به دست می‌دهد.

چون $\vec{E}$ و $\vec{B}$ در یک موج الکترومغناطیسی بر هم عمودند بزرگی $\vec{E}\times\vec{B}$ برابر EB است. پس بزرگی $\vec{S}$ برابر است با

$$S=\frac{1}{\mu_0}EB \qquad (۲۹-۲۱)$$

که در آن S ، E و B مقدارهای لحظه‌ای هستند. E و B چنان نزدیک به هم جفت شده‌اند که کافی است ما فقط با یکی از آنها کار کنیم؛ عمدتاً ما E را انتخاب می‌کنیم چون اغلب وسایلی که برای آشکارسازی موجهای الکترومغناطیسی مورد استفاده قرار می‌گیرند با مؤلفهٔ الکتریکی موج سروکار دارند نه مؤلفهٔ مغناطیسی آن. بنابراین، با به کاربردن $B=E/c$ از معادلهٔ ۲۹-۵ می‌توانیم معادلهٔ ۲۹-۲۱ را به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$S=\frac{1}{c\mu_0}E^2 \quad \text{(آهنگ انتشار انرژی لحظه‌ای)} \qquad (۲۹-۲۲)$$

با قراردادن $E=E_m\sin(kx-\omega t)$ در معادلهٔ ۲۹-۲۲ می‌توانیم معادله‌ای برای آهنگ انتقال انرژی به صورت تابعی از زمان به دست آوریم. ولی، انتقال انرژی میانگین در زمان در عمل سودمندتر است، و لازم است برای آن مقدار میانگین زمانی S را که S_{avg} نوشته می‌شود و **شدت I** موج نیز نامیده می‌شود به دست آوریم. از معادلهٔ ۲۹-۲۰ شدت برابر است با

$$I=S_{avg}=\left(\frac{\text{زمان / انرژی}}{\text{مساحت}}\right)_{avg}=\left(\frac{\text{توان}}{\text{مساحت}}\right)_{avg} \qquad (۲۹-۲۳)$$

از معادلهٔ ۲۹-۲۲ درمی‌یابیم که

$$I=S_{avg}=\frac{1}{c\mu_0}[E]_{avg}=\frac{1}{c\mu_0}\left[E_m^2\sin^2(kx-\omega t)\right]_{avg} \qquad (۲۹-۲۴)$$

در یک چرخهٔ کامل، مقدار میانگین $\sin^2\theta$ برای هر متغیر زاویه‌ای θ برابر $\frac{1}{2}$ است (به شکل ۲۷-۱۴ نگاه کنید). افزون بر این، کمیت جدید E_{rms} ، *جذر میانگین مربعی* مقدار میدان الکتریکی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$E_{rms}=\frac{E}{\sqrt{2}} \qquad (۲۹-۲۵)$$

سپس می‌توانیم معادلهٔ ۲۹-۲۴ را به صورت زیر بنویسیم

$$I=\frac{1}{c\mu_0}E_{rms}^2 \qquad (۲۹-۲۶)$$

چون $E=cB$ و c عدد بسیار بزرگی است می‌توان نتیجه گرفت که انرژی وابسته به میدان الکتریکی خیلی بزرگتر از انرژی وابسته به میدان مغناطیسی است. این نتیجه‌گیری درست نیست؛ دو انرژی دقیقاً برابرند. برای نشان دادن این مطلب، با معادلهٔ ۲۱-۲۵ شروع می‌کنیم که چگالی انرژی $u(=\frac{1}{2}\varepsilon_0E^2)$ را در میدان الکتریکی به دست می‌دهد. پس از قراردادن cB به جای E می‌توان نوشت

$$u_E=\frac{1}{2}\varepsilon_0E^2=\frac{1}{2}E_0(cB)^2$$

حال اگر c را از معادلهٔ ۲۹-۳ قرار دهیم، داریم

$$u_E=\frac{1}{2}\varepsilon_0\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}B^2=\frac{B^2}{2\mu_0}$$

اما معادلهٔ ۲۶-۵۴ حاکی از آن است که $B^2/2\mu_0$ چگالی انرژی u_B میدان مغناطیسی است، پس مشاهده می‌کنیم که در همه جای موج الکترومغناطیسی $u_E=u_B$ است.

تغییرات شدت با فاصله

چگونگی تغییر شدت با فاصله از یک چشمهٔ واقعی تابش الکترومغناطیسی اغلب پیچیده است– به ویژه وقتی چشمه (نظیر نورافکن گردان در فیلمهای سینمایی اولیه) تابش را در جهت خاصی بتاباند. البته، در برخی وضعیتها می‌توانیم فرض کنیم که چشمه یک *چشمهٔ نقطه‌ای* است که نور را به طور *همسانگرد*، یعنی با شدت مساوی در همهٔ جهتها گسیل می‌دارد. مقطع جبهه‌های موج کروی در حال گسترش از چنین چشمهٔ نقطه‌ای همسانگرد S در یک لحظهٔ خاص در شکل ۲۹-۸ نشان داده شده است.

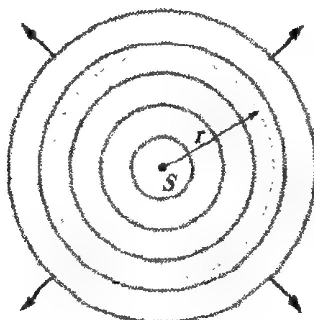
حال فرض می‌کنیم که انرژی موجهای انتشار یافته از این چشمه پایستار باشد. همچنین، فرض می‌کنیم که مرکز یک کرهٔ

1. John Henry Poyinting

فرضی به شعاع r به ترتیب نشان داده شده در شکل ۲۹-۸ روی چشمه باشد. همهٔ انرژی گسیل شده توسط چشمه باید از این کره بگذرد. بنابراین، آهنگی که انرژی با آن به وسیلهٔ تابش از کره عبور می‌کند باید با آهنگی که با آن انرژی از چشمه گسیل می‌شود؛ یعنی توان P_s چشمه برابر باشد. پس، شدت I در کره از معادلهٔ ۲۹-۲۳، باید برابر باشد با

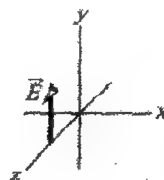
$$I = \frac{\text{توان}}{\text{مساحت}} = \frac{P_s}{۴\pi r^۲} \qquad (۲۹\text{-}۲۷)$$

که در آن $۴\pi r^۲$ مساحت کره است. معادلهٔ ۲۹-۲۷ حاکی از آن است که شدت تابش الکترومغناطیسی از یک چشمهٔ نقطه‌ای همسانگرد با مربع فاصلهٔ r از چشمه کاهش می‌یابد.



شکل ۲۹-۸ یک چشمهٔ نقطه‌ای S موجهای الکترومغناطیسی را به طور یکنواخت در همهٔ جهتها گسیل می‌کند. جبهه‌های موج کروی از کرهٔ فرضی به شعاع r و هم مرکز با S می‌گذرند.

✔ نکتهٔ وارسی ۲ شکل میدان الکتریکی یک موج الکترومغناطیسی را در یک نقطهٔ معین و زمان معین به دست می‌دهد. موج در حال انتقال انرژی در جهت z منفی است. میدان مغناطیسی موج در این نقطه و این لحظه در کدام جهت است؟



مسئلهٔ نمونهٔ ۲۹-۱

وقتی به ستارهٔ شمال (قطبی) نگاه می‌کنید، نوری که دریافت می‌کنید از ستاره‌ای در فاصلهٔ 431ly است و آهنگ گسیل انرژی آن $۲/۲\times۱۰^۳$ برابر آهنگ گسیل انرژی خورشید است ($P_{sun} = ۳/۹۰\times۱۰^{۲۶}\,\mathrm{W}$). با چشمپوشی از جذب جوی، مقدارهای rms میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را وقتی که نور به شما می‌رسد، حساب کنید.

نکته‌های کلیدی

۱- مقدار rms، میدان الکتریکی E_{rms}، در نور با معادلهٔ ۲۹-۲۶ ($I = E_{rms}^۲/c\mu_۰$) به شدت I مربوط است.

۲- چون چشمه خیلی دور است و نور به طور یکسان در تمام جهتها گسیل می‌شود، شدت I در هر فاصلهٔ r از چشمه با معادلهٔ ۲۹-۲۷ $I = \left(P_s/۴\pi r^۲\right)$ داده می‌شود.

۳- بزرگی میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیس در هر لحظه و در هر نقطه از موج با معادلهٔ ۲۹-۵ ($E/B = c$) به تندی نور c به هم مرتبط‌اند. بنابراین، مقدارهای rms این میدانها نیز با معادلهٔ ۲۹-۵ به هم مربوط‌اند.

میدان الکتریکی: وقتی دو نکتهٔ اولی را با هم درنظر بگیریم، داریم

$$I = \frac{P_s}{۴\pi r^۲} = \frac{E_{rms}^۲}{c\mu_۰}$$

و

$$E_{rms} = \sqrt{\frac{P_s c\mu_۰}{۴\pi r^۲}}$$

با قرار دادن $P_s = (۲/۲\times۱۰^۳)(۳/۹۰\times۱۰^{۲۶}\,\mathrm{W})$، $r = ۴۳۱\mathrm{ly} = ۴/۰۸\times۱۰^{۱۸}\,\mathrm{m}$ و مقدارهای ثابت، داریم

$$E_{rms} = ۱/۲۴\times۱۰^{-۳}\,\mathrm{V/m} \approx ۱/۲\,\mathrm{mV/m} \quad \text{(پاسخ)}$$

میدان مغناطیسی: از معادلهٔ ۲۹-۵، می‌توان نوشت

$$B_{rms} = \frac{E_{rms}}{c} = \frac{۱/۲۴\times۱۰^{-۳}\,\mathrm{V/m}}{۳/۰۰\times۱۰^۸\,\mathrm{m/s}}$$
$$= ۴/۱\times۱۰^{-۱۲}\,\mathrm{T} = ۴/۱\,\mathrm{pT}$$

میدانها را نمی‌توان مقایسه کرد: توجه کنید که $E_{rms}(=۱/۲\,\mathrm{mV/m})$ در مقیاس آزمایشگاههای استاندارد کوچک است، اما $B_{rms}(=۴/۱\,\mathrm{pT})$ کاملاً کوچک است. این اختلاف به این توضیح کمک می‌کند که چرا اغلب وسایل مربوط به آشکارسازی و اندازه‌گیری موجهای الکترومغناطیسی طوری طراحی شده‌اند که به مؤلفه الکتریکی موج حساس هستند. ولی این اشتباه است که بگوییم مؤلفهٔ الکتریکی موج الکترومغناطیسی «قویتر» از مؤلفهٔ مغناطیسی است. دو کمیت را که با یکاهای مختلف اندازه‌گیری می‌شوند نمی‌توانید با هم مقایسه کنید. همان‌طور که دیدیم مؤلفه‌های الکتریکی و مغناطیسی تا وقتی از نظر انتشار موج مورد نظر هستند اساساً مساوی هستند چون میانگین انرژی آنها که **قابل مقایسه** است، مساوی‌اند.

۲۹-۶ فشار تابشی

موجهای الکترومغناطیسی هم اندازه حرکت خطی و هم انرژی دارند. این بدان معناست که با تابانیدن نور روی یک جسم می‌توان به آن فشار- **فشار تابشی**- وارد کرد. البته، فشار باید

خیلی کوچک باشد چون برای مثال وقتی دوربین عکاسی برای گرفتن عکس فلاش می‌زند آن را احساس نمی‌کنیم (که خیلی خوب است چون در غیر این صورت فلاش عکاسی می‌توانست مانند یک ضربهٔ مشت باشد).

جهت یافتن عبارتی برای فشار، باریکه‌ای از یک تابش الکترومغناطیسی– برای مثال، نور– را برای یک بازهٔ زمانی Δt به جسمی می‌تابانیم. علاوه بر این، فرض می‌کنیم که جسم آزاد است که حرکت کند و اینکه تابش کاملاً به وسیلهٔ جسم **جذب** (دریافت)می‌شود. این بدان معناست که در طی بازهٔ Δt، جسم انرژی ΔU را از تابش کسب می‌کند. ماکسول نشان داد که جسم اندازه حرکت خطی نیز به دست می‌آورد. بزرگی Δp تغییر اندازه حرکت جسم با رابطهٔ زیر به تغییر انرژی ΔU مربوط است

$$\Delta p = \frac{\Delta U}{c} \quad \text{(جذب کامل)} \quad (۲۹-۲۸)$$

که در آن c تندی نور است. جهت تغییر اندازه حرکت جسم، جهت باریکهٔ *فرودی* (تابشی) است که جسم جذب می‌کند.

تابش به جای اینکه جذب شود می‌تواند به وسیلهٔ جسم **بازتابیده** شود؛ یعنی، وقتی تابش از جسم وا می‌جهد می‌تواند به جهت جدیدی فرستاده شود. اگر تابش به طور کامل به عقب و در امتداد مسیر اولیه‌اش بازتابیده شود، بزرگی تغییر اندازه حرکت جسم دو برابر مقدار داده شدهٔ بالا یا برابر است با

$$\Delta p = \frac{2\Delta U}{c} \quad \text{(بازتاب کامل برگشتی در امتداد مسیر)} \quad (۲۹-۲۹)$$

به همین ترتیب، وقتی یک توپ تنیس کاملاً کشسان از جسمی وامی‌جهد، تغییر اندازه حرکت جسم دو برابر وقتی است که به وسیلهٔ یک توپ کاملاً غیر کشسان (مثل گلوله‌ای از بتونهٔ خیس) با جرم و سرعت یکسان ضربه می‌خورد. اگر قسمتی از تابش فرودی جذب و قسمتی دیگر بازتابیده شود، تغییر اندازه حرکت جسم بین $\Delta U/c$ و $2\Delta U/c$ است.

از قانون دوم نیوتون در شکل اندازه حرکتش (بخش ۹-۴)، می‌دانیم که تغییر در اندازه حرکت و نیرو با رابطهٔ زیر به هم مربوط‌اند

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad (۲۹-۳۰)$$

برای یافتن عبارتی برای نیروی وارده توسط تابش برحسب شدت I تابش، ابتدا در نظر می‌گیریم که شدت برابر است با

$$I = \frac{\text{توان}}{\text{مساحت}} = \frac{\text{زمان/ انرژی}}{\text{مساحت}}$$

حال، فرض می‌کنیم سطح مسطحی به مساحت A، که بر مسیر تابش عمود است جلوی تابش را بگیرد. در بازهٔ زمانی Δt، انرژی تابیده شده به سطحی به مساحت A برابر است با

$$\Delta U = IA\Delta t \quad (۲۹-۳۱)$$

اگر انرژی کاملاً جذب شود، آنگاه معادلهٔ ۲۹-۲۸ حاکی از آن است که $\Delta p = IA\Delta t/c$ و از معادلهٔ ۲۹-۳۰، بزرگی نیروی وارد بر مساحت A برابر است با

$$F = \frac{IA}{c} \quad \text{(جذب کامل)} \quad (۲۹-۳۲)$$

به همین ترتیب، اگر نور تابشی کاملاً در امتداد مسیر اولیه‌اش به عقب بازتابیده شود، معادلهٔ ۲۹-۲۹ حاکی از آن است که $\Delta p = 2IA\Delta t/c$ و از معادلهٔ ۲۹-۳۰ داریم

$$F = \frac{2IA}{c} \quad \text{(بازتاب کامل برگشتی در امتداد مسیر)} \quad (۲۹-۳۳)$$

اگر قسمتی از تابش جذب و قسمت دیگر بازتابیده شود، بزرگی نیروی وارد بر مساحت A بین مقدارهای IA/c و $2IA/c$ خواهد بود.

نیروی وارد بر یکای مساحت جسم بر اثر تابش، فشار تابشی P_r است. می‌توان آن را برای وضعیت معادله‌های ۲۹-۳۲ و ۲۹-۳۳ با تقسیم دو طرف هر یک از معادله‌ها بر A به دست آورد. داریم

$$p_r = \frac{I}{c} \quad \text{(جذب کامل)} \quad (۲۹-۳۴)$$

و

$$p_r = \frac{2I}{c} \quad \text{(بازتاب کامل برگشتی در امتداد مسیر)} \quad (۲۹-۳۵)$$

دقت کنید که نماد p_r برای فشار تابشی را با نماد p برای اندازه حرکت اشتباه نگیرید.

پیشرفت فناوری لیزر به پژوهشگران این فرصت را داده است تا با فشارهای تابشی خیلی بزرگتر از مثلاً فشار تابشی بر اثر لامپ فلاش عکاسی، دست یابند. دلیل این امر آن است که باریکهٔ نور لیزر– بر خلاف باریکهٔ نور از یک لامپ رشته‌ای کوچک– می‌تواند در لکهٔ ظریفی با قطر فقط چند طول موج متمرکز شود. این مطلب امکان رساندن انرژی خیلی زیاد به جسمهای کوچک واقع در آن لکه را فراهم می‌آورد.

> ✓ **نکتهٔ وارسی ۳** نوری با شدت یکنواخت به طور عمود به سطح جذب کنندهٔ کاملی می‌تابد و تمام سطح را روشن می‌کند. اگر مساحت سطح کاهش یابد آیا (الف) فشار تابشی و (ب) نیروی تابشی وارد بر سطح افزایش می‌یابد یا کاهش یا یکسان باقی می‌ماند؟

۲۹-۷ قطبش

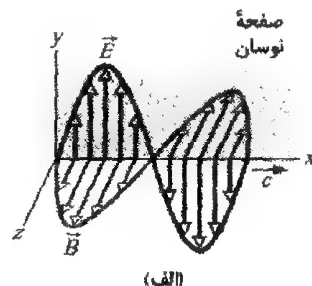
آنتنهای تلویزیونی VHF[1] (بسامد خیلی بالا) در انگلستان به طور قائم سمتگیری شده‌اند، ولی این آنتنها در آمریکای شمالی افقی‌اند. اختلاف به خاطر جهت نوسان موجهای الکترومغناطیسی حامل سیگنالهای تلویزیونی است. در انگلستان، وسایل انتقال به

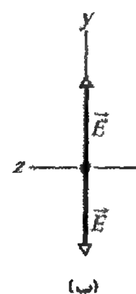
---

1. very high frequency

گونه‌ای طراحی شده‌اند تا موجهایی ایجاد کنند که به طور قائم قطبیده باشند؛ یعنی میدان الکتریکی آنها به طور قائم نوسان می‌کنند. بنابراین، برای اینکه میدان الکتریکی موجهای تلویزیونی فرودی در امتداد آنتن جریان برقرار کند (و به این ترتیب برای تلویزیون سیگنالی ایجاد کند)، آنتن باید قائم باشد. در آمریکای شمالی موجها به طور افقی قطبیده‌اند.

شکل ۲۹-۹ الف یک موج الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که میدان الکتریکی آن موازی با محور قائم y نوسان می‌کند. صفحهٔ شامل بردارهای $\vec{E}$، **صفحهٔ نوسان موج** نامیده می‌شود (از این رو، گفته می‌شود که موج قطبیدهٔ خطی در جهت y است.) *قطبش* موج (حالت قطبیدگی) را می‌توان با جهت نوسانهای میدان الکتریکی از دید روبه روی صفحهٔ نوسان، مطابق شکل ۲۹-۹ ب نشان داد. پیکان دو سر قائم در شکل بیانگر این است که میدان الکتریکی موجی که از ما می‌گذرد به طور قائم نوسان می‌کند- میدان به طور پیوسته بین سمت بالا و پایین محور y تغییر می‌کند.



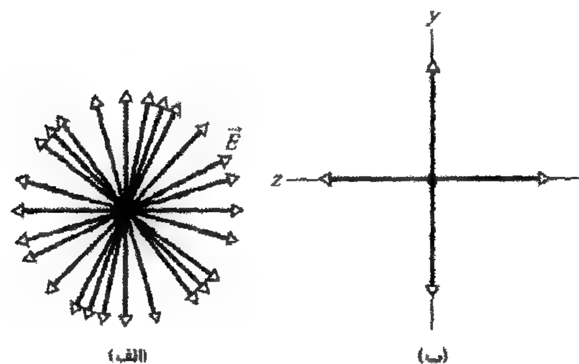


شکل ۲۹-۹ (الف) صفحهٔ نوسان موج الکترومغناطیسی قطبیده. (ب) برای نمایش قطبش، از روبه‌رو به صفحهٔ نوسان نگاه می‌کنیم، جهت نوسان میدان الکتریکی با پیکانهای دوسر نمایش داده شده است.

نور قطبیده

موجهای الکترومغناطیسی گسیل شده از یک ایستگاه تلویزیونی همگی دارای قطبش یکسانی هستند، اما موجهای الکترومغناطیسی که توسط یک چشمهٔ معمولی نور (مانند خورشید یا لامپ) گسیل می‌شوند **قطبیدهٔ کاتوره‌ای** یا **ناقطبیده** هستند؛ یعنی میدان الکتریکی در هر نقطهٔ معین همواره بر جهت انتشار موج دوسر عمود است اما به طور کاتوره‌ای تغییر جهت می‌دهد. بنابراین، اگر بخواهیم با دید از روبه‌رو نوسانها را در یک دورهٔ زمانی نمایش دهیم، رسم ساده‌ای از یک پیکان دوسر تنها نظیر شکل ۲۹-۹ب نخواهیم داشت و در عوض پیکانهای دوسر درهم برهمی مشابه شکل ۲۹-۱۰ الف خواهیم داشت.

در اصل، می‌توان این درهم برهمی را با تجزیهٔ هر میدان الکتریکی شکل ۲۹-۱۰ الف به مؤلفه‌های y و z ساده کرد. در این صورت، وقتی موج عبور می‌کند مؤلفهٔ y خالص موازی محور y و مؤلفهٔ z خالص موازی محور z نوسان می‌کند. در نتیجه، می‌توان نور ناقطبیده را مطابق شکل ۲۹-۱۰ ب با یک زوج پیکان دو سر نشان داد. پیکان دو سر در امتداد محور y بیانگر نوسانهای مؤلفهٔ y خالص میدان الکتریکی و پیکان دو سر در امتداد محور z بیانگر نوسانهای مؤلفهٔ z خالص میدان الکتریکی است. با انجام تمام اینها، ما نور ناقطبیده را به صورت برهم نهی دو موج قطبیده درنظر می‌گیریم که صفحهٔ نوسان آنها برهم عمودند- یک صفحه شامل محور y و صفحهٔ دیگر شامل محور z است. یک دلیل برای این تغییر این است که رسم شکل ۲۹-۱۰ ب خیلی ساده‌تر از رسم شکل ۲۹-۱۰ الف است.



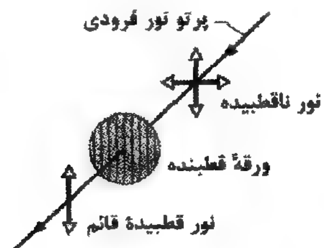
شکل ۲۹-۱۰ (الف) نور ناقطبیده از موجهایی با میدانهای الکتریکی کاتوره‌ای تشکیل شده است. در اینجا همهٔ موجها در امتداد محور یکسانی، به سمت خارج صفحهٔ کاغذ، حرکت می‌کنند و همگی دامنهٔ E یکسانی دارند. (ب) روش دیگر نمایش نور ناقطبیده نور حاصل از برهم نهی دو موج قطبیده است که صفحهٔ نوسان آنها بر هم عمودند.

می‌توان با شکلهایی مشابه، نور **قطبیدهٔ جزئی** را نمایش داد (نوری که نوسانهای میدان آن نه مطابق شکل ۲۹-۱۰ الف کاملاً کاتوره‌ای‌اند و نه مطابق شکل ۲۹-۹ ب موازی یک محور واحد قرار دارند.) برای این وضعیت می‌توانیم یکی از پیکانهای دوسر عمودی را بلندتر از پیکان دیگر رسم کنیم.

می‌توانیم با عبور نور مرئی ناقطبیده از یک *ورقهٔ قطبنده*، مطابق شکل ۲۹-۱۱ نور را قطبیده کنیم. چنین ورقه‌هایی از نظر تجاری پلاروید یا پالایه‌های پولاروید نامیده می‌شوند که در سال ۱۹۳۲/۱۳۱۱ توسط ادوین لند[1] در زمانی که دانشجوی کارشناسی بود اختراع شده است. ورقهٔ قطبنده شامل مولکولهای دراز معینی است که در پلاستیک قرار داده شده‌اند. موقع ساختن ورقه، آن را می‌کشند تا مولکولها در ردیفهای موازی،

---
1. Edvin Land

شبیه شیارهای زمین شخم زده، همردیف شوند. سپس وقتی نور از ورقه بگذرد، مؤلفه‌های میدان الکتریکی در امتداد یک جهت از ورقه عبور می‌کنند، در حالی که مؤلفه‌های عمود بر آن جهت به وسیلهٔ مولکولها جذب و ناپدید می‌شوند.



شکل ۲۹-۱۱ وقتی نور ناقطبیده از یک ورقهٔ قطبنده بگذرد، قطبیده می‌شود. جهت قطبش، با جهت قطبندهٔ ورقه که در اینجا با رسم خطهای قائم در ورقه نشان داده شده موازی است.

ما به مولکولها نمی‌پردازیم، اما برای ورقه یک جهت *قطبنده* که مؤلفه‌های میدان الکتریکی در آن جهت از ورقه می‌گذرند را در نظر می‌گیریم:

> مؤلفهٔ میدان الکتریکی موازی با جهت قطبنده از ورقهٔ قطبنده عبور می‌کند (تراگسیل می‌شود)، ولی مؤلفهٔ عمود بر آن جذب می‌شود.

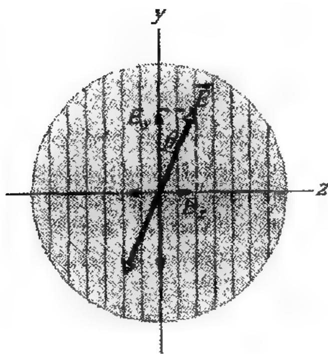
بنابراین، نور خروجی از ورقه فقط از مؤلفه‌هایی تشکیل شده است که موازی جهت قطبندهٔ ورقه‌اند، در نتیجه نور در آن جهت قطبیده است. در شکل ۲۹-۱۱، مؤلفه‌های قائم از ورقه عبور می‌کنند و مؤلفه‌های افقی جذب می‌شوند. پس، موجهای عبوری به طور قائم قطبیده‌اند.

شدت نور قطبیدهٔ عبوری

حال شدت نور عبوری از ورقهٔ قطبنده را در نظر می‌گیریم. با نور ناقطبیده شروع می‌کنیم که نوسانهای میدان الکتریکی آن را می‌توان مطابق شکل ۲۹-۱۰ ب به مؤلفه‌های y و z تجزیه کرد. علاوه بر این، می‌توانیم محور y را موازی جهت قطبندهٔ ورقه قرار دهیم. در این صورت، فقط مؤلفه‌های y میدان الکتریکی نور از ورقه عبور می‌کنند و مؤلفه‌های z میدان جذب می‌شوند. اگر به طوری که شکل ۲۹-۱۰ ب نشان می‌دهد موجهای اصلی به صورت کاتوره‌ای سمتگیری داشته باشند، مجموع مؤلفه‌های y و مجموع مؤلفه‌های z مساوی خواهند بود. وقتی مؤلفه‌های z جذب شوند، نصف شدت I_0 نور اصلی از دست رفته است. در این صورت شدت I نور قطبیدهٔ خروجی عبارت است از

$$I = \frac{1}{2} I_0 \qquad (۲۹\text{-}۳۶)$$

این رابطه را *قاعدهٔ نیم شدت* می‌نامیم؛ این رابطه *فقط* وقتی به کار می‌رود که نوری که به ورقهٔ قطبنده می‌رسد ناقطبیده باشد.



شکل ۲۹-۱۲ نور قطبیده به ورقهٔ قطبنده می‌رسد. میدان الکتریکی $\vec{E}$ نور را می‌توان به دو مؤلفهٔ E_y (موازی جهت قطبندهٔ ورقه) و E_z (عمود بر آن جهت) تجزیه کرد. مؤلفهٔ E_y از ورقه عبور می‌کند و مؤلفهٔ E_z جذب می‌شود.

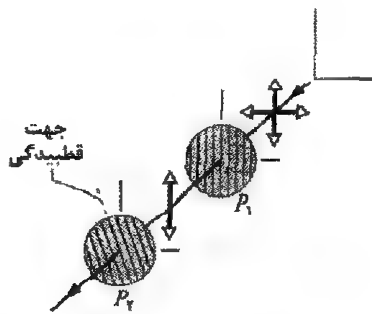
اکنون، فرض می‌کنیم نوری که به ورقهٔ قطبنده می‌رسد قبلاً قطبیده شده باشد. شکل ۲۹-۱۲ یک ورقهٔ قطبنده را نشان می‌دهد و میدان الکتریکی $\vec{E}$ نور قطبیده‌ای به سمت ورقه (و بنابراین قبل از هرگونه جذبی) حرکت می‌کند. می‌توان $\vec{E}$ را نسبت به جهت قطبندهٔ ورقه به دو مؤلفه تجزیه کرد: مؤلفهٔ موازی E_y از ورقه می‌گذرد و مؤلفهٔ عمودی E_z جذب می‌شود. چون θ زاویهٔ میان $\vec{E}$ و جهت قطبندهٔ ورقه است، مؤلفهٔ موازی عبوری عبارت است از

$$E_y = E\cos\theta \qquad (۲۹\text{-}۳۷)$$

لازم به یادآوری است که شدت یک موج الکترومغناطیسی (مانند موج نوری) با مربع بزرگی میدان الکتریکی متناسب است (معادلهٔ ۲۹-۲۶، $I = E_{rms}^2 / c\mu_0$). در حالت فعلی، شدت I موج خروجی با E_y^2 و شدت I_0 موج اصلی متناسب با E^2 است. پس، از معادلهٔ ۲۹-۳۷ می‌توانیم بنویسیم $I/I_0 = \cos^2\theta$، یا

$$I = I_0 \cos^2\theta \qquad (۲۹\text{-}۳۸)$$

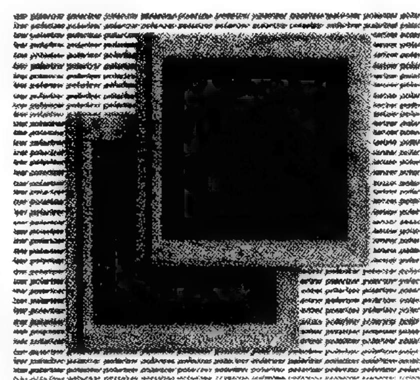
این قاعده را *قاعدهٔ مربع کسینوس* می‌نامیم. فقط وقتی می‌توانیم این قاعده را به کار ببریم که نور فرودی به ورقهٔ قطبنده قبلاً قطبیده شده باشد. وقتی موج اصلی موازی جهت قطبیدگی ورقه

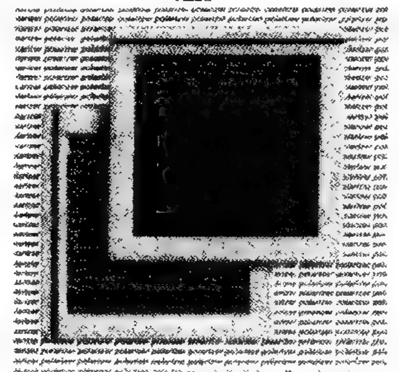


شکل ۲۹-۱۳ نوری که از ورقهٔ قطبندهٔ P_1 عبور کرده است، به طور قائم قطبیده می‌شود که با پیکان دوسر قائم نمایش داده شده است. مقدار نوری که سپس از ورقهٔ قطبنده P_2 عبور می‌کند بستگی به زاویهٔ بین جهت قطبش نور و جهت قطبیدگی P_2 دارد. (در ورقه با خطهای خط‌چین نمایش داده شده است).

است (یعنی وقتی θ در معادلهٔ ۲۹-۳۸، صفر یا 180° است) شدت عبوری I بیشینه و برابر شدت اصلی I_0 است. وقتی موج اصلی عمود بر جهت قطبیدگی ورقه قطبیده شده باشد (یعنی وقتی θ، 90° است) شدت عبوری صفر است.

شکل ۲۹-۱۳ آرایشی را نشان می‌دهد که در آن نوری که در ابتدا ناقطبیده است از دو ورقهٔ قطبندهٔ P_1 و P_2 عبور می‌کند. (اغلب ورقهٔ اولی را *قطبشگر (پلاریزور)* و ورقهٔ دوم را *تحلیلگر (آنالیزور)* می‌نامند. چون جهت قطبیدگی P_1 قائم است، نوری که از P_1 به P_2 عبور می‌کند به طور قائم قطبیده شده است. اگر جهت قطبیدگی P_2 نیز قائم باشد آنگاه همهٔ نوری که از P_1 می‌گذرد از P_2 نیز می‌گذرد. اگر جهت قطبیدگی P_2 افقی باشد نور عبوری از P_1 از P_2 نمی‌گذرد. با بررسی فقط سمتگیری نسبی دو ورقه به نتیجه مشابهی می‌رسیم: اگر جهت قطبنده‌ها موازی باشند همهٔ نوری که از ورقهٔ اول عبور می‌کند از ورقهٔ دوم نیز می‌گذرد (شکل ۲۹-۱۴ الف). اگر این جهتها عمود باشند (که گفته می‌شود ورقه‌ها چلیپایی هستند) نوری از ورقهٔ دوم عبور نمی‌کند، (شکل ۲۹-۱۴ب). سرانجام، اگر جهتهای دو قطبندهٔ شکل ۲۹-۱۴ زاویه‌ای میان ۰ و 90° داشته باشند، قسمتی از نور عبوری از P_1 از P_2 عبور خواهد کرد. شدت این نور با معادلهٔ ۲۹-۳۸ داده می‌شود.


(الف)

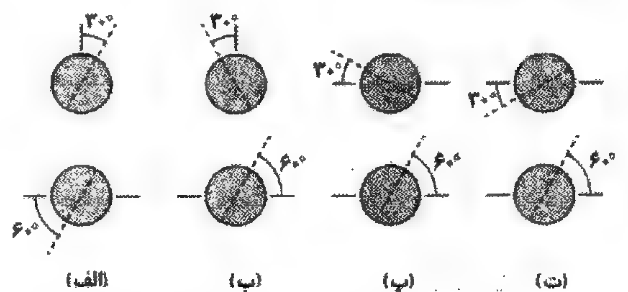

(ب)

شکل ۲۹-۱۴ (الف) وقتی ورقه‌های قطبنده رویهم قرار گیرند در صورتی که جهتهای قطبندهٔ آنها سمتگیری یکسانی داشته باشند، نور به خوبی عبور می‌کند، ولی (ب) وقتی آنها عمود باشند بیشتر نور نمی‌گذرد.

نور با روشهای دیگری به غیر از ورقه‌های قطبنده می‌تواند قطبیده شود، مثلاً با بازتاب (در بخش ۲۹-۱۰ بحث می‌شود) و به وسیلهٔ پراکندگی از اتمها یا مولکولها. در پراکندگی، وقتی نور با جسمی مانند یک مولکول برخورد کند، در خیلی از جهتها، معمولاً به طور کاتوره‌ای برگردانده می‌شود. یک مثال آن، پراکندگی نور خورشید از مولکولهای درون جوّ است که درخشش عمومی آسمان را به وجود می‌آورد.

اگرچه نور مستقیم خورشید ناقطبیده است، نور قسمت عمده‌ای از آسمان براثر پراکندگی دست کم دارای قطبیدگی جزئی است. زنبورهای عسل برای جهتیابی کندوی خود موقع رفت و آمد از قطبش نور آسمان استفاده می‌کنند. به همین ترتیب، وایکینگها هم برای جهتیابی در دریای شمال وقتی در روز خورشید زیر افق قرار داشت (به خاطر عرض جغرافیایی زیاد دریای شمال) از قطبش نور آسمان استفاده می‌کردند. این دریانوردان اولیه بلورهایی را کشف کرده بودند که امروزه کردیریت نامیده می‌شود و وقتی در مقابل نور قطبیده دوران داده شود تغییر رنگ می‌دهد. با نگاه کردن به آسمان از میان چنین بلوری در حالی که آن را حول خط دید دوران می‌دادند می‌توانستند مکان خورشید پنهان شده را مشخص و به این ترتیب راه جنوب را پیدا کنند.

✔ ***نکتهٔ وارسی ۴*** شکل چهار جفت ورقهٔ قطبنده را با دید از روبه‌رو نشان می‌دهد. هر جفت سر راه نوری که در ابتدا ناقطبیده است قرار دارند. جهت قطبش هر یک از ورقه‌ها (با خط‌چین نشان داده شده است) نسبت به مرجع محور افقی x یا محور قائم y مشخص شده است. جفتها را بنا بر کسری از شدت اولیه که عبور می‌کند به ترتیب بزرگی آنها مرتب کنید.

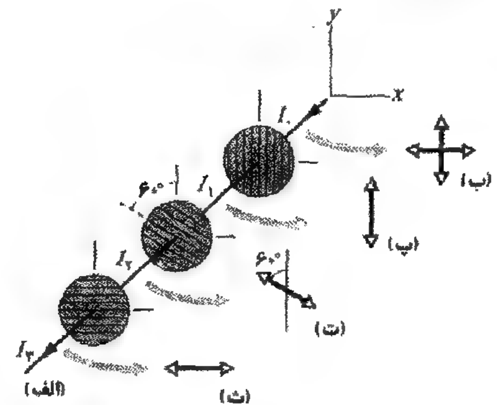


مسئلهٔ نمونهٔ ۲۹-۲ مهارت خود را تقویت کنید

شکل ۲۹-۱۵ الف سامانه‌ای شامل سه ورقهٔ قطبنده را در مسیر نور ناقطبیدهٔ اولیه نشان می‌دهد. جهت قطبنده در ورقهٔ اول موازی محور y، در ورقهٔ دوم 60° پاد ساعتگرد از محور y و در ورقهٔ سوم موازی محور x است. چه کسری از شدت اولیهٔ نور I_0 از این سامانه خارج می‌شود و قطبیدگی آن چگونه است؟

نکته‌های کلیدی

۱- سامانه را ورقه به ورقه بررسی می‌کنیم، از اولین ورقه که نور به آن فرود آمده تا آخرین ورقه.



شکل ۲۹-۱۵ (الف) نور ناقطبیدهٔ اولیه با شدت I_0 به سامانه‌ای شامل سه ورقهٔ قطبنده می‌تابد. شدتهای I_1، I_2 و I_3 نوری که از ورقه‌ها می‌گذرند نمایش داده شده‌اند. دید از روبه‌روی قطبشها برای (ب) نور اولیه و همچنین نور عبوری از (پ) اولین ورقه، (ت) دومین ورقه و (ث) سومین ورقه نشان داده شده‌اند.

۲- برای یافتن شدت نور عبوری از هر ورقه، یا قاعدهٔ نیم شدت یا قاعدهٔ مربع کسینوس را به کار می‌بریم و این بستگی دارد به اینکه آیا نوری که به ورقه می‌تابد ناقطبیده است یا قطبیده.

۳- نور عبوری از ورقهٔ قطبنده همیشه موازی با جهت قطبیدگی ورقه قطبیده می‌شود.

اولین ورقه: موج نور اصلی در شکل ۲۹-۱۵ ب با به کاربردن پیکان دو سر در شکل ۲۹-۱۰ ب نشان داده شده است. چون نور در آغاز ناقطبیده است، شدت I_1 عبوری از اولین ورقه با قانون نیم شدت (معادلهٔ ۲۹-۳۶) داده می‌شود

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0$$

چون جهت قطبیدگی اولین ورقه موازی محور y است، قطبش نور عبوری از آن نیز همان‌طور که با دید از روبه‌رو در شکل ۲۹-۱۵ پ نشان داده شده موازی محور y است.

دومین ورقه: چون نوری که به دومین ورقه می‌رسد قطبیده است، شدت I_2 عبوری از آن با قاعدهٔ مربع کسینوس (معادلهٔ ۲۹-۴۸) داده می‌شود. زاویهٔ θ در این قاعده زاویهٔ میان جهت قطبش نور فرودی (موازی محور y) و جهت قطبیدگی دومین ورقه (°۶۰ پاد ساعتگرد از محور y) و بنابراین، برابر °۶۰ است. پس

$$I_2 = I_1 \cos^2 60^\circ$$

قطبش این نور عبوری موازی جهت قطبیدگی ورقه‌ای است که از آن عبور می‌کند، یعنی، همان‌طور که دید از روبه‌رو در شکل ۲۹-۱۵ ت نشان می‌دهد، °۶۰ پاد ساعتگرد از محور y است.

سومین ورقه: چون نوری که به سومین ورقه می‌رسد قطبیده است، شدت I_3 نور عبوری از آن ورقه با قاعدهٔ مربع کسینوس داده می‌شود. در اینجا زاویهٔ θ زاویهٔ میان جهت قطبش نور فرودی (شکل ۲۹-۱۵ ت) و جهت قطبیدگی سومین ورقه (موازی محور x) است و در نتیجه $\theta = 30^\circ$، پس

$$I_3 = I_2 \cos^2 30^\circ$$

این نور عبوری نهایی موازی با محور x قطبیده است (شکل ۲۹-۱۵ ث). ابتدا با قراردادن به جای I_2 و سپس قراردادن I_1 در رابطهٔ بالا، شدت را به دست می‌آوریم

$$I_3 = I_2 \cos^2 30^\circ = (I_1 \cos^2 60^\circ)\cos^2 30^\circ$$
$$= \left(\frac{1}{2} I_0\right)\cos^2 60^\circ \cos^2 30^\circ = 0/094 I_0$$

بنابراین،

$$\frac{I_3}{I_0} = 0/094 \qquad \text{(پاسخ)}$$

این بدان معناست که ۹/۴٪ شدت اولیه از سامانهٔ سه ورقه خارج می‌شود (حال اگر ورقهٔ دوم را برداریم، چه کسری از شدت اولیه از سامانه خارج خواهد شد؟)

۲۹-۸ بازتاب و شکست

اگرچه موج نوری موقع دورشدن از چشمهٔ خود گسترده می‌شود، اغلب با تقریب می‌توان حرکت آن را در امتداد یک خط راست درنظر گرفت؛ کاری که برای موج نوری در شکل ۲۹-۵ الف انجام دادیم. مطالعهٔ خواص موجهای نوری با این تقریب *نورشناسی هندسی* نامیده می‌شود. برای بقیهٔ این فصل و همهٔ فصل ۳۴ (در جلد ۳) ما نورشناسی هندسی نور مرئی را مورد بحث قرار خواهیم داد.

شکل ۲۹-۱۶ الف مثالی از موجهای نوری را نشان می‌دهد که تقریباً به صورت خط راست حرکت می‌کنند. یک باریکهٔ نازک نوری (*باریکهٔ فرودی*) که در هوا حرکت می‌کند از سمت چپ رو به پایین به یک صفحهٔ شیشه‌ای (تخت) برخورد می‌کند. قسمتی از نور به وسیلهٔ سطح **بازتابیده** می‌شود و باریکه‌ای را در جهت بالا به سمت راست تشکیل می‌دهد، درست مانند اینکه باریکهٔ اصلی از سطح واجهیده شده باشد. بقیهٔ نور از سطح به داخل شیشه حرکت می‌کند و باریکه‌ای را در جهت پایین و به سمت راست تشکیل می‌دهد. چون نور می‌تواند در شیشه حرکت کند، گفته می‌شود شیشه **شفاف** است یعنی می‌توانیم از میان آن ببینیم. (در این فصل فقط مواد شفاف را در نظر می‌گیریم.)

انتشار نور از یک سطح (یا *سطح جدایی*) که دو محیط را جدا می‌کند، **شکست** نامیده شده و گفته می‌شود که نور شکسته شده است. اگر پرتو نور فرودی بر سطح عمود نباشد، امتداد انتشار نور براثر شکست تغییر می‌کند. به همین دلیل گفته

می‌شود که باریکه به وسیلهٔ شکست «کج» شده است. در شکل ۲۹-۱۶ الف توجه کنید که کج شدن فقط در سطح رخ داده است ولی درون شیشه نور به خط راست منتشر می‌شود.

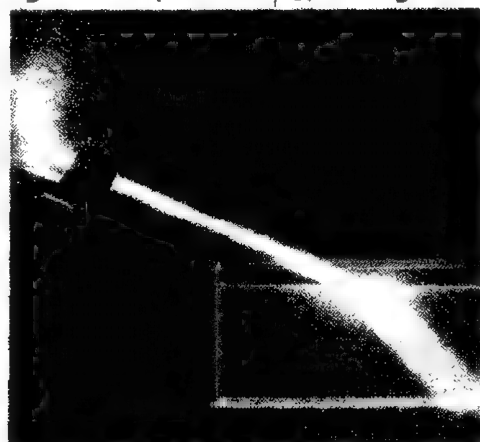
در شکل ۲۹-۱۶ ب، باریکه‌های نور در تصویر با پرتو فرودی، *پرتو بازتابیده* و *پرتو شکسته* (با جبهه‌های موج) نمایش داده شده است. وضعیت هر پرتو نسبت به خطی که خط عمود نامیده می‌شود و در نقطهٔ بازتاب و شکست عمود بر سطح است، مشخص شده است. در شکل ۲۹-۱۶ ب، **زاویهٔ فرود** θ_1، **زاویهٔ بازتاب** θ'_1 و **زاویهٔ شکست** θ_2 است که همگی به ترتیب نشان داده شده نسبت به عمود اندازه‌گیری می‌شوند. صفحه‌ای که شامل پرتو فرودی و عمود باشد *صفحهٔ تابش* است که در شکل ۲۹-۱۶ ب همان صفحهٔ کاغذ است.

آزمایش نشان می‌دهد که بازتاب و شکست از دو قانون زیر پیروی می‌کنند:

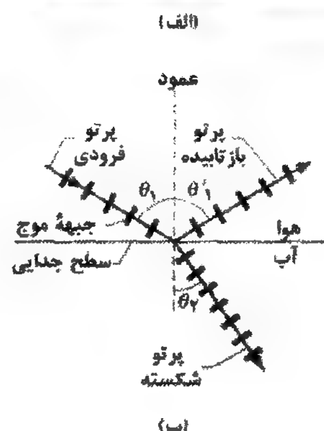
قانون بازتاب: پرتو بازتابیده در صفحهٔ تابش واقع است و زاویهٔ بازتاب با زاویهٔ فرود برابر است. در شکل ۲۹-۱۶ ب این بدان معنی است که

$$\theta'_1 = \theta_1 \quad \text{(بازتاب)} \quad (۲۹-۳۹)$$

(بعد از این علامت پریم زاویهٔ بازتاب را حذف می‌کنیم.)



(الف)



(ب)

شکل ۲۹-۱۶ (الف) تصویر بازتاب و شکست یک باریکهٔ نور فرودی را از سطح افقی و تخت آب نشان می‌دهد. (ب) نمایش پرتو در قسمت (الف)، زاویه‌های فرود (θ_1) بازتاب (θ'_1) و شکست (θ_2) مشخص شده‌اند.

قانون شکست: پرتو شکسته در صفحهٔ تابش واقع است و زاویهٔ شکست با رابطهٔ زیر به زاویهٔ فرود مربوط است

$$n_2 \sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1 \quad \text{(شکست)} \quad (۲۹-۴۰)$$

در اینجا هر یک از نمادهای بدون بعد n_1 و n_2 ثابتهایی هستند که **ضریب شکست** نامیده می‌شوند و به محیطی که در آن شکست وجود دارد مربوطاند. این معادله را که **قانون اسنل**[1] نامیده می‌شود در فصل ۳۵ (جلد ۳) به دست خواهیم آورد. همان‌طور که در آنجا بحث خواهیم کرد، ضریب شکست محیط برابر c/v است که v تندی نور در محیط و c تندی نور در خلأ است.

جدول ۲۹-۱ ضریب شکست خلأ و برخی مواد معمولی را به دست می‌دهد. برای خلأ n دقیقاً ۱ تعریف شده و برای هوا n خیلی نزدیک به ۱ است (تقریبی که اغلب مراعات می‌شود). هیچ ماده‌ای ضریب شکست کمتر از ۱ ندارد.

جدول ۲۹-۱

برخی ضریب شکستها[a]

محیط	ضریب شکست	محیط	ضریب شکست
خلأ	دقیقاً ۱	شیشه کراون	۱/۵۲
هوا (STP)[b]	۱/۰۰۰۲۹	سدیم کلراید	۱/۵۴
آب (۲۰°C)	۱/۳۳	پلی استرین	۱/۵۵
استون	۱/۳۶	کربن دی سولفید	۱/۶۳
الکل اتیلیک	۱/۳۶	شیشهٔ فیلینت سنگین	۱/۶۵
محلول قند (۳۰٪)	۱/۳۸	یاقوت کبود	۱/۷۷
کوارتز گداخته	۱/۴۸	سنگینترین شیشهٔ فیلینت	۱/۸۹
محلول قند (۳۰٪)	۱/۴۹	الماس	۲/۴۲

(a) برای طول موج ۵۸۹nm (نور زرد سدیم).

(b) STP به معنی دمای (۰°C) و فشار استاندارد (۱ atm) است.

می‌توانیم معادلهٔ ۲۹-۴۰ را به صورت زیر بازنویسی کنیم.

$$\sin\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1 \quad (۲۹-۴۱)$$

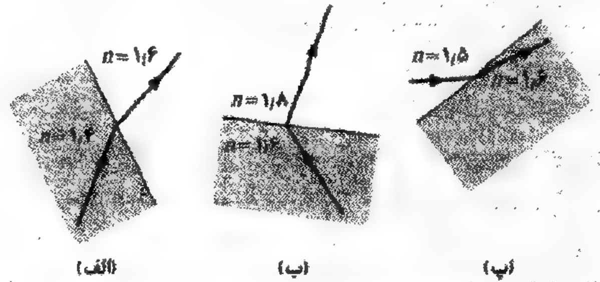
تا زاویهٔ شکست θ_2 را با زاویهٔ فرود θ_1 مقایسه کنیم. پس ملاحظه می‌شود که مقدار نسبی θ_2 به مقدارهای نسبی n_2 و n_1 بستگی دارد. در واقع می‌توانیم سه نتیجهٔ اساسی زیر را به دست آوریم:

۱- اگر n_2 برابر n_1 باشد، آنگاه θ_2 با θ_1 برابر است. در این حالت، شکست باریکهٔ نور را کج نمی‌کند و بنابر شکل ۲۹-۱۷ الف باریکهٔ نور *بدون انحراف در راستا* به حرکت ادامه می‌دهد.

۲- اگر n_2 بزرگتر از n_1 باشد، آنگاه θ_2 کوچکتر از θ_1 است. در این حالت، شکست باریکهٔ نور را بنابر شکل ۲۹-۱۷ ب از راستای اولیه دور و به سمت عمود کج می‌کند.

1. Snell

نکتهٔ وارسی ۵ از سه شکل زیر کدامیک (در صورت وجود) شکست ممکن از لحاظ فیزیکی را نشان می‌دهد؟



مسئلهٔ نمونهٔ ۲۹-۳

(الف) در شکل ۲۹-۲۲ الف، یک باریکهٔ تکفام نور در نقطهٔ A روی سطح جدایی میان محیط ۱ با ضریب شکست $n_1 = 1/33$ و محیط ۲ با ضریب شکست $n_2 = 1/77$ بازتابیده و شکسته شده است. باریکهٔ فرودی با سطح جدایی زاویهٔ $50°$ می‌سازد. زاویهٔ بازتاب در نقطهٔ A چقدر است؟ زاویهٔ شکست در آنجا چقدر است؟

نکته‌های کلیدی (۱) زاویهٔ بازتاب برابر زاویهٔ فرود است و هر دو زاویه میان پرتو مربوط و عمود بر سطح جدایی در آن نقطه اندازه‌گیری می‌شوند. (۲) وقتی نور به سطح جدایی میان دو محیط با ضریب شکستهای متفاوت (آنها را n_1 و n_2 بنامید) برسد قسمتی از نور با توجه به قانون اسنل، معادلهٔ ۲۹-۴۰، شکسته می‌شود

$$n_2 \sin\theta_2 = n_1 \sin\theta \qquad (۲۹\text{-}۴۲)$$

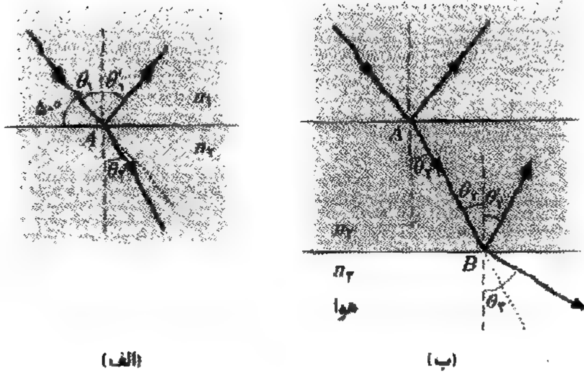
که هر دو زاویه در نقطهٔ شکست نسبت به عمود اندازه‌گیری می‌شوند.

محاسبه‌ها: درشکل ۲۹-۲۲ الف، خط عمود در نقطهٔ A به صورت خطچین از آن نقطه رسم شده است. توجه کنید که زاویهٔ فرود θ_1 برابر $50°$ نیست بلکه برابر $40° = 50° - 90°$ است. بنابراین، زاویهٔ بازتاب برابر است با

$$\theta_1' = \theta_1 = 40° \qquad \text{(پاسخ)}$$

نوری که از محیط ۱ به محیط ۲ وارد می‌شود در نقطهٔ A روی سطح جدایی میان دو محیط شکسته می‌شود. دوباره در اینجا در نقطهٔ شکست، زاویهٔ میان پرتو نور و عمود را اندازه‌گیری می‌کنیم. پس، در شکل ۲۹-۲۲ الف زاویهٔ شکست با θ_2 مشخص شده است. با حل معادلهٔ ۲۹-۴۲ برای θ_2 داریم

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1/33}{1/77}\sin 40°\right)$$
$$= 28/18° \approx 29° \qquad \text{(پاسخ)}$$



شکل ۲۹-۲۲ (الف) نور در نقطهٔ A روی سطح جدایی بین دو محیط بازتابیده شده و شکست یافته است. (ب) نوری که از محیط ۲ می‌گذرد در نقطهٔ B روی سطح جدایی بین محیط ۲ و ۳ (هوا) بازتابیده شده و شکست یافته است. هر خط‌چین خط عمود است. نقطه‌چین جهت حرکت فرودی را به دست می‌دهد.

این نتیجه بدان معناست که باریکه به سمت عمود می‌چرخد (باریکه نسبت به عمود $40°$ بود و حالا $29°$ است). علت آن این است که وقتی نور از سطح جدایی عبور می‌کند به محیطی با ضریب شکست بزرگتر وارد می‌شود.

(ب) نوری که در نقطهٔ A وارد محیط ۲ می‌شود پس از آن بنابر شکل ۲۹-۲۲ ب، به نقطهٔ B روی سطح جدایی میان محیط ۲ و محیط ۳، که هواست، می‌رسد. سطح جدایی در B موازی سطح جدایی در A است. در B، قسمتی از نور بازتابیده و بقیه وارد هوا می‌شود. زاویهٔ بازتاب چقدر است؟ زاویه شکست به داخل هوا چقدر است؟

محاسبه‌ها: ابتدا لازم است رابطه‌ای را میان یکی از زاویه‌ها در نقطهٔ B با زاویهٔ معلوم در نقطهٔ A به دست آوریم. چون سطح جدایی در B موازی با سطح جدایی در A است، همان‌طور که در شکل ۲۹-۲۲ ب نشان داده شده، زاویهٔ فرود در B باید برابر با زاویهٔ شکست θ_2 باشد. بنابراین، زاویهٔ شکست در B برابر است با

$$\theta_2' = \theta_2 = 28/88° \approx 29° \qquad \text{(پاسخ)}$$

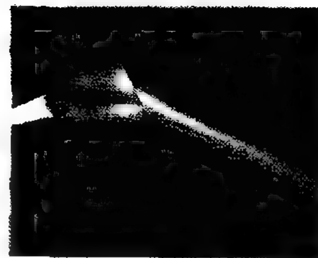
حال، نوری که از محیط ۲ در نقطهٔ B وارد هوا شده است با زاویهٔ شکست θ_3 شکسته می‌شود. بنابراین، در اینجا نیز قانون شکست اسنل را به کار می‌بریم، اما این بار معادلهٔ ۲۹-۴۰ را به صورت زیر می‌نویسیم

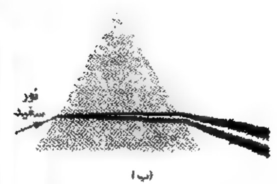
$$n_3 \sin\theta_3 = n_2 \sin\theta_2$$

حل این معادله برای θ_3 به دست می‌دهد

$$\theta_3 = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_3}\sin\theta_2\right) - \sin^{-1}\left(\frac{1/77}{1/00}\sin 28/88°\right)$$
$$= 58/75° \approx 59° \qquad \text{(پاسخ)}$$

این نتیجه بدان معناست که باریکه به دور از عمود می‌چرخد (باریکهٔ با زاویهٔ $29°$ نسبت به عمود اکنون با زاویهٔ $59°$ است).





شکل ۲۹-۲۰ (الف) منشور مثلثی مؤلفه‌های رنگی نور سفید را جدا می‌کند. (ب) پاشندگی رنگی در سطح اول رخ می‌دهد و سپس در سطح دوم افزایش می‌یابد.

رنگین کمان

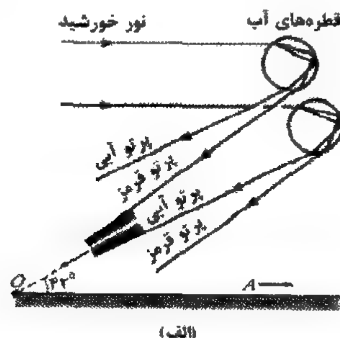
جذابترین مثال پاشندگی رنگی، رنگین کمان است. وقتی نور خورشید (که شامل همهٔ رنگهای مرئی است) به قطره‌های باران در حال سقوط برخورد می‌کند، قسمتی از نور به داخل قطره می‌شکند، از سطح داخلی قطره بازتابیده و سپس به خارج قطره شکسته می‌شود. شکل ۲۹-۲۱ الف وضعیتی را نشان می‌دهد که خورشید در سمت چپ در افق قرار دارد (و بنابراین وقتی که پرتوهای نور خورشید افقی هستند). اولین شکست، نور خورشید را به مؤلفه‌های رنگی جدا می‌کند و شکست دوم این جدایی را افزایش می‌دهد. (فقط پرتوهای قرمز و آبی در شکل نشان داده است). اگر تعداد زیادی از قطره‌های در حال سقوط به طور درخشانی روشن شده باشند، وقتی قطره‌ها در زاویهٔ °۴۲ از جهت نقطهٔ پاد خورشیدی A، نقطه‌ای که مستقیماً مقابل خورشید در دید شماست دیده شوند، شما می‌توانید رنگهای جداشدهٔ به وجود آمده را مشاهده کنید.

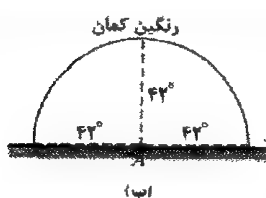
برای مشخص کردن محل قطره‌ها، پشت به خورشید قرار گیرید و دستها را مستقیماً به دور از خورشید، به سمت سایه سرخود باز کنید. سپس دست‌راست خود را مستقیماً به بالا حرکت دهید، مستقیماً به سمت راست یا در هر جهتی مابین آنها تا زاویهٔ بین دستهای شما برابر °۴۲ باشد. اگر قطره‌هایی که به طور درخشانی روشن شده‌اند اتفاقاً در جهت دست راست باشند، شما رنگ را در آن جهت می‌بینید.

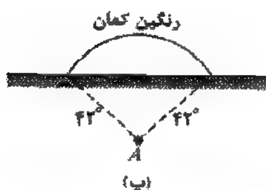
چون هر قطره‌ای با زاویهٔ °۴۲ در هر جهتی از A می‌توانند در رنگین کمان نقش داشته باشد، رنگین کمان همیشه یک کمان دایره‌ای °۴۲ دور A است (شکل ۲۹-۲۱ ب) و بالای رنگین‌کمان هیچ وقت بیشتر از °۴۲ در بالای افق نیست. وقتی خورشید بالای افق است، جهت A زیر افق قرار دارد و فقط کمان پایینتر و کوتاهتر رنگین کمان ممکن است تشکیل شود (شکل ۲۹-۲۱ پ).

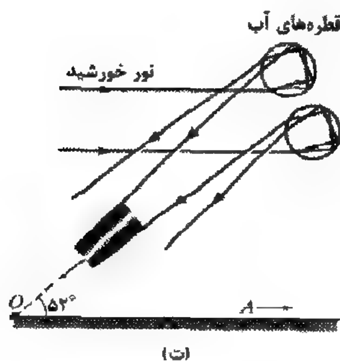
چون تشکیل رنگین کمانهایی که به این ترتیب شکل می‌گیرند شامل یک بازتاب نور داخل هر قطره هستند، آنها را اغلب *رنگین کمانهای اولیه* می‌نامند. *رنگین کمانهای ثانویه*، همان‌طور که در شکل ۲۹-۲۱ ت نشان داده شده، شامل دو شکست در داخل قطره است. رنگها در رنگین کمان ثانویه با زاویهٔ °۵۲ از جهت A ظاهر می‌شوند. رنگین کمان ثانویه پهنتر و ضعیفتر از رنگین کمان اولیه است و لذا مشکلتر دیده می‌شود. همچنین، همان‌طور که با مقایسهٔ قسمتهای (الف) و (ت) شکل ۲۹-۲۱ می‌توانید ببینید، ترتیب رنگها در رنگین کمان ثانویه وارون ترتیب رنگها در رنگین کمان اولیه است.

رنگین کمانهای شامل سه یا چهار شکست نیز در جهت خورشید رخ می‌دهند و در مقابل نور خیره کنندهٔ خورشید در آن قسمت از آسمان نمی‌توان آنها را دید. رنگین کمانهای شامل شکستهای بیشتر در داخل قطره نیز می‌توانند در قسمتهای دیگری از آسمان رخ دهند اما همیشه به سختی دیده می‌شوند.



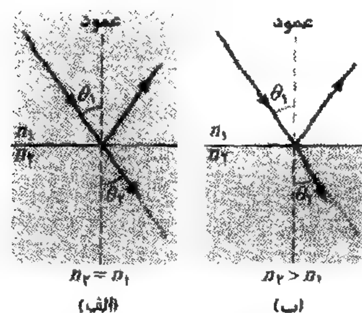


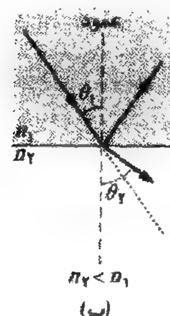




شکل ۲۹-۲۱ (الف) وقتی نور خورشید به داخل و خارج از قطره‌های در حال سقوط شکست می‌یابد جدایی رنگها منجر به رنگین کمان اولیه می‌شود. نقطهٔ پاد خورشیدی A در سمت راست روی افق قرار دارد. رنگهای رنگین کمان با زاویهٔ °۴۲ از جهت A ظاهر می‌شوند. (ب) قطره‌های با °۴۲ از A در هر جهت می‌توانند در رنگین کمان مشارکت کنند. (پ) قوس رنگین کمان در وقتی که خورشید بالاتر (و در نتیجهٔ A پایینتر) است. (ت) جدایی رنگها منجر به رنگین کمان ثانویه می‌شود.

۳- اگر n_2 کوچکتر از n_1 باشد، آنگاه θ_2 بزرگتر از θ_1 است.
در این حالت، شکست باریکهٔ نور را بنابر شکل ۲۹-۱۷ پ از راستای بدون انحراف به دور از عمود کج می‌کند.
شکست *نمی‌تواند* باریکه را به قدری کج کند که پرتو شکسته و پرتو فرودی در یک طرف خط عمود قرار گیرند.



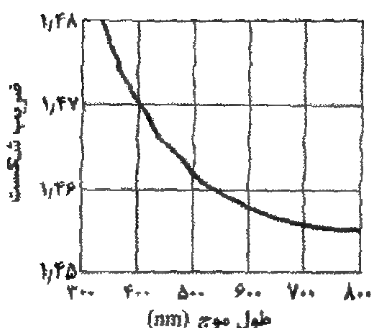


شکل ۲۹-۱۷ نور از محیطی با ضریب شکست n_1 شکسته شده و به محیطی با ضریب شکست n_2 وارد شده است. (الف) باریکه وقتی $n_1 = n_2$ باشد کج نمی‌شود؛ از این رو *بدون انحراف* در *راستا* نسبت به راستای باریکهٔ فرودی حرکت می‌کند. نور وقتی (ب) $n_2 > n_1$ باشد کج شده و به خط عمود نزدیک می‌شود و (پ) وقتی $n_2 < n_1$ باشد نور از خط عمود دور می‌شود.

پاشندگی رنگی

ضریب شکست n هر محیط غیر از خلأ در برخورد با نور بستگی به طول موج دارد. وقتی باریکهٔ نور شامل پرتوهایی با طول موجهای متفاوت باشد، وابستگی n به طول موج باعث می‌شود که شکست پرتوها با زاویه‌های مختلفی انجام گیرد. یعنی نور به وسیلهٔ شکست گسترده می‌شود. این گسترش نور **پاشندگی رنگی** یا **فامی** نامیده می‌شود که در آن «فام» به رنگهای مربوط به هر طول موج و «پاشندگی» به گسترش نور بنابر طول موجها یا رنگها اشاره دارد. شکستهای شکلهای ۲۹-۱۶ و ۲۹-۱۷ پاشندگی رنگ را نشان نمی‌دهند چون باریکه‌ها **تکفام** هستند (دارای یک طول موج یا رنگ‌اند).

به طور کلی، ضریب شکست یک محیط معین برای طول موج کوتاهتر (مثلاً نور آبی) بزرگتر از طول موج بلندتر (مثلاً نور قرمز) است. به عنوان مثال، شکل ۲۹-۱۸ نشان می‌دهد که ضریب شکست کوارتز گداخته چطور به طول موج بستگی

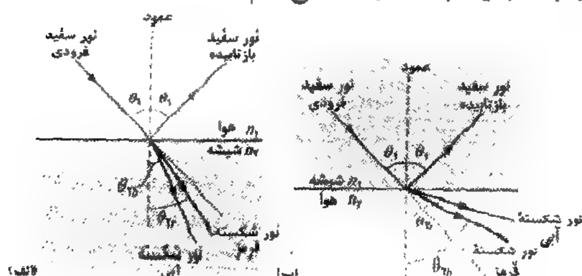


شکل ۲۹-۱۸ ضریب شکست به صورت تابعی از طول موج برای کوارتز گداخته. نمودار بر این دلالت دارد که باریکهٔ نور با طول موج کوتاه، که ضریب شکست برایش زیادتر است، در موقع ورود یا خروج از کوارتز بیشتر از باریکهٔ نور با طول موج بلند کج می‌شود.

دارد. این وابستگی به این معناست که هرگاه باریکه‌ای شامل نور آبی و قرمز مثلاً از هوا به داخل کوارتز یا برعکس شکسته شود، *مؤلفهٔ* آبی (پرتو مربوط به موج نور آبی) بیشتر از مؤلفهٔ قرمز کج می‌شود.

باریکهٔ *نور سفید* شامل مؤلفه‌هایی از همهٔ (یا تقریباً همهٔ) رنگها با شدت تقریباً یکسان در طیف مرئی است. وقتی چنین باریکه‌ای را می‌بینیم به جای هر یک از رنگها آن را سفید احساس می‌کنیم. در شکل ۲۹-۱۹ الف باریکهٔ نور سفیدی از هوا بر یک سطح شیشه‌ای فرود می‌آید. از نور شکسته در شکل ۲۹-۱۹ الف، فقط مؤلفه‌های قرمز و آبی نشان داده شده‌اند. چون مؤلفهٔ آبی بیشتر از مؤلفهٔ قرمز می‌شکنند، زاویهٔ شکست θ_{2b} برای مؤلفهٔ آبی کوچکتر از زاویهٔ شکست θ_{2r} برای مؤلفهٔ قرمز است. (به یاد داشته باشید که زاویه‌ها نسبت به عمود اندازه‌گیری می‌شوند.) در شکل ۲۹-۱۹ ب یک پرتو نور سفید در شیشه به سطح جدایی شیشه- هوا فرود می‌آید. دوباره، مؤلفهٔ آبی بیشتر از مؤلفهٔ قرمز شکسته می‌شود، اما اکنون $\theta_{2b} > \theta_{2r}$ است.

برای افزایش جداشدن رنگها، می‌توانیم مطابق شکل ۲۹-۲۰ الف از یک منشور شیشه‌ای توپر با سطح مقطع مثلثی استفاده کنیم. پاشندگی در سطح اول (در سمت چپ شکل ۲۹-۲۰ الف و ب) سپس با پاشندگی در سطح دوم افزایش می‌یابد.



شکل ۲۹-۱۹ پاشندگی رنگی نور سفید. مؤلفهٔ آبی بیشتر از مؤلفهٔ قرمز شکسته شده است. (الف) در عبور از هوا به شیشه، مؤلفهٔ آبی زاویهٔ شکست کوچکتری دارد. (ب) در عبور از شیشه به هوا، مؤلفهٔ آبی زاویهٔ شکست بزرگتری دارد. اگر شکست موجب کج‌شدن نشده بود، خط‌چین بیانگر راستایی است که نور در آن راستا به حرکت ادامه می‌داد.

علت آن این است که وقتی نور از سطح جدایی عبور می‌کند به محیطی (هوا) با ضریب شکست کمتر وارد می‌شود.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۹-۴

وقتی نور خورشید از میان بلورهای یخ در جوّ که سطح مقطع افقی آنها شش ضلعی است (شکل ۲۹-۲۳ الف) می‌گذرد، خورشیدهای کاذب مشاهده می‌شوند. چنین بلوری می‌تواند پرتو را از مسیر اصلی‌اش منحرف کند (شکل ۲۹-۲۳ ب) که مقدار آن به سمتگیری بلور بستگی دارد. ولی یک زاویهٔ چرخش کمینه θ_{dog} وجود دارد که در آن پرتوها متمرکز شده و در آسمان تشکیل یک لکهٔ درخشان- خورشید کاذب- را می‌دهند. این وضعیت مشابه حالتی است که وقتی شمعی در مقابل یک لیوان آب قرار گیرد لیوان نور شمع را جمع می‌کند و خطهای روشنی روی رومیزی تشکیل می‌شود. پرتو خورشید که در این زاویهٔ کمینه قرار می‌گیرد مسیری موازی با یک ضلع شش ضلعی را طی می‌کند و ورود و خروج پرتو متقارن است. زاویهٔ کمینهٔ چرخش زاویی است در سمت چپ یا راست خورشید که در آن زاویه می‌توان خورشید کاذب را مشاهده کرد ضریب شکست یخ برابر ۱/۳۱ است. θ_{dog} را بیابید.

نکتهٔ کلیدی وقتی نور به سطح جدایی بین دو محیط با ضریب شکستهای متفاوت (آنها را n_1 و n_2 بنامید) می‌رسد قسمتی از نور می‌تواند در سطح جدایی بنابر قانون اسنل، معادلهٔ ۲۹-۴۰، شکسته شود:

$$n_2 \sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1 \qquad (۲۹\text{-}۴۳)$$

محاسبه‌ها: برای شروع، یک گوشه از شش ضلعی را به طور ذهنی همانند شکل ۲۹-۲۳ پ کامل می‌کنیم که زاویهٔ ۶۰° دارد. مثلث قائم الزاویهٔ ADC را درنظر می‌گیریم که مسیر نور یک ضلع آن را تشکیل می‌دهد. می‌توان دید که یک زاویهٔ این مثلث برابر ۳۰° است پس زاویهٔ دیگر ۶۰° خواهد بود. سپس در شکل ۲۹-۲۳ پ مشاهده می‌کنیم که زاویهٔ شکست θ_2 متمم ۶۰° یعنی $\theta_2 = ۳۰°$ است. حال با به کار بردن قانون اسنل زاویهٔ فرود θ_1 را برای پرتوی که منجر به ایجاد خورشید کاذب می‌شود، به دست می‌آوریم. با حل معادلهٔ ۲۹-۴۳ برای θ_1، داریم

$$\theta_1 = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\sin\theta_2\right) = \sin^{-1}\left(\frac{۱/۳۱}{۱/۰۰}\sin ۳۰°\right) = ۴۰/۹۲°$$

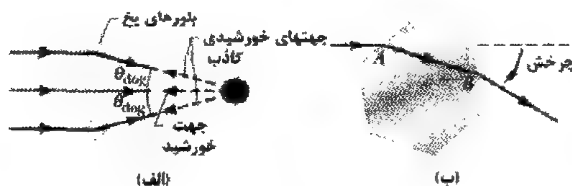
حال به شکل ۲۹-۲۳ ت توجه می‌کنیم که در آن θ_1 در سمت چپ نقطهٔ A برابر است با مجموع θ_2 و ϕ در سمت راست:

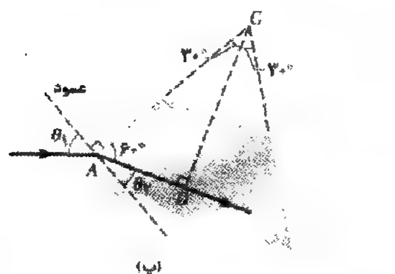
$$\theta_1 = \theta_2 + \phi$$

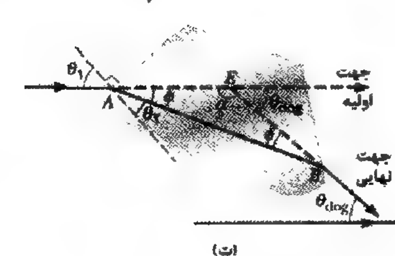
پس

$$\phi = ۴۰/۹۲° - ۳۰° = ۱۰/۹۲°$$

حال توجه کنید که زاویهٔ θ_{dog} در نقطهٔ E *زاویهٔ خارجی* مثلث ABE است و در نتیجه (از پیوست پ) می‌توان نوشت







شکل ۲۹-۲۳ (الف) دید از بالای پرتوهای خورشید که توسط بلورهای یخ جوّی تغییر جهت داده‌اند. (ب) دید از بالای مقطع شش گوش یک بلور. مسیر پرتو (پ) به داخل و (ت) خارج از سطح مقطع.

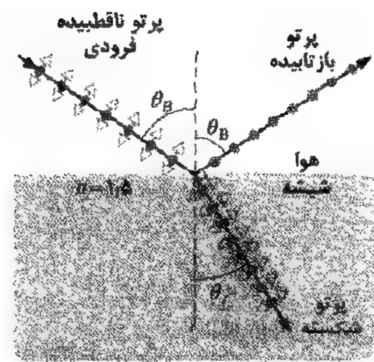
$$\theta_{dog} = \phi + \phi = ۲(۱۰/۹۲°) = ۲۱/۸°$$

این بدان معنی است که نور خورشید که از خورشید کاذب به شما می‌رسد به مقدار ۲۱/۸° نسبت به جهت اولیه‌اش چرخیده است و بنابراین خورشید کاذب را در زاویهٔ ۲۱/۸° نسبت به خورشید مشاهده می‌کنید.

۲۹-۹ بازتاب داخلی کلی

شکل ۲۹-۲۴ الف پرتوهای نور تکفامی را از چشمهٔ نقطه‌ای S داخل شیشه نشان می‌دهد که بر سطح جدایی میان شیشه و هوا فرود می‌آیند. برای پرتو a، که عمود بر سطح جدایی است، قسمتی در سطح جدایی بازتاب می‌کند و بقیه بدون تغییر راستا از آن می‌گذرد.

برای پرتوهای b تا e که زاویهٔ فرود آنها با سطح جدایی بتدریج بزرگتر می‌شود نیز در سطح جدایی هم بازتاب و هم شکست رخ می‌دهد. وقتی زاویهٔ فرود افزایش یابد، زاویهٔ شکست نیز زیاد می‌شود، برای پرتو e زاویهٔ شکست ۹۰° است که بدان معناست که پرتو شکسته مستقیماً بر سطح جدایی منطبق است. زاویهٔ فرودی که این وضعیت را به دست می‌دهد **زاویهٔ بحرانی** (یا زاویهٔ حد) θ_c نامیده می‌شود. برای زاویه‌های فرود بزرگتر از θ_c، نظیر پرتوهای f و g، هیچ شکستی وجود ندارد و همهٔ نور بازتابیده می‌شود؛ این اثر **بازتاب داخلی کلی** نام دارد.



• مؤلفهٔ عمود بر صفحه
↔ مؤلفهٔ موازی با صفحه

شکل ۲۹-۲۷ یک پرتو نور ناقطبیده در هوا با زاویهٔ بروستر θ_B به سطح شیشه فرود می‌آید. میدانهای الکتریکی مربوط به پرتو به مؤلفهٔ عمود بر صفحه شکل (صفحهٔ فرود، بازتاب و شکست) و موازی با این صفحه تجزیه شده‌اند. نور بازتابیده فقط شامل مؤلفهٔ عمود بر صفحه است و در نتیجه در آن راستا قطبیده شده است. نور شکسته شامل مؤلفه‌های اصلی موازی با صفحه شکل و مؤلفه‌های ضعیفتر عمود بر این صفحه است؛ این نور به طور جزئی قطبیده شده است.

شیشه، آب و سایر مواد دی الکتریک که در بخش ۲۱-۷ مورد بحث قرار گرفتند می‌توانند نور را بر اثر بازتاب به صورت جزئی یا کلی قطبیده کنند. وقتی بازتاب نور خورشید از چنین سطحی را در نظر بگیریم، یک لکهٔ روشن (خیره کننده) روی سطحی که بازتاب در آن اتفاق می‌افتد، مشاهده می‌کنیم. اگر سطح مانند شکل ۲۹-۲۷ افقی باشد، نور بازتابیده به صورت جزئی یا کامل به طور افقی قطبیده است. برای از بین بردن این درخشندگی از سطحهای افقی، شیشهٔ عینکهای قطبنده را به گونه‌ای قرار می‌دهند که جهت قطبندهٔ آنها قائم باشد.

قانون بروستر

برای نور فرودی با زاویهٔ بروستر θ_B، به طور تجربی معلوم می‌شود که پرتوهای بازتابیده و شکسته بر یکدیگر عمودند. چون در شکل ۲۹-۲۷ پرتو بازتابیده با زاویهٔ θ_B بازتاب می‌کند و زاویهٔ پرتو شکسته θ_r است، پس داریم

$$\theta_B + \theta_r = 90 \qquad (۲۹-۴۸)$$

این دو زاویه می‌توانند با معادلهٔ ۲۹-۴۰ نیز به هم مربوط شوند. به طور دلخواه در معادلهٔ ۲۹-۴۰ زیرنویس ۱ را به ماده‌ای که پرتو فرودی و بازتابیده در آن حرکت می‌کنند نسبت می‌دهیم، از آن معادله داریم

$$n_1 \sin\theta_B = n_2 \sin\theta_r .$$

ترکیب این دو معادله به دست می‌دهد

$$n_1 \sin\theta_B = n_2 \sin(90-\theta_B) = n_2 \cos\theta_B$$

و از آنجا

$$\theta_B = \tan^{-1}\frac{n_2}{n_1} \quad \text{(زاویهٔ بروستر)} \qquad (۲۰-۴۹)$$

(توجه کنید که زیرنویسها در معادلهٔ ۲۹-۴۹ به دلیل معنی آنها دیگر *دلبخواه نیستند*). اگر پرتوهای فرودی و بازتابیده در هوا حرکت کنند با تقریب می‌توان n_1 را برابر یک در نظر گرفت و n_2 را با n نشان داد و معادلهٔ ۲۰-۴۹ را به صورت زیر نوشت

$$\theta_B = \tan^{-1} n \quad \text{(قانون بروستر)} \qquad (۲۹-۵۰)$$

این صورت ساده شدهٔ معادلهٔ ۲۰-۴۹ است که به عنوان **قانون بروستر** شناخته شده است. نظیر θ_B، این معادله نیز به احترام سر دیوید بروستر که هر دو رابطه را در سال ۱۸۱۲/۱۱۹۱ به طور تجربی به دست آورد بروستر نامیده شده است.

بازنگری و خلاصهٔ درس

موجهای الکترومغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی شامل میدانهای الکتریکی و مغناطیسی در حال نوسان است. بسامدهای ممکن و گوناگون موجهای الکترومغناطیسی تشکیل یک طیف را می‌دهند که قسمت کوچکی از آن مربوط به نور مرئی است. موج الکترومغناطیسی که در امتداد محور x حرکت می‌کند دارای میدان الکتریکی $\vec{E}$ و میدان مغناطیسی $\vec{B}$ است که بزرگی آنها با رابطه‌های زیر به x و t بستگی دارند

$$E = E_m \sin(kx-\omega t)$$

و

$$B = B_m \sin(kx-\omega t) \qquad (۲۹-۱ \text{ و } ۲۹-۲)$$

در این معادله‌ها E_m و B_m دامنه‌های $\vec{E}$ و $\vec{B}$ هستند. میدان الکتریکی یک میدان مغناطیسی القا می‌کند و برعکس. تندی هر موج الکترومغناطیسی در خلأ c است که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت

$$c = \frac{E}{B} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \qquad (۲۹-۳ \text{ و } ۲۹-۵)$$

که E و B بزرگیهای همزمان میدانها هستند.

شارش انرژی آهنگ انتقال انرژی به وسیلهٔ موج الکترومغناطیسی از یکای سطح با بردار پوینتینگ $\vec{S}$ داده می‌شود

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B} \qquad (۲۹-۱۹)$$

راستای $\vec{S}$ (و در نتیجه راستای حرکت موج و انتقال انرژی) بر راستاهای $\vec{E}$ و $\vec{B}$ عمود است. میانگین زمانی آهنگ انتقال انرژی از واحد سطح S_{avg} است که *شدت* I موج نامیده می‌شود

$$I = \frac{1}{c\mu_0}E_{rms}^2 \qquad (۲۹-۲۶)$$

که در آن $E_{rms} = E_m/\sqrt{2}$ است. چشمهٔ نقطه‌ای، موجهای الکترومغناطیسی را به طور *همسانگرد* یعنی با شدت یکسان در همهٔ جهتها منتشر می‌کند. شدت موج در فاصلهٔ r از یک چشمهٔ نقطه‌ای با توان P_s برابر است با

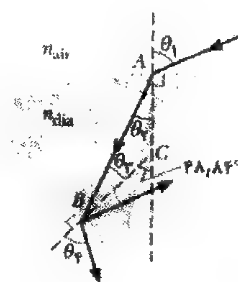
$$I = \frac{P_s}{4\pi r^2} \qquad (۲۹-۲۷)$$

اگر این دو شرط برقرار نباشند، بخشی از نور در سطح جدایی بنابر قانون اسنل، معادلهٔ ۲۹-۴۰ ، شکسته می‌شود

$$n_2 \sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1 \qquad (۲۹-۴۶)$$

الماس با سطح تمیز: لازم است بررسی کنیم که آیا نور پس از گذر از A به B ، در این نقطه از الماس خارج می‌شود یا نه؟ نور فرودی در نقطهٔ A در محیطی (هوا، $n_1 = ۱/۰۰$) با ضریب شکستی کمتر از ضریب شکست محیط طرف دیگر سطح جدایی (الماس، $n_{dia} = ۲/۴۱۹$) قرار دارد. بنابراین بخشی از نور در سطح جدایی شکسته می‌شود (قسمت بازتابیده در شکل ۲۹-۲۶ نشان داده نشده است) و با استفاده از قانون اسنل زاویهٔ شکست θ_2 عبارت است از

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1\right) = \sin^{-1}\left(\frac{۱/۰۰}{۲/۴۱۹}\sin ۴۰°\right)$$
$$= ۱۵/۴۱°$$



شکل ۲۹-۲۶ نور به قسمت بالای الماسی که دارای برش خاصی است می‌تابد. آیا نور می‌تواند از نقطهٔ B روی سطح زیرین خارج شود؟

حال توجه دارید که زاویهٔ داده شدهٔ °۴۸/۸۴ در نقطهٔ C *زاویهٔ خارجی* مثلث ABC است و در نتیجه (از پیوست پ) می‌توان نوشت

$$\theta_2 + \theta_3 = ۴۸/۸۴°$$

یا

$$\theta_3 = ۴۸/۸۴° - \theta_2 = ۴۸/۸۴° - ۱۵/۴۱°$$
$$= ۳۳/۴۳°$$

این زاویهٔ فرود پرتو در نقطهٔ B است. اکنون نور فرودی در محیطی (الماس) با ضریب شکست بزرگتر از محیط طرف دیگر (هوا) سطح جدایی قرار دارد. پس، اگر قانون اسنل را در نقطهٔ B به کار بریم، داریم

$$\theta_4 = \sin^{-1}\left(\frac{۲/۴۱۹}{۱/۰۰}\sin ۳۳/۴۳°\right) \qquad (۲۹-۴۷)$$
$$= ۲۴/۴°$$

بنابراین، تمام نوری که به نقطهٔ B می‌رسد بازتابیده شده و نوری از این نقطه وارد هوا نمی‌شود.

الماس با سطح کثیف: دوباره مسیر نور از A به B را پیگیری می‌کنیم با این تفاوت که دو محاسبهٔ آخری متفاوت است. حالا در B ، محیط در طرف دیگر سطح جدایی چرک روی سطح با ضریب شکست $n_4 = ۱/۶۳$ است. دوباره نور فرودی در محیطی با ضریب شکست بزرگتر قرار دارد، ولی اکنون زاویهٔ بحرانی برابر است با

$$\theta_c = \sin^{-1}\frac{n_4}{n_{dia}} = \sin^{-1}\frac{۱/۶۳}{۲/۴۱۹}$$
$$= ۴۲/۴°$$

چون زاویهٔ فرود $\theta_3 = ۳۳/۴۳°$ ، کمتر از زاویهٔ بحرانی است، نور از سطح پایینی از الماس خارج می‌شود. از معادلهٔ ۲۹-۴۷ ، زاویهٔ شکست برابر است با

$$\theta_4 = \sin^{-1}\left(\frac{۲/۴۱۹}{۱/۶۳}\sin ۳۳/۴۳°\right)$$
$$= ۵۴/۸°$$

بنابراین، برای اینکه الماس برق بزند باید هردو سطح بالا و پایین آن را به خوبی تمیز کرد.

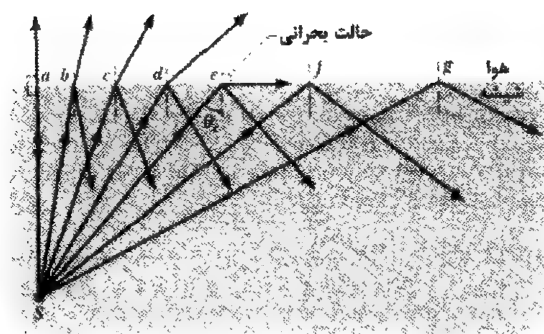
۲۹-۱۰ قطبش به وسیلهٔ بازتاب

می‌توان درخشندگی نور خورشید را که مثلاً از آب بازتابیده شده است به وسیلهٔ نگاه کردن از میان یک ورقهٔ قطبنده (مثل شیشه‌های عینک قطبنده) و سپس چرخاندن محور قطبنده دور خط دید، تغییر داد. علت این است که نور بازتابیده از سطح به طور کامل یا به صورت جزئی قطبیده است.

شکل ۲۹-۲۷ پرتو نور ناقطبیده‌ای را نشان می‌دهد که به سطح شیشه‌ای فرود آمده است. بردارهای میدان الکتریکی نور را به دو مؤلفه تجزیه می‌کنیم. *مؤلفه‌های عمودی* بر صفحهٔ فرود و بنابراین، بر صفحهٔ کاغذ در شکل ۲۹-۲۷ عمودند؛ این مؤلفه‌ها با نقطه (مانند اینکه نوک بردار را می‌بینیم) نشان داده شده‌اند. *مؤلفه‌های موازی*، موازی صفحهٔ فرودند، آنها با پیکان دو طرفه نشان داده شده‌اند. چون نور ناقطبیده است، بزرگی این دو مؤلفه یکسان است.

به طور کلی، نور بازتابیده نیز هر دو مؤلفه را دارد، اما بزرگی آنها یکسان نیست. این بدان معناست که نور بازتابیده به طور جزئی قطبیده شده است- میدانهای الکتریکی که در یک جهت نوسان می‌کنند از آنهایی که در جهتهای دیگر نوسان می‌کنند، دامنهٔ بزرگتری دارند. ولی، وقتی نور با زاویهٔ ویژه‌ای، که *زاویهٔ بروستر*[1] θ_B نامیده می‌شود، فرود آید مطابق شکل ۲۹-۲۷ نور بازتابیده فقط دارای مؤلفه‌های عمودی است. در این صورت، نور بازتابیده قطبیدهٔ کامل و قطبش آن عمود بر صفحهٔ فرود است. مؤلفه‌های موازی نور فرودی از بین نمی‌روند؛ اما (همراه با مؤلفه‌های عمودی) به داخل شیشه شکسته می‌شوند.

1. Brewster





شکل ۲۹-۲۴ (الف) بازتاب داخلی کلی نور از چشمهٔ نقطه‌ای S در شیشه، برای همهٔ پرتوهای با زاویهٔ فرود بزرگتر از زاویهٔ بحرانی θ_c رخ می‌دهد. در زاویهٔ بحرانی، پرتو شکسته بر سطح جدایی هوا-شیشه منطبق است. (ب) چشمه در داخل ظرف آب.

برای یافتن θ_c ، معادلهٔ ۲۹-۴۰ را به کار می‌بریم. به طور دلخواه زیرنویس ۱ را به شیشه و زیرنویس ۲ را به هوا نسبت می‌دهیم و سپس θ_c را به جای θ_1 و 90° را به جای θ_2 قرار می‌دهیم، داریم

$$n_1 \sin\theta_c = n_2 \sin 90^\circ$$

که به دست می‌دهد

$$\theta_c = \sin^{-1}\frac{n_2}{n_1} \quad \text{(زاویهٔ بحرانی)} \quad (۲۹-۴۴)$$

چون سینوس یک زاویه نمی‌تواند بزرگتر از یک باشد، در این معادله n_2 نمی‌تواند بزرگتر از n_1 شود. این محدودیت حاکی از آن است که وقتی نور فرودی در محیطی با ضریب شکست کمتر قرار دارد بازتاب کلی نمی‌تواند رخ دهد. اگر چشمهٔ نور S در شکل ۲۹-۲۴ الف در هوا باشد همهٔ پرتوهایی که به سطح جدایی هوا - شیشه فرود می‌آیند (از جمله پرتوهای f و g) در سطح جدایی هم بازتابیده و هم شکسته می‌شوند.

بازتاب داخلی کلی در فناوری پزشکی کاربردهای فراوانی یافته است. برای مثال، پزشکان با قراردادن دو دستهٔ نازک **تار نوری** از گلو به داخل معدهٔ بیمار (شکل ۲۹-۲۵) زخم را در آنجا ردیابی می‌کنند. نوری که به انتهای یک دسته داده می‌شود با بازتابهای داخلی کلی مکرر در تار، حتی از میان قسمتهای خمیده به انتهای دیگر می‌رسد و قسمت داخلی معده را روشن



شکل ۲۹-۲۵ درون‌بینی که برای بررسی سرخرگ به کار رفته است.

می‌کند. سپس قسمتی از نور بازتابیده از داخل توسط دستهٔ دوم به ترتیب مشابهی برای آشکارسازی برمی‌گردد و برای دید پزشک روی صفحهٔ نمایشگر به تصویر تبدیل می‌شود.

مسئلهٔ نمونهٔ ۲۹-۵

منظور از به کاربردن الماس در انگشتری به خاطر برق زدن آن است. قسمتی از هنر برش دادن الماس در ایجاد این اطمینان است که تمام نوری که وارد وجه بالایی یا وجوه کناری می‌شود از آن وجوه خارج شوند و در برق زدن الماس شرکت جویند. شکل ۲۹-۲۶ بخشی از سطح مقطع یک برش، ماهرانه از الماس را نشان می‌دهد که در آن یک پرتو در نقطهٔ A در وجه بالایی وارد شده است. در این نوع برش، خطهای عمود بر دو سطح بالا و پایین با هم زاویهٔ $48/84^\circ$ می‌سازند. در نقطهٔ B حداقل قسمتی از نور بازتابیده شده و کاملاً از الماس خارج می‌شود، ولی بخشی شکسته شده، و از الماس بیرون می‌آید. فرض کنید پرتو نور در نقطهٔ A با زاویهٔ $\theta_1 = 40^\circ$ فرود می‌آید. اگر سطح پایینی در مجاورت هوا $(n_4 = 1/00)$ باشد، آیا نور از نقطهٔ B خارج خواهد شد؟ اگر سطح پایینی با چرک چربی $(n_4 = 1/63)$ پوشیده شده باشد، آیا نور خارج خواهد شد؟ ضریب شکست الماس $n_{\text{dia}} = 2/419$ است.

نکتهٔ کلیدی وقتی نور به سطح جدایی بین دو محیط با ضریب شکستهای متفاوت (آنها را n_1 و n_2 بنامید) می‌رسد بخشی یا تمام نور بازتابیده می‌شود. بازتاب کلی است اگر (۱) نور فرودی در محیطی با ضریب شکست بزرگتر $(n_1 > n_2)$ باشد و (۲) زاویهٔ فرود بزرگتر از زاویهٔ بحرانی باشد که با رابطهٔ زیر داده می‌شود

$$\theta_c = \sin^{-1}\frac{n_2}{n_1} \quad (۲۹-۴۵)$$

فشار تابشی وقتی تابش الکترومغناطیسی به سطحی می‌تابد، بر سطح نیرو و فشار وارد می‌کند. اگر تابش کاملاً به وسیلهٔ سطح جذب شود، نیرو برابر است با

$$F = \frac{IA}{c} \quad \text{(جذب کامل)} \quad (۳۲-۲۹)$$

که در آن I شدت تابش و A مساحت سطح عمود بر مسیر تابش است. اگر تابش کاملاً به عقب و در امتداد مسیر اولیه‌اش بازتابیده شود، نیرو برابر است با

$$F = \frac{2IA}{c} \quad \text{(بازتاب کامل برگشتی در امتداد مسیر)} \quad (۳۳-۲۹)$$

فشار تابشی p_r برابر است با نیرو بر یکای سطح

$$p_r = \frac{I}{c} \quad \text{(جذب کامل)} \quad (۳۴-۲۹)$$

و

$$p_r = \frac{2I}{c} \quad \text{(بازتاب کامل برگشتی در امتداد مسیر)} \quad (۳۵-۲۹)$$

قطبش موجهای الکترومغناطیسی در صورتی **قطبیده** هستند که بردارهای میدان الکتریکی آنها همه در یک صفحهٔ تنها، که *صفحهٔ نوسان* نامیده می‌شود، واقع باشند. موجهای نوری گسیل شده از چشمه‌های معمولی **قطبیده نیستند**، یعنی **ناقطبیده** یا به طور **کاتوره‌ای قطبیده‌اند**.

ورقه‌های قطبنده وقتی یک ورقهٔ قطبنده در مسیر نور قرار داده شود، تنها مؤلفه‌های میدان الکتریکی نور که موازی **جهت قطبنده‌اند** از ورقه عبور می‌کنند؛ مؤلفه‌های عمود بر جهت قطبنده جذب می‌شوند. نوری که از ورقهٔ قطبنده عبور می‌کند موازی با جهت قطبندهٔ ورقه، قطبیده است.

اگر نور اصلی در ابتدا ناقطبیده باشد، شدت عبوری I نصف شدت اصلی I_0 است

$$I = \frac{1}{2} I_0 \quad (۴۰-۲۹)$$

اگر نور اصلی در ابتدا قطبیده باشد، شدت عبوری به زاویهٔ θ بین جهت قطبش نور اصلی و جهت قطبندهٔ ورقه بستگی دارد

$$I = I_0 \cos^2 \theta \quad (۴۲-۲۹)$$

نورشناسی هندسی *نورشناسی هندسی* یک بررسی تقریبی است که در آن موجهای نوری به صورت پرتوهایی راستخط نشان داده می‌شوند.

بازتاب و شکست وقتی پرتو نوری به سطح جدایی میان دو محیط شفاف برخورد کند، به طور کلی یک پرتو **بازتابیده** و یک پرتو **شکسته** پدیدار می‌شوند. هر دو پرتو در صفحهٔ فرود قرار دارند. **زاویهٔ بازتاب** با زاویهٔ فرود برابر است. **زاویهٔ شکست** با رابطهٔ زیر به زاویهٔ فرود مربوط است

$$n_1 \sin\theta_1 - n_2 \sin\theta_2 \quad \text{(شکست)} \quad (۴۴-۲۹)$$

که در آن n_1 و n_2 *ضریب شکستهای محیطهایی* هستند که پرتوهای فرودی و شکسته در آنها حرکت می‌کنند.

بازتاب داخلی کلی وقتی موجی با یک سطح مرزی برخورد کند و به محیطی با ضریب شکست کمتر عبور کند، اگر زاویهٔ فرود از **زاویهٔ بحرانی** θ_c که با رابطهٔ زیر داده می‌شود، بیشتر شود، **بازتاب داخلی کلی** پیش می‌آید

$$\theta_c = \sin^{-1} \frac{n_2}{n_1} \quad \text{(زاویهٔ بحرانی)} \quad (۴۷-۲۹)$$

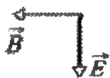
قطبش به وسیلهٔ بازتاب اگر موجی با **زاویهٔ بروستر** θ_B که با رابطهٔ زیر داده می‌شود به یک سطح جدایی برخورد کند، موج بازتابیده با بردارهای $\vec{E}$ عمود بر صفحهٔ فرود، کاملاً **قطبیده** خواهد شد

$$\theta_B = \tan^{-1} \frac{n_2}{n_1} \quad \text{(زاویهٔ بروستر)} \quad (۴۹-۲۹)$$

پرسشها

۱- اگر میدان مغناطیسی یک موج نوری موازی محور y نوسان کند و با رابطهٔ $B_y = B_m \sin(kz - \omega t)$ داده شده باشد، (الف) موج در چه جهتی حرکت می‌کند و (ب) میدان الکتریکی وابسته، موازی با چه محوری نوسان می‌کند؟

۲- شکل ۲۹-۲۸ میدانهای الکتریکی و مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی را در یک لحظهٔ معین نشان می‌دهد. آیا موج به سمت داخل صفحهٔ کاغذ حرکت می‌کند یا خارج آن؟



شکل ۲۹-۲۸ پرسش ۲

۳- در شکل ۲۹-۱۵ الف با نوری که در ابتدا موازی با محور x قطبیده است شروع کنید و نسبت شدت نهایی I_3 به شدت اولیهٔ I_0 را به صورت $I_3 / I_0 = A \cos^n \theta$ بنویسید. اگر جهت قطبندهٔ اولین ورقه را (الف) $60°$ پاد ساعتگرد و (ب) $90°$ ساعتگرد نسبت به وضع نشان داده شده بچرخانیم، A، n و θ چقدرند؟

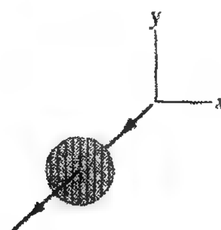
۴- فرض کنید که ورقهٔ دوم در شکل ۲۹-۱۵ الف را از حالتی که جهت قطبنده همردیف با محور y است $(\theta = 0)$ بچرخانیم و چرخش را تا وقتی که جهت قطبنده با محور x $(\theta = 90°)$ همردیف شود ادامه دهیم. کدامیک از چهار منحنی شکل ۲۹-۲۹ بهترین شدت نور عبوری از سامانهٔ سه ورقه‌ای را در حین این چرخش $90°$ نشان می‌دهد؟



شکل ۲۹-۲۹ پرسش ۴

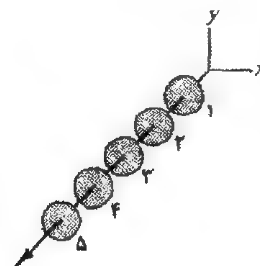
۵- (الف) شکل ۲۹-۳۰ نوری را نشان می‌دهد که به یک ورقهٔ قطبنده که جهت قطبندهٔ آن موازی محور y است، می‌رسد. ورقه را $40°$ به طور ساعتگرد دور خط حرکت مشخص شده می‌چرخانیم. در حین این چرخش اگر نور (الف) در ابتدا ناقطبیده، (ب) در

ابتدا موازی با محور x قطبیده و (پ) در ابتدا موازی با محور y قطبیده باشد، آیا کسری از شدت نور اولیه که از ورقه عبور می‌کند افزایش می‌یابد یا کاهش یا یکسان باقی می‌ماند؟



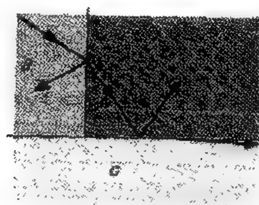
شکل ۲۹-۳۰ پرسش ۵

۶- در شکل ۲۹-۳۰ نور ناقطبیده به سامانه‌ای با پنج ورقهٔ قطبنده فرود می‌آید. جهتهای قطبندگی که به طور پاد ساعتگرد از جهت مثبت y اندازه‌گیری می‌شوند عبارت‌اند از: ورقهٔ ۱، °۳۵ ؛ ورقهٔ ۲، °۰ ؛ ورقهٔ ۳، °۰ ؛ ورقهٔ ۴، °۱۱۰ و ورقهٔ ۵، °۴۵. سپس ورقهٔ ۳ را °۱۸۰ پادساعتگرد حول پرتو نور می چرخانیم. در حین این چرخش، در چه زاویه‌ای (پادساعتگرد از محور y اندازه‌گیری می‌شود) نور عبوری از میان سامانه ناپدید می‌شود؟



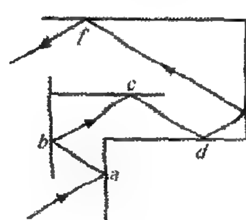
شکل ۲۹-۳۱ پرسش ۶

۷- شکل ۲۹-۳۲ پرتوهای نور تکفامی را نشان می‌دهد که از سه مادهٔ a ، b و c عبور می‌کنند. مواد را به ترتیب بزرگی ضریب شکست آنها مرتب کنید.



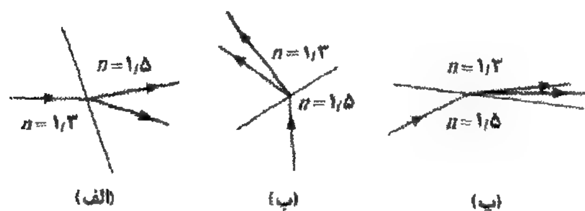
شکل ۲۹-۳۲ پرسش ۷

۸- شکل ۲۹-۳۳ بازتابهای متعدد یک پرتو نوری را در امتداد یک گذرگاه شیشه‌ای نشان می‌دهد که دیواره‌ها یا موازی یکدیگر یا عمود بر یکدیگرند. اگر زاویهٔ فرود در نقطهٔ a برابر °۳۰ باشد، زاویه‌های بازتاب در نقطه‌های b ، c ، d ، e و f چقدرند؟



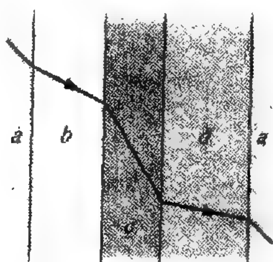
شکل ۲۹-۳۳ پرسش ۸

۹- هر قسمت از شکل ۲۹-۳۴ نشان می‌دهد که نور در سطح جدایی میان دو محیط شکسته شده است. پرتو فرودی شامل نور قرمز و آبی است. ضریب شکست تقریبی برای نور مرئی در هر محیط نشان داده شده است. کدامیک از سه قسمت، شکست ممکن به طور فیزیکی را نشان می‌دهد؟



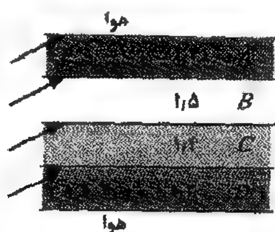
شکل ۲۹-۳۴ پرسش ۹

۱۰- در شکل ۲۹-۳۵، نور از محیط a و از سه لایه از مواد دیگر با سطحهایی موازی یکدیگر عبور می‌کند و سپس به لایهٔ دیگری از مادهٔ a می‌رسد. شکستها (اما نه بازتابهای مربوط) در این سطحها نشان داده شده‌اند. مواد را به ترتیب بزرگی ضریب شکست آنها مرتب کنید.



شکل ۲۹-۳۵ پرسش ۱۰

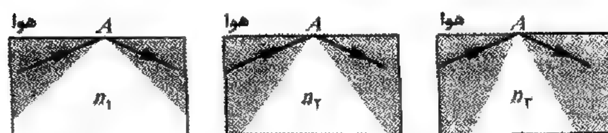
۱۱- شکل ۲۹-۳۶ چهار لایهٔ دراز افقی A-D از مواد مختلف را که در بالا و پایین آنها هواست، نشان می‌دهد. ضریب شکست هر یک از مواد داده شده است. پرتوهای نور به ترتیب نشان داده شده از سمت چپ لایه‌ها به داخل آنها می‌تابند. در کدام لایه امکان به دام افتادن کامل نور وجود دارد به طوری که پس از چندین بازتاب همهٔ نور به انتهای سمت راست آن برسد؟



شکل ۲۹-۳۶ پرسش ۱۱

۱۲- قطعهٔ سمت چپ در شکل ۲۹-۳۷ بازتاب کلی داخلی برای نور داخل محیطی با ضریب شکست n_1 را وقتی که خارج از محیط هوا است، نشان می‌دهد. پرتو نور از هر جایی از قسمت سایه‌دار سمت چپ به نقطهٔ A برسد (همانند پرتو نشان داده شده)، در آن نقطه کاملاً بازتابیده می‌شود و به ناحیهٔ سایه‌دار سمت راست می‌رود. سایر قطعه‌ها وضعیت مشابهی را

برای دو محیط دیگر نشان می‌دهند. ضریب شکست سه محیط را به ترتیب بزرگی مرتب کنید.



شکل ۲۹-۳۷ پرسش ۱۲

مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

●●●- تعداد نقطه‌ها درجهٔ دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرندهٔ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۲۹-۲ رنگین کمان ماکسول

●۱- در شکل ۲۹-۲ تقریباً (الف) کوچکترین و (ب) بزرگترین طول موجی که در آنها چشم یک ناظر معمولی دارای نصف حساسیت بیشینهٔ چشم است کدام‌اند؟ مطلوب است (پ) طول موج، (ت) بسامد و (ث) زمان تناوب نوری که در آن چشم بیشترین حساسیت را دارد.

●۲- تقریباً دستهایتان را در چه فاصله‌ای از هم باید نگه دارید تا جدایی آنها ۱/۰ نانو ثانیهٔ نوری باشد (مسافتی که نور در ۱/۰ns طی می‌کند)؟

●۳- یک لیزر هلیوم- نئون نور قرمز را در نوار باریکی از طول موجها به مرکز ۶۳۲/۸nm و با «پهنای طول موج» ۰/۰۱۰۰nm (با مقیاس شکل ۲۹-۱) گسیل می‌کند. «پهنای بسامدی» مربوط به این گسیل چقدر است؟

●۴- طرح سی فارر[1] یک برنامهٔ بلندپروازنه برای نصب آنتن عظیمی در زیرزمین در پایگاهی به مساحت تقریبی $۱۰۰۰۰km^2$ بود. هدف طرح این بود که سیگنالها را به زیر دریاییهایی که در عمق زیاد بودند ارسال کنند. اگر طول موج مؤثر سیگنالها $۱/۰\times۱۰^۴$ برابر شعاع زمین باشد (الف) بسامد و (ب) زمان تناوب تابشهای گسیل‌شده چقدر است؟ تابشهای الکترومغناطیسی معمولی نمی‌توانند در رساناهایی نظیر آب دریا تا مسافت زیاد نفوذ کنند.

بخش ۲۹-۳ موجهای الکترومغناطیسی پیشرونده، بررسی کیفی

●۵- چه القاگری باید به خازن ۱۷pF یک نوسانگر وصل شود تا بتواند موجهای الکترومغناطیسی ۵۵۰nm (یعنی مرئی) ایجاد کند؟ پاسخ خود را توجیه کنید. SSM

●۶- بادستگاه‌نوسانگر - آنتن شکل ۲۹-۳ اگر $L = ۰/۲۵۳\mu H$ و $C = ۲۵/۰ pF$ باشد، چه طول موجی از موج الکترومغناطیسی گسیل می‌شود؟

بخش ۲۹-۵ انتقال انرژی و بردار پویین تینگ

●۷- برخی لیزرهای نئودیمیم- شیشه می‌توانند تپهایی در ۱/۰ns در طول موج ۰/۲۶µm و با توان ۱۰۰TW تولید کنند. چه مقدار انرژی در یک تپ تنها وجود دارد. ILW

●۸- یک موج الکترومغناطیسی تخت دارای میدان الکتریکی بیشینهٔ $۳/۲۰\times۱۰^{-۴}$ V/m است. دامنهٔ میدان مغناطیسی را به دست آورید.

●۹- یک موج الکترومغناطیسی تخت که در جهت مثبت محور x در خلأ حرکت می‌کند دارای مؤلفه‌های $E_x = E_y = ۰$ و $E_z = (۲/۰ V/m)\cos[(\pi\times۱۰^{۱۵}s^{-1})(t - x/c)]$ است. (الف) دامنه و بزرگی مؤلفهٔ میدان مغناطیسی چقدر است؟ (ب) میدان مغناطیسی موازی با کدام محور نوسان می‌کند؟ (پ) وقتی مؤلفهٔ میدان الکتریکی در نقطهٔ مشخص P در جهت مثبت محور z باشد، مؤلفهٔ میدان مغناطیسی در آنجا در کدام جهت است؟

●۱۰- در یک موج رادیویی تخت بیشینهٔ مقدار مؤلفهٔ میدان الکتریکی برابر ۵/۰۰V/m است. مطلوب است محاسبهٔ (الف) مقدار بیشینهٔ مؤلفهٔ میدان مغناطیسی و (ب) شدت موج.

●۱۱- شدت یک موج الکترومغناطیسی تخت پیشرونده اگر B_m برابر $۱/۰\times۱۰^{-۴}$ T باشد، چقدر است؟

●۱۲- فرض کنید (به طور غیر واقعی) که یک ایستگاه TV همانند یک چشمهٔ نقطه‌ای عمل کند و به طور همسانگرد و در ۱/۰MW برنامه پخش کند. شدت تابش گسیل شده به نزدیکترین ستاره به منظومهٔ شمسی یعنی ستارهٔ پروکسیمای قنطورس که در فاصلهٔ ۴/۳ ly قرار دارد، چقدر است؟ (یک موجود هوشمند ممکن است در آن فاصله قادر به تماشای برنامهٔ پرندهٔ X باشد.) سال نوری (ly) مسافتی است که نور در یک سال طی می‌کند.

●●۱۳- بیشینهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ ۱۰m از یک چشمهٔ نور نقطه‌ای ۲/۰V/m است. (الف) بیشینهٔ مقدار میدان مغناطیسی و (ب) شدت میانگین در آنجا چقدر است؟ (پ) توان چشمه چقدر است؟

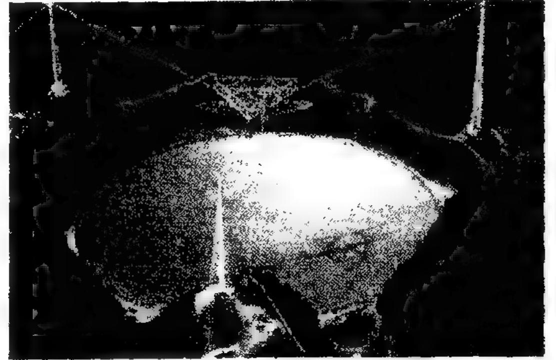
●●۱۴- فرانک دی دریک[2] یک پژوهشگر فعال برنامهٔ SETI[3] (جستجو برای اطلاعات فرازمینی) گفته است که رادیو تلسکوپ

1. Scafarer

2. Frank D.Drake

3. Search for Extra-Terrestrial Intelligence

بزرگ در آرچیبو، پورتوریکو (شکل ۲۹-۳۸) «می‌تواند سیگنالی را که به تمام سطح زمین می‌رسد و توان آن فقط یک پیکو وات است آشکار کند». (الف) توان واقعی که به وسیلهٔ آنتن آرچیبو برای چنین سیگنالی دریافت می‌شود چقدر است؟ قطر آنتن ۳۰۰m است. (ب) توان چشمه‌ای که در مرکز کهکشان می‌تواند چنین سیگنالی را ایجاد کند چقدر است؟ مرکز کهکشان در فاصلهٔ $۲/۲ \times ۱۰^۴$ ly قرار دارد. سال نوری مسافتی است که نور در یک سال طی می‌کند.



شکل ۲۹-۳۸ مسئلهٔ ۱۴، رادیو تلسکوپ آرچیبو.

●●۱۵- نور خورشید درست در خارج از جو زمین دارای شدت $۱/۴۰$ kW/m^۲ است. مطلوب است (الف) E_m و (ب) B_m برای نور خورشید در آنجا، با فرض تخت بودن موج.

●●۱۶- یک موج الکترومغناطیسی با بسامد $۴/۰۰ \times ۱۰^۴$ Hz در خلأ در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. میدان الکتریکی آن دارای دامنهٔ E_m و جهت آن موازی با محور y است. در زمان $t=۰$، میدان الکتریکی در نقطهٔ P روی محور x دارای مقدار $+E_m/۴$ و با زمان کاهش می‌یابد. فاصلهٔ نقطهٔ P در امتداد محور x تا اولین نقطه با $E=۰$ چقدر است، در صورتی که بررسی را در (الف) جهت منفی و (ب) جهت مثبت محور x انجام دهیم؟

●●۱۷- هواپیمایی که در فاصلهٔ ۱۰km پرواز می‌کند از یک فرستندهٔ رادیویی سیگنالی را با توان ۱۰µW/m^۲ دریافت می‌کند. دامنهٔ مؤلفهٔ (الف) الکتریکی (ب) مغناطیسی در هواپیما چقدر است؟ (پ) اگر فرستنده در همهٔ جهتها به طور یکنواخت تابش کند، کل توان آن چقدر است؟

●●۱۸- یک چشمهٔ نقطه‌ای همسانگرد، نوری را با طول موج ۵۰۰nm و با آهنگ ۲۰۰W گسیل می‌کند. آشکارساز نوری ۴۰۰m از چشمه فاصله دارد. بیشینهٔ آهنگ $\partial B/\partial t$ که مؤلفهٔ مغناطیسی نور در محل آشکارساز با زمان تغییر می‌کند، چقدر است؟

۲۹-۶ فشار تابشی

●۱۹- فشار تابشی در فاصلهٔ ۱/۵m از یک لامپ ۵۰۰W چقدر است؟ فرض کنید سطحی که به آن فشار وارد می‌شود در مقابل لامپ و جذب کنندهٔ کامل است و لامپ در همهٔ جهتها به طور یکنواخت تابش می‌کند. ILW

●۲۰- قطعه مقوای سیاه کاملاً جذب کننده‌ای با مساحت $A = ۲/۰$cm^۲ نوری به شدت ۱۰ W/m^۲ را از فلاش دوربین عکاسی دریافت می‌کند. فشار تابشی نور روی مقوا چقدر است؟

●۲۱- از فشار تابشی لیزرهای با توان بالا برای متراکم کردن پلاسما (گازی از ذره‌های باردار) استفاده می‌شود. لیزری که تپهای تابشی با توان بیشینهٔ $۱/۵ \times ۱۰^۳$ MW تولید می‌کند روی ۱/۰mm^۲ از پلاسما با چگالی زیاد الکترون متمرکز شده است. اگر پلاسما تمام باریکهٔ نور را مستقیماً به عقب در امتداد مسیرشان بازتاب دهد، فشار وارد شده بر پلاسما را به دست آورید. SSM

●۲۲- تابش خورشید که به زمین می‌رسد (درست خارج از جو) دارای شدت ۱/۴kW/m^۲ است. (الف) با فرض اینکه زمین (و جو آن) شبیه یک قرص مسطح رفتار می‌کند که بر پرتوهای خورشید عمود است و همهٔ انرژی تابشی را جذب می‌کند، نیرویی که بر اثر فشار تابشی به زمین وارد می‌شود چقدر است؟ (ب) برای مقایسه، نیروی وارد شده به خاطر جاذبهٔ گرانشی خورشید را محاسبه کنید.

●●۲۳- ثابت کنید، برای یک موج الکترومغناطیسی تخت که به طور عمود بر سطحی تخت فرود می‌آید، فشار تابشی روی سطح برابر است با چگالی انرژی باریکهٔ فرودی. (این رابطه بین فشار و چگالی انرژی بدون توجه به اینکه چه کسری از انرژی فرودی بازتابیده شده، برقرار است.) SSM

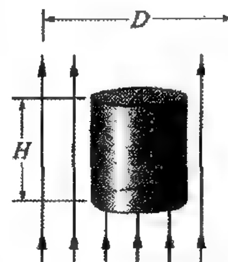
●●۲۴- لیزر کوچکی نور را با توان ۵/۰۰mW و طول موج ۶۳۳nm گسیل می‌کند. باریکهٔ لیزر متمرکز می‌شود (باریک می‌شود) تا قطر آن با قطر ۱۲۶۶nm کره‌ای که در مسیر قرار دارد برابر شود. کره کاملاً جذب کننده و دارای چگالی $۵/۰۰ \times ۱۰^۳$ kg/m^۳ است. (الف) شدت باریکه در محل کره، (ب) فشار تابشی روی کره، (پ) بزرگی نیروی مربوطه، و (ت) بزرگی شتابی که این نیرو به تنهایی به کره خواهد داد چقدر است؟

●●۲۵- یک موج الکترومغناطیسی تخت با طول موج ۳/۰m در خلأ در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. میدان الکتریکی با دامنهٔ ۳۰۰V/m موازی با محور y نوسان می‌کند. (الف) بسامد، (ب) بسامد زاویه‌ای و (پ) عدد زاویه‌ای موج چقدر است؟ (ت) دامنهٔ مؤلفهٔ میدان مغناطیسی چقدر است؟ (ث) میدان مغناطیسی موازی با کدام محور نوسان می‌کند؟ (ج) آهنگ میانگین زمانی شار انرژی مربوط به موج بر حسب وات بر متر مربع چقدر است؟ موج به طور یکنواخت به سطحی به مساحت ۲/۰m^۲ می‌تابد. اگر سطح، موج را کاملاً جذب کند (چ) آهنگ انتقال اندازه حرکت به سطح و (ح) فشار تابشی روی سطح چقدرند؟ SSM WWW

●●۲۶- پیشنهاد شده است که با به کار بردن بادبان بزرگی که از ورقهٔ فلزی ساخته شده است سفینهٔ فضایی می‌تواند بر اثر فشار تابشی در منظومهٔ شمسی حرکت کند. بزرگی این بادبان چقدر باید باشد تا بزرگی نیروی تابشی مساوی جاذبهٔ گرانشی خورشید شود؟ فرض کنید که جرم سفینه و بادبان رویهم ۱۵۰۰ kg و بادبان بازتاب کنندهٔ کامل است و عمود بر پرتوهای خورشید قرار دارد. برای اطلاعات مورد نیاز به پیوست پ نگاه کنید. (با بادبان بزرگتر سفینه پیوسته از خورشید دور می‌شود.)

●●۲۷- سفینهٔ فضایی کوچکی که جرم آن $۱/۵\times۱۰^{۳}$ kg (شامل یک فضانورد) است به فضای خارج حرکت می‌کند و نیروی گرانشی وارد بر آن قابل چشمپوشی است. اگر فضانورد یک باریکهٔ لیزری ۱۰kW را روشن کند، بر اثر اندازه حرکت وارد شده توسط باریکه، سفینه در ۱/۰ روز چه سرعتی پیدا می‌کند؟ SSM

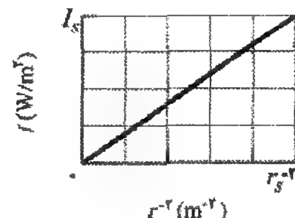
●●۲۸- در شکل ۲۹-۳۹ یک باریکهٔ لیزری با توان ۴/۶۰ W و قطر D = ۲/۶۰mm در جهت رو به بالا به وجه دایره‌ای (با قطر d < ۲/۶۰mm) استوانهٔ کاملاً بازتاب کننده‌ای فرود می‌آید. استوانه به خاطر اینکه نیروی تابشی به سمت بالا با نیروی گرانش رو به پایین یکسان است معلق می‌ماند. اگر چگالی استوانه $۱/۲۰ g/cm^{۳}$ باشد، ارتفاع H استوانه چقدر است؟



شکل ۲۹-۳۹ مسئلهٔ ۲۸

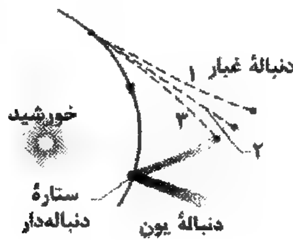
●●۲۹- شخصی می‌خواهد یک کرهٔ ۰/۵۰۰m کوچک و کاملاً جذب کننده را بالای یک چشمهٔ نقطه‌ای و همسانگرد نور غوطه‌ور کند به طوری که نیروی تابشی به سمت بالای نور با نیروی گرانشی رو به پایین یکسان باشد. چگالی کره $۱۹/۰ g/cm^{۳}$ و شعاع آن ۲/۰۰mm است. (الف) توان مورد نیاز چشمهٔ نور چقدر باید باشد؟ (ب) حتی اگر چنین چشمه‌ای ساخته شود، چرا نگهداری کره ناپایدار است؟

●●●۳۰- شدت I نور از یک چشمهٔ نقطه‌ای همسانگرد برحسب تابعی از فاصلهٔ r از چشمه اندازه‌گیری شده است. شکل ۲۹-۴۰ شدت I را برحسب مربع معکوس $r^{-۲}$ فاصله به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم $I_s = ۲۰۰ W/m^{۲}$ و مقیاس محور افقی $r_s^{-۲} = ۸/۰ m^{-۲}$ است. توان چشمه چقدر است؟



شکل ۲۹-۴۰ مسئلهٔ ۳۰

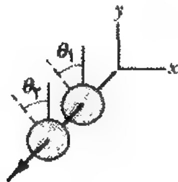
●●●۳۱- وقتی ستارهٔ دنباله داری دور خورشید می‌چرخد، یخ روی سطح آن بخار شده ذره‌های غبار و یونهای گرفتار شده رها می‌شوند. چون یونها به طور الکتریکی بار دارند به وسیلهٔ *باد خورشیدی* که آن نیز به طور الکتریکی باردار است به صورت یک *دنبالهٔ یون* مستقیم رانده شده و به طور شعاعی از خورشید دور می‌شوند (شکل ۲۹-۴۱). ذره‌های غبار (که از نظر الکتریکی خنثی هستند) توسط نیروی تابشی وارد بر آنها از طرف نور خورشید به طور شعاعی به دور از خورشید رانده می‌شوند. فرض کنید که ذره‌های غبار کروی و دارای چگالی $\rho = ۳/۵\times۱۰^{۳} kg/m^{۳}$ هستند و تمام نور خورشید را که به آنها می‌رسد جذب می‌کنند. (الف) برای اینکه ذره مسیری مستقیم مانند مسیر ۲ را در شکل طی کند شعاع آن چقدر باید باشد؟ (ب) اگر شعاع بزرگتر باشد، آیا مسیر منحنی آن از خورشید دور می‌شود (مانند مسیرا) یا به سمت خورشید خواهد بود؟ (مانند مسیر ۳)



شکل ۲۹-۴۱ مسئلهٔ ۳۱

بخش ۲۹-۷ قطبش

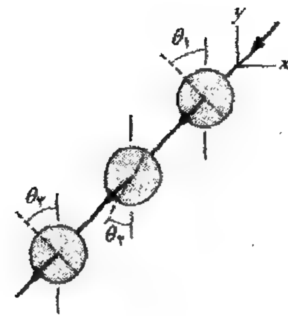
●۳۲- در شکل ۲۹-۴۲ یک باریکهٔ نور ناقطبیده با شدت $۴۳ W/m^{۲}$ به سامانه‌ای با دو ورقهٔ قطبنده با جهتهای قطبیدگی با زاویهٔ $\theta_۱ = ۷۰°$ و $\theta_۲ = ۹۰°$ نسبت به محور y، می‌تابد. شدت نوری که از این سامانه عبور می‌کند چقدر است؟



شکل ۲۹-۴۲ مسئله‌های ۳۲، ۳۳ و ۳۶

●۳۳- در شکل ۲۹-۴۲، باریکهٔ نور با شدت $۴۳ W/m^{۲}$ و قطبش موازی با محور y به سامانهٔ دو ورقهٔ قطبنده می‌تابد که جهتهای قطبیدگی آنها با محور y زاویهٔ $\theta_۱ = ۷۰°$ و $\theta_۲ = ۹۰°$ می‌سازند. شدت نوری که از دو ورقه عبور می‌کند چقدر است؟ ILW

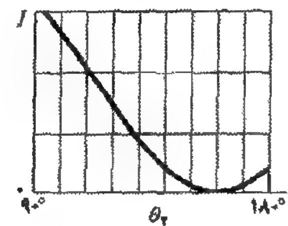
●۳۴- در شکل ۲۹-۴۳، نور ناقطبیدهٔ اولیه‌ای به سامانه‌ای شامل سه ورقهٔ قطبنده می‌تابد که جهتهای قطبیدگی آنها با جهت محور y زاویه‌های $\theta_۱ = \theta_۲ = \theta_۳ = ۵۰°$ می‌سازند. چه درصدی از شدت اولیه از سامانه عبور می‌کند؟ (راهنمایی: مراقب زاویه‌ها باشید.)



شکل ۲۹-۴۳ مسئله‌های ۳۴ و ۳۵

●۳۵- در شکل ۲۹-۴۳، نور ناقطبیدهٔ اولیه‌ای به سامانه‌ای شامل سه ورقهٔ قطبنده می‌تابد که جهت قطبیدگی آنها با جهت محور y زاویه‌های $\theta_1=40^\circ$ ، $\theta_2=20^\circ$ و $\theta_3=40^\circ$ می‌سازند. چه درصدی از شدت اولیه از سامانه عبور می‌کند؟ (راهنمایی: مراقب زاویه‌ها باشید). SSM

●●۳۶- در شکل ۲۹-۴۲، نور ناقطبیده به سامانه‌ای شامل دو ورقهٔ قطبنده می‌تابد. زاویه‌های θ_1 و θ_2 جهتهای قطبش ورقه‌ها به طور پادساعتگرد نسبت به جهت مثبت محور y اندازه‌گیری شده‌اند (آنها بدون مقیاس در شکل رسم شده‌اند). زاویهٔ θ_1 ثابت است اما زاویهٔ θ_2 می‌تواند تغییر کند. شکل ۲۹-۴۴ شدت نور خروجی از ورقهٔ ۲ را برحسب θ_2 به دست می‌دهد. (مقیاس محور شدت مشخص نشده است.) وقتی $\theta_2=90^\circ$ باشد، چه درصدی از شدت اولیه از دو ورقه عبور می‌کند؟



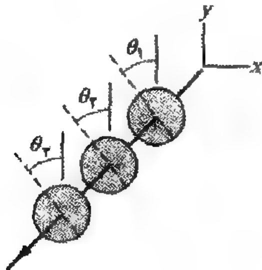
شکل ۲۹-۴۴ مسئلهٔ ۳۶

●●۳۷- نور ناقطبیده‌ای با شدت $10\,mW/m^2$ مطابق شکل ۲۹-۱۱ به ورقهٔ قطبنده‌ای می‌تابد. (الف) دامنهٔ مؤلفهٔ میدان الکتریکی نور عبوری و (ب) فشار تابشی روی ورقه به خاطر جذب قسمتی از نور، چقدر است؟

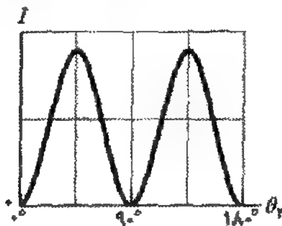
●●۳۸- نور در ساحل معمولاً به علت بازتابهایی که از ماسه و آب صورت می‌گیرد قطبیدهٔ جزئی است. در یک ساحل معین و در یک روز معین، نزدیک غروب مؤلفهٔ افقی بردار میدان الکتریکی ۲/۳ برابر مؤلفهٔ عمودی است. شخصی که در ساحل ایستاده است عینکی با شیشه‌های قطبنده را به چشم می‌زند و عینک مؤلفهٔ افقی میدان را حذف می‌کند. (الف) چه کسری از شدت نوری که قبل از گذاشتن عینک به چشم شخص می‌رسید، حالا به چشمهای او می‌رسد؟ (ب) شخصی که هنوز عینک را به چشم دارد، به پهلو دراز می‌کشد، چه کسری از شدت نوری که قبل از گذاشتن عینک به چشم شخص می‌رسید، اکنون به چشم او می‌رسد؟

●●۳۹- باریکهٔ نور قطبیده‌ای به سامانه‌ای شامل دو ورقهٔ قطبنده می‌تابد. نسبت به جهت قطبش نور تابیده جهتهای قطبیدگی ورقه‌ها عبارت‌اند از زاویهٔ θ برای اولین ورقه و 90° برای دومین ورقه. اگر ۰/۱۰ شدت فرودی از دو ورقه عبور کند، θ چقدر است؟

●●۴۰- در شکل ۲۹-۴۵، نور ناقطبیده به سامانه‌ای شامل سه ورقهٔ قطبنده می‌تابد. زاویه‌های θ_1 ، θ_2 و θ_3 جهتهای قطبش به طور پادساعتگرد از جهت مثبت محور y اندازه‌گیری شده‌اند (آنها بدون مقیاس رسم شده‌اند). زاویه‌های θ_1 و θ_3 ثابت‌اند اما θ_2 می‌تواند تغییر کند. شکل ۲۹-۴۶ شدت نور خروجی از ورقهٔ ۳ را بر حسب تابعی از θ_2 به دست می‌دهد. (مقیاس محور شدت مشخص نشده است). وقتی $\theta_2=30^\circ$ باشد، چه درصدی از شدت نور اولیه از سه ورقه عبور می‌کند؟



شکل ۲۹-۴۵ مسئله‌های ۴۰، ۴۲ و ۴۴



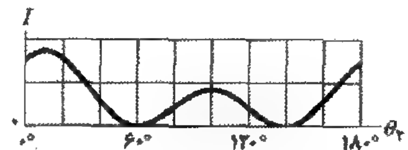
شکل ۲۹-۴۶ مسئلهٔ ۴۰

●●۴۱- یک باریکهٔ نور را که به طور جزئی قطبیده است می‌توان ترکیب نور قطبیده و ناقطبیده در نظر گرفت. فرض کنید چنین باریکه‌ای را به یک پالایهٔ قطبنده بتابانیم و سپس در حالی که پالایه را عمود بر باریکه نگه داشته‌ایم آن را 360° بچرخانیم. اگر در این چرخش شدت نور عبوری با ضریب ۵/۰ تغییر کند، چه کسری از شدت باریکهٔ اولیه به نور باریکهٔ قطبیده مربوط بوده است؟

●●۴۲- در شکل ۲۹-۴۵، نور ناقطبیده به سامانه‌ای شامل سه ورقه می‌تابد که ۰/۰۵۰۰ شدت نور اولیه را عبور می‌دهد. جهتهای قطبیدگی اولین و سومین ورقه زاویه‌های $\theta_1=0^\circ$ و $\theta_3=90^\circ$ می‌سازند. مطلوب است مقدار (الف) کمتر و (ب) بیشتر زاویهٔ ممکن $\theta_2(<90^\circ)$ برای جهت قطبیدگی ورقهٔ ۲.

●●●۴۳– می‌خواهیم جهت قطبیدگی یک باریکهٔ نور قطبیده را با تابانیدن باریکه به یک ورقهٔ قطبنده یا بیشتر به اندازهٔ ۹۰° بچرخانیم. (الف) کمترین تعداد ورقه‌های لازم چند تا است؟ (ب) در صورتی که بخواهیم شدت عبوری بیشتر از ٪۶۰ شدت اولیه باشد، کمترین تعداد ورقه‌های لازم چندتا است؟ SSM WWW

●●۴۴– در شکل ۲۹–۴۵، نور ناقطبیده به سامانه‌ای شامل سه ورقهٔ قطبنده می‌تابد. زاویه‌های θ_1 ، θ_2 و θ_3 جهتهای قطبیدگی به طور پاد ساعتگرد از جهت مثبت محور y اندازه‌گیری شده‌اند (آنها بدون مقیاس رسم شده‌اند). زاویه‌های θ_1 و θ_3 ثابت‌اند اما زاویهٔ θ_2 می‌تواند تغییر کند. شکل ۲۹–۴۷ شدت نور خروجی از ورقهٔ ۳ را برحسب تابعی از θ_2 به دست می‌دهد. (مقیاس محور شدت مشخص نشده است.) وقتی $\theta_2 = ۹۰^\circ$ باشد، چه درصدی از شدت نور اولیه از سامانه عبور می‌کند؟

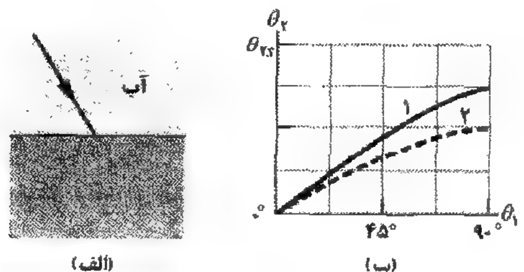


شکل ۲۹–۴۷ مسئلهٔ ۴۴

بخش ۲۹–۸ بازتاب و شکست

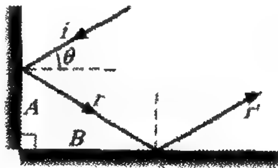
●۴۵– نوری در خلأ به سطح یک تیغهٔ شیشه‌ای می‌تابد. باریکه در خلأ با عمود بر سطح زاویهٔ $۳۲/۰^\circ$ می‌سازد، در حالی که در شیشه با عمود زاویهٔ $۲۱/۰^\circ$ می‌سازد. ضریب شکست شیشه چقدر است؟

●۴۶– در شکل ۲۹–۴۸ الف، یک پرتو نور در آب با زاویهٔ θ_1 روی مرزی که زیر آن ماده است فرود می‌آید، قسمتی از نور شکسته شده به داخل ماده می‌رود. دو انتخاب برای ماده وجود دارد. برای هر یک، زاویهٔ شکست θ_2 برحسب زاویهٔ فرود θ_1 در شکل ۲۹–۴۸ ب داده شده است. مقیاس محور قائم با $\theta_{2s} = ۹۰^\circ$ مشخص شده است. بدون محاسبه معین کنید، آیا ضریب شکست (الف) مادهٔ ۱ و (ب) مادهٔ ۲ بزرگتر یا کوچکتر از ضریب شکست آب $(n = ۱/۳۳)$ است؟ ضریب شکست (پ) مادهٔ ۱ و (ت) مادهٔ ۲ چقدر است؟



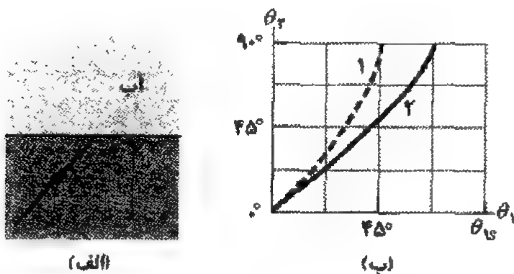
شکل ۲۹–۴۸ مسئلهٔ ۴۶

●۴۷– شکل ۲۹–۴۹ نور بازتابیده را از دو سطح بازتاب دهندهٔ عمود بر هم A و B نشان می‌دهد. زاویهٔ بین پرتو ورودی i و پرتو خروجی r' را به دست آورید.



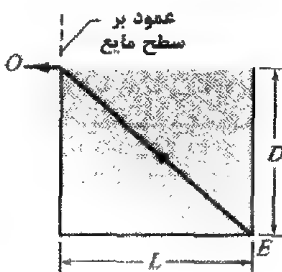
شکل ۲۹–۴۹ مسئلهٔ ۴۷

●۴۸– در شکل ۲۹–۵۰ الف، پرتو نور از مادهٔ زیر با زاویهٔ θ_1 روی سطح جدایی با آب فرود می‌آید. و مقداری از نور در آب می‌شکند. دو انتخاب برای مادهٔ زیر وجود دارد. برای هر یک، زاویهٔ شکست θ_2 برحسب زاویهٔ فرود θ_1 در شکل ۲۹–۵۰ ب نشان داده شده است. مقیاس محور افقی با $\theta_{1s} = ۹۰^\circ$ مشخص شده است. بدون محاسبه، مشخص کنید که آیا ضریب شکست (الف) مادهٔ ۱ و (ب) مادهٔ ۲ بزرگتر یا کوچکتر از ضریب شکست آب $(n = ۱/۳۳)$ است؟ ضریب شکست (پ) مادهٔ ۱ و (ت) مادهٔ ۲ چقدر است؟



شکل ۲۹–۵۰ مسئلهٔ ۴۸

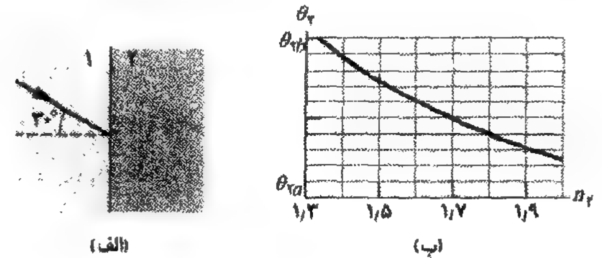
●۴۹– وقتی مخزن مکعب مستطیل فلزی در شکل ۲۹–۵۱ پر از مایع نامشخصی است، ناظری که چشمهایش هم سطح بالای مخزن است فقط می‌تواند گوشهٔ E را ببیند؛ پرتوی که در سطح بالای مایع به سمت O شکسته می‌شود نشان داده شده است. اگر $D = ۸۵/۰\ \text{cm}$ و $L = ۱/۱۰\ \text{m}$ باشد، ضریب شکست مایع چقدر است؟



شکل ۲۹–۵۱ مسئلهٔ ۴۹

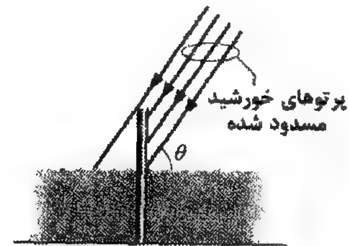
●●۵۰– در شکل ۲۹–۵۲ الف، یک باریکهٔ نوری در محیط ۱ با زاویهٔ $\theta_1 = ۳۰^\circ$ به سطح جدایی فرود می‌آید. میزان شکست نور به داخل محیط ۲ بخشی به ضریب شکست n_2 محیط ۲

بستگی دارد. شکل ۲۹-۵۲ ب، زاویهٔ شکست θ_2 را برحسب n_2 برای گسترهٔ ممکنی از مقدارهای n_2 به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با $\theta_{2a} = ۲۰/۰^\circ$ و $\theta_{2b} = ۴۰/۰^\circ$ مشخص شده است. (الف) ضریب شکست مادهٔ ۱ چقدر است؟ (ب) اگر زاویهٔ فرود به ۶۰° تغییر کند و مادهٔ ۲ دارای $n_2 = ۲/۴$ باشد، آنگاه زاویهٔ θ_2 چقدر است؟



شکل ۲۹-۵۲ مسئلهٔ ۵۰

●●۵۱- در شکل ۲۹-۵۳، میله‌ای به طول ۲/۰۰m به طور قائم از ته استخر شنا تا ۵۰/۰cm بالای آب قرار دارد. نور خورشید با زاویهٔ $\theta = ۵۵/۰^\circ$ می‌تابد. طول سایهٔ میله در کف استخر چقدر است؟ SSM



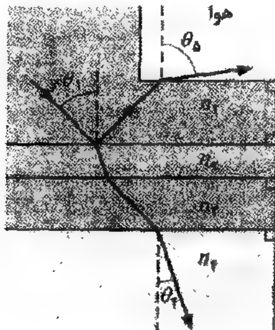
شکل ۲۹-۵۳ مسئلهٔ ۵۱

●●۵۲- *پاشندگی در شیشهٔ پنجره.* در شکل ۲۹-۵۴، یک باریکهٔ نور سفید با زاویهٔ $\theta = ۵۰^\circ$ روی شیشهٔ یک پنجرهٔ معمولی (سطح مقطع نشان داده شده است) فرود می‌آید. برای چنین شیشه‌هایی ضریب شکست برای نور مرئی از ۱/۵۲۴ برای آبی در یک طرف طیف تا ۱/۵۰۹ برای ترمز در طرف دیگر طیف تغییر می‌کند. دو طرف شیشه موازی‌اند. (الف) وقتی نور وارد شیشه می‌شود و (ب) وقتی از طرف دیگر خارج می‌شود، گسترش زاویه‌ای رنگها در باریکه چقدر است؟ (راهنمایی: وقتی از میان شیشهٔ پنجره به جسمی نگاه می‌کنید، آیا رنگها در نور پاشیده شده از جسم مثلاً مثل شکل ۲۹-۲۰ هستند؟)



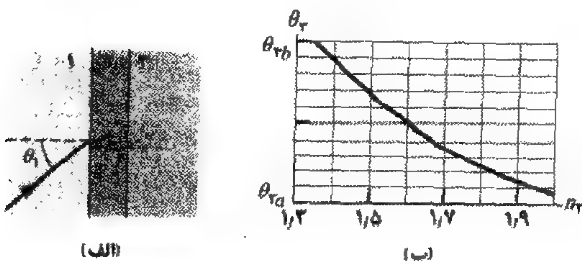
شکل ۲۹-۵۴ مسئلهٔ ۵۲

●●۵۳- در شکل ۲۹-۵۵، نور با زاویهٔ $\theta_1 = ۴۰/۱^\circ$ به سطح جدایی دو محیط شفاف فرود می‌آید. قسمتی از نور به سمت پایین و از میان سه محیط شفاف دیگر حرکت می‌کند، در حالی که قسمت دیگری از آن به سمت بالا بازتابیده شده و سپس وارد هوا می‌شود. اگر $n = ۱/۳۰$ ، $n_2 = ۱/۴۰$ ، $n_3 = ۱/۳۲$ و $n_4 = ۱/۴۵$ باشد، مقدار (الف) θ_5 و (ب) θ_4 چقدر است؟



شکل ۲۹-۵۵ مسئلهٔ ۵۳

●●۵۴- در شکل ۲۹-۵۶ الف، باریکهٔ نوری در محیط ۱ با زاویهٔ $\theta_1 = ۴۰^\circ$ روی سطح جدایی فرود می‌آید. بخشی از نور وارد محیط ۲ و سپس بخشی وارد محیط ۳ می‌شود. دو سطح جدایی میان سه محیط موازی‌اند. راستای نهایی باریکه بستگی به ضریب شکست n_3 محیط ۳ دارد. شکل ۲۹-۵۶ ب زاویهٔ شکست θ_3 در آن محیط را بر حسب n_3 برای حدود مقدارهای ممکن n_3، به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با $\theta_{3a} = ۳۰/۰^\circ$ و $\theta_{3b} = ۵۰/۰^\circ$ مشخص شده است. (الف) ضریب شکست محیط ۱ چقدر است، یا بدون اطلاعات بیشتر محاسبهٔ ضریب ممکن نیست؟ (ب) ضریب شکست محیط ۲ چقدر است، یا بدون اطلاعات بیشتر محاسبهٔ ضریب ممکن نیست؟ (پ) اگر θ_1 به ۷۰° تغییر کند و ضریب شکست محیط ۳ برابر ۲/۴ باشد، θ_3 چقدر است؟

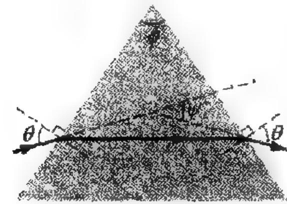


شکل ۲۹-۵۶ مسئلهٔ ۵۴

●●۵۵- در شکل ۲۹-۵۷، پرتوی به یک وجه منشور شیشه‌ای مثلثی شکل واقع در هوا می‌تابد. زاویهٔ فرود θ طوری انتخاب شده است که پرتو خروجی نیز همان زاویهٔ θ را با عمود بر سطح می‌سازد. نشان دهید که ضریب شکست منشور شیشه‌ای با این رابطه داده می‌شود

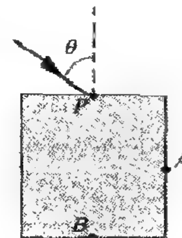
$$n=\frac{\sin\frac{1}{2}(\Psi+\phi)}{\sin\frac{1}{2}\phi}$$

که در آن ϕ زاویهٔ رأس منشور و Ψ *زاویهٔ انحراف* یعنی کل زاویه‌ای است که باریکه موقع عبور از منشور چرخیده است. (در این شرایط زاویهٔ انحراف کوچکترین مقدار ممکن را دارد که زاویه *کمینهٔ انحراف* نامیده می‌شود.) SSM ILW WWW



شکل ۲۹–۵۷ مسئله‌های ۵۵ و ۶۶

●●۵۶– **رنگین کمان از قطرهٔ مربع شکل.** فرض کنید در یک دنیای خیالی، قطره‌های باران دارای سطح مقطع مربعی و همیشه در حین سقوط یک وجه آن افقی است. شکل ۲۹–۵۸ سقوط چنین قطره‌هایی را با باریکهٔ سفید نور خورشید که با زاویهٔ $\theta=70/0°$ در نقطهٔ P فرود می‌آید نشان می‌دهد. قسمتی از نور وارد قطره می‌شود و سپس به نقطهٔ A می‌رود، جایی که قسمتی از آن به سمت خارج شکسته شده و وارد هوا می‌شود و بقیه باز می‌تابد. سپس این نور بازتابیده به نقطهٔ B می‌رود و در آنجا دوباره قسمتی به سمت خارج شکسته شده و وارد هوا می‌شود و بقیه باز می‌تابد. اختلاف بین زاویه‌های نور قرمز ($n=1/331$) و نور آبی ($n=1/343$) که از (الف) نقطهٔ A و (ب) نقطهٔ B خارج می‌شوند چقدر است؟ (این اختلاف زاویه در نور خروجی مثلاً در نقطهٔ A باید پهنای رنگین کمانی باشد که شما در هنگام خروج از آن نقطه مشاهده می‌کنید.)



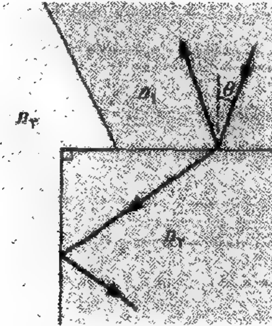
شکل ۲۹–۵۸ مسئلهٔ ۵۶

بخش ۲۹–۹ بازتاب داخلی کلی

●۵۷– یک چشمهٔ نقطه‌ای نور ۸۰/۰cm زیر سطح آب قرار دارد. قطر دایره‌ای در سطح آب را که نور از آن خارج می‌شود به دست آورید.

●۵۸– ضریب شکست بنزن ۱/۸ است. برای یک پرتو نور که در بنزن به سمت لایهٔ مسطح هوا در بالای بنزن حرکت می‌کند، زاویهٔ حد چقدر است؟

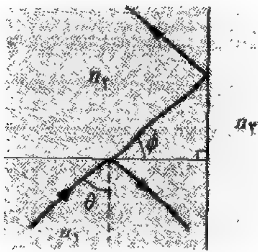
●●۵۹– در شکل ۲۹–۵۹، نور ابتدا در محیط ۱ شکسته شده و وارد محیط ۲ می‌شود و سپس با زاویهٔ بحرانی به سطح جدایی میان محیط ۲ و ۳ فرود می‌آید. ضریب شکستها عبارت‌اند از $n_1=1/60$ ، $n_2=1/40$ و $n_3=1/20$. (الف) زاویهٔ θ چقدر است؟ (ب) اگر θ افزایش یابد، آیا شکست نور به محیط ۳ رخ می‌دهد؟



شکل ۲۹–۵۹ مسئلهٔ ۵۹

۶۰– یک گربه ماهی ۲/۰۰m زیر سطح یک دریاچهٔ آرام قرار دارد. قطر دایره‌ای روی سطح که ماهی می‌توانند از میان آب دنیای خارج را ببیند چقدر است؟ (ب) اگر ماهی پایین برود آیا قطر دایره کاهش می‌یابد یا افزایش یا تغییر نمی‌کند؟

●●۶۱– در شکل ۲۹–۶۰ که در آن، زاویه‌ها بدون مقیاس رسم شده‌اند، پرتو با زاویهٔ بحرانی به سطح جدایی میان محیط ۲ و ۳ فرود می‌آید. زاویهٔ $\phi=60/0°$ و دو ضریب شکست عبارت‌اند از $n_1=1/70$ و $n_2=1/60$ است. مطلوب است (الف) ضریب شکست n_3 و (ب) زاویهٔ θ . (پ) اگر θ افزایش یابد آیا نور به داخل محیط ۳ شکسته می‌شود؟

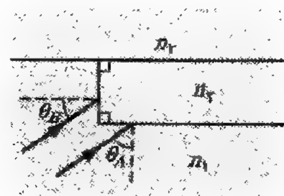


شکل ۲۹–۶۰ مسئلهٔ ۶۱

۶۲– در شکل ۲۹–۶۱، پرتو A از محیط ۱ ($n_1=1/60$) شکسته شده وارد لایهٔ نازک محیط ۲ ($n_2=1/80$) می‌شود، از آن عبور می‌کند و سپس با زاویهٔ بحرانی به سطح جدایی میان محیط ۲ و ۳ ($n_3=1/30$) فرود می‌آید. (الف) مقدار زاویهٔ فرودی θ_A چقدر است؟ (ب) اگر θ_A کاهش یابد، آیا قسمتی از نور شکسته شده و وارد محیط ۳ می‌شود؟

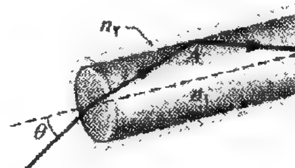
پرتو B از محیط ۱ شکسته شده و وارد لایهٔ نازکی می‌شود و از آن عبور می‌کند و سپس با زاویهٔ بحرانی به سطح جدایی میان محیط ۲ و ۳ فرود می‌آید. (پ) مقدار زاویهٔ فرود θ_B چقدر

است؟ (ت) اگر θ_B کاهش یابد، آیا قسمتی از نور به داخل محیط ۳ شکسته می‌شود؟



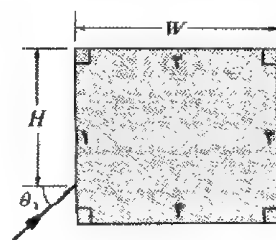
شکل ۲۹-۶۱ مسئلهٔ ۶۲

●●۶۳- شکل ۲۹-۶۲ یک تار نوری را به صورت ساده نشان می‌دهد: یک مغزی پلاستیکی (n_1=۱/۵۸) که با ورقهٔ پلاستیکی (n_2=۱/۵۳) احاطه شده است. یک پرتو نور با زاویهٔ θ به یک سر آن فرود می‌آید. پرتو در نقطهٔ A بازتاب داخلی کلی پیدا می‌کند، جایی که با مرز مغز- ورقه مواجه می‌شود. (بنابراین، اتلاف نوری در آن مرز وجود ندارد) بیشینهٔ مقدار θ که بازتاب داخلی کلی را در A ممکن می‌سازد، چقدر است؟



شکل ۲۹-۶۲ مسئلهٔ ۶۳

●●۶۴- در شکل ۲۹-۶۳ پرتو نور در هوا با زاویهٔ θ_1 بر یک قطعه پلاستیک شفاف با ضریب شکست ۱/۵۶ فرود می‌آید. ابعاد مشخص شده عبارت‌اند از H=۲/۰۰cm و W=۳/۰۰cm . نور داخل قطعه حرکت کرده و به یکی از وجه‌ها می‌رسد و در آنجا بازتاب می‌کند (داخل قطعه) و احتمالاً شکست نیز می‌یابد (به سمت خارج داخل هوا). این نقطهٔ *اولین بازتاب* است. سپس نور بازتابیده شده در داخل قطعه به سمت وجه دیگر می‌رود، نقطهٔ *دومین بازتاب*. اگر θ_1=۴۰° باشد، روی کدام وجه نقطهٔ (الف) اولین بازتاب و (ب) دومین بازتاب واقع است. اگر شکست در نقطهٔ (پ) اولین بازتاب و (ت) دومین بازتاب وجود داشته باشد، زاویهٔ شکست را حساب کنید؛ در صورت عدم شکست پاسخ «هیچ‌کدام» است. اگر θ_1=۷۰° باشد روی کدام وجه نقطهٔ (ث) اولین بازتاب و (ج) دومین بازتاب واقع است. اگر شکست در نقطهٔ (چ) اولین بازتاب و (ح) دومین بازتاب وجود داشته باشد، زاویهٔ شکست را حساب کنید؛ در صورت عدم شکست پاسخ «هیچ‌کدام» است.



شکل ۲۹-۶۳ مسئلهٔ ۶۴

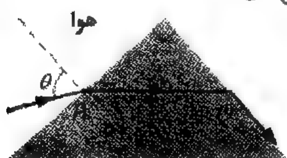
●●۶۵- در شکل ۲۹-۶۴، یک پرتو نور بر وجه ab یک منشور شیشه‌ای (n=۱/۵۲) عمود است. اگر منشور (الف) در هوا و (ب) در آب قرار داشته باشد، بزرگترین مقدار زاویهٔ ϕ را پیدا کنید در صورتی که پرتو در وجه ac بازتاب کلی پیدا کند.
SSM ILM



شکل ۲۹-۶۴ مسئلهٔ ۶۵

●●۶۶- فرض کنید که منشور شکل ۲۹-۵۷ دارای زاویهٔ رأس ϕ=۶۰/۰° و ضریب شکست n=۱/۶۰ است. (الف) برای اینکه پرتو بتواند از وجه سمت چپ منشور وارد و از وجه سمت راست خارج شود، کمترین زاویهٔ فرود θ باید چقدر باشد؟ (ب) برای چه زاویهٔ فرود θ ، مطابق شکل ۲۹-۵۷، پرتو خروجی از منشور دارای زاویهٔ شکست برابر با زاویهٔ θ است.

●●۶۷- در شکل ۲۹-۶۵، نوری با زاویهٔ فرود θ از نقطهٔ P وارد منشور مثلثی شکل ۹۰° می‌شود و سپس قسمتی از آن در نقطهٔ Q با زاویهٔ شکست ۹۰° شکسته می‌شود. (الف) ضریب شکست منشور برحسب θ چقدر است؟ (ب) به طور عددی، ضریب شکست چه مقدار بیشینه‌ای را می‌تواند داشته باشد؟ اگر زاویهٔ فرود در Q (پ) کمی *افزایش* و (ت) کمی کاهش یابد، آیا نور از Q خارج می‌شود؟



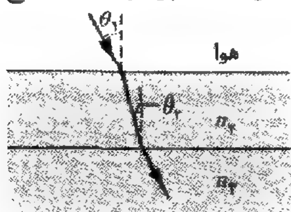
شکل ۲۹-۶۵ مسئلهٔ ۶۷

بخش ۲۹-۱۰ قطبش به وسیلهٔ بازتاب

●۶۸- (الف) در چه زاویهٔ فرودی نور بازتابیده از آب کاملاً قطبیده است؟ (ب) آیا این زاویه به طول موج نور بستگی دارد؟

●۶۹- نوری که در آب با ضریب شکست ۱/۳۳ حرکت می‌کند به یک صفحهٔ شیشه‌ای با ضریب شکست ۱/۵۳ فرود می‌آید. در چه زاویهٔ فرودی نور بازتابیده قطبیدهٔ کامل است؟ SSM

●۷۰- در شکل ۲۹-۶۶، یک پرتو نور در هوا روی لایهٔ تخت محیط ۲ با ضریب شکست n_2=۱/۵ فرود می‌آید. زیر محیط ۲، محیط ۳ با ضریب شکست n_3 قرار دارد. پرتو روی سطح جدایی هوا- محیط ۲ با زاویهٔ بروستر فرود می‌آید. پرتو نور اتفاقاً با زاویهٔ بروستر روی سطح جدایی میان دو محیط ۲ و ۳ شکسته و وارد محیط ۳ می‌شود. مقدار n_3 چقدر است؟



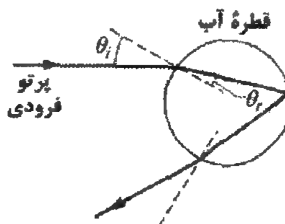
شکل ۲۹-۶۶ مسئلهٔ ۷۰

مسئله‌های اضافی

۷۱- *رنگین کمان*. شکل ۲۹-۶۷ پرتو نوری را نشان می‌دهد که وارد یک قطره باران کروی در حال سقوط شده و پس از یک *بازتاب داخلی کلی* از آن خارج می‌شود (به شکل ۲۹-۲۱ الف نگاه کنید). راستای نهایی حرکت با راستای اولیهٔ به اندازهٔ زاویهٔ θ_{dev} انحراف دارد (می‌چرخد). (الف) نشان دهید که θ_{dev} برابر است با

$$\theta_{dev} = 180° + 2\theta_i - 4\theta_r$$

که در آن θ_i زاویهٔ فرود پرتو روی قطره و θ_r زاویهٔ شکست پرتو در قطره است. (ب) با به کار بردن قانون اسنل، برای θ_r بر حسب θ_i و ضریب شکست n آب قرار دهید. سپس با ماشین حسابی که رسم منحنی دارد یا با رایانه، θ_{dev} را برحسب θ_i در ناحیهٔ ممکن برای مقدارهای θ_i، $n=1/331$ برای نور قرمز و $n=1/333$ برای نور آبی، رسم کنید.



شکل ۲۹-۶۷ مسئلهٔ ۷۱

منحنی نور قرمز و منحنی نور آبی دارای کمینه‌های متفاوتی هستند که بدان معناست که زاویهٔ *کمینهٔ انحراف* متفاوتی برای هر رنگ وجود دارد. نور هر رنگ داده شده که قطره را ترک می‌کند در آن زاویهٔ انحراف کمینهٔ رنگ، به خصوص درخشان است چون پرتوها در آن زاویه جمع می‌شوند. بنابراین، نور قرمز درخشان قطره را در یک زاویه و نور آبی درخشان در زاویه دیگری قطره را ترک می‌کنند.

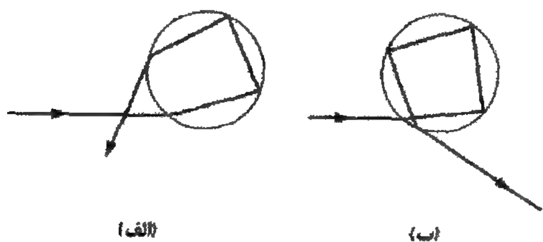
زاویهٔ کمینهٔ انحراف را از منحنی θ_{dev} برای (پ) نور قرمز و (ت) نور آبی حساب کنید. (ث) اگر این رنگها لبهٔ داخلی و خارجی رنگین کمان را تشکیل دهند (شکل ۲۹-۲۲ الف)، پهنای زاویه‌ای رنگین کمان چقدر است؟

۷۲- *رنگین کمان اولیه* که در مسئلهٔ ۷۱ شرح داده شد یک نوع معمول است که در ناحیه‌هایی که رنگین کمان ظاهر می‌گردد دیده می‌شود. این رنگین کمان با یک بار شکست داخل قطره ایجاد می‌شود. نوع نادرتر *رنگین کمان نوع ثانویه* است که در بخش ۲۹-۸ شرح داده شد و با دو بار شکست داخل قطره (شکل ۲۹-۶۸ الف) ایجاد می‌شود. (الف) نشان دهید که انحراف زاویه‌ای نوری که وارد قطرهٔ آب کروی شده و سپس خارج می‌شود برابر است با

$$\theta_{dev} = (180°)k + 2\theta_i - 2(k+1)\theta_r$$

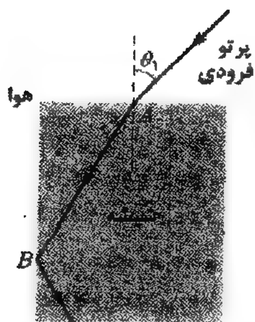
که در آن k تعداد بازتابهای داخلی است. روش مسئلهٔ ۷۱ را به کار برید و زاویهٔ کمینهٔ انحراف را برای (ب) نور قرمز و (پ) نور آبی در رنگین کمان ثانوی به دست آورید. (ت) پهنای زاویه‌ای این رنگین کمان (شکل ۲۹-۲۱ ت) چقدر است؟

رنگین کمان سوم بستگی به سه بازتاب داخلی (شکل ۲۹-۶۸ ب) دارد. این امر احتمالاً رخ می‌دهد، اما همان‌طور که در بخش ۲۹-۸ اشاره شد نمی‌توان آن را دید چون خیلی کم سو است و در آسمان درخشان اطراف خورشید واقع است. زاویهٔ کمینهٔ انحراف را برای (ث) نور قرمز و (ج) نور آبی در این رنگین کمان به دست آورید (ح) پهنای زاویه‌ای این رنگین کمان چقدر است؟



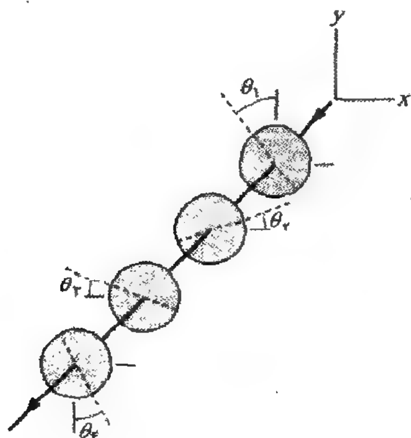
شکل ۲۹-۶۸ مسئلهٔ ۷۲

۷۳- در شکل ۲۹-۶۹، پرتو نور با زاویهٔ $\theta_1 = 40°$ از نقطهٔ A وارد یک قطعه شیشه می‌شود و سپس در نقطهٔ B بازتاب داخلی کلی می‌یابد. با این اطلاعات می‌توان ضریب شکست شیشه را حساب کرد، کمینهٔ مقدار آن چقدر است؟ SSM



شکل ۲۹-۶۹ مسئلهٔ ۷۳

۷۴- در شکل ۲۹-۷۰، نور ناقطبیده‌ای با شدت $25\ W/m^2$ وارد سامانه‌ای شامل چهار ورقهٔ قطبنده می‌شود، که جهت قطبیدگی ورقه‌های آن عبارت‌اند از $\theta_1 = 40°$، $\theta_2 = 20°$، $\theta_3 = 20°$ و $\theta_4 = 30°$. شدت نور خروجی از این سامانه چقدر است؟

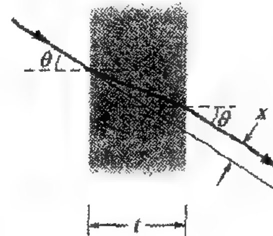


شکل ۲۹-۷۰ مسئلهٔ ۷۴

۷۵- (الف) ثابت کنید که یک پرتو نور که روی سطح یک تیغهٔ تخت شیشه‌ای به ضخامت t می‌تابد، مطابق شکل ۲۹-۷۱ از وجه دیگر موازی راستای اولیه ولی جابه‌جا شده به یک طرف خارج می‌شود. (ب) نشان دهید که برای زاویه‌های کوچک فرود، این جابه‌جایی با رابطهٔ زیر داده می‌شود

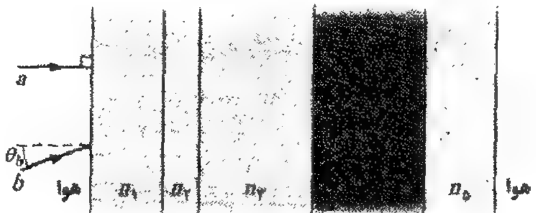
$$x = t\theta \frac{n-1}{n}$$

که در آن n ضریب شکست شیشه است و θ برحسب رادیان اندازه‌گیری می‌شود.



شکل ۲۹-۷۱ مسئلهٔ ۷۵

۷۶- در شکل ۲۹-۷۲، دو پرتو نور از هوا به درون پنج لایهٔ پلاستیک شفاف می‌تابند و پس از عبور از آنها دوباره به هوا برمی‌گردند. سطح جدایی لایه‌ها موازی و ضخامت آنها نامشخص است؛ ضریب شکست آنها عبارت‌اند از $n_1=۱/۷$ ، $n_2=۱/۶$ ، $n_3=۱/۵$ ، $n_4=۱/۴$ و $n_5=۱/۶$. پرتو b با زاویهٔ $\theta_b = ۲۰°$ فرود می‌آید. در آخرین سطح جدایی، با چه زاویه‌ای نسبت به عمود (الف) پرتو a و (ب) پرتو b خارج می‌شوند؟ (راهنمایی: حل مسئله به طریق جبری می‌تواند موجب صرفه‌جویی در وقت باشد.) اگر به جای هوا در سمت چپ و سمت راست شکل شیشه‌ای با ضریب شکست ۱/۵ وجود داشته باشد، با چه زاویه‌ای (پ) پرتو a و (ت) پرتو b خارج می‌شوند؟



شکل ۲۹-۷۲ مسئلهٔ ۷۶

۷۷- (الف) چقدر طول می‌کشد تا یک سیگنال رادیویی فاصلهٔ ۱۵۰km میان فرستنده و آنتن گیرنده را طی کند؟ (ب) ما ماه کامل را به خاطر بازتاب نور خورشید می‌بینیم. قبل از اینکه این نور به چشم ما برسد چه مدت قبل از آن خورشید را ترک کرده است؟ فاصلهٔ زمین - ماه و زمین- خورشید به ترتیب عبارت‌اند از $۳/۸\times۱۰^۵$km و $۱/۵\times۱۰^۸$km . (پ) چه مدت برای زمان رفت و برگشت طول می‌کشد تا نور بین زمین و ماهوارهٔ فضایی به فاصلهٔ $۱/۳\times۱۰^۹$km را طی کند؟ (ت) بر این باورند که سحابی خرچنگ که حدوداً در فاصلهٔ ۶۵۰۰ سال نوری (ly) قرار دارد، نتیجهٔ انفجار یک ابرنواختر است که ۱۰۵۴ سال پس از میلاد توسط منجمین چینی ثبت شده است. در حدود چه سالی واقعاً این انفجار رخ داده است؟

۷۸- حدود ۱۵۰ سال پس از میلاد، کلادیوس بطلمیوس برای باریکهٔ نور که از هوا داخل آب می‌شود برای زاویهٔ فرود θ_1 و زاویهٔ شکست θ_2 مقدارهای اندازه‌گیری شدهٔ زیر را به دست آورد:

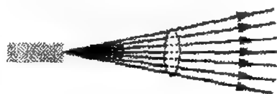
θ_1	θ_2	θ_1	θ_2
۱۰°	۸۰	۵۰°	۳۵°
۲۰°	۱۵°۳۰′	۶۰°	۴۰°۳۰′
۳۰°	۲۲°۳۰′	۷۰°	۴۵°۳۰′
۴۰°	۲۹°	۸۰°	۵۰°

فرض کنید این داده‌ها با قانون شکست سازگارند، با به کاربردن آنها ضریب شکست آب را به دست آورید. این داده‌ها شاید به عنوان قدیمی‌ترین اندازه‌گیریهای فیزیکی ثبت شده قابل توجه باشند.

۷۹- مؤلفهٔ الکتریکی یک باریکهٔ نور قطبیده عبارت است از $E_y = (۵/۰۰\text{V/m})\sin[(۱/۰۰\times۱۰^۶\ \text{m}^{-1})z + \omega t]$. (الف) عبارتی برای مؤلفهٔ میدان مغناطیسی موج بنویسید که شامل مقدار ω باشد. (ب) طول موج و (پ) زمان تناوب و (ت) شدت این نور چقدر است؟ (ث) میدان مغناطیسی موازی با کدام محور نوسان می‌کند؟ (ج) این موج در چه ناحیه‌ای از طیف الکترومغناطیسی واقع است؟

۸۰- مؤلفهٔ مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی در خلأ دارای دامنهٔ ۸۵/۸nT و عدد موج زاویه‌ای $۴/۰۰\text{m}^{-1}$ است. (الف) بسامد موج، (ب) مقدار rms مؤلفهٔ الکتریکی و (پ) شدت نور چقدرند؟

۸۱- یک لیزر هلیوم - نئون، که در ۶۳۲/۸nm تابش می‌کند دارای توان خروجی ۳/۰mW و واگرایی (گستردگی) زاویه‌ای $\theta = ۰/۱۷$mrad (شکل ۲۹-۷۳) است. (الف) شدت باریکه در فاصلهٔ ۴۰m از لیزر چقدر است؟ (ب) توان یک چشمهٔ نقطه‌ای که همان توان را در همان فاصله ایجاد کند چقدر است؟



شکل ۲۹-۷۳ مسئلهٔ ۸۱

۸۲- شدت میانگین تابش خورشیدی که به طور عمود درست روی سطح خارجی جو زمین فرود می‌آید $۱/۴\text{W/m}^2$ است. (الف) فشار تابشی p_r وارد بر سطح، با درنظر گرفتن جذب کامل چقدر است؟ (ب) برای مقایسه نسبت p_r را به فشار جو در زمین و در سطح دریا که ۱×۱۰^5 Pa است به دست آورید.

۸۳- در یک آزمون، دستگاه رادار نظامی ناتو که با توان $180\,kW$ در $12GHz$ کار می‌کند اقدام به آشکارسازی یک هواپیمای استیلث در فاصلهٔ $90km$ می‌کند. فرض کنید که باریکهٔ رادار به طور یکنواخت در یک نیمکره گسیل می‌شود. (الف) شدت باریکه وقتی به محل هواپیما می‌رسد چقدر است؟ هواپیما موجهای رادار را بازتاب می‌دهد به طوری که گویی سطح مقطع آن فقط $0/22m^2$ است. (ب) توان بازتاب هواپیما چقدر است؟ فرض کنید که باریکه به طور یکنواخت در یک نیمکره بازتابیده شده است. در برگشت باریکه به پایگاه رادار (پ) شدت، (ت) بیشینهٔ مقدار بردار میدان الکتریکی و (ث) جذر میانگین مربعی بیشینهٔ میدان مغناطیسی باریکهٔ رادار بازتابیده چقدر است؟

۸۴- یک باریکهٔ ناقطبیدهٔ نور به سامانه‌ای شامل چهار ورقهٔ قطبنده می‌تابد، ورقه‌ها به گونه‌ای سمتگیری کرده‌اند که زاویهٔ میان جهتهای قطبندهٔ هر دو ورقهٔ مجاور $30°$ است. چه کسری از شدت اولیه از این سامانه عبور می‌کند؟

۸۵- یک باریکهٔ نور ناقطبیدهٔ اولیه به سامانه‌ای شامل دو ورقهٔ قطبنده که یکی روی دیگری واقع است می‌تابد. اگر شدت نور گسیل شده یک سوم شدت نور فرودی باشد، زاویهٔ میان جهتهای قطبیدگی ورقه‌ها چقدر است؟

۸۶- یک موج الکترومغناطیسی در جهت منفی محور y حرکت می‌کند. در یک وضعیت و زمان مشخص، میدان الکتریکی در امتداد مثبت محور z و دارای بزرگی $100V/m$ است. مطلوب است تعیین (الف) بزرگی و (ب) جهت میدان مغناطیسی متناظر.

۸۷- مطلوب است محاسبهٔ حد (الف) بالا و (ب) پایین زاویهٔ بروستر برای نور فرودی بر یک کوارتز گداخته. فرض کنید حدود طول موج نور عبارت‌اند از 400 و $700\,nm$.

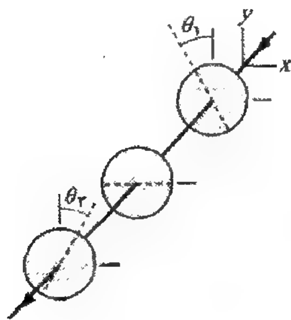
۸۸- ذره‌ای در منظومهٔ شمسی تحت تاثیر ترکیب جاذبهٔ گرانشی خورشید و نیروی تابشی به خاطر پرتوهای خورشیدی قرار دارد. فرض کنید این ذره کروی با چگالی $1\times10^3\,kg/m^3$ است و همهٔ شدت نور را جذب می‌کند. (الف) نشان دهید که، اگر شعاع آن کمتر از یک شعاع بحرانی R باشد، به سمت خارج منظومهٔ شمسی رانده می‌شود. (ب) شعاع بحرانی را محاسبه کنید.

۸۹- مؤلفهٔ مغناطیسی موج نور قطبیده‌ای برابر با $B_x = (4/0\times10^{-6}\,T)\sin[(1/57\times10^7\,m^{-1})y+\omega t]$ است. (الف) موازی کدام محور نور قطبیده شده است؟ (ب) بسامد و (پ) شدت نور چقدرند؟

۹۰- سه ورقهٔ قطبنده سامانه‌ای را تشکیل می‌دهند. اولی و سومی چلیپایی‌اند: جهت قطبیدگی میانی با جهت قطبیدگی دوتای دیگر زاویهٔ $45°$ می‌سازد. چه کسری از شدت باریکهٔ نور ناقطبیدهٔ اولیه از این سامانه می‌گذرد؟

۹۱- پرتو نور سفید که در کوارتز گداخته حرکت می‌کند با زاویهٔ θ_1 به سطح جدایی کوارتز- هوا فرود می‌آید. فرض کنید که ضریب شکست کوارتز در قرمز انتهای ناحیهٔ مرئی برابر $1/456$ و در آبی انتها برابر $n=1/470$ است. اگر θ_1 برابر (الف) $42/00°$ ، (ب) $43/10°$ و $44/00°$ باشد، آیا در نور سفید شکسته شده، قرمز انتهای ناحیهٔ مرئی غالب است یا آبی انتهای ناحیهٔ مرئی، یا اصلاً نور شکسته وجود ندارد؟

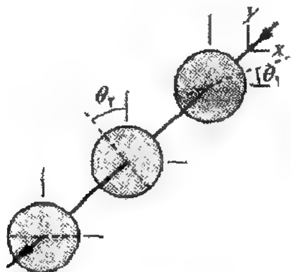
۹۲- در شکل ۲۹-۷۴، نور ناقطبیده‌ای به سامانه‌ای با سه ورقهٔ قطبنده می‌تابد، که جهتهای قطبیدگی اولی و سومی در زاویه‌های $\theta_1 = 30°$ (پاد ساعتگرد) و $\theta_3 = 30°$ (ساعتگرد) هستند. چه کسری از شدت نور اولیه از این سامانه خارج می‌شود.



شکل ۲۹-۷۴ مسئلهٔ ۹۲

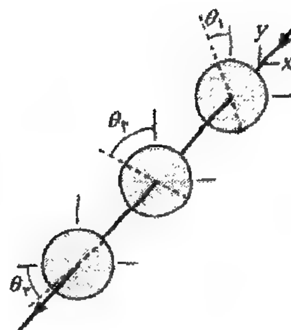
۹۳- در ناحیه‌ای از فضا که نیروی گرانشی قابل چشمپوشی است، کره‌ای به وسیلهٔ یک باریکهٔ نوری یکنواخت با شدت $6/0\,mW/m^2$ شتاب می‌گیرد. کره کاملاً جذب کننده و دارای شعاع $2/0\mu m$ و چگالی یکنواخت $5/0\times10^3\,kg/m^3$ است. بزرگی شتاب کره بر اثر نور چقدر است؟

۹۴- در شکل ۲۹-۷۵، نور ناقطبیده به سامانه‌ای شامل سه ورقهٔ قطبنده می‌تابد که جهتهای قطبیدگی اولی و دومی در زاویه‌های $\theta_1 = 20°$ و $\theta_2 = 40°$ هستند. چه کسری از شدت نور اولیه از این سامانه خارج می‌شود؟



شکل ۲۹-۷۵ مسئلهٔ ۹۴

۹۵- در شکل ۲۹-۷۶، نور ناقطبیده به سامانه‌ای شامل سه ورقهٔ قطبنده با جهتهای قطبیدگی با زاویهٔ $\theta_1 = 20°$ ، $\theta_2 = 60°$ و $\theta_3 = 40°$ می‌تابد. چه کسری از شدت نور اولیه از این سامانه خارج می‌شود؟

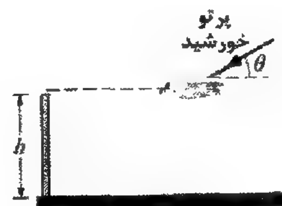


شکل ۲۹-۷۶ مسئلهٔ ۹۵

۹۶- یک مربع که سطحی کاملاً بازتاب دهنده است در فضا عمود بر پرتوهای نور خورشید قرار دارد. طول ضلع ۲/۰m و در فاصلهٔ $۳/۰\times ۱۰^{۱۱}$ m از مرکز خورشید قرار دارد. نیروی تابشی پرتوهای نور بر این سطح چقدر است؟

۹۷- مقدار rms میدان الکتریکی در یک موج نوری معین برابر ۰/۲۰۰V/m است. دامنهٔ میدان مغناطیسی وابسته چقدر است؟

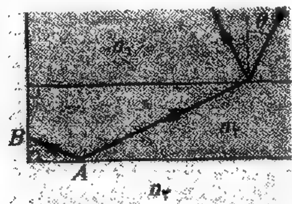
۹۸- در شکل ۲۹-۷۷ یک مرغ دریایی با تندی ثابت 15m/s به طور افقی بالای سطح زمین پرواز می‌کند، و حرکت آن در صفحهٔ قائمی که شامل خورشید است انجام می‌گیرد. او به سمت دیواری به ارتفاع h=۲/۰m که به سختی دیده می‌شود پرواز می‌کند. در آن موقع روز، زاویهٔ خورشید نسبت به زمین θ=۳۰° است. سایهٔ مرغ دریایی با چه تندی (الف) روی سطح زمین و سپس (ب) به بالای دیوار حرکت می‌کند. فرض کنید بعداً عقابی در همان امتداد و با همان تندی 15m/s پرواز کند، مشاهده می‌کنید که وقتی سایه آن به دیوار می‌رسد، تندی سایه به طور چشمگیری افزایش می‌یابد. (پ) خورشید اکنون نسبت به وقتی که قبلاً مرغ دریایی پرواز می‌کرد در آسمان بالاتر است یا پایینتر؟ (ت) اگر تندی سایهٔ عقاب روی دیوار 45m/s باشد، درست در آن موقع زاویهٔ θ خورشید چقدر است؟



شکل ۲۹-۷۷ مسئلهٔ ۹۸

۹۹- مؤلفهٔ مغناطیسی یک موج نوری قطبیده با رابطهٔ $B_x = (۴/۰۰\mu T)\sin[ky + (۲/۰۰\times ۱۰^{۱۵}s^{-1})t]$ داده می‌شود. (الف) موج در چه جهتی حرکت می‌کند، (ب) موازی با کدام محور قطبیده است و (پ) شدت آن چقدر است؟ (ت) رابطه‌ای برای میدان الکتریکی موج بنویسید که شامل مقدار عدد موج زاویه‌ای باشد. (ث) طول موج چقدر است؟ (ج) این موج در چه ناحیه‌ای از طیف الکترومغناطیسی قرار دارد؟

••۱۰۰- در شکل ۲۹-۷۸ که در آن n_1=۱/۷۰ ، n_2=۱/۵۰ و n_3=۱/۳۰ است، نور از محیط ۱ به محیط ۲ می‌شکند. اگر نور با زاویهٔ بحرانی به نقطهٔ A در سطح جدایی بین محیط ۲ و ۳ فرود آید، (الف) زاویهٔ شکست در نقطهٔ B و (ب) زاویهٔ اولیهٔ θ چقدر است؟ حال اگر نور در B با زاویهٔ بحرانی روی سطح جدایی میان محیط ۲ و ۳ فرود آید (پ) زاویهٔ شکست در نقطهٔ A و (ت) زاویهٔ اولیهٔ θ چقدر است؟ اگر به جای همهٔ اینها، نور با زاویهٔ بروستر به نقطهٔ A روی سطح جدایی میان محیط ۲ و ۳ فرود آید (ث) زاویهٔ شکست در نقطهٔ B و (ج) زاویهٔ اولیهٔ θ چقدر است؟



شکل ۲۹-۷۸ مسئلهٔ ۱۰۰

۱۰۱- وقتی نور قرمز در خلأ با زاویهٔ بروستر روی قطعه شیشه‌ای معین فرود می‌آید، زاویهٔ شکست برابر ۳۲/۰° است. (الف) ضریب شکست شیشه و (ب) زاویهٔ بروستر چقدر است؟

۱۰۲- با معادله‌های ۲۹-۱۱ و ۲۹-۱۷ شروع کنید و نشان دهید که $E(x,t)$ و $B(x,t)$ ، مؤلفه‌های الکتریکی و مغناطیسی موج الکتریکی پیشرونده تخت، باید در «معادله‌های موج» صدق کنند

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \quad , \quad \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}$$

۱۰۳- (الف) نشان دهید که معادله‌های ۲۹-۱ و ۲۹-۲ در معادله‌های موج بیان شده در مسئلهٔ ۱۰۲ صدق می‌کنند. (ب) نشان دهید که عبارتهایی به شکل

$$E = E_m f(kx - \omega t) \quad , \quad B = B_m f(kx - \omega t)$$

که در آنها $f(kx - \omega t)$ بیانگر یک تابع دلخواه است نیز در این معادله‌های موج صدق می‌کنند. SSM

۱۰۴- یک چشمهٔ نقطه‌ای نور با توان 200W به طور همسانگرد تابش می‌کند. نیروی وارد بر یک کرهٔ کاملاً جذب کننده به شعاع ۲/۰cm بر اثر نور در فاصلهٔ ۲۰m از چشمه چقدر است؟

پیوست الف | دستگاه بین المللی یکاها (SI)[1]

۱- یکاهای اصلی SI

کمیت	نام	نماد	تعریف
طول	متر	m	«... مسافتی است که نور در فاصلهٔ زمانی ۱/۲۹۹,۷۹۲,۴۵۸ ثانیه در خلأ طی می‌کند.» (۱۳۶۱/۱۹۸۳)
جرم	کیلوگرم	kg	«... این نمونهٔ اصلی [استوانهٔ معینی از پلاتین - ایریدیم است] از این پس یکای جرم خواهد بود.» (۱۲۶۸/۱۸۸۹)
زمان	ثانیه	s	«... مدت زمان ۹۱۹۲۶۳۱۷۷۰ برابر دورهٔ تناوب تابش مربوط به گذر میان ترازهای فوق ریز حالت پایهٔ اتم سزیم ۱۳۳ است» (۱۳۴۶/۱۹۶۷).
جریان الکتریکی	آمپر	A	«... جریان ثابتی است که اگر از دو رسانای راست موازی بینهایت دراز با سطح مقطع دایره‌ای ناچیز و به فاصلهٔ ۱ متر از یکدیگر در خلأ بگذرد نیرویی برابر با ۲×۱۰^{-۷} نیوتون بر متر بین آنها ایجاد می‌کند.» (۱۳۲۵/۱۹۴۶).
دمای ترمودینامیکی	کلوین	K	«... عبارت است از ۱/۲۷۳,۱۶ دمای ترمودینامیکی نقطهٔ سه گانهٔ آب.» (۱۳۴۶/۱۹۶۷).
مقدار ماده	مول	mol	«... مقدار ماده یک دستگاه است که تعداد موجودات بنیادی آن برابر تعداد اتمهای موجود در ۰/۰۱۲ کیلوگرم کربن ۱۲ است.» (۱۹۷۱/ ۱۳۵۰).
شدت نور	شمع	cd	«... عبارت است از شدت نور در جهت عمود بر سطحی به مساحت ۱/۶۰۰,۰۰۰ متر مربع از یک جسم سیاه در دمای نقطهٔ انجماد پلاتین و فشار ۱۰۱/۳۲۵ نیوتون بر مترمربع ...» (۱۳۴۶/۱۹۶۷).

---

۱. اقتباس شده از

"The International system of Units (SI)," National Bureau of Standards Special publication 330, 1972 edition.

تعریفهای بالا در تاریخهای نوشته شده به وسیلهٔ کنفرانس عمومی اوزان و مقیاسها، به عنوان یک مرجع جهانی پذیرفته شده است. در این کتاب از یکای شمع استفاده نمی‌کنیم

۲- برخی یکاهای فرعی SI

کمیت	نام یکا	نماد	
مساحت	متر مربع	m^{۲}	
حجم	متر مکعب	m^{۳}	
بسامد	هرتز	Hz	s$^{-۱}$
چگالی جرمی (چگالی)	کیلوگرم بر متر مکعب	kg/m^{۳}	
تندی، سرعت	متر بر ثانیه	m/s	
سرعت زاویه‌ای	رادیان بر ثانیه	rad/s	
شتاب	متر بر ثانیه بر ثانیه	m/s^{۲}	
شتاب زاویه‌ای	رادیان بر ثانیه بر ثانیه	rad/s^{۲}	
نیرو	نیوتون	N	kg.m/s^{۲}
فشار	پاسکال	Pa	N/m^{۲}
کار، انرژی، مقدار گرما	ژول	J	N.m
توان	وات	W	J/s
مقدار بار الکتریکی	کولن	C	A.s
اختلاف پتانسیل، نیروی محرکه	ولت	V	W/A
شدت میدان الکتریکی	ولت برمتر (نیوتون بر کولن)	V/m	N/C
مقاوت الکتریکی	اهم	Ω	V/A
ظرفیت	فاراد	F	A.s/V
شار مغناطیسی	وبر	Wb	V.s
القایش	هانری	H	V.s/A
چگالی شار مغناطیسی	تسلا	T	Wb/m^{۲}
شدت میدان مغناطیسی	آمپر بر متر	A/m	
انتروپی	ژول بر کلوین	J/K	
گرمای ویژه	ژول بر کیلوگرم کلوین	J/(kg.K)	
رسانندگی گرمایی	وات بر متر کلوین	W/(m.K)	
شدت تابشی	وات بر استرادیان	W/sr	

۳- یکاهای تکمیلی SI

کمیت	نام یکا	نماد
زاویهٔ تخت	رادیان	rad
زاویهٔ فضایی	استرادیان	Sr

پیوست ب — چند ثابت بنیادی فیزیک[1]

ثابت	نماد	اندازه محاسبه شده	اندازه[1]	عدم قطعیت[2]
تندی نور در خلأ	c	$۳/۰۰\times ۱۰^{۸}$ m/s	۲/۹۹۷۹۲۴۵۸	دقیق
بار بنیادی	e	$۱/۶۰\times ۱۰^{-۱۹}$C	۱/۶۰۲۱۷۶۴۶۲	۰/۳۳۹
ثابت گرانشی	G	$۶/۶۷\times ۱۰^{-۱۱}$ $m^{۳}/s^{۲}.kg$	۶/۶۷۳	۱۵۰۰
ثابت جهانی گاز	R	۸/۳۱J/mol.K	۸/۳۱۴۴۷۲	۱/۷
ثابت آووگادرو	N_A	$۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳}$ $mol^{-۱}$	۶/۰۲۲۱۴۱۹۹	۰/۰۷۹
ثابت بولتزمن	k	$۱/۳۸\times ۱۰^{-۲۳}$J/K	۱/۳۸۰۶۵۰۳	۱/۷
ثابت استفان - بولتزمن	σ	$۵/۶۷\times ۱۰^{-۸}$ $W/m^{۲}.K^{۴}$	۵/۶۷۰۴۰۰	۷
حجم مولی گاز کامل در STP[4]	V_m	$۲/۲۷\times ۱۰^{-۲}$ $m^{۳}/mol$	۲/۲۲۷۱۰۹۸۱	۱/۷
ثابت گذردهی	ε_0	$۸/۸۵\times ۱۰^{-۱۲}$ F/m	۸/۸۵۴۱۸۷۸۱۷۶۲	دقیق
ثابت تراوایی	μ_0	$۱/۲۶\times ۱۰^{-۶}$ H/m	۱/۲۵۶۶۳۷۰۶۱۴۳	دقیق
ثابت پلانک	h	$۶/۶۳\times ۱۰^{-۳۴}$ J/s	۶/۶۲۶۰۶۸۷۶	۰/۰۷۸
جرم الکترون[3]	m_e	$۹/۱۱\times ۱۰^{-۳۱}$ kg	۹/۱۰۹۳۸۱۸۸	۰/۰۷۹
		$۵/۴۹\times ۱۰^{-۴}$ u	۵/۴۸۵۷۹۹۱۱۰	۰/۰۰۲۱
جرم پروتون[3]	m_p	$۱/۶۷\times ۱۰^{-۲۷}$kg	۱/۶۷۲۶۲۱۵۸	۰/۰۷۹
		۱/۰۰۷۳u	۱/۰۰۷۲۷۶۴۶۶۸۸	$۱/۳\times ۱۰^{-۴}$
نسبت جرم پروتون به جرم الکترون	m_p / m_e	۱۸۴۰	۱۸۳۶/۱۵۲۶۶۷۵	۰/۰۰۲۱
نسبت بار الکترون به جرم آن	e / m_e	$۱/۷۶\times ۱۰^{۱۱}$ C/kg	۱/۷۵۸۸۲۰۱۷۴	۰/۰۴۰
جرم نوترون[3]	m_n	$۱/۶۸\times ۱۰^{-۲۷}$kg	۱/۶۷۴۹۲۷۱۶	۰/۰۷۹
		۱/۰۰۸۷u	۱/۰۰۸۶۶۴۹۱۵۷۸	$۵/۴\times ۱۰^{-۴}$
جرم اتم هیدروژن[3]	$m_{^{۱}H}$	۱/۰۰۷۸u	۱/۰۰۷۸۲۵۰۳۱۶	۰/۰۰۰۵
جرم اتم دوترون[3]	$m_{^{۲}H}$	۲/۰۱۴۱u	۲/۰۱۴۱۰۱۷۷۷۹	۰/۰۰۰۵
جرم اتمی هلیوم اتمی[3]	$m_{^{۴}He}$	۴/۰۰۲۶u	۴/۰۰۲۶۰۳۲	۰/۰۶۷
جرم میون	m_μ	$۱/۸۸\times ۱۰^{-۲۸}$kg	۱/۸۸۳۵۳۱۰۹	۰/۰۸۴
گشتاور مغناطیسی الکترون	μ_e	$۹/۲۸\times ۱۰^{-۲۴}$ J/T	۹/۲۸۴۷۶۳۶۲	۰/۰۴۰
گشتاور مغناطیسی پروتون	μ_p	$۱/۴۱\times ۱۰^{-۲۶}$ J/T	۱/۴۱۰۶۰۶۶۶۳	۰/۰۴۱
مگنتون بور	μ_B	$۹/۲۷\times ۱۰^{-۲۴}$ J/T	۹/۲۷۴۰۰۸۹۹	۰/۴۰
مگنتون هسته‌ای	μ_N	$۵/۰۵\times ۱۰^{-۲۷}$ J/T	۵/۰۵۰۷۸۳۱۷	۰/۴۰
شعاع بور	r_B	$۵/۲۹\times ۱۰^{-۱۱}$m	۵/۲۹۱۷۷۲۰۸۳	۰/۰۰۳۷
ثابت ریدبرگ	R	$۱/۱۰\times ۱۰^{۷}$ $m^{-۱}$	۱/۰۹۷۳۷۳۱۵۶۸۵۴۸	$۷/۶\times ۱۰^{-۶}$
طول موج کامپتون الکترون	λ_C	$۲/۴۳\times ۱۰^{-۱۲}$m	۲/۴۲۶۳۱۰۲۱۵	۰/۰۰۷۳

۱- اندازه داده شده در این ستون باید همان یکا و توان ۱۰ مربوط به اندازه محاسبه شده را داشته باشد. ۲- در میلیون. ۳- جرمهای داده شده برحسب u یعنی یکای جرم اتمی یکی شده هستند، که در آن $1u = ۱/۶۶۰۵۳۸۷۳\times ۱۰^{-۲۷}kg$ است. ۴- STP به معنای دما و فشار استاندارد است: $0°C$ و ۱/۰atm (۰/۱MPa)

۱. مقدارهای این جدول از مقدارهای توصیه شدهٔ *CODATA* در سال ۱۹۹۸ *(www. Physics.nist.gov)* برگزیده شده‌اند.

پیوست پ | برخی داده‌های نجومی

برخی فاصله‌ها از زمین

تا ماه[۱]	$۳/۸۲\times ۱۰^{۸}$ m
تا خورشید[۱]	$۱/۵۰\times ۱۰^{۱۱}$ m
تا نزدیکترین ستاره (پروکسیمای قنطورس)	$۴/۰۴\times ۱۰^{۱۶}$ m
تا مرکز کهکشان ما	$۲/۲\times ۱۰^{۲۰}$ m
تا کهکشهان آندرومدا (امرأة المسلسله)	$۲/۱\times ۱۰^{۲۲}$ m
تا کرانهٔ جهان قابل مشاهده	$\sim ۱۰^{۲۶}$ m

۱. فاصلهٔ میانگین

خورشید، زمین و ماه

کمیت	یکا	خورشید	زمین	ماه
جرم	kg	$۱/۹۹\times ۱۰^{۳}$	$۵/۹۸\times ۱۰^{۲۴}$	$۷/۳۶\times ۱۰^{۲۲}$
شعاع میانگین	m	$۶/۹۶\times ۱۰^{۸}$	$۶/۳۷\times ۱۰^{۶}$	$۱/۷۴\times ۱۰^{۶}$
چگالی میانگین	$kg/m^{۳}$	۱۴۱۰	۵۵۲۰	۳۳۴۰
شتاب سقوط آزاد در سطح	$m/s^{۲}$	۲۷۴	۹/۸۱	۱/۶۷
سرعت فرار	km/s	۶۱۸	۱۱/۲	۲/۳۸
دورهٔ تناوب چرخش[۱]	–	۳۷ روز در قطبها[۲]	۲۳ ساعت و ۵۶ دقیقه	۲۷/۳ روز
		۲۶ روز در استوا[۲]		
توان تابشی[۳]	W	$۳/۹۰\times ۱۰^{۲۶}$		

۱– اندازه‌گیری شده نسبت به ستارگان

۲– خورشید گلوله‌ای از گاز است و به صورت یک جسم صلب نمی‌چرخد.

۳– با فرض تابش عمودی، درست در بیرون جوّ زمین انرژی خورشیدی با آهنگ $۱۳۴۰\ W/m^{۲}$ دریافت می‌شود.

خواصی از سیاره‌ها

	عطارد	زهره	زمین	مریخ	مشتری	زحل	اورانوس	نپتون	پلوتون
فاصلهٔ میانگین از خورشید (10^6 km)	۵۷/۹	۱۰۸	۱۵۰	۲۲۸	۷۷۸	۱۴۳۰	۲۸۷۰	۴۵۰۰	۵۹۰۰
دورهٔ گردش، y	۰/۲۴۱	۰/۶۱۵	۱/۰۰	۱/۸۸	۱۱/۹	۲۹/۵	۸۴/۰	۱۶۵	۲۴۸
دورهٔ چرخش d،۱	۵۸/۷	-۲۴۳ [2]	۰/۹۹۷	۱/۰۳	۰/۴۰۹	۰/۴۲۶	-۰/۴۵۱ [2]	۰/۶۵۸	۳۹/۶
تندی مداری km/h	۴۷/۹	۳۵/۰	۲۹/۸	۲۴/۱	۱۳/۱	۹/۶۴	۶/۸۱	۵/۴۳	۴/۷۴
انحراف محور نسبت به مدار	<۲۸°	≈۳°	۲۳/۴°	۲۵/۰°	۳/۰۸°	۲۶/۷°	۹۷/۹°	۲۹/۶°	۵۷/۵°
انحراف مدار نسبت به مدار زمین	۷/۰۰	۳/۳۹°		۱/۸۵°	۱/۳۰°	۲/۴۹°	۰/۷۷°	۱/۷۷°	۱۷/۲°
خروج از مرکز مدار	۰/۲۰۶	۰/۰۰۶۸	۰/۰۰۱۶۷	۰/۰۹۳۴	۰/۰۴۸۵	۰/۰۵۵۶	۰/۰۴۷۲	۰/۰۰۸۶	۰/۲۵۰
قطر استوایی km	۴,۸۸۰	۱۲,۱۰۰	۱۲,۸۰۰	۶,۷۹۰	۱۴۳,۰۰۰	۱۲۰,۰۰۰	۵۱,۸۰۰	۴۹,۵۰۰	۲,۳۰۰
جرم (زمین =۱)	۰/۰۵۵۸	۰/۸۱۵	۱/۰۰۰	۰/۱۰۷	۳۱۸	۹۵/۱	۱۴/۵	۱۷/۲	۰/۰۰۲
چگالی (آب =۱)	۵/۶۰	۵/۶۰	۵/۵۲	۳/۹۵	۱/۳۱	۰/۷۰۴	۱/۲۱	۱/۶۷	۲/۰۳
اندازه g در سطح[3] m/s^2	۳/۷۸	۸/۶۰	۹/۷۸	۳/۷۲	۲۲/۹	۹/۰۵	۷/۷۷	۱۱/۰	۰/۵
سرعت فرار[3] km/s	۴/۳	۱۰/۳	۱۱/۲	۵/۰	۵۹/۵	۳۵/۶	۲۱/۲	۲۳/۶	۱/۱
قمرهای شناخته شده	۰	۰	۱	۲	حلقه+۶۰	حلقه‌ها +۳۱	حلقه‌ها+۲۱	حلقه‌ها+۱۱	۱

۱- نسبت به ستارگان دور اندازه‌گیری شده است.

۲- زهره و اورانوس در خلاف جهت حرکت مدار‌یشان می‌چرخند.

۳- شتاب گرانشی در استوای سیاره اندازه‌گیری شده است.

پیوست ت ضریبهای تبدیل

ضریبهای تبدیل را به طور مستقیم از این جدولها می‌توان به‌دست آورد. برای نمونه، ۱ درجه مساوی $۲/۷۷۸\times۱۰^{-۳}$ دور است، پس $۱۶/۷^{\circ}=۱۶/۷\times۲/۷۷۸\times۱۰^{-۳}rev$.

کمیتهای *SI* با حروف سیاه مشخص شده‌اند. برگرفته از
G. Shortley and D. Williams, *Elements of physics* – 1971 ، Prentice- Hall, Englewood Cliffs, NJ.

زاویهٔ تخت

	°	″	′	رادیان	دور
۱ درجه =	۱	۶۰	۳۶۰۰	$۱/۷۴۵\times۱۰^{-۲}$	$۲/۷۷۸\times۱۰^{-۳}$
۱ دقیقه =	$۱/۶۷۷\times۱۰^{-۲}$	۱	۶۰	$۲/۹۰۹\times۱۰^{-۴}$	$۱/۶۳۰\times۱۰^{-۵}$
۱ ثانیه =	$۲/۷۷۸\times۱۰^{-۴}$	$۱/۶۷۷\times۱۰^{-۲}$	۱	$۴/۸۴۸\times۱۰^{-۶}$	$۷/۷۱۶\times۱۰^{-۷}$
۱ رادیان =	۵۷/۳۰	۳۴۳۸	$۲/۰۶۳\times۱۰^{۵}$	۱	۱
۱ دور =	۳۶۰	$۲/۱۶\times۱۰^{۴}$	$۱/۲۹۶\times۱۰^{۶}$	۶/۲۸۳	۱

زاویهٔ فضایی

۱کره = ۴π استرادیان = ۱۲/۵۷ استرادیان

طول

	cm	متر	km	in.	ft	mi
۱ سانتی‌متر=	۱	$۱۰^{-۲}$	$۱۰^{-۵}$	۰/۳۹۳۷	$۰۳/۲۸۱\times۱۰^{-۲}$	$۶/۲۱۴\times۱۰^{-۶}$
۱ متر =	۱۰۰	۱	$۱۰^{-۳}$	۳۹/۳۷	۳/۲۸۱	$۶/۲۱۴\times۱۰^{-۴}$
۱ کیلومتر=	$۱۰^{۵}$	۱۰۰۰	۱	$۳/۹۳۷\times۱۰^{-۵}$	۳۲۸۱	۰/۶۲۱۴
۱ اینچ =	۲/۵۴۰	$۲/۵۴۰\times۱۰^{-۲}$	$۲/۵۴۰\times۱۰^{-۵}$	۱	$۸/۳۳۳\times۱۰^{-۲}$	$۱/۵۷۸\times۱۰^{-۵}$
۱ فوت =	۳۰/۴۸	۰/۳۰۴۸	$۳/۰۴۸\times۱۰^{۵}$	۱۲	۱	$۱/۸۹۴\times۱۰^{-۴}$
۱ مایل =	$۱/۶۰۹\times۱۰^{۵}$	۱۶۰۹	۱/۶۰۹	$۶/۳۳۶\times۱۰^{۴}$	۵۲۸۰	۱

۱ انگستروم = $۱۰^{-۱۰}$ متر — ۱ فرمی = $۱۰^{-۱۵}$ متر — ۱ فاتوم = ۶ فوت — ۱ راد = ۱۶/۵ فوت

۱ مایل دریایی = ۱۸۵۲ متر — ۱ سال نوری = $۹/۴۶۰\times۱۰^{۱۲}$ کیلومتر — ۱ شعاع بور = $۵/۲۹۲\times۱۰^{-۱۱}$ متر — ۱ میل = $۱۰^{-۳}$ اینچ

۶۰۷۶ فوت = ۱/۱۵۱ مایل — ۱ پارسک = $۳/۰۸۴\times۱۰^{۱۳}$ کیلومتر — ۱ یارد = ۳ فوت — ۱ نانومتر = $۱۰^{-۹}$ متر

مساحت

	متر مربع	cm^2	ft^2	$in.^2$
۱ متر مربع =	۱	$۱۰^{۴}$	۱۰/۷۶	۱۵۵۰
۱ سانتی‌متر مربع=	$۱۰^{-۴}$	۱	$۱۰/۷۶\times۱۰^{-۴}$	۰/۱۵۵۰
۱ فوت مربع =	$۹/۲۹۰\times۱۰^{-۲}$	۹۲۹/۰	۱	۱۴۴
۱ اینچ مربع =	$۶/۴۵۲\times۱۰^{-۴}$	۶/۴۵۲	$۶/۹۴۴\times۱۰^{-۳}$	۱

۱ مایل مربع = $۲/۷۸۸\times۱۰^{۷}$ فوت مربع = ۶۴۰ ایکر — ۱ ایکر = ۴۳/۵۶۰ فوت مربع

۱ هکتار = $۱۰^{۴}$ متر مربع = ۲/۴۷۱ ایکر — ۱ بارن = $۱۰^{-۲۸}$ متر مربع

حجم

متر مکعب		cm^3	L	ft^3	$in.^3$	
۱ متر مکعب	=	۱	$۱۰^{۶}$	۱۰۰۰	۳۵/۳۱	$۶/۱۰۲\times ۱۰^{۴}$
۱ سانتی‌متر مکعب	=	$۱۰^{-۶}$	۱	$۱/۰۰۰\times ۱۰^{-۳}$	$۳/۵۳۱\times ۱۰^{-۵}$	$۶۱/۱۰۲\times ۱۰^{-۲}$
۱ لیتر	=	$۱/۰۰۰\times ۱۰^{-۳}$	۱۰۰۰	۱	$۳/۵۳۱\times ۱۰^{-۲}$	۶۱/۰۲
۱ فوت مکعب	=	$۲/۸۳۲\times ۱۰^{-۲}$	$۲/۸۳۲\times ۱۰^{۴}$	۲۸/۳۲	۱	۱۷۲۸
۱ اینچ مکعب	=	$۱/۶۳۹\times ۱۰^{-۵}$	۱۶/۳۹	$۱/۶۳۹\times ۱۰^{-۲}$	$۵/۷۸۷\times ۱۰^{-۴}$	۱

۱ گالن آمریکایی مایع = ۴ کوارت آمریکایی مایع = ۸ پینت آمریکایی = ۱۲۸ اونس آمریکایی مایع = ۲۳۱ اینچ مکعب.

۱ گالن امپریال بریتانیایی = ۲۷۷/۴ اینچ مکعب = ۱/۲۰۱ گالن آمریکایی مایع

جرم

کمیتهایی که در ناحیه‌های سایه‌دار آمده‌اند یکای جرم نیستند ولی اغلب به این عنوان به کار برده می‌شوند. برای نمونه، هرگاه بنویسیم ۱kg"="۲/۲۰۵lb، این بدان معناست که یک کیلوگرم جرمی است که در مکانی که g دارای مقدار استاندارد $۹/۸۰۶۶۵ m/s^2$ باشد، ۲/۲۰۵ پوند وزن دارد.

		g	کیلوگرم	Slug	u	oz	lb	ton
۱ گرم	=	۱	۰/۰۰۱	$۶/۸۵۲\times ۱۰^{-۵}$	$۶/۰۲۲\times ۱۰^{۲۳}$	$۳/۵۲۷\times ۱۰^{-۲}$	$۲/۲۰۵\times ۱۰^{-۳}$	$۱/۱۰۲\times ۱۰^{-۶}$
۱ کیلوگرم	=	۱۰۰۰	۱	$۶/۸۵۲\times ۱۰^{-۲}$	$۶/۰۲۲\times ۱۰^{۲۶}$	۳۵/۲۷	۲/۲۰۵	$۱/۱۰۲\times ۱۰^{-۳}$
۱ اسلاگ	=	$۱/۴۵۹\times ۱۰^{۴}$	۱۴/۵۹	۱	$۸/۷۸۶\times ۱۰^{۲۷}$	۵۱۴/۸	۳۲/۱۷	$۱/۶۰۹\times ۱۰^{-۲}$
۱ یکای جرم اتمی	=	$۱/۶۶۱\times ۱۰^{-۲۴}$	$۱/۶۶۱\times ۱۰^{-۲۷}$	$۱/۱۳۸\times ۱۰^{-۲}$	۱	$۵/۸۵۷\times ۱۰^{-۲۶}$	$۳/۶۶۲\times ۱۰^{-۲۷}$	$۱/۸۳۰\times ۱۰^{-۳۰}$
۱ اونس	=	۲۸/۳۵	$۲/۸۳۵\times ۱۰^{-۲}$	$۱/۹۴۳\times ۱۰^{-۳}$	$۱/۷۱۸\times ۱۰^{۲۵}$	۱	$۶/۲۵۰\times ۱۰^{-۲}$	$۳/۱۲۵\times ۱۰^{-۵}$
۱ پوند	=	۴۵۳/۶	۰/۴۵۳۶	$۳/۱۰۸\times ۱۰^{-۲}$	$۲/۷۳۲\times ۱۰^{۲۶}$	۱۶	۱	۰/۰۰۰۵
۱ تن	=	$۹/۰۷۲\times ۱۰^{۵}$	۹۰۷/۲	۶۲/۱۶	$۵/۴۶۳\times ۱۰^{۲۹}$	$۳/۲\times ۱۰^{۴}$	۲۰۰۰	۱

۱ تن متریک = ۱۰۰۰kg

چگالی

کمیتهایی که در ناحیه‌های سایه‌دار آمده‌اند چگالیهای وزنی هستند و از نظر ابعادی با چگالیهای جرمی فرق دارند. به جدول جرم نگاه کنید.

		$Slug/ft^3$	متر مکعب/کیلوگرم	g/cm^3	lb/ft^3	$lb/in.^3$
۱ اسلاگ بر فوت مکعب	=	۱	۵۱۵/۴	۰/۵۱۵۴	۳۲/۱۷	$۱/۸۶۲\times ۱۰^{-۲}$
۱ کیلوگرم بر متر مکعب	=	$۱/۹۴۰\times ۱۰^{-۳}$	۱	۰/۰۰۱	$۶/۲۴۳\times ۱۰^{-۲}$	$۳/۶۱۳\times ۱۰^{-۵}$
۱ گرم بر سانتی‌متر مکعب	=	۱/۹۴۰	۱۰۰۰	۱	۶۲/۴۳	$۳/۶۱۳\times ۱۰^{-۲}$
۱ پوند بر فوت مکعب	=	$۳/۱۰۸\times ۱۰^{-۲}$	۱۶/۰۲	$۱/۶۰۲\times ۱۰^{-۲}$	۱	$۳/۶۱۳\times ۱۰^{-۲}$
۱ پوند بر اینچ مکعب	=	۵۳/۷۱	$۲/۷۶۸\times ۱۰^{۴}$	۲۷/۶۸	۱۷۲۸	۱

زمان

	y	d	h	min	ثانیه
۱ سال =	۱	۳۶۵/۲۵	$۸/۷۶۶ \times ۱۰^{۳}$	$۵/۲۵۹ \times ۱۰^{۵}$	$۳/۱۵۶ \times ۱۰^{۷}$
۱ روز =	$۲/۷۳۸ \times ۱۰^{-۳}$	۱	۲۴	۱۴۴۰	$۸/۶۴۰ \times ۱۰^{۴}$
۱ ساعت =	$۱/۱۴۱ \times ۱۰^{-۴}$	$۴/۱۶۷ \times ۱۰^{-۲}$	۱	۶۰	۳۶۰۰
۱ دقیقه =	$۱/۹۰۱ \times ۱۰^{-۶}$	$۶/۹۴۴ \times ۱۰^{-۴}$	$۱/۶۶۷ \times ۱۰^{-۲}$	۱	۶۰
۱ ثانیه =	$۳/۱۶۹ \times ۱۰^{-۸}$	$۱/۱۵۷ \times ۱۰^{-۵}$	$۲/۷۷۸ \times ۱۰^{-۴}$	$۱/۶۶۷ \times ۱۰^{-۲}$	۱

تندی

	ft/s	km/h	ثانیه/متر	mi/h	cm/s
۱ فوت بر ثانیه =	۱	۱/۰۹۷	۰/۳۰۴۸	۰/۶۸۱۸	۳۰/۴۸
۱ کیلومتر بر ساعت =	۰/۹۱۱۳	۱	۰/۲۷۷۸	۰/۶۲۱۴	۲۷/۷۸
۱ **متر بر ثانیه** =	۳/۲۸۱	۳/۶	۱	۲/۲۳۷	۱۰۰
۱ مایل بر ساعت =	۱/۴۶۷	۱/۶۰۹	۰/۴۴۷۰	۱	۴۴/۷۰
۱ سانتی‌متر بر ثانیه =	$۳/۲۸۱ \times ۱۰^{-۲}$	$۳/۶ \times ۱۰^{-۲}$	۰/۰۱	$۲/۲۳۷ \times ۱۰^{-۲}$	۱

۱ گره = ۱ مایل دریایی بر ساعت = ۱/۶۸۸ فوت بر ثانیه

۱ مایل بر دقیقه = ۸۸/۰۰ فوت بر ثانیه = ۶۰/۰۰ مایل بر ساعت

نیرو

یکاهای نیروهایی که در ناحیه‌های سایه‌دار نوشته شده‌اند امروزه کاربرد کمی دارند. به طور مثال: ۱ گرم نیرو (=1gf) نیروی گرانشی است که بر جسمی به جرم ۱ گرم در جایی که g دارای مقدار استاندارد $۹/۸۰۶۶۵ m/s^{۲}$ است، وارد می‌شود.

	dyne	نیوتون	lb	pdl	gf	kgf
۱ دین =	۱	$۱۰^{-۵}$	$۲/۲۴۸ \times ۱۰^{-۶}$	$۷/۲۳۳ \times ۱۰^{-۵}$	$۱/۰۲۰ \times ۱۰^{-۳}$	$۱/۰۲۰ \times ۱۰^{-۶}$
۱ ثیوتون =	$۱۰^{۵}$	۱	۰/۲۲۴۸	۷/۲۳۳	۱۰۲/۰	۰/۱۰۲
۱ پوند =	$۴/۴۴۸ \times ۱۰^{۵}$	۴/۴۴۸	۱	۳۲/۱۷	۴۵۳/۶	۰/۴۵۳۶
۱ پوندال =	$۱/۳۸۳ \times ۱۰^{۴}$	۰/۱۳۸۳	$۳/۱۰۸ \times ۱۰^{-۲}$	۱	۱۴/۱۰	$۱/۴۱۰ \times ۱۰^{-۲}$
۱ گرم نیرو =	۹۸۰/۷	$۹/۸۰۷ \times ۱۰^{-۳}$	$۲/۲۰۵ \times ۱۰^{-۳}$	$۷/۰۹۳ \times ۱۰^{-۲}$	۱	۰/۰۰۱
۱ کیلوگرم نیرو =	۹/۸۰۷×۱۰۵	۹/۸۰۷	۲/۲۰۵	۷۰/۹۳	۱۰۰۰	۱

۱ تن = ۲۰۰۰ پوند

فشار

○	atm	dyn/cm۲	اینچ آب	cm Hg	پاسکال	lb/in^{۲}	lb/ft^{۲}
۱ اتمسفر =	۱	۱/۰۱۳ ×۱۰^{۶}	۴۰۶/۸	۷۶	۱/۰۱۳ ×۱۰^{۵}	۱۴/۷	۲۱۱۶
۱ دین بر سانتی‌متر مربع =	۹/۸۶۹ ×۱۰$^{-۷}$	۱	۴/۰۱۵ ×۱۰$^{-۴}$	۷/۵۰۱ ×۱۰$^{-۵}$	۰/۱۰	۱/۴۰۵ ×۱۰$^{-۵}$	۲/۰۸۹ ×۱۰$^{-۳}$
۱ اینچ آب[1] در ۴°C =	۲/۴۵۸ ×۱۰$^{-۳}$	۲۴۹۱	۱	۰/۱۸۶۸	۲۴۹/۱	۳/۶۱۳ ×۱۰$^{-۲}$	۵/۲۰۲
۱ سانتی‌متر جیوه[1] در ۰°C =	۱/۳۱۶ ×۱۰^{۲}	۱/۳۳۳ ×۱۰^{۴}	۵/۳۵۳	۱	۱۳۳۳	۰/۱۹۳۴	۲۷/۸۵
۱ پاسکال =	۹/۸۶۹ ×۱۰$^{-۶}$	۱۰	۴/۰۱۵ ×۱۰$^{-۳}$	۷/۵۰۱ ×۱۰$^{-۴}$	۱	۱/۴۵۰ ×۱۰$^{-۴}$	۲/۰۸۹ ×۱۰$^{-۲}$
۱ پوند بر اینچ مربع =	۶/۸۰۵ ×۱۰$^{-۲}$	۶/۸۹۵ ×۱۰^{۴}	۲۷/۶۸	۵/۱۷۱	۶/۸۹۵ ×۱۰^{۳}	۱	۱۴۴
۱ پوند بر فوت مربع =	۴/۷۲۵ ×۱۰$^{-۴}$	۴۷۸/۸	۰/۱۹۲۲	۳/۵۹۱ ×۱۰$^{-۲}$	۴۷/۸۸	۶/۹۴۴ ×۱۰$^{-۳}$	۱

۱- در جایی که مقدار استاندارد شتاب گرانشی ۹/۸۰۶۶۵ m/s^{۲} است.
۱ بار= ۱۰^{۶} دین بر سانتی‌متر مربع = ۰/۱ مگا پاسکال
۱ میلی بار= ۱۰^{۳} دین بر سانتی‌متر مربع= ۱۰^{۲} پاسکال
۱ تور= یک میلی‌متر جیوه

توان

	Btu/h	ft.lb/s	hp	cal/s	kW	وات
۱ یکای بریتانیایی گرما بر ساعت =	۱	۰/۲۱۶۱	۳/۹۲۹×۱۰$^{-۴}$	۶/۹۹۸×۱۰$^{-۲}$	۲/۹۳۰×۱۰$^{-۴}$	۰/۲۹۳۰
۱ فوت- ۱ پوند بر ثانیه =	۴/۶۲۸	۱	۱/۸۱۸×۱۰$^{-۳}$	۰/۳۲۳۹	۱/۳۵۶×۱۰$^{-۳}$	۱/۳۵۶
۱ اسب بخار =	۲۵۴۵	۵۵۰	۱	۱۷۸/۱	۰/۷۴۷۵	۷۴۵/۷
۱ کالری بر ثانیه =	۱۴/۲۹	۳/۰۸۸	۵/۶۱۵×۱۰$^{-۳}$	۱	۴/۱۸۶×۱۰$^{-۳}$	۴/۱۸۶
۱ کیلو وات =	۳۴۱۳	۷۳۷/۶	۱/۳۴۱	۲۳۸/۹	۱	۱۰۰۰
۱ وات =	۳/۴۱۳	۰/۷۳۷۶	۱/۳۴۱×۱۰$^{-۳}$	۰/۲۳۸۹	۰/۰۰۱	۱

میدان مغناطیسی

	گاؤس	تسلا	میلی‌گاؤس
۱ گاؤس =	۱	۱۰$^{-۴}$	۱۰۰۰
۱ تسلا =	۱۰^{۴}	۱	۱۰^{۷}
۱ میلی گاؤس =	۰/۰۰۱	۱۰$^{-۷}$	۱

۱ تسلا = متر مربع/ وبر ۱

شار مغناطیسی

	ماکسول	وبر
۱ ماکسول =	۱	۱۰$^{-۸}$
۱ وبر =	۱۰^{۸}	۱

انرژی ، کار، گرما

کمیتهایی که در ناحیه‌های سایه‌دار آمده‌اند یکاهای خاص انرژی نیستند ولی به مناسبتهایی ذکر شده‌اند. این کمیتها از فرمول هم ارزی نسبیتی جرم- انرژی $E=mc^2$ به دست می‌آیند و انرژی آزاد شده را هنگام تبدیل کامل یک کیلوگرم یا یک یکای جرم اتمی وحدت یافته (u) به کیلوگرم (دو سطر زیرین) یا جرمی را که باید به طور کامل به یک یکای انرژی تبدیل شود (دو ستون سمت چپ) نشان می‌دهند.

	Btu	erg	ft . lb	hp . h	ژول	cal	kW . h	eV	Mev	kg	u
۱ یکای بریتانیایی گرما =	۱	۱/۰۵۵ $\times ۱۰^{۱۰}$	۷۷۷/۹	۳/۹۲۹ $\times ۱۰^{-۴}$	۱۰۵۵	۲۵۲/۰	۲/۹۳۰ $\times ۱۰^{-۴}$	۶/۵۸۵ $\times ۱۰^{۲۱}$	۶/۵۸۵ $\times ۱۰^{۱۵}$	۱/۱۷۴ $\times ۱۰^{-۱۴}$	۷/۰۷۰ $\times ۱۰^{۱۲}$
۱ ارگ =	۹/۴۸۱ $\times ۱۰^{-۱۱}$	۱	۷/۳۷۶ $\times ۱۰^{-۸}$	۳/۷۲۵ $\times ۱۰^{-۱۴}$	$۱۰^{-۷}$	۲/۳۸۹ $\times ۱۰^{-۸}$	۲/۷۷۸ $\times ۱۰^{-۱۴}$	۶/۲۴۲ $\times ۱۰^{۱۱}$	۶/۲۴۲ $\times ۱۰^{۵}$	۱/۱۱۳ $۱۰^{-۲۴}$	۶۷۰/۲
۱ فوت- پوند =	۱/۲۸۵ $\times ۱۰^{-۳}$	۱/۳۵۶ $\times ۱۰^{۷}$	۱	۵/۰۵۱ $\times ۱۰^{-۷}$	۱/۳۵۶	۰/۳۲۳۸	۳/۷۶۶ $\times ۱۰^{-۷}$	۸/۶۴۶ $\times ۱۰^{۱۸}$	۸/۴۶۴ $\times ۱۰^{۱۲}$	۱/۵۰۹ $۱۰^{-۱۷}$	۹/۰۳۷ $\times ۱۰^{۹}$
۱ اسب بخار - ساعت =	۲۵۴۵	۲/۶۸۵ $\times ۱۰^{۱۳}$	۱/۹۸۰ $\times ۱۰^{۶}$	۱	۲/۶۸۵ $\times ۱۰^{۶}$	۶/۴۱۳ $\times ۱۰^{۵}$	۰/۷۴۵۷	۱/۶۷۶ $\times ۱۰^{۲۵}$	۱/۶۷۶ $\times ۱۰^{۱۹}$	۲/۹۸۸ $\times ۱۰^{-۱۱}$	۱/۷۹۹ $\times ۱۰^{۱۶}$
۱ ژول =	۹/۴۸۱ $\times ۱۰^{-۴}$	$۱۰^{۷}$	۰/۷۳۷۶	۳/۷۲۵ $\times ۱۰^{-۷}$	۱	۰/۲۳۸۹	۲/۷۷۸ $\times ۱۰^{-۷}$	۶/۲۴۲ $\times ۱۰^{۱۸}$	۶/۲۴۲ $\times ۱۰^{۱۲}$	۱/۱۱۳ $\times ۱۰^{-۱۷}$	۶/۷۰۲ $\times ۱۰^{۹}$
۱ کالری =	۳/۹۶۹ $\times ۱۰^{-۳}$	۴/۱۸۶ $\times ۱۰^{۷}$	۳/۰۸۸	۱/۵۶۰ $\times ۱۰^{-۶}$	۴/۱۸۶	۱	۱/۱۶۳ $\times ۱۰^{-۶}$	۲/۶۱۳ $\times ۱۰^{۱۹}$	۲/۶۱۳ $\times ۱۰^{۱۳}$	۴/۶۶۰ $\times ۱۰^{-۱۷}$	۲/۸۰۶ $\times ۱۰^{۱۰}$
۱ کیلو وات - ساعت =	۳۴۳۱	۳/۶۰۰ $\times ۱۰^{۱۳}$	۲/۶۵۵ $\times ۱۰^{۶}$	۱/۳۴۱	۳/۶۰۰ $\times ۱۰^{۶}$	۸/۶۰۰ $\times ۱۰^{۵}$	۱	۲/۲۴۷ $\times ۱۰^{۲۵}$	۲/۲۴۷ $\times ۱۰^{۱۹}$	۴/۰۰۷ $\times ۱۰^{-۱۱}$	۲/۴۱۳ $\times ۱۰^{۱۶}$
۱ الکترون ولت =	۱/۵۱۹ $\times ۱۰^{-۲۲}$	۱/۶۰۲ $\times ۱۰^{-۱۲}$	۱/۱۸۲ $\times ۱۰^{-۱۹}$	۵/۹۶۷ $\times ۱۰^{-۲۰}$	۱/۶۰۲ $\times ۱۰^{-۱۹}$	۳/۸۲۷ $\times ۱۰^{۲۰}$	۴/۴۵۰ $\times ۱۰^{-۲۶}$	۱	$۱۰^{-۶}$	۱/۷۸۳ $\times ۱۰^{-۳۶}$	۱/۰۷۴ $\times ۱۰^{-۹}$
۱ میلیون الکترون ولت =	۱/۵۱۹ $\times ۱۰^{-۱۶}$	۱/۶۰۲ $\times ۱۰^{-۶}$	۱/۱۸۲ $\times ۱۰^{-۱۳}$	۵/۹۶۷ $\times ۱۰^{-۲۰}$	۱/۶۰۲ $\times ۱۰^{-۱۳}$	۳/۸۲۷ $\times ۱۰^{-۱۴}$	۴/۴۵۰ $\times ۱۰^{-۲۰}$	$۱۰^{-۶}$	۱	۱/۷۸۳ $\times ۱۰^{۳۰}$	۱/۰۷۴ $\times ۱۰^{-۳}$
۱ کیلوگرم =	۸/۵۲۱ $\times ۱۰^{۱۳}$	۸/۹۸۷ $\times ۱۰^{۲۳}$	۶/۶۲۹ $\times ۱۰^{۱۶}$	۳/۳۴۸ $\times ۱۰^{۱۰}$	۸/۹۸۷ $\times ۱۰^{۱۶}$	۲/۱۴۶ $\times ۱۰^{۱۶}$	۲/۴۹۷ $\times ۱۰^{۱۰}$	۵/۶۱۰ $\times ۱۰^{۳۵}$	۵/۶۱۰ $\times ۱۰^{۲۹}$	۱	۶/۰۰۲ $\times ۱۰^{۲۶}$
۱ یکای اتمی یکی شده =	۱/۴۱۵ $\times ۱۰^{-۱۳}$	۱/۴۹۲ $\times ۱۰^{-۳}$	۱/۱۰۱ $\times ۱۰^{-۱۰}$	۵/۵۵۹ $\times ۱۰^{-۱۷}$	۱/۴۹۲ $\times ۱۰^{-۱۰}$	۳/۵۶۴ $\times ۱۰^{-۱۱}$	۴/۱۴۶ $\times ۱۰^{-۱۷}$	۹/۳۲۰ $\times ۱۰^{۸}$	۹۳۲/۰	۱/۶۶۱ $\times ۱۰^{-۲۷}$	۱

پیوست ث فرمولهای ریاضی

هندسه

در دایره به شعاع r: پیرامون $= ۲\pi r$؛ مساحت $= \pi r^۲$

در کره به شعاع r: مساحت $= ۴\pi r^۲$ ؛ حجم $= (۴/۳)\pi r^۳$؛ در استوانه قائمی به شعاع r و ارتفاع h:

مساحت $= ۲\pi r^۲ + ۲\pi rh$؛ حجم $= \pi r^۲ h$

در مثلثی به قاعدهٔ a و ارتفاع h: مساحت $= (۱/۲)ah$

فرمول معادلهٔ درجهٔ دو

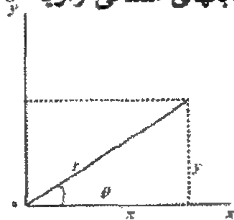
اگر $ax^۲ + bx + c = ۰$ ، آنگاه $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^۲ - ۴ac}}{۲a}$

تابعهای مثلثاتی زاویهٔ θ

$$\sin\theta = \frac{y}{r}, \quad \cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}, \quad \cot\theta = \frac{x}{y}$$

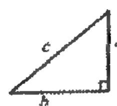
$$\sec\theta = \frac{r}{x}, \quad \csc\theta = \frac{r}{x}$$



قضیهٔ فیثاغورس

در مثلث قائم الزاویه

$$a^۲ + b^۲ = c^۲$$



مثلثها

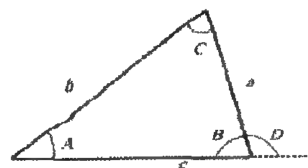
A ، B و C زاویه و a ، b و c ضلعهای مقابل به آنها هستند.

$$A + B + C = ۱۸۰^\circ$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$c^۲ = a^۲ + b^۲ - ۲ab\cos C$$

$D = A + C$ (زاویهٔ خارجی)



علامتها و نمادهای ریاضی

$=$ مساوی است

$\approx$ تقریباً مساوی است

$\sim$ مرتبهٔ بزرگی

$\neq$ مساوی نیست با

$\equiv$ متحد است با، تعریف می‌شود به صورت

$>$ بزرگتر است از ($\gg$ خیلی بزرگتر است از)

$<$ کوچکتر است از ($\ll$ خیلی کوچکتر است از)

$\geq$ بزرگتر است از یا مساوی است با

$\leq$ کوچکتر است از یا مساوی است با

$\pm$ به اضافه یا منها

$\propto$ متناسب است با

Σ مجموع

$\bar{x}$ مقدار میانگین x

اتحادهای مثلثاتی

$$\sin(۹۰^\circ - \theta) = \cos\theta$$

$$\cos(۹۰^\circ - \theta) = \sin\theta$$

$$\sin\theta / \cos\theta = \tan\theta$$

$$\sin^۲\theta + \cos^۲\theta = ۱$$

$$\sec^۲\theta - \tan^۲\theta = ۱$$

$$\csc^۲\theta - \cot^۲\theta = ۱$$

$$\sin ۲\theta = ۲\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos ۲\theta = \cos^۲\theta - \sin^۲\theta = ۲\cos^۲\theta - ۱ = ۱ - ۲\sin^۲\theta$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{۱ \mp \tan\alpha\tan\beta}$$

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = ۲\sin\frac{۱}{۲}(\alpha \pm \beta)\cos\frac{۱}{۲}(\alpha \mp \beta)$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = ۲\cos\frac{۱}{۲}(\alpha + \beta)\cos\frac{۱}{۲}(\alpha - \beta)$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -۲\sin\frac{۱}{۲}(\alpha + \beta)\sin\frac{۱}{۲}(\alpha - \beta)$$

قضیهٔ دوجمله‌ای

$$(۱+x)^n = ۱ + \frac{nx}{۱!} + \frac{n(n-۱)x^۲}{۲!} + \ldots \qquad (x^۲ < ۱)$$

بسط نمایی

$$e^x = ۱ + x + \frac{x^۲}{۲!} + \frac{x^۳}{۳!} + \ldots$$

بسط لگاریتمی

$$\ln(۱+x) = x - \frac{۱}{۲}x^۲ + \frac{۱}{۳}x^۳ - \ldots \qquad (|x| < ۱)$$

بسطهای مثلثاتی (θ برحسب رادیان)

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^۳}{۳!} + \frac{\theta^۵}{۵!} - \ldots$$

$$\cos\theta = ۱ - \frac{\theta^۲}{۲!} + \frac{\theta^۴}{۴!} - \ldots$$

$$\tan\theta = \theta + \frac{\theta^۳}{۳} + \frac{۲\theta^۵}{۱۵} + \ldots$$

قاعدهٔ کرامر

جواب دو معادله با مجهولهای x و y

$$a_۱x + b_۱y = c_۱ \quad \text{و} \quad a_۲x + b_۲y = c_۲$$

به این صورت است

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_۱ & b_۱ \\ c_۲ & b_۲ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_۱ & b_۱ \\ a_۲ & b_۲ \end{vmatrix}} = \frac{c_۱b_۲ - c_۲b_۱}{a_۱b_۲ - a_۲b_۱}$$

و

$$y=\frac{\begin{vmatrix}a_1 & c_1\\ a_2 & c_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}}=\frac{a_1c_2-a_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1}$$

ضرب بردارها

i و **j** و **k** را بردارهای یکه در راستای x، y و z در نظر بگیرید. داریم

$$\mathbf{i}.\mathbf{i}=\mathbf{j}.\mathbf{j}=\mathbf{k}.\mathbf{k}=1 \quad \text{و} \quad \mathbf{i}.\mathbf{j}=\mathbf{j}.\mathbf{k}=\mathbf{k}.\mathbf{i}=0$$

$$\mathbf{i}\times\mathbf{i}=\mathbf{j}\times\mathbf{j}=\mathbf{k}\times\mathbf{k}=0$$

$$\mathbf{i}\times\mathbf{j}=\mathbf{k} \quad \text{و} \quad \mathbf{j}\times\mathbf{k}=\mathbf{i} \quad \text{و} \quad \mathbf{k}\times\mathbf{i}=\mathbf{j}$$

برداری مانند **a** با مؤلفه‌های a_x، a_y و a_z در راستای محور x، y و z را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\mathbf{a}=a_x\mathbf{i}+a_y\mathbf{j}+a_z\mathbf{k}$$

a، **b** و **c** را بردارهای اختیاری به بزرگیهای a، b و c در نظر بگیرید، داریم

$$\mathbf{a}\times(\mathbf{b}+\mathbf{c})=(\mathbf{a}\times\mathbf{b})+(\mathbf{a}\times\mathbf{c})$$

$$(s\,\mathbf{a})\times\mathbf{b}+\mathbf{a}\times(s\,\mathbf{b})=s(\mathbf{a}\times\mathbf{b}) \quad (s=\text{نرده‌ای})$$

اگر θ کوچکترین زاویهٔ بین **a** و **b** باشد، داریم

$$\mathbf{a}.\mathbf{b}=\mathbf{b}.\mathbf{a}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z=ab\cos\theta$$

$$\mathbf{a}\times\mathbf{b}=-\mathbf{b}\times\mathbf{a}=\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$$

$$=\mathbf{i}\begin{vmatrix}a_y & a_z\\ b_y & b_z\end{vmatrix}-\mathbf{j}\begin{vmatrix}a_x & a_z\\ a_x & a_z\end{vmatrix}+\mathbf{k}\begin{vmatrix}a_x & a_y\\ b_x & b_y\end{vmatrix}$$

$$=(a_yb_z-b_ya_z)\mathbf{i}+(a_zb_x-b_za_x)\mathbf{j}+(a_xb_y-b_xa_y)\mathbf{k}$$

$$|\mathbf{a}\times\mathbf{b}|=ab\sin\theta$$

$$\mathbf{a}.(\mathbf{b}\times\mathbf{c})=\mathbf{b}.(\mathbf{c}\times\mathbf{a})=\mathbf{c}.(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$$

$$\mathbf{a}\times(\mathbf{b}\times\mathbf{c})=(\mathbf{a}.\mathbf{c})\mathbf{b}-(\mathbf{a}.\mathbf{b})\mathbf{c}$$

مشتقها و انتگرالها

در رابطه‌های زیر، u و v تابعهایی از x هستند و a و m ثابت‌اند. برای هر یک از انتگرالهای نامعین باید یک ثابت اختیاری انتگرالگیری افزوده شود.

Handbook of Chemistry and Physics (CRC Press Inc)

جدولهای خیلی گسترده‌ای را ارائه می‌دهد.

۱- $\frac{dx}{dx}=1$

۲- $\frac{d}{dx}(au)=a\frac{du}{dx}$

۳- $\frac{d}{dx}(u+v)=\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dx}$

۴- $\frac{d}{dx}x^m=mx^{m-1}$

۵- $\frac{d}{dx}\ln x=\frac{1}{x}$

۶- $\frac{d}{dx}(uv)=u\frac{dv}{dx}+v\frac{du}{dx}$

۷- $\frac{d}{dx}e^x=e^x$

۸- $\frac{d}{dx}\sin x=\cos x$

۹- $\frac{d}{dx}\cos x=-\sin x$

۱۰- $\frac{d}{dx}\tan x=\sec^2 x$

۱۱- $\frac{d}{dx}\cot x=-\csc^2 x$

۱۲- $\frac{d}{dx}\sec x=\tan x\sec x$

۱۳- $\frac{d}{dx}\csc x=-\cot x\csc x$

۱۴- $\frac{d}{dx}e^u=e^u\frac{du}{dx}$

۱۵- $\frac{d}{dx}\sin u=\cos u\frac{du}{dx}$

۱۶- $\frac{d}{dx}\cos u=-\sin u\frac{du}{dx}$

۱- $\int dx=x$

۲- $\int au\,dx=a\int u\,dx$

۳- $\int(u+v)\,dx=\int u\,dx+\int v\,dx$

۴- $\int x^m dx=\frac{x^{m+1}}{m+1}(m\neq-1)$

۵- $\int\frac{dx}{x}=\ln|x|$

۶- $\int u\frac{dv}{d}dx=uv-\int v\frac{du}{x}dx$

۷- $\int e^x dx=e^x$

۸- $\int\sin x\,dx=-\cos x$

۹- $\int\cos x\,dx=\sin x$

۱۰- $\int\tan x\,dx=\ln|\sec x|$

۱۱- $\int\sin^2 x\,dx=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x$

۱۲- $\int e^{-ax}dx=-\frac{1}{a}e^{-ax}$

۱۳- $\int xe^{-ax}dx=-\frac{1}{a^2}(ax+1)e^{-ax}$

۱۴- $\int x^2e^{-ax}dx=-\frac{1}{a^3}(a^2x^2+2ax+2)e^{-ax}$

۱۵- $\int_0^\infty x^ne^{-ax}dx=\frac{n!}{a^n+1}$

۱۶- $\int_0^\infty x^{2n}e^{-ax^2}dx=\frac{1\times3\times5\times\ldots\times(2n-1)}{2^{n+1}a^n}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$

۱۷- $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}=\ln(x+\sqrt{x^2+a^2})$

۱۸- $\int\frac{x\,dx}{(x^2+a^2)^{3/2}}=-\frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}}$

۱۹- $\int\frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}}=\frac{x}{a^2(x^2+a^2)^{1/2}}$

۲۰- $\int_0^\infty x^{2n+1}e^{-ax^2}dx=\frac{n!}{2a^{n+1}}(a>0)$

۲۱- $\int\frac{x\,dx}{x+d}=x-d\ln(x+d)$

پیوست ج خواص عنصرها

همهٔ خواص فیزیکی در فشار ۱atm هستند در غیر این صورت مشخص شده‌اند.

عنصر	نماد	عدد اتمی Z	جرم مولی g/mol	چگالی g/cm^3 در ۲۰ $^\circ C$	نقطهٔ ذوب $^\circ C$	نقطهٔ جوش $^\circ C$	گرمای ویژه J/(g.°C) در ۲۵ $^\circ C$
آکتینیم	Ac	۸۹	(۲۲۷)	۱۰/۰۶	۱۳۲۳	(۳۴۷۳)	۰/۰۹۲
آلومینیوم	Al	۱۳	۲۶/۹۸۱۵	۲/۶۹۹	۶۶۰	۲۴۵۰	۰/۹۰۰
آمریسیم	Am	۹۵	(۲۴۳)	۱۳/۶۷	۱۵۴۱	–	–
انتیموان	Sb	۵۱	۱۲۱/۷۵	۶/۶۹۱	۶۳۰/۵	۱۳۸۰	۰/۲۰۵
آرگون	Ar	۱۸	۳۹/۹۴۸	$۱/۶۶۲۶\times۱۰^{-۳}$	-۱۸۹/۴	-۱۸۵/۸	۰/۵۲۳
ارسنیک	As	۳۳	۷۴/۹۲۱۶	۵/۷۸	۸۱۷(۲۸atm)	۶۱۳	۰/۳۳۱
استاتین	At	۸۵	(۲۱۰)	–	(۳۰۲)	–	–
باریم	Ba	۵۶	۱۳۷/۳۴	۳/۵۹۴	۷۲۹	۱۶۴۰	۰/۲۰۵
برکلیم	Bk	۹۷	(۲۴۷)	۱۴/۷۹	–	–	–
بریلیم	Be	۴	۹/۰۱۲۲	۱/۸۴۸	۱۲۸۷	۲۷۷۰	۱/۸۳
بیسموت	Bi	۸۳	۲۰۸/۹۸۰	۹/۷۴۷	۲۷۱/۳۷	۱۵۶۰	۰/۱۲۲
بور	B	۵	۱۰/۸۱۱	۲/۳۴	۲۰۳۰	–	۱/۱۱
برم	Br	۳۵	۷۹/۹۰۹	۳/۱۲ (مایع)	-۷/۲	۵۸	۰/۲۹۳
کادمیم	Cd	۴۸	۱۱۲/۴۰	۸/۶۵	۳۲۱/۰۳	۷۶۵	۰/۲۲۶
کلسیم	Ca	۲۰	۴۰/۰۸	۱/۵۵	۸۳۸	۱۴۴۰	۰/۶۲۴
کالیفرنیم	Cf	۹۸	(۲۵۱)	–	–	–	–
کربن	C	۶	۱۲/۰۱۱۱۵	۲/۲۶	۳۷۲۷	۴۸۳۰	۰/۶۹۱
سریم	Ce	۵۸	۱۴۰/۱۲	۶/۷۶۸	۸۰۴	۳۴۷۰	۰/۱۸۸
سزیم	Cs	۵۵	۱۳۲/۹۰۵	۱/۸۷۳	۲۸/۴۰	۶۹۰	۰/۲۴۳
کلر	Cl	۱۷	۳۵/۴۵۳	$۳/۲۱۴\times۱۰^{-۳}$	-۱۰۱	-۳۴/۷	۰/۴۸۶
کرم	Cr	۲۴	۵۱/۹۹۶	۷/۱۹	۱۸۵۷	۲۶۶۵	۰/۴۴۸
کبالت	Co	۲۷	۵۸/۹۳۳۲	۸/۸۵	۱۴۹۵	۲۹۰۰	۰/۴۲۳
مس	Cu	۲۹	۶۳/۵۴	۸/۹۶	۱۰۸۳/۴۰	۲۵۹۵	۰/۳۸۵
کوریم	Cm	۹۶	(۲۴۷)	۱۳/۳	–	–	–
دیسپروزیم	Dy	۶۶	۱۶۲/۵۰	۸/۵۵	۱۴۰۹	۲۳۳۰	۰/۱۷۲
اینشتینیم	Es	۹۹	(۲۵۴)	–	–	–	–
اربیم	Er	۶۸	۱۶۷/۲۶	۹/۱۵	۱۵۲۲	۲۶۳۰	۰/۱۶۷
اروپیم	Eu	۶۳	۱۵۱/۹۶	۵/۲۴۳	۸۱۷	۱۴۹۰	۰/۱۶۳

فرمیم	Fm	۱۰۰	(۲۷۳)	–	–	–	–
فلوئور	F	۹	۱۸/۹۹۸۴	۱/۶۹۶×$۱۰^{-۳}$(۰°C)	-۲۱۹/۶	-۱۸۸/۲	۰/۷۵۳
فرانسیم	Fr	۸۷	(۲۲۳)	–	(۲۷)	–	–
گادولینیم	Gd	۶۴	۱۵۷/۲۵	۷/۹۰	۱۳۱۲	۲۷۳۰	۰/۲۳۴
گالیم	Ga	۳۱	۶۹/۷۲	۵/۹۰۷	۲۹/۷۵	۲۲۳۷	۰/۳۷۷
ژرمانیم	Ge	۳۲	۷۲/۵۹	۵/۳۲۳	۹۳۷/۲۵	۲۸۳۰	۰/۳۲۲
طلا	Au	۷۹	۱۹۶/۹۶۷	۱۹/۳۲	۱۰۶۴/۴۳	۲۹۷۰	۰/۱۳۱
هافنیم	Hf	۷۲	۱۷۸/۴۹	۱۳/۳۱	۲۲۲۷	۵۴۰۰	۰/۱۴۴
هاهنیم	Ha	۱۰۵	–	–	–	–	–
هاسیوم	Hs	۱۰۸	–	–	–	–	–
هلیوم	He	۲	۴/۰۰۲۶	۰/۱۶۶۴×$۱۰^{-۳}$	-۲۶۹/۷	-۲۶۸/۹	۵/۲۳
هولمیم	Ho	۶۷	۱۶۴/۹۳۰	۸/۷۹	۱۴۷۰	۲۳۳۰	۰/۱۶۵
هیدروژن	H	۱	۱/۰۰۷۹۷	۰/۰۸۳۷۵×$۱۰^{-۳}$	-۲۵۹/۱۹	-۲۵۲/۷	۱۴/۴
ایندیم	In	۴۹	۱۱۴/۸۲	۷/۳۱	۱۵۶/۶۳۴	۲۰۰۰	۰/۲۳۳
ید	I	۵۳	۱۲۶/۹۰۴۴	۴/۹۳	۱۱۳/۷	۱۸۳	۰/۲۱۸
ایریدیم	Ir	۷۷	۱۹۲/۲	۲۲/۵	۲۴۴۷	(۵۳۰۰)	۰/۱۳۰
آهن	Fe	۲۶	۵۵/۸۴۷	۷/۸۷۴	۱۵۳۶/۵	۳۰۰۰	۰/۴۴۷
کریپتون	Kr	۳۶	۸۳/۸۰	۳/۴۸۸×$۱۰^{-۳}$	-۱۵۷/۳۷	-۱۵۲	۰/۲۴۷
لانتان	La	۵۷	۱۳۸/۹۱	۶/۱۸۹	۹۲۰	۳۴۷۰	۰/۱۹۵
لورنسیم	Lr	۱۰۳	(۲۵۷)		–	–	
سرب	Pb	۸۲	۲۰۷/۱۹	۱۱/۳۵	۳۲۷/۴۵	۱۷۲۵	۰/۱۲۹
لیتیم	Li	۳	۶/۹۳۹	۰/۵۳۴	۱۸۰/۵۵	۱۳۰۰	۳/۵۸
لوتسیم	Lu	۷۱	۱۷۴/۹۷	۹/۸۴۹	۱۶۶۳	۱۹۳۰	۰/۱۵۵
منیزیم	Mg	۱۲	۲۴/۳۱۲	۱/۷۳۸	۶۵۰	۱۱۰۷	۱/۰۳
منگنز	Mn	۲۵	۵۴/۹۳۸۰	۷/۴۴	۱۲۴۴	۲۱۵۰	۰/۴۸۱
میتنریم	Mt	۱۰۹	–	–	–	–	–
مندلویم	Md	۱۰۱	(۲۵۶)	–	–	–	–
جیوه	Hg	۸۰	۲۰۰/۵۹	۱۳/۵۵	-۳۸/۸۷	۳۵۷	۰/۱۳۸
مولیبدن	Mo	۴۲	۹۵/۹۴	۱۰/۲۲	۲۶۱۷	۵۵۶۰	۲۵۱
نئودیمیم	Nd	۶۰	۱۴۴/۲۴	۷/۰۰۷	۱۰۱۶	۳۱۸۰	۰/۱۸۸
نئون	Ne	۱۰	۲۰/۱۸۳	۰/۸۳۸۷×$۱۰^{-۳}$	-۲۴۸/۵۹۷	-۲۴۶/۰	۱/۰۳
نپتونیم	Np	۹۳	(۲۳۷)	۲۰/۲۵	۶۳۷	–	۱/۲۶
نیکل	Ni	۲۸	۵۸/۷۱	۸/۹۰۲	۱۴۵۳	۲۷۳۰	۰/۴۴۴
نیلزبوریم	Ns	۱۰۷	–	–	–	–	–
نیوبیم	Nb	۴۱	۹۲/۹۰۶	۸/۵۷	۲۴۶۸	۴۹۲۷	۰/۲۶۴

نیتروژن (ازت)	N	۷	۱۴/۰۰۶۷	$۱/۱۶۴۹\times ۱۰^{-۳}$	−۲۱۰	−۱۹۵/۸	۱/۰۳
نوبلیم	No	۱۰۲	(۲۵۵)	–	–	–	–
اسمیم	Os	۷۶	۱۹۰/۲	۲۲/۵۹	۳۰۲۷	۵۵۰۰	۰/۱۳۰
اکسیژن	O	۸	۱۵/۹۹۹۴	$۱/۳۳۱۸\times ۱۰^{-۳}$	−۲۱۸/۸۰	−۱۸۳/۰	۰/۹۱۳
پالادیم	Pb	۴۶	۱۰۶/۴	۱۲/۰۲	۱۵۵۲	۳۹۸۰	۰/۲۴۳
فسفر	P	۱۵	۳۰/۹۷۳۸	۱/۸۳	۴۴/۲۵	۲۸۰	۰/۷۴۱
پلاتین	Pt	۷۸	۱۹۵/۰۹	۲۱/۴۵	۱۷۶۹	۴۵۳۰	۰/۱۳۴
پلوتونیم	Pu	۹۴	(۲۴۴)	۱۹/۸	۶۴۰	۳۲۳۵	۰/۱۳۰
پولونیم	Po	۸۴	(۲۱۰)	۹/۳۲	۲۵۴	–	–
پتاسیم	K	۱۹	۹۳/۱۰۲	۰/۸۶۲	۶۳/۲۰	۷۶۰	۰/۷۵۸
پرازئودیمیم	Pr	۵۹	۱۴۰/۹۰۷	۶/۷۷۳	۹۳۱	۳۰۲۰	۰/۱۹۷
پرومتیم	Pm	۶۱	(۱۴۵)	۷/۲۲	(۱۰۲۷)	–	–
پروتاکتینیم	Pa	۹۱	(۲۳۱)	۱۵/۳۷ (براورد)	۱۲۳۰	–	–
رادیم	Ra	۸۸	(۲۲۶)	۵/۰	۷۰۰	–	–
رادون	Rn	۸۶	(۲۲۲)	$۹/۹۶\times ۱۰^{-۳}$	(−۷۱)	−۶۱/۸	۰/۰۹۲
رنیم	Re	۷۵	۱۸۶/۲	۲۱/۰۲	۳۱۸۰	۵۹۰۰	۰/۱۳۴
رودیم	Rh	۴۵	۱۰۲/۹۰۵	۱۲/۴۱	۱۹۶۳	۴۵۰۰	۰/۲۴۳
روبیدیم	Rb	۳۷	۸۵/۴۷	۱/۵۳۲	۳۹/۴۹	۶۸۸	۰/۳۶۴
روتنیم	Ru	۴۴	۱۰۱/۱۰۷	۱۲/۳۷	۲۲۵۰	۴۹۰۰	۰/۲۳۹
راترفوردیم	Rf	۱۰۴	–	–	–	–	–
ساماریم	Sm	۶۲	۱۵/۰۳۵	۷/۵۲	۱۰۷۲	۱۶۳۰	۰/۱۹۷
اسکاندیم	Sc	۲۱	۴۴/۹۵۶	۲/۹۹	۱۵۳۹	۲۷۳۰	۰/۵۶۹
سیبورکیم	Sg	۱۰۶	–	–	–	–	–
سلنیم	Se	۳۴	۷۸/۹۶	۴/۷۹	۲۲۱	۶۸۵	۰/۳۱۸
سیلیسیم	Si	۱۴	۲۸/۰۸۶	۲/۳۳	۱۴۱۲	۲۶۸۰	۰/۷۱۲
نقره	Ag	۴۷	۱۰۷/۸۷۰	۱۰/۴۹	۹۶۰/۸	۲۲۱۰	۰/۲۳۴
سدیم	Na	۱۱	۲۲/۹۸۹۸	۰/۹۷۱۲	۹۷/۸۵	۸۹۲	۱/۲۳
استرونسیم	Sr	۳۸	۸۷/۶۲	۲/۵۴	۷۶۸	۱۳۸۰	۰/۷۳۷
گوگرد	S	۱۶	۳۲/۰۶۴	۲/۰۷	۱۱۹/۰	۴۴۴/۶	۰/۷۰۷
تانتال	Ta	۷۳	۱۸۰/۹۴۸	۱۶/۶	۳۰۱۴	۵۴۲۵	۰/۱۳۸
تکنسیم	Tc	۴۳	(۹۹)	۱۱/۴۶	۲۲۰۰	–	۰/۲۰۹
تلور یا تلوریم	Tc	۵۲	۱۲۷/۶۰	۶/۲۴	۴۴۹/۵	۹۹۰	۰/۲۰۱
تربیم	Tb	۶۵	۱۵۸/۹۲۴	۸/۲۲۹	۱۳۵۷	۲۵۳۰	۰/۱۸۰
تالیم	Ti	۸۱	۲۰۴/۳۷	۱۱/۸۵	۳۰۴	۱۴۵۷	۰/۱۳۰
توریم	Th	۹۰	(۲۳۲)	۱۱/۷۲	۱۷۵۵	(۳۸۵۰)	۰/۱۱۷

قلع	Sn	۵۰	۱۱۸/۶۹	۷/۲۹۸۴	۲۳۱/۸۶۸	۲۲۷۰	۰/۲۲۶
تیتان یا تیتانیم	Ti	۲۲	۴۷/۹۰	۴/۵۴	۱۶۷۰	۳۲۶۰	۰/۵۲۳
تنگستن	W	۷۴	۱۸۳/۸۵	۱۹/۳	۳۳۸۰	۵۹۳۰	۰/۱۳۴
اورانیم	U	۹۲	(۲۳۸)	۱۸/۹۵	۱۱/۳۲	۳۸۱۸	۰/۱۱۷
وانادیم	V	۲۳	۵۰/۹۴۲	۶/۱۱	۱۹۰۲	۳۴۰۰	۰/۴۹۰
گزنون	Xe	۵۴	۱۳۱/۳۰	$۵/۴۹۵\times ۱۰^{-۳}$	-۱۱۱/۷۹	-۱۰۸	۰/۱۵۹
ایتربیم	Yb	۷۰	۱۷۳/۰۴	۶/۹۶۵	۸۲۴	۱۵۳۰	۰/۱۵۵
ایتریم	Y	۳۹	۸۸/۹۰۵	۴/۴۶۹	۱۵۲۶	۳۰۳۰	۰/۲۹۷
روی	Zn	۳۰	۶۵/۳۷	۷/۱۳۳	۴۱۹/۵۸	۹۰۶	۰/۳۸۹
زیرکونیم	Zr	۴۰	۹۱/۲۲	۶/۵۰۶	۱۸۵۲	۳۵۸۰	۰/۲۷۶

اندازه‌های درون پرانتزها در ستون جرمهای مولی، عددهای جرمی ایزوتوپهای با عمر طولانی عنصرهایی‌اند که پرتوزا هستند.

نقطه‌های ذوب و نقطه‌های جوش در پرانتزها قطعیتی ندارند.

داده‌های گازها فقط هنگامی که اینها در حالت مولکولی معمولی مانند H_2، He، O_2 و Ne و غیره هستند معتبر است.

گرماهای ویژهٔ گاز مقدارهای در فشار ثابت‌اند.

منبع: برگرفته از J. Emsley, The Elements, 3rd ed., 1998, Clarendon Press, Oxford. همچنین برای دیدن آخرین مقدارها و جدیدترین عنصرها به www.webelements.com مراجعه کنید.

پیوست چ جدول تناوبی عنصرها

فلزها | شبه فلزها | نافلزها

فلزهای قلیایی — گازهای نادر — فلزهای واسطه

تناوب‌های افقی	IA	IIA	IIIB	IVB	VB	VIB	VIIB	VIIIB	VIIIB	VIIIB	IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	0
۱	۱ H																	۲ He
۲	۳ Li	۴ Be											۵ B	۶ C	۷ N	۸ O	۹ F	۱۰ Ne
۳	۱۱ Na	۱۲ Mg											۱۳ Al	۱۴ Si	۱۵ P	۱۶ S	۱۷ Cl	۱۸ Ar
۴	۱۹ K	۲۰ Ca	۲۱ Sc	۲۲ Ti	۲۳ V	۲۴ Cr	۲۵ Mn	۲۶ Fe	۲۷ Co	۲۸ Ni	۲۹ Cu	۳۰ Zn	۳۱ Ga	۳۲ Ge	۳۳ As	۳۴ Se	۳۵ Br	۳۶ Kr
۵	۳۷ Rb	۳۸ Sr	۳۹ Y	۴۰ Zr	۴۱ Nb	۴۲ Mo	۴۳ Tc	۴۴ Ru	۴۵ Rh	۴۶ Pd	۴۷ Ag	۴۸ Cd	۴۹ In	۵۰ Sn	۵۱ Sb	۵۲ Te	۵۳ I	۵۴ Xe
۶	۵۵ Cs	۵۶ Ba	۵۷-۷۱ *	۷۲ Hf	۷۳ Ta	۷۴ W	۷۵ Re	۷۶ Os	۷۷ Ir	۷۸ Pt	۷۹ Au	۸۰ Hg	۸۱ Tl	۸۲ Pb	۸۳ Bi	۸۴ Po	۸۵ At	۸۶ Rn
۷	۸۷ Fr	۸۸ Ra	۸۹-۱۰۳ †	۱۰۴ Rf	۱۰۵ Db	۱۰۶ Sg	۱۰۷ Bh	۱۰۸ Hs	۱۰۹ Mt	۱۱۰ Ds	۱۱۱	۱۱۲	۱۱۳	۱۱۴	۱۱۵	۱۱۶	۱۱۷	۱۱۸

فلزهای واسطه داخلی

* رشتهٔ لانتانیدها	۵۷ La	۵۸ Ce	۵۹ Pr	۶۰ Nd	۶۱ Pm	۶۲ Sm	۶۳ Eu	۶۴ Gd	۶۵ Tb	۶۶ Dy	۶۷ Ho	۶۸ Er	۶۹ Tm	۷۰ Yb	۷۱ Lu
† رشتهٔ آکتینیدها	۸۹ Ac	۹۰ Th	۹۱ Pa	۹۲ U	۹۳ Np	۹۴ Pu	۹۵ Am	۹۶ Cm	۹۷ Bk	۹۸ Cf	۹۹ Es	۱۰۰ Fm	۱۰۱ Md	۱۰۲ No	۱۰۳ Lr

عنصرهای ۱۱۱ ، ۱۱۲ ، ۱۱۴ و ۱۱۶ کشف شده‌اند ولی تا سال ۲۰۰۳ هنوز نامگذاری نشده‌اند. شواهد کشف عنصرهای ۱۱۳ و ۱۱۵ گزارش شده‌اند. برای آخرین اطلاعات و جدیدترین عنصرها به www.webelements.com مراجعه کنید.

پیوست ح برندگان جایزه نوبل در فیزیک

۱۹۰۱ ویلهم کونراد رونتگن
Wilhelm Konrad Röntgen (۱۹۲۳-۱۸۴۵) برای کشف پرتوهای X.

۱۹۰۲ هنریک آنتون لورنس
Hendrik Antoon Lorentz (۱۹۲۸-۱۸۵۳) و پیتر زیمان
Pieter Zeeman (۱۹۴۳-۱۸۶۵) به خاطر پژوهشهایشان در مورد اثر مغناطیس بر پدیده‌های تابشی.

۱۹۰۳ آنتونی هنری بکرل
Antoine Henri Becquerel (۱۹۰۸-۱۸۵۲) به خاطر کشف پرتوزایی خود به خودی.
پیرکوری
Pierre Curie (۱۹۰۶-۱۸۵۹) و ماری اسکلوسکاکوری
Marie Sklowdowska-Curie (۱۹۳۴-۱۸۶۷) به خاطر پژوهشهای مشترک خود در پدیده‌های تابشی که به وسیلهٔ بکرل کشف شده بود.

۱۹۰۴ لرد ریلی (جان ویلیام استوارت)
Loard Rayleigh (John William Strutt) (۱۹۱۹-۱۸۴۲) به خاطر بررسیهایش در مورد چگالی گازهای خیلی مهم و به خاطر کشف آرگون.

۱۹۰۵ فیلیپ ادوارد آنتون فون لنارد
Philipp Eduard Anton von Lenard (۱۹۴۷-۱۸۶۲) به خاطر کار در زمینهٔ پرتوهای کاتدی.

۱۹۰۶ جوزف جان تامسون
Joseph John Thomson (۱۹۴۰-۱۸۵۶) به خاطر بررسیهای نظری و تجربی در مورد رسانایی الکتریکی گازها.

۱۹۰۷ آلبرت ابراهام مایکلسون
Albert Abraham Michelson (۱۹۳۱-۱۸۵۲) به خاطر ابزارهای دقیق نوری و بررسیهای اندازهٔ شناختی انجام شده به کمک آنها.

۱۹۰۸ گابریل لیپمان
Gabriel Lippmann (۱۹۲۱-۱۸۴۵) به خاطر روش باز تولید رنگها از طریق عکاسی بر پایهٔ پدیده‌های تداخل.

۱۹۰۹ گوگلیلمو مارکونی
Guglielmo Marconi (۱۹۳۷-۱۸۴۷) و کارل فردیناند براون Carl Ferdinand Braun (۱۹۱۸-۱۸۵۰) به خاطر کوششهایشان در گسترش تلگراف بدون سیم.

۱۹۱۰ یوهان دیدریک واندروالس
Johannes Diderik van der Waals (۱۹۳۲-۱۸۳۷) به خاطر کار روی معادلهٔ حرکت گازها و مایعات.

۱۹۱۱ ویلهم وین
Wilhelm Wien (۱۹۲۸-۱۸۶۴) به خاطر کشفهایش دربارهٔ قانونهای حاکم بر تابش گرمایی.

۱۹۱۲ نیلز گوستاف دالن
Nils Gustaf Dalen (۱۹۳۷-۱۸۶۹) به خاطر اختراع تنظیم کننده‌های خودکار برای استفاده از انباره‌های گازی برای روشن ساختن فانوسهای دریایی و شناورها.

۱۹۱۳ هایک کامرلینگ اونس
Heike Kamerling Onnes (۱۹۲۶-۱۸۵۳) به خاطر بررسیهایی دربارهٔ خواص مواد در دماهای پایین که افزون بر نتایج دیگر به تولید هلیوم مایع انجامید.

۱۹۱۴ ماکس فون لاؤه
Max von Laue (۱۹۶۰-۱۸۷۹) به خاطر کشف پراش پرتوهای رونتگن به وسیلهٔ بلورها.

۱۹۱۵ ویلیام هنری براگ
William Henry Bragg (۱۹۴۲-۱۸۶۲) و ویلیام لورنس براگ William Lawrence Bragg (۱۹۷۱-۱۸۹۰) به خاطر خدماتشان در تحلیل ساختار بلوری به وسیلهٔ پرتوهای رونتگن.

۱۹۱۷ چارلز گلاور بارکلا
Charles Glover Barkla (۱۹۴۴-۱۸۷۷) به خاطر کشف پرتوهای x مشخصهٔ عنصرها.

۱۹۱۸ ماکس پلانک
Max Planck (۱۹۴۷-۱۸۵۸) به خاطر کشف کوانتوم انرژی.

۱۹۱۹ یوهانس اشتارک
Johannes Stark (۱۹۵۷-۱۸۷۴) به خاطر کشف پدیدهٔ دوپلر در پرتوهای کانالی و تجزیهٔ خطهای طیفی در میدانهای الکتریکی.

۱۹۲۰ شارل ادوارد گیبوم
Charles-Edouard Guillaume (۱۹۳۸-۱۸۶۱) به خاطر خدمتی که با کشف ناهنجاریهای موجود در آلیاژهای فولاد نیکل به اندازه‌گیریهای دقیق در فیزیک کرده است.

۱۹۲۱ آلبرت اینشتین
Albert Einstein (۱۹۵۵-۱۸۷۹) به خاطر خدماتش به فیزیک نظری و به ویژه به‌خاطر کشف‌قانون اثر فوتوالکتریک

۱۹۲۲ نیلس بور

Niels Bohr (۱۹۶۲-۱۸۸۵) به خاطر بررسی ساختار انمها و تابشی که از آنها سرچشمه می‌گیرد.

۱۹۲۳ رابرت اندروز میلیکان

Robert Andrews Millikan (۱۹۵۳-۱۸۶۸) به خاطر کار در زمینهٔ بار بنیادی الکتریسیته و اثر فوتوالکتریک.

۱۹۲۴ کارل مان گئورگ زیگبان

Karl Manne George Siegbahn (۱۹۷۹-۱۸۸۸) به خاطر کشف و پژوهش در زمینه طیف‌نمایی پرتو x.

۱۹۲۵ جیمز فرانک

James Franck (۱۹۶۴-۱۸۸۲) و گوستاو هرتز Gustav Hertz (۱۹۷۵-۱۸۸۷) به خاطر کشف قانونهای حاکم بر برخورد الکترون با اتم

۱۹۲۶ ژان باپتیست پرن

Jean Baptiste Perrin (۱۹۴۲-۱۸۷۰) به خاطر کار روی ساختار ناپیوستهٔ ماده و به ویژه به خاطر کشف تعادل ته‌نشینی.

۱۹۲۷ آرتور هالی کامپتون

Arthur Holly Compton (۱۹۶۲-۱۸۹۲) به خاطر کشف پدیدهٔ کامپتون. چارلز تامسن ریزویلسون

Charles Thomson Rees Wilson (۱۹۵۹-۱۸۷۹) به خاطر ابداع مرئی کردن مسیر ذره‌های باردار توسط چگالش بخار.

۱۹۲۸ اوئن ویلانز ریچاردسون

Owen Willans Richardson (۱۹۵۹-۱۸۷۹) به خاطر کار روی پدیدهٔ گرما یونی و به ویژه به خاطر کشف قانونی که به نام او نامیده شد.

۱۹۲۹ پرنس لویی ویکتور دوبروی

Prince Louis Victor de Braglie (۱۹۸۷-۱۸۹۲) به خاطر کشف طبیعت موجی الکترونها.

۱۹۳۰ چاندرا سکارا ونکاتا رامان

Sir Chandra sekhara Venkata Raman (۱۹۷۰-۱۸۸۸) به خاطر کار روی پراکندگی نور و کشف اثری که به نام او نامیده شد.

۱۹۳۲ ورنر هایزنبرگ

Werner Heisenberg (۱۹۷۶-۱۹۰۱) به خاطر ابداع مکانیک کوانتومی که کاربرد آن افزون بر چیزهای دیگر به کشف شکلهای آلوتروپی هیدروژن انجامید.

۱۹۳۳ اروین شرودینگر

Erwin Schrödinger (۱۹۶۱-۱۸۸۷) و پل آدرین موریس دیراک Paul Adrien Maurice Dirac (۱۹۸۴-۱۹۰۲) به خاطر کشف شکلهای تازه و خلاق نظریهٔ اتمی.

۱۹۳۵ جیمز چادویک

James Chadwick (۱۹۷۴-۱۸۹۱) به خاطر کشف نوترون.

۱۹۳۶ ویکتور فرانتس هس

Victor Franz Hess (۱۹۶۴-۱۸۸۳) به خاطر کشف تابش کیهانی.

۱۹۳۷ کلینتون جوزف داویسون

Clinton Joseph Davisson (۱۹۵۸-۱۸۸۱) و جورج پاگت تامسون George Paget Thomson (۱۹۷۵-۱۸۹۲) به خاطر کشف تجربی پراش الکترونها به وسیلهٔ بلورها.

۱۹۳۸ انریکو فرمی

Enrico Fermi (۱۹۵۴-۱۹۰۱) به خاطر اثبات وجود عناصر پرتوزای جدیدی که به وسیلهٔ پرتوافکنی نوترونی تولید می‌شود و نیز به خاطر کشف واکنشهای هسته‌ای حاصل از نوترونهای کند.

۱۹۳۹ ارنست اورلاندو لورنس

Ernest Orlando Lawrence (۱۹۵۸-۱۹۰۱) به خاطر اختراع و تکمیل سیکلوترون و نتایج حاصل از آن، به ویژه تولید عنصرهای پرتوزای مصنوعی.

۱۹۴۳ اتو اشترن

Otto Stern (۱۹۶۹-۱۸۸۸) به خاطر سهم او در توسعهٔ روش پرتو مولکولی و کشف گشتاور مغناطیسی پروتون.

۱۹۴۴ ایزیدور ایزاک رابی

Isidor Isaac Rabi (۱۹۸۸-۱۸۹۸) به خاطر ابداع روش تشدید برای ثبت خواص مغناطیسی هسته‌های اتمی.

۱۹۴۵ ولفگانگ پائولی

Wolfgang Pauli (۱۹۵۸-۱۹۰۰) به خاطر کشف اصل طرد (که اصل پائولی نیز نامیده می‌شود).

۱۹۴۶ پرسی ویلیامز بریجمن

Percy Williams Bridgman (۱۹۶۱-۱۸۸۲) به خاطر اختراع وسیله‌ای برای تولید فشارهای خیلی زیاد و کشفهایی که از این طریق در زمینهٔ فیزیک فشار بالا داشته است.

۱۹۴۷ ادوارد ویکتور اپلتون

Sir Edward Victor Appleton (۱۹۶۵-۱۸۹۲) به خاطر پژوهشهایش در فیزیک جو بالا، به ویژه به خاطر کشف لایه‌ای به نام اپلتون.

۱۹۴۸ پاتریک ماینارد استوارت بلاکت

Patrich Maynard Stuart Blackett (۱۹۷۴-۱۸۹۷) به خاطر تکمیل روش اتاق ابر ویلسون و کشفهایی که در فیزیک هسته‌ای و تابش کیهانی داشته است.

۱۹۴۹ هیدکی یوکاوا

Hideki Yukawa (۱۹۸۱-۱۹۰۷) به خاطر پیش‌بینی وجود مزونها در نیروهای هسته‌ای بر پایهٔ کار نظری.

۱۹۵۰ سسیل فرانک پاول
Cecil Frank Powell (۱۹۶۹-۱۹۰۳) به خاطر بسط روش عکاسی مطالعهٔ فرایندهای هسته‌ای و کشفهای انجام شده توسط او در مورد مزونها با این روش.

۱۹۵۱ جان داگلاس کوک کرافت
Sir John Douglas Cockroft (۱۹۶۷-۱۸۹۷) و ارنست توماس سینتون والتون Ernest Thomas Sinton Walton (-۱۹۰۳) به خاطر پیشگامی در بررسی استحالهٔ هسته‌های اتمی به وسیلهٔ ذره‌های اتمی که به طور مصنوعی شتاب گرفته‌اند.

۱۹۵۲ فلیکس بلوخ
Felix Bloch (۱۹۸۳-۱۹۰۵) و ادوارد میلز پورسل Edward Mills Purcell (-۱۹۱۲) به خاطر طرح روشهای نو برای آزمایشهای دقیق مغناطیس هسته‌ای و کشفهای مربوط به آن.

۱۹۵۳ فریتس زرنیکه
Frits Zernike (۱۹۶۶-۱۸۸۸) به خاطر ارائهٔ روش تباین فاز، به ویژه به خاطر اختراع میکروسکوپ تباین فاز.

۱۹۵۴ ماکس بورن
Max Born (۱۹۷۰-۱۸۸۲) به خاطر پژوهش بنیادی در مکانیک کوانتومی، به ویژه به خاطر تعبیر آماری او از تابع موج.

والتر بوته
Walther Bothe (۱۹۵۷-۱۸۹۱) به خاطر روش تطابق و کشفهایی که به وسیلهٔ آن حاصل شد.

۱۹۵۵ ویلیز اوژن لمب
Willis Eugene Lamb (-۱۹۱۳) به خاطر کشفهایی دربارهٔ ساختار ریز طیف هیدروژن

پولی کارپ کوش
Polykarp Kusch (۱۹۹۳-۱۹۱۱) به خاطر تعیین دقیق گشتاور مغناطیسی الکترون.

۱۹۵۶ ویلیام شاکلی
William Shockley (۱۹۸۹-۱۹۱۰)، جان باردین John Bardeen (۱۹۹۱-۱۹۰۸) و والتز هاوزر براتین Walter Houser Brattain (۱۹۸۷-۱۹۰۲) به خاطر پژوهشهایشان دربارهٔ نیمرساناها و کشف اثر ترانزیستور.

۱۹۵۷ چن نینگ یانگ
Chen Ning Yang (-۱۹۲۲) و تسونگ دائو لی Tsung Dao Lee (-۱۹۲۶) به خاطر پژوهش مؤثر آنها در مورد قانونهای پاریته که به کشفهای مهمی در فیزیک ذره‌های بنیادی انجامیده است.

۱۹۵۸ پاول الکسی یویچ چرنکوف
Pavel Aleksejevič Čerenko (-۱۹۰۴) ایل یا میخائیلویچ فرانک Il ja Michajlovc Frank (۱۹۹۰-۱۹۰۸) و ایگور ایوانویچ تام Igor Evgenevič Tamm (۱۹۷۱-۱۸۹۵) به خاطر کشف و تعبیر اثر چرنکوف.

۱۹۵۹ امیلیو جینو سگره
Emilio Gino Segre (۱۹۸۹-۱۹۰۵) و اون چمبرلین Owen Chamberlain (-۱۹۲۰) به خاطر کشف پادپروتون.

۱۹۶۰ دونالد آرتور گلاسر
Donald Arthur Glaser (-۱۹۲۶) به خاطر اختراع اتاقک حباب.

۱۹۶۱ روبرت هوفشتاتر
Robert Hofstadter (۱۹۹۰-۱۹۱۵) به خاطر مطالعات پیشگامانه دربارهٔ پراکندگی الکترون در هسته‌های اتمی و کشفهایی که به آن وسیله در مورد ساختار نوکلوئونها به عمل آورد.

رودلف لودویگ موسباثر
Rudolf Ludwig Mössbauer (-۱۹۲۹) به خاطر پژوهشهایش دربارهٔ جذب تشدیدی پرتوهای γ و کشف اثری در این مورد که به نام اوست.

۱۹۶۲ لف داویدوویچ لانداثو
Lev Davidsovic Landau (۱۹۶۸-۱۹۰۸) به خاطر نظریه‌های پیشگامانه در مورد ماده چگال، به ویژه هلیوم مایع.

۱۹۶۳ اوژن پی. ویگنر
Eugene P. Wigner (۱۹۹۵-۱۹۰۲) به خاطر سهم او در نظریهٔ هستهٔ اتم و ذره‌های بنیادی، به ویژه کشف و کاربرد اصول اساسی تقارن.

ماریا جو پرت مایر
Maria Goeppert Mayer (۱۹۷۲-۱۹۰۶) و جی. هانس دی. جنسن J. Hans D. Jensen (۱۹۷۳-۱۹۰۷) به خاطر کشفهایشان دربارهٔ ساختار پوسته‌ای هسته.

۱۹۶۴ چارلز اچ. تاونز
Charkes H. Townes (-۱۹۱۵). نیکلای جی. باسوف Nikolai G. Basov (-۱۹۲۲) و الکساندر ام. پروخوروف Alexander M.Prochorov (-۱۹۱۶) به خاطر کارهای اساسی در زمینهٔ الکترونیک کوانتومی که به ساخت نوسانگرها و تقویت کننده‌ها بر اساس میزر-لیزر انجامید.

۱۹۶۵ سین - ایتیرو توموناگا
Sin - itiro Tomonoga (۱۹۷۹-۱۹۰۶) جولیان شوینگر Julian Schwinger (۱۹۹۴-۱۹۱۸) و ریچارد فاینمن

Richard P. Feynman (۱۹۸۸-۱۹۱۸) به خاطر کارهای بنیادیشان در الکترودینامیک کوانتومی که پیامدهای مهمی برای فیزیک ذره‌های بنیادی داشت.

۱۹۶۶ آلفرد کاستلر

Alfred Kastler (۱۹۸۴-۱۹۰۲) به خاطر کشف و گسترش روشهای نوری برای مطالعهٔ تشدید هرتزی در اتمها.

۱۹۶۷ هانس البریخت بته

Hans Albrecht Beathe (-۱۹۰۶)

به خاطر سهم وی در نظریهٔ واکنشهای هسته‌ای به ویژه کشفهای او در مورد تولید انرژی در ستاره‌ها.

۱۹۶۸ لوویس دبلیو. آلوارز

Luis W.Alvarez (۱۹۱۱-۱۹۸۸) به خاطر سهم تعیین کننده وی در فیزیک ذره‌های بنیادی، به ویژه کشف شمار زیادی از حالتهای تشدیدی که از طریق گسترش فنون به کارگیری اتاقک حباب هیدروژن و تحلیل داده‌های آن امکان پذیر شد.

۱۹۶۹ مورای گلمان

Murray Gell - mann (-۱۹۲۹) به خاطر سهم وی در کشفهای مربوط به رده‌بندی ذره‌های بنیادی و برهم‌کنشهای آنها.

۱۹۷۰ هانس آلفن

Hannes Alfve'n (۱۹۰۸-۱۹۹۵) به خاطر کار بنیادی و کشفهای وی در مغناطو- هیدرودینامیک یا کاربردهای مفید آنها در بخشهای مختلف فیزیک پلاسما.

لویی نئل

Louis Ne'el (-۱۹۰۴) به خاطر کار بنیادی و کشفهای وی در پاد فرومغناطیس و فرومغناطیس که به کاربردهای مهمی در فیزیک حالت جامد انجامید.

۱۹۷۱ دنیس گابور

Dennis Gabor (۱۹۰۰-۱۹۷۹) به خاطر کشف اصول تمام نگاری.

۱۹۷۲ جان باردین

John Bardeen (۱۹۹۱-۱۹۰۸)،

لئون ان. کوپر

Leon N. Cooper (-۱۹۳۰)

جی. روبرت شریفر

J. Robert Schrieffer (-۱۹۳۱)به خاطر پرداختن به نظریه‌ای در مورد ابر رسانایی.

۱۹۷۳ لئو اساکی

Leo Esaki (-۱۹۲۵) به خاطر کشف تونل زنی در نیمرساناها.

ایوار جیاور

Ivar Giaever (-۱۹۲۹) به خاطر کشف تونل زنی در ابررسانها.

برایان دی. جوزفسون

Brian D. Josephson (-۱۹۰۴) به خاطر پیش‌بینی نظری خواص یک ابر جریان در یک سر تونلی.

۱۹۷۴ آنتونی هویش

Antony Hewish (-۱۹۲۴) به خاطر کشف تپ اخترها.

سرمارتین رایله

Sir Martin Ryleh (۱۹۸۴-۱۹۱۸) به خاطر کار پیشگامانه‌اش در اختر شناسی رادیویی.

۱۹۷۵ اگه بور

Aage Bohr (-۱۹۲۲)،

بن موتلسون

Ben Mottelson و

جیمز رین واتر

James Rainwater (۱۹۸۶-۱۹۱۷) به خاطر کشف ارتباط بین حرکت گروهی و حرکت ذره‌ای و گسترش نظریهٔ ساختار هسته‌های اتمی بر پایهٔ این ارتباط.

۱۹۷۶ بورتون ریشتر

Burton Richter (-۱۹۳۱) و

ساموئل چائوچونگ تینگ

Samuel Chao Chung Ting (-۱۹۳۶) به خاطر کشف (مستقل) یک ذرهٔ بنیادی مهم.

۱۹۷۷ فیلیپ وارن اندرسون

Philip Warren Anderson (-۱۹۲۳)،

نویل فرانسیس موت

Nevill Francis Mott (-۱۹۰۵)

جان هاسبروک وان‌ولک

John Hasbrouck Van Vleck (۱۹۸۰-۱۸۹۹) به خاطر پژوهشهای نظری بنیادی دربارهٔ ساختار الکترونی دستگاههای مغناطیسی و بی نظم.

۱۹۷۸ پتر ال. کاپیتزا

Peter L. Kapitza (۱۹۸۴-۱۸۹۴) به خاطر اختراعهای اساسی و کشفهای وی در فیزیک دماهای پایین.

آرنو آ. پنزیاس

Arno A. Penzias (-۱۹۳۳) و

روبرت وودرو ویلسون

Robert Woodrow Wilson (-۱۹۳۶) به خاطر کشف تابش زمینهٔ میکروموج کیهانی

۱۹۷۹ شلدون لی گلاشو

Sheldon Lee Glashow (-۱۹۳۲)

عبدالسلام

Abdus salam (۱۹۹۶-۱۹۲۶)

استون واینبرگ
Steven Weinberg (-۱۹۳۳) به خاطر مدل وحدت بخش از کنش نیروهای ضعیف و الکترومغناطیسی و به خاطر پیش‌بینی آنها از وجود جریانهای خنثی.

۱۹۸۰ جیمز دبلیو. کرانین
James W. Cronin (-۱۹۳۱) و
وال ال. فیچ Val L. Fitch (-۱۹۲۳) به خاطر کشف تناقض در اصول بنیادی تقارن در واپاشی مزونهای K خنثی.

۱۹۸۱ نیکلاس بلومبرگن
Nicolaas Bloembergen (-۱۹۲۰) و
آرتور لئونارد شاولو
Arthur Leonard Schawlow (-۱۹۲۱) به خاطر سهم آنها در گسترش طیف نمایی لیزری.
کای ام. زیگبان
Kai M. Siegbahn (-۱۹۱۸) به خاطر سهم وی در طیف نمایی الکترونی با توان تفکیک بالا.

۱۹۸۲ کنت گدز ویلسون
Kenneth Geddes Wilson (-۱۹۳۶) به خاطر روش تحلیل پدیده‌های بحرانی ذاتی در تغییرات ماده بر اثر فشار و دما.

۱۹۸۳ سابرامانیان چاندراسکار
Subrehmanyan Chandrasekhar (۱۹۹۵-۱۹۱۰) به خاطر مطالعات نظری وی از ساختار و تحول ستارگان.
ویلیام آ. فأولر
William A. Fowler (۱۹۹۵-۱۹۱۱) به خاطر مطالعات وی دربارهٔ تشکیل عنصرهای شیمیایی در گیتی.

۱۹۸۴ کارلوروبیا
Carlo Rubbia (-۱۹۳۴)
سیمون فون درمیر
Simon van der Meer (-۱۹۲۵) به خاطر سهم تعیین کنندهٔ آنها در پروژه بزرگی که به کشف ذره‌های W و Z و عوامل بر هم کنش ضعیف انجامید.

۱۹۸۵ کلاس فون کلاسینگ
Klaus van Klitzing (-۱۹۴۳) به خاطر کشف مقاومت هال کوانتیده.

۱۹۸۶ ارنست روسکا
ErnestRuska (۱۹۸۸-۱۹۰۶) به خاطر اختراع میکروسکوپ الکترونی.
گرد بینیگ
Gerd Binning (-۱۹۴۷)
هانریش روهر
Heinrich Rohrer (-۱۹۳۳) به خاطر اختراع میکروسکوپ تونلی روبشی.

۱۹۸۷ کارل آلکس مولر
Karl Alex Müller (-۱۹۲۷) و
جی. جورج بدنورز
J. George Bednorz (-۱۹۵۰) به خاطر کشف دستهٔ تازه‌ای از ابررساناها.

۱۹۸۸ لئون ام. لدرمن
Leon M. Lederman (-۱۹۲۲)،
ملوین شوارتز Melvin Schwartz (-۱۹۲۳) و
جک اشتنبرگر
Jack Steinberger (-۱۹۲۱) به خاطر اولین بهره برداری از یک باریکهٔ نوترینو و کشف نوترینوی میونی.

۱۹۸۹ نورمن رامسی
Norman Ramsey (-۱۹۱۵)،
هانس دهملت
Hans Dehmelt (-۱۹۲۲) و
ولفگانگ پل
Wolfgang Paul (۱۹۹۳-۱۹۱۳) به خاطر کاری که به گسترش ساعتهای اتمی و گاهشماری دقیق انجامید.

۱۹۹۰ ژروم آی. فریدمن
Jerome I. Friedman (-۱۹۳۰)،
هنری دبلیو. کندال
Henry W. Kendall (-۱۹۲۰) و
ریچارد ای. تیلور
Richard E. Taulor (-۱۹۲۹) به خاطر اثبات اینکه پروتونها و نوترونها از کوارکها ساخته شده‌اند.

۱۹۹۱ پیر دو جنز
Pierre de Gennes (-۱۹۳۲) به خاطر مطالعات دربارهٔ پدیده‌های منظم در بلورهای مایع و بسپارها.

۱۹۹۲ جورج چارپاک
George Charpak (-۱۹۲۴) به خاطر اختراع آشکارسازهای الکترونیکی سریع در ذره‌های پر انرژی.

۱۹۹۳ جوزف اچ. تیلور
Joseph H. Taylor (-۱۹۴۱) و
راسل ای. هالز
Russel A. Hulse (-۱۹۵۰) به خاطر کشف و تفسیر اولین تپ اختر دو تایی.

۱۹۹۴ برترام ان. براکهاوس
Berttram N. Brockhouse (-۱۹۱۸) و
کلیفرد جی. شول
Clifford G. Shull (-۱۹۱۵) به خاطر گسترش روشهای پراکندگی نوترون.

۱۹۹۵ مارتین ال. پرل
(Martin L. Perl ‎–۱۹۲۷) به خاطر کشف لپتون.
فریدریک راینس
(Frederick Reines ‎–۱۹۱۸) به خاطر آشکار سازی نوترینو.
۱۹۹۶ دیوید ام. لی
(David M.Lee ‎–۱۹۳۱)، داگلاس دی. اشروف
Douglas D. Osheroff (...–۱۹۴۵) و رابرت سی. ریچاردسون
(Robert C.Richardson ‎–۱۹۳۷) به خاطر کشف ابرشارگی در هلیوم ۳.
۱۹۹۷ استیون جی
(Steven Chu ‎–۱۹۴۸)، کلود کوهن – تانوجی
(Claude Cohen-Tannoudji ‎–۱۹۳۳) و ویلیام دی. فیلیپس
(William D.Phillips ‎–۱۹۴۸) به خاطر تکامل روشهای سروکردن و تله انداختن اتمها با نور لیزر
۱۹۹۸ رابرت پی. لافلین
(Robert B.Laughlin ‎–۱۹۵۰)، هورست ال. اشتورمر
(Horst L.Stormer ‎–۱۹۴۹) و دانیل سی. تسو
(Daniel C.Tsui ‎–۱۹۳۹) به خاطر کشف شکل جدیدی از شارهٔ کوانتومی
۱۹۹۹ جراردوس هوفت
(Gerardust Hooft ‎–۱۹۴۶) و مارتینوس جی جی ولتمن
(Martinus J.G.Veltman ‎–۱۹۳۱) به خاطر توصیف ساختار کوانتومی برهم کنشهای الکتروضعیف در فیزیک
۲۰۰۰ زورس آی. آلفروف
(Zhores I.Alferof ‎–۱۹۳۰)،
هربرت کرومر
(Herbert Kroemer ‎–۱۹۲۸) و جک اس. کیلبی
Jack S.Kilby (...–۱۹۲۳)
برای کارهای اساسی روی فناوری اطلاعات و ارتباطات، به ویژه به خاطر تکامل نیمرسانای چند ساختاری که در الکترونیک سرعت – بالا و نوری به کار می‌رود.
۲۰۰۱ اریک ای. کورنل
(Eric A.Cornell ‎–۱۹۶۱) و ولفگانگ کترل
(Wolfgange Ketterle ‎–۱۹۵۷) و کارل ای. وایمن
(Carl E.Wieman ‎–۱۹۵۱)
به خاطر موفقیت در چگالش بوز-اینشتین (در ۱۹۹۵) در گازهای اتمهای قلیایی رقیق، و برای بررسیهای اساسی اولیه در خواص چگالیده‌ها.
۲۰۰۲ ریموند دیویس، پسر
(Raymond Davis, Jr ‎–۱۹۱۴)،
ماساتوشی کوشیبا
(Masatoshi Koshiba ‎–۱۹۲۶) و
ریکاردو جیاکنی
(Riccardo Giacconi ‎–۱۹۳۱)
به خاطر سهم پیشتاز آنها در اختر فیزیک، به ویژه برای آشکارسازی نوترینوهای کیهانی
۲۰۰۳ الکسی ای. آبریکوزوف
(Alexei A.Abríkosov ‎–۱۹۲۸)،
ویتالی ال. گینزبورگ
(Vitaly L.Ginzburg ‎–۱۹۱۶) و
آنتونی جی. لگت
(Anthony J.Leggett ‎–۱۹۳۸)
به خاطر سهم پیشتاز آنها در نظریهٔ ابررساناها و ابرشاره‌ها
۲۰۰۴ دیوید جی. گروس
(David J.Geoss ‎–۱۹۴۱)،
اچ. دیوید پولیتزر
(H.David Politzer ‎–۱۹۴۹) و
فرانک ویلچک
(Frank Wilczek ‎–۱۹۵۱)
به خاطر کشف آزادی مجانبی در نظریهٔ برهم کنشهای قوی.
۲۰۰۵ روی جی گلابر
(Roy J.Glauber ‎–۱۹۲۵)
جان ال هال
(John L.Hall ‎–۱۹۳۴)
تئودور دبلیوهانش
(Theodor W.Hansch ‎–۱۹۴۱)
برای کارهای اساسی روی نظریهٔ کوانتومی همدوسی نوری و توسعهٔ طیف نمایی دقیق با لیزر.
۲۰۰۶ جان سی. متر
(John C.Matter ‎–۱۹۴۶)
جورج اف. اسموت
(George F. Smoot ‎–۱۹۴۵)
به خاطر کشف اینکه تابش زمینهٔ میکروموج کیهانی به شکل تابش جسم سیاه و ناهمسانگرد است
۲۰۰۷ پیتر گرونبرگ
(Peter Grunberg ‎–۱۹۳۹)
آلبرت فرت
(Albert Fert ‎–۱۹۳۸)
برای کشف مغناطومقاومت عظیم (GMR)

پاسخهای نکته‌های وارسی و پرسشها و مسئله‌های فرد

فصل ۱۷

نکته‌های وارسی

۱- C و D جاذبه؛ B و D جاذبه، ۲- (الف) به طرف چپ؛ (ب) به طرف چپ؛ (پ) به طرف چپ، ۳- (الف) a، c، b؛ کمتر از ۴- ۱۵e- (بار خالص ۳۰e- به طور مساوی تقسیم می‌شود)

پرسشها

۱- a، b، ۳- ۳، ۱، ۲، ۴ (صفر)، ۵- b و c یکسان، سپس a (صفر) ۷- $۲kq^۲/r^۲$ ، بالای صفحه ، ۹- (الف) یکسان؛ (ب) کمتر از ؛ (پ) حذف؛ (ت) جمع؛ (ث) جمع مؤلفه‌ها؛ (ج) جهت مثبت y؛ (چ) جهت منفی y؛(ح) جهت مثبت x؛ (خ) جهت منفی x.

مسئله‌ها

۱- ۱/۳۹m ۳- ۲/۸۱N ، ۵- ۰/۵۰۰ ۷- (الف) −۱/۰۰μC (ب) ۳/۰۰μC ۹- (الف) ۰/۱۷N ؛ (ب) −۰/۰۴۶N ۱۱- −۴/۰۰ ۱۳- (الف) ۱/۶۰N ، (ب) ۲/۷۷N ۱۵- (الف) −۱۴cm ؛ (ب) ۰؛ (پ) ۱۷- (الف) ۳۵N ؛ (ب) −۱۰° ؛ (پ) −۸/۴cm ؛ (ت) +۲/۷cm ۱۹- (الف) ۳/۰۰cm ؛ (ب) ۰ ؛ (پ) −۰/۴۴۴ ۲۱- (الف) ۰؛ (ب) ۱۲cm ؛ (پ) ۰ ؛ (ت) $۴/۹\times۱۰^{-۲۶}$ N، ۲۳- $۳/۸\times۱۰^{-۸}$ C، ۲۵- (الف) $۳/۲\times۱۰^{-۱۹}$ C؛ (ب) ۲، ۲۷- $۶/۳\times۱۰^{۱۱}$ ، ۲۹- ۱۲۲mA ۳۱- $۱/۳\times۱۰^{۷}$ C ، ۳۳- (الف) −۶/۰۵cm؛ (ب) ۶/۰۵cm ، ۳۵- (الف) ۰؛ (ب) $۱/۹\times۱۰^{-۹}$ N، ۳۷- (الف) ^{۹}B ؛ (ب) ^{۱۳}N ؛ (پ) ^{۱۲}C . ۳۹- $۱/۳۱\times۱۰^{-۲۲}$ N ، ۴۱- (الف) $۲/۰۰\times۱۰^{۱۹}$ الکترون؛ (ب) $۱/۳۳\times۱۰^{۱۰}$ الکترون، ۴۳- ۰/۱۹μC ، ۴۵- ۳/۸N ، ۴۷- (الف) $۸/۹۹\times۱۰^{۹}$ N ؛ (ب) ۸/۹۹kN ۴۹- $۱/۷\times۱۰^{۸}$ N، ۵۱- (الف) ۰/۵ ؛ (ب) ۰/۱۵؛ (پ) ۰/۸۵، ۵۳- (الف) $۵/۷\times۱۰^{۱۳}$ C، (ب) حذف؛ (پ) $۶/۰\times۱۰^{۵}$ kg، ۵۵- (ب) ۳/۱cm ، ۵۷- $-۱/۳۲\times۱۰^{۱۳}$ C ، ۵۹- (الف) $(۰/۸۲۹N)\hat{i}$ ؛ (ب) $(-۰/۶۲۱N)\hat{i}$ ۶۱- $۲/۲\times۱۰^{-۶}$ kg ، ۶۳- −۴۵μC ، ۶۵- (الف) $۵/۱\times۱۰^{۲}$ N ؛ (ب) $۷/۷\times۱۰^{۲۸}$ m/s^{۲}، ۶۷- $۴/۶۸\times۱۰^{-۱۹}$ N، ۶۹- ۱/۷۲۱ ؛ (ب).

فصل ۱۸

نکته‌های وارسی

۱- (الف) به طرف راست؛ (ب) به طرف چپ؛ (پ) به طرف چپ؛ (ت) به طرف راست (p و e دارای بار یکسان و p دورتر)، ۲- (الف) به طرف y مثبت؛ (ب) به طرف x مثبت؛ (پ) به طرف y منفی، ۳- (الف) به طرف چپ؛ (ب) به طرف چپ؛ (پ) کاهش، ۴- (الف) همگی یکسان؛ (ب) ۱ و ۳ یکسان، سپس ۲ و ۴ یکسان.

پرسشها

۱- a، b، c ، ۳- به چپ آنها؛ (ب) خیر، ۵- (الف) بلی؛ (ب) به طرف ؛ (پ) خیر (بردارهای میدان در راستای یک خط نیستند) ؛ (ت) حذف؛ (ث) جمع؛ (ج) جمع مؤلفه‌ها؛ (چ) به طرف y منفی، ۷- e ، b ، سپس a و c یکسان، سپس d (صفر) ۹- (الف) ۴، ۳، ۱، ۲؛ (ب) ۳، سپس ۱ و ۴ یکسان، سپس ۲، ۱۱- a ، b ، c

مسئله‌ها

۱- (الف) $۶/۴\times۱۰^{-۱۸}$ N ؛ (ب) ۲۰N/C، ۳- ۵۶pC، ۵- (الف) $۳/۰۷\times۱۰^{۲۱}$ N/C ، (ب) به بیرون ، ۷- −۳۰cm، ۹- $(۱/۰۲\times۱۰^{۵}\ \text{N/C})\hat{j}$ ، ۱۱- $۱/۳۸\times۱۰^{-۱۰}$ N/C؛ (ب) ۱۸۰° ، ۱۳- (الف) ۱۶۰N/C؛ (ب) ۴۵°، ۱۵- (الف) $۳/۶۰\times۱۰^{-۶}$ N/C؛ (ب) $۲/۵۵\times۱۰^{-۶}$ N/C؛ (پ) $۳/۶۰\times۱۰^{-۴}$ N/C؛ (ت) $۷/۰۹\times۱۰^{-۷}$ N/C؛ (ث) وقتی پروتون به قرص نزدیک می‌شود، نیروهای وارد بر آن از طرف الکترونهای e_s بیشتر حذف می‌شوند، ۱۷- (الف) −۹۰°؛ (ب) +۲/۰μC؛ (پ) −۱/۶μC، ۱۹- $qd/۴\pi\varepsilon_۰ r^۳$؛ (ب) −۹۰° ، ۲۳- ۰/۵۰۶، ۲۵- (الف) ۲۳/۸N/C؛ (ب) −۹۰°، ۲۷- (الف) $-۵/۱۹\times۱۰^{-۱۴}$ C/m؛ (ب) $۱/۵۷\times۱۰^{-۴}$ N/C ؛ (پ) −۱۸۰° ؛ (ت) $۱/۵۲\times۱۰^{-۸}$ N/C ؛ (ث) $۱/۵۲\times۱۰^{-۸}$ N/C، ۲۹- (الف) $۱/۶۲\times۱۰^{۶}$ N/C ؛ (ب) −۴۵°، ۳۱- ۱/۵۷ ۳۵- ۰/۳۴۶m، ۳۷- ۲۸٪، ۳۹- $۳/۵۱\times۱۰^{۱۵}$ m/s^{۲} ، ۴۱- $۶/۶\times۱۰^{-۱۵}$ N ، ۴۳- (الف) $۱/۵\times۱۰^{۳}$ N/C؛ (ب) $۲/۴\times۱۰^{-۱۶}$ N؛ (پ) بالا؛ (ت) $۱/۶\times۱۰^{-۲۶}$ N؛ (ث) $۱/۵\times۱۰^{۱۰}$، ۴۵- (الف) $۱/۹۲\times۱۰^{۱۲}$ m/s^{۲}؛ (ب) $۱/۹۶\times۱۰^{۵}$ m/s، ۴۷- −۵e، ۴۹- (الف) $۲/۷\times۱۰^{۶}$ m/s؛ (ب) ۱/۰kN/C، ۵۱- ۲۷μm ، ۵۳- (الف) ۰/۲۴۵N؛ (ب) −۱۱/۳°؛ (پ) ۱۰۸m ؛ (ت) −۲۱/۶m، ۵۵- (الف) $۲/۶\times۱۰^{-۱۰}$ N؛ (ب) $۳/۱\times۱۰^{-۸}$ N؛ (پ) به طرف کلاله حرکت می‌کند، ۵۷- (الف) $۹/۳۰\times۱۰^{-۱۵}$ C.m؛ (ب) $۲/۰۵\times۱۰^{-۱۱}$ J، ۵۹- $(۱/۲\pi)(pE/I)^{۰/۵}$، ۶۱- $۱/۲۲\times۱۰^{-۲۳}$ J ، ۶۳- ۲۱۷° ، ۶۵- (الف) ۴۷N/C ؛ (ب) ۲۷N/C، ۶۷- (الف) ۶/۰mm، (ب) ۱۸۰°، ۶۹- +۱/۰۰μC ، ۷۱- (الف) $۸/۸۷\times۱۰^{-۱۵}$ N؛ (ب) ۱۲۰، ۷۳- ۳۸N/C ، ۷۵- ۹/۳۰ ، ۷۷- (الف) −۰/۰۲۹C ؛ (ب) نیروهای دافعه کره را منفجر می‌کنند. ۷۹- (الف) −۱/۰cm ؛ (ب) ۰؛ (پ) ۱۰pC ، ۸۱- (الف) $-۱/۴۹\times۱۰^{-۲۶}$ J؛ (ب) $(-۱/۹۸\times۱۰^{-۲۶}\ \text{N.m})\hat{k}$ ؛ (پ)

$۳/۴۷\times۱۰^{-۲۶}$ J، ۸۳- ۶۱N/C، ۸۵- (الف) $(-۱/۸۰N/C)\hat{i}$؛ (ب) $(۴۳/۲N/C)\hat{i}$؛ (پ) $(-۶/۲۹N/C)\hat{i}$، ۸۷- (الف) سطر بالا: ۴، ۸، ۱۲؛ سطر وسط: ۵، ۱۰، ۱۴؛ سطر پایین: ۷، ۱۱، ۱۶؛ (ب) $۱/۶۳\times۱۰^{-۱۹}$ C

فصل ۱۹

نکته‌های وارسی

۱- (الف) $+EA$؛ (ب) $-EA$؛ (پ) ۰؛ (ت) ۰ ۲- (الف) ۲؛ (ب) ۳؛ (پ) ۱، ۳- (الف) برابر؛ (ب) برابر؛ (پ) برابر، ۴- ۳ و ۴ یکسان، سپس ۲، ۱

پرسشها

۱- همگی یکسان، ۳- (الف) $۸N.m^۲/C$؛ (ب) ۰، ۵- a، c سپس b و d یکسان (صفر)، ۷- (الف) همگی یکسان $(E=۰)$؛ (ب) همگی یکسان، ۹- همگی یکسان

مسئله‌ها

۱- $-۰/۰۱۵N.m^۲/C$، ۳- (الف) ۰؛ (ب) $-۳/۹۲N.m^۲/C$؛ (پ) ۰؛ (ت) ۰، ۵- $۲/۰\times۱۰^۵ N.m^۲/C$، ۷- $۳/۰۱nN.m^۲/C$، ۹- $۳/۵۴\mu C$، ۱۱- (الف) $۸/۲۳N.m^۲/C$ (ب) $۷۲/۹pC$؛ (پ) $۸/۲۳N.m^۲/C$؛ (ت) $۷۲/۹pC$، ۱۳- (الف) ۰؛ (ب) ۰/۰۴۱۷، ۱۵- $-۱/۷۰nC$، ۱۷- (الف) $۴/۵\times۱۰^{-۷} C/m^۲$؛ (ب) $۵/۱\times۱۰^۴$ N/C، ۱۹- (الف) $۳۷\mu C$؛ (ب) $۴/۱\times۱۰^۶ N.m^۲/C$، ۲۱- (الف) $-۳/۰\times۱۰^{-۶}$ C؛ (ب) $+۱/۳\times۱۰^{-۵}$ C، ۲۳- $۵/۰\mu C/m$، ۲۵- (الف) $۰/۳۲\mu C$؛ (ب) $۰/۱۴\mu C$، ۲۷- (الف) ۰/۲۱۴N/C؛ (ب) به داخل؛ (پ) ۰/۸۵۵N/C؛ (ت) به بیرون؛ (ث) $-۳/۴۰\times۱۰^{-۱۲}$ C؛ (ج) $-۳/۴۰\times۱۰^{-۱۲}$ C، ۲۹- (الف) $۲/۳\times۱۰^۶$ N/C؛ (ب) به بیرون؛ (پ) $۴/۵\times۱۰^۵$ N/C؛ (ت) به داخل، ۳۱- $۳/۸\times۱۰^{-۸} C/m^۲$، ۳۳- ۱/۵-، ۳۵- (الف) $۵/۳\times۱۰^۷$ N/C؛ (ب) ۶۰N/C، ۳۷- (الف) ۰؛ (ب) ۰؛ (پ) $(-۷/۹۱\times۱۰^{-۱۱} N/C)\hat{i}$، ۳۹- ۰/۴۴mm، ۴۱- $۵/۰nC/m^۲$، ۴۳- (الف) ۰؛ (ب) $۱/۳۱\mu N/C$؛ (پ) $۳/۰۸\mu N/C$؛ (ت) $۳/۰۸\mu N/C$، ۴۵- $-۷/۵nC$، ۴۷- (الف) $۲/۵۰\times۱۰^۴$ N/C؛ (ب) $۱/۳۵\times۱۰^۴$ N/C، ۴۹- $۱/۷۹\times۱۰^{-۱۱} C/m^۲$، ۵۱- (الف) ۰؛ (ب) ۵۶/۲mN/C؛ (پ) ۱۱۲mN/C؛ (ت) ۴۹/۹mN/C؛ (ث) ۰؛ (ج) ۰؛ (چ) $-۵/۰۰fC$ (ح) ۰، ۵۳- $۶K\varepsilon_۰r^۳$، ۵۵- (الف) ۷/۷۸fC؛ (ب) ۰؛ (پ) ۵/۵۸mN/C؛ (ت) ۲۲/۳mN/C، ۵۷- (الف) ۰/۱۲۵؛ (ب) ۰/۵۰۰، ۵۹- (الف) $+۲/۰ nC$؛ (ب) $-۱/۲nC$؛ (پ) $+۱/۲nC$؛ (ت) $+۰/۸۰nC$، ۶۱- (الف) ۵/۴N/C؛ (ب) ۶/۸N/C، ۶۳- (الف) ۰؛ (ب) $۲/۸۸\times۱۰^۴$ N/C، (پ) ۲۰۰N/C، ۶۵- $(۵/۶۵\times۱۰^۴ N/C)\hat{i}$، ۶۷- (الف) $-۲/۵۳\times۱۰^{-۲} N.m^۲/C$؛ (ب) $+۲/۵۳\times۱۰^{-۲} N.m^۲/C$، ۶۹- (الف) ۰؛ (ب) $q_a/۴\pi\varepsilon_۰r^۲$؛ (پ) $(q_a+q_b)/۴\pi\varepsilon_۰r^۲$، ۷۱- $-۱/۰۴nC$، ۷۳- ۳/۶nC، ۷۵- (الف) ۶۹۳kg/s؛ (پ) ۳۴۷kg/s؛ (ت) ۳۴۷kg/s؛ (ث) ۵۷۵kg/s، ۷۹- (الف) $+۴/۰\mu C$؛ (ب) $-۴/۰\mu C$، ۸۱- (الف) $۰/۲۵R$؛ (ب) $۲/۰R$

فصل ۲۰

نکتهٔ وارسی

۱- (الف) منفی؛ (ب) افزایش، ۲- (الف) مثبت؛ (ب) بیشتر؛ ۳- (الف) به طرف راست؛ (ب) ۱، ۲، ۳، ۵؛ مثبت؛ ۴- منفی، (پ) ۳ سپس ۱، ۲ و ۵ یکسان، سپس ۴، ۴- همه یکسان، ۵- a، c (صفر)، b، ۶- (الف) ۲، سپس ۱ و ۲ یکسان؛ (ب) ۳؛ (پ) شتاب به طرف چپ.

پرسشها

۱- (الف) ۱ و ۲؛ (ب) هیچ؛ (پ) خیر؛ (ت) ۱ و ۲، بلی؛ ۳ و ۴، خیر. ۳- $-۴q/۴\pi\varepsilon_۰d$ ۵- (الف) بالاتر؛ (ب) مثبت؛ (پ) منفی؛ (ت) همگی یکسان، ۷- (الف) ۳ و ۴ یکسان، سپس ۱ و ۲ یکسان؛ (ب) ۱ و ۲، افزایش؛ ۳ و ۴، کاهش، ۹- (الف) ۰؛ (ب) ۰؛ (پ) هر سه کمیت صفر

مسئله‌ها

۱- $۲/۸\times۱۰^۵$، ۳- (الف) $۳/۰\times۱۰^۵$ C؛ (ب) $۳/۶\times۱۰^۶$ J، ۵- ۸/۸mm ۷- (الف) $۱/۸۷\times۱۰^{-۲۱}$ J؛ (ب) $-۱۱/۷mV$، ۹- $-۳۲/۰V$ ۱۱- (الف) $-۰/۲۶۸mV$؛ (ب) $-۰/۶۸۱mV$ ۱۳- - (الف) ۳/۳nC؛ (ب) $۱۲nC/m^۲$، ۱۵- ۰/۵۶۲mV، ۱۷- (الف) ۶/۰cm؛ (ب) $-۱۲/۰cm$، ۱۹- (الف) ۰/۵۴mm؛ (ب) ۷۹۰V، ۲۱- $۱۶/۳\mu V$، ۲۳- (الف) $-۲/۳۰V$؛ (ب) $-۱/۷۸V$، ۲۵- ۲۴/۳mV؛ (ب) ۰، ۲۷- ۳۲/۴mV، ۲۹- $۴۷/۱\mu V$، ۳۱- ۱۳kV، ۳۳- ۱۸/۶mV، ۳۵- $(-۱۲V/m)\hat{i}+(۱۲V/m)\hat{i}$، ۳۷- $(-۴/۰\times۱۰^{-۱۶} N)\hat{i}+(۱/۶\times۱۰^{-۱۶} N)\hat{i}$، ۳۹- ۱۵۰N/C، ۴۱- $-۰/۱۹۲pJ$، ۴۳- الف) ۰/۹۰J؛ (ب) ۴/۵J، ۴۵- (الف) $+۶/۰\times۱۰^۴$ V؛ (ب) $-۷/۸\times۱۰^۵$ V؛ (پ) ۲/۵J؛ (ت) افزایش؛ (ث) یکسان (ج) یکسان، ۴۷- ۲/۵km/s، ۴۹- ۲۲km/s، ۵۱- (الف) ۰/۲۲۵J؛ (ب) $A۴۵/۰m/s^۲$، $B۲۲/۵m/s^۲$؛ (پ) $A۷/۷۵m/s$، $B۳/۸۷m/s$، ۵۳- ۰/۳۲km/s، ۵۵- (الف) پروتون؛ (ب) ۶۵/۳km/s، ۵۷- $۱/۶\times۱۰^{-۹}$ m، ۵۹- (الف) ۳/۰J؛ (ب) $-۸/۵m$، ۶۱- (الف) ۱۲؛ (ب) ۲، ۶۳- $۲/۵\times۱۰^{-۸}$ C، ۶۵- (الف) $-۱/۸\times۱۰^۲$ V؛ (ب) ۲/۹kV؛ (پ) $-۸/۹kV$، ۶۷- (الف) ۱۲kN/C؛ (ب) ۱/۸kV؛ (پ) ۵/۸cm، ۶۹- $۷/۰\times۱۰^۵$ m/s، ۷۱- (الف) ۱/۸cm؛ (ب) $۸/۴\times۱۰^۵$ m/s؛

(پ) $۲/۱\times۱۰^{-۱۲}$ N ؛ (ت) مثبت؛ (ث) $۱/۶\times۱۰^{-۱۷}$ N ؛ (ج) منفی، ۷۳- (الف) $+۷/۱۹\times۱۰^{-۱۰}$ V ؛ (ب) $+۲/۳۰\times۱۰^{-۲۸}$ J (پ) $+۲/۴۳\times۱۰^{-۲۹}$ J ، ۷۵- ۲/۱ روز، ۷۷- (الف) ۶۴N/C ؛ (ب) ۲/۹V ؛ (پ) ۰ ، ۷۹- $۲/۳۰\times۱۰^{-۲۸}$ J ، ۸۱- $۲/۳۰\times۱۰^{-۲۲}$ J ، ۸۳- (الف) $۳/۶\times۱۰^{۵}$ V ؛ خیر، ۸۵- $-۱/۹۲$MV، ۸۷- $۱/۴۸\times۱۰^{۷}$ m/s ،۸۹- $۶/۴\times۱۰^{۸}$ V ،۹۳- (الف) $Q/۴\pi\varepsilon_۰ r$ ؛ (ب) $(\rho/۳\varepsilon_۰)(۱/۵r_۲^۲-۰/۵۰r^۲-r_۱^۳r^{-۱})$ ، $\rho=Q/[(۴\pi/۳)(r_۲^۳-r_۱^۳)$ ؛ (پ) $(\rho/۲\varepsilon_۰)(r_۲^۲-r_۱^۲)$ ، با ρ مانند (ب) ؛ (ت) بلی ، ۹۵- $p/۲\pi\varepsilon_۰ r^۳$ ، ۹۷- ۲/۹۰kV ، ۹۹- (الف) ۰/۴۸۴Mev ؛ (ب) ۰ ، ۱۰۳- (الف) ۳۸s ؛ (ب) ۲۸۰ روز ، ۱۰۵- $-۱/۷$ ، ۱۰۷- ۱ ، ۱۰۹- (الف) ۱/۴۸nC؛ (ب) ۷۹۵V ، ۱۱۱- -۱۸۷V ، ۱۱۵- (پ) ۴/۲V

فصل ۲۱

نکته‌های وارسی

۱- (الف) یکسان؛ (ب) یکسان، ۲- (الف) کاهش؛ (ب) افزایش، (پ) کاهش ، ۳- (الف) V ، $q/۲$ ؛ (ب) $V/۲$، q

پرسشها

۱- a، ۲ ؛ b، ۱ ، c، ۳ ، ۳- a، متوالی؛ b موازی؛ c ، موازی ، ۵- (الف) خیر؛ (ب) بلی؛ (پ) همگی یکسان، ۷- (الف) یکسان؛ (ب) یکسان؛ (پ) بیشتر؛ (ت) بیشتر، ۹- موازی، $C_۱$ به تنهایی، $C_۲$ به تنهایی، متوالی، ۱۱- (الف) افزایش؛ (ب) یکسان؛ (پ) افزایش؛ (ت) افزایش؛ (ث) افزایش، (ج) افزایش

مسئله‌ها

۱- (الف) ۳/۵pF ؛ (ب) ۳/۵pF؛ (پ) ۵۷V ، ۳- $۶/۷۹\times۱۰^{-۴}$ F/m^۲ ، ۵- (الف) ۱۴۴pF ؛ (ب) ۱۷/۳nC ، ۷- ۰/۲۸۰pF ، ۹- ۳/۱۶μF ، ۱۱- ۳۱۵ mC ، ۱۳- (الف) ۷۸۹μC ؛ (ب) ۷۸/۹V ، ۱۵- ۴۳ pF ، ۱۷- (الف) ۳/۰۰μF ؛ (ب) ۶۰/۰μC ؛ (پ) ۱۰/۰V ؛ (ت) ۳۰/۰μC ؛ (ث) ۱۰/۰V ؛ (ج) ۲۰/۰μC ،(چ) ۵/۰۰V ، (ح) ۲۰/۰μC، ۱۹- (الف) ۵۰V ؛ (ب) $۵/۰\times۱۰^{-۵}$ C ؛ (پ) $۱/۵\times۱۰^{-۴}$ C ، ۲۱- ۳/۶pC ، ۲۳- (الف) ۴/۰μF ؛ (ب) ۲/۰μF ، ۲۵- (الف) $۴/۵\times۱۰^{۱۴}$ ؛ (ب) $۱/۵\times۱۰^{۱۴}$ ؛ (پ) $۳/۰\times۱۰^{۱۴}$ ؛ (ت) $۴/۵\times۱۰^{۱۴}$ ؛ (ث) بالا؛ (ج) بالا، ۲۷- (الف) ۹/۰۰μC ؛ (ب) ۱۶/۰μC ؛ (پ) ۹/۰۰μC ، (ت) ۱۶/۰μC ؛ (ث) ۸/۴۰μC ؛ (ج) ۱۶/۸μC ؛ (چ) ۱۰/۸μC ، (ح) ۱۴/۴μC ، ۲۹- ۰/۲۷J ، ۳۱- ۷۲F ، ۳۳- (الف) $۹/۱۶\times۱۰^{-۱۸}$ J/m^۳ ؛ (ب) $۹/۱۶\times۱۰^{-۶}$ J/m^۳ ، (پ) $۹/۱۶\times۱۰^{-۶}$ J/m^۳ ؛ (ت) $۹/۱۶\times۱۰^{-۱۸}$ J/m^۳ ؛ (ث) ∞ ، ۳۵- (الف) ۱۶/۰ V ؛ (ب) ۴۵/۱pJ ؛ (پ) ۱۲۰pJ ؛ (ت) ۷۵/۲pJ ، ۳۷- (الف) ۱۹۰V ؛ (ب) ۹۵mJ ، ۳۹- ۰/۱۱J/m^۳ ، ۴۱- پیرکس، ۴۳- ۸۱pF/m ، ۴۵- ۰/۶۳m^۲ ، ۴۷- ۶/۶μJ ، ۴۹- ۱۷/۳pF ، ۵۱- (الف) ۱۰kV/m ؛ (ب) ۵/۰nC ؛ (پ) ۴/۱nC ، ۵۳- (الف) ۰/۱۰۷nF ؛ (ب) ۷/۷۹nC ؛ (پ) ۷/۴۵nC ، ۵۵- (الف) ۸۹pF ؛ (ب) ۰/۱۲nF ؛ (پ) ۱۱nC ؛ (ت) ۱۱nC ؛ (ث) ۱۰kV/m ؛ (ج) ۲/۱kV/m ؛ (چ) ۸۸V ؛ (ح) $-۰/۱۷$μJ ، ۵۷- (الف) ۷/۲۰μC ؛ (ب) ۱۸/۰μC ؛ (پ) باتری فقط بارها را به صفحه‌هایی می‌دهد که به آنها متصل است؛ بارهای صفحه‌های دیگر ناشی از الکترونهای منتقل شده بین صفحه‌هاست که بنابر توزیع ولتاژ دو سر خازنها انجام می‌گیرد پس باتری به طور مستقیم باری به خازن ۴ نمی‌دهد. ۵۹- (الف) ۱۰μC ، (ب) ۲۰μC ، ۶۱- ۴۵μC ، ۶۳- ۱۶μC ، ۶۵- (الف) ۲/۴۰μF ؛ (ب) ۰/۴۸۰mC ؛ (پ) ۸۰V ؛ (ت) ۰/۴۸۰mC ، (ث) ۱۲۰V ، ۶۷- ۴۰μF ، ۶۹- (الف) ۲۰۰kV/m ؛ (ب) ۲۰۰kV/m؛ (پ) ۱/۷۷μC/m^۲؛ (ت) ۴/۶۰μC/m^۲؛ (ث) $-۲/۸۳$μC/m^۲، ۷۱- ۴/۹٪ ، ۷۳- ۱/۰۶nC ، ۷۵- (الف) ۰/۷۰۸pF ، (ب) ۰/۶۰۰ ؛ (پ) $۱/۰۲\times۱۰^{-۹}$ J ؛ (ت) به داخل کشیده می‌شود، ۷۷- ۵/۳V

فصل ۲۲

نکته‌های وارسی

۱- ۸A ، به طرف راست، ۲- (الف) – (پ) به طرف راست، ۳- a و c یکسان، سپس b ، ۴- وسیلهٔ ۲ ، ۵- (الف) و (ب) یکسان، سپس (ت)، سپس (پ)

پرسشها

۱- a ، b و c همه یکسان، سپس d ۳- یکسان بودن A ، B ، C و سپس یکسان بودن $A+B$ و $B+C$ ، سپس $A+B+C$ ، ۵- (الف) بالا- پایین، جلو- عقب، چپ- راست؛ (ب) بالا- پایین، جلو- عقب، چپ- راست؛ (پ) پایین- بالا، جلو- عقب، چپ- راست؛ (ت) بالا- پایین، جلو- عقب، چپ- راست، ۷- C ، B ، A ؛ (ب) همه یکسان؛ A ، B ، C ؛ (ت) همگی یکسان، ۹- (الف) B ، A ، C ؛ (ب) B ، A ، C

مسئله‌ها

۱- (الف) ۱/۲kC ؛ (ب) $۷/۵\times۱۰^{۲۱}$ ، ۳- ۶/۷μC/m^۲ ۵- ۰/۳۸mm ، ۷- (الف) ۶/۴A/m^۲ ؛ (ب) شمال؛ (پ) مساحت مقطع، ۹- ۱۳min ، ۱۱- ۱۸/۱μA ، ۱۳- (الف) ۱/۳۳A ؛ (ب) ۰/۶۶۶A ؛ (پ) J_a ، ۱۵- $۲/۰\times۱۰^{۶}$ $(\Omega.m)^{-۱}$ ، ۱۷- $۲/۰\times۱۰^{-۸}$ Ω.m ، ۱۹- ۲/۴Ω ، ۲۱- ۵۴Ω ، ۲۳- ۳/۰ ، ۲۵- $(۱/۸\times۱۰^{۳})$°C، ۲۷-

$۳/۳۵\times۱۰^{-۷}$ C ، ۲۹- $۸/۲\times۱۰^{-۴}$ Ω.m ، ۳۱- (الف) ۳۸/۳mA ؛ (ب) ۱۰۹A/$m^{۲}$ ؛ (پ) ۱/۲۸cm/s ؛ (ت) ۲۲۷V/m ، ۳۳- (الف) ۶/۰۰mA ؛ (ب) $۱/۵۹\times۱۰^{-۸}$ V ؛ (پ) ۲۱/۲nΩ ، ۳۵- ۹۸۱kΩ ، ۳۹- (الف) ۱/۰kW ؛ (ب) $۰/۲۵\$$ ، ۴۱- ۰/۱۳۵W ، ۴۳- (الف) ۱۰/۹A ؛ (ب) ۱۰/۶Ω ؛ (پ) ۴/۵۰MJ ، ۴۵- ۱۵۰s ، ۴۷- (الف) ۲۸/۸Ω ؛ (ب) $۲/۶۰\times۱۰^{۱۹}\ s^{-۱}$ ، ۴۹- (الف) ۵/۸۵m ؛ (ب) ۱۰/۴m ، ۵۱- (الف) $۴/۴۶\$$؛ (ب) ۱۴۴Ω ؛ (پ) ۰/۸۳۳A ، ۵۳- (الف) ۵/۱V ، (ب) ۱۰V ؛ (پ) ۱۰W ؛ (ت) ۲۰W ، ۵۵- (الف) $۲/۳\times۱۰^{۱۲}$ ؛ (ب) $۵/۰\times۱۰^{۳}$ ؛ (پ) ۱۰MV ، ۵۷- (الف) ٪۸/۶- ؛ (ب) کوچکتر، ۵۹- ۶۶۰W ۶۱- (الف) نقره؛ (ب) ۵۱/۶nΩ ، ۶۳- (الف) ۱/۳۷ ؛ (ب) ۰/۷۳۰ ، ۶۵- ۲۸/۸kC ، ۶۷- ۱۴۶kJ ، ۶۹- $۳/۰\times۱۰^{۶}$ J/kg ، ۷۱- ۲/۴kW ، ۷۳- ۵۶۰W ، ۷۵- (الف) ۲۵۰°C ؛ (ب) بلی

فصل ۲۳

نکته‌های وارسی

۱- (الف) به راست؛ (ب) همه یکسان؛ (پ) b ، سپس a و c یکسان؛ (ت) b ، سپس a و c یکسان ، ۲- (الف) همه یکسان ؛ (ب) $R_۱$ ، $R_۲$ ، $R_۳$ ، ۳- (الف) کمتر؛ (ب) بیشتر ؛ (پ) برابر ۴- (الف) $V/۲$ ، i (ب) V ، $i/۲$ ، ۵- (الف) ۱ ، ۲ ، ۴ ، ۳ ؛ (ب) ۴ ، ۱ و ۲ یکسان ؛ سپس ۳،

پرسشها

۱- (الف) متوالی؛ (ب) موازی؛ (پ) موازی، ۳- (الف) برابر؛ (ب) بیشتر ۵- موازی ، $R_۲$ ، $R_۱$ ؛ متوالی، ۷- (الف) یکسان؛ (ب) یکسان؛ (پ) کمتر، (ت) بیشتر، ۹- (الف) کمتر؛ (ب) کمتر؛ (پ) بیشتر، ۱۱- (الف) همگی یکسان؛ (ب) ۱ ، ۳ ، ۲

مسئله‌ها

۱- (الف) ۸۰J ؛ (ب) ۶۷J ؛ (پ) ۱۳J ، ۳- ۱۱kJ، ۵- (الف) ۱۴V ؛ (ب) $۱/۰\times۱۰^{۲}$ W ؛ (پ) $۶/۰\times۱۰^{۲}$ W؛ (ت) ۱۰V ؛ (ث) $۱/۰\times۱۰^{۲}$ W ، ۷- (الف) ۰/۵۰A ؛ (ب) ۱/۰W ؛ (پ) ۲/۰W ، (ت) ۶/۰W ؛ (ث) ۳/۰W ؛ (ج) تولید می‌شود؛ (چ) گرفته می‌شود، ۹- (الف) ۴/۰۰Ω ؛ (ب) موازی ، ۱۱- $۳/۶\times۱۰^{۳}$ A ، ۱۳- (الف) ۵۰V ؛ (ب) ۴۸V ؛ (پ) منفی، ۱۵ (الف) ۶/۹km ؛ (ب) ۲۰Ω ، ۱۷- (الف) ۰/۳۳۳A ؛ (ب) راست؛ (پ) ۷۲۰J ، ۱۹- ۸/۰Ω ، ۲۱- (الف) ۰/۰۰۴Ω، (ب) ۱ ، ۲۳- ۴/۵۰Ω ، ۲۵- ۵/۵۶A ، ۲۷- (الف) ۵۰mA ، (ب) ۶۰mA ؛ (پ) ۹/۰V ، ۲۹ $۳d$ ، ۳۱- ۴۸/۳V ؛ ۳۳- (الف) ۱۱V- ؛ (ب) ۹/۰V- ، ۳۵- ۱/۴۳Ω ، ۳۷- (الف) ۰/۶۷A ؛ (ب) پایین؛ (پ) ۰/۳۳A ؛ (ت) بالا؛ (ث) ۰/۳۳A ؛ (ج) بالا؛ (چ) ۳/۳V ، ۳۹- (الف) ۵/۲۵V ؛ (ب) ۱/۵۰V ؛ (پ) ۵/۲۵V ؛ (ت) ۶/۷۵V ، ۴۱- (الف) ۰/۱۵۰Ω ؛ (ب) ۲۴۰W ، ۴۳- (الف) ۰/۷۰۹W ؛ (ب) ۰/۰۵۰W ؛ (پ) ۰/۳۴۶W ؛ (ت) ۱/۲۶W ؛ (ث) ۰/۱۵۸W- ، ۴۵- ۹ ، ۴۷- (الف) ۱/۱۱A ؛ (ب) ۰/۸۹۳A ؛ (پ) ۱۲۶m، ۴۹- ٪۳/۰- ، ۵۱- (الف) ۰/۴۵A ، ۵۳- (الف) ۵۵/۲mA ؛ (ب) ۴/۸۶V ؛ (پ) ۸۸/۰Ω ؛ (ت) کاهش، ۵۷- ۴/۶۱، ۵۹- (الف) ۲/۴۱μs ؛ (ب) ۱۶۱pF ، ۶۱- ۰/۲۰۸ms، ۶۳- ۰/۷۲MΩ ، ۶۵- (الف) ۱/۱mA ؛ (ب) ۰/۵۵mA ؛ (پ) ۰/۵۵mA ؛ (ت) ۰/۸۲mA ؛ (ث) ۰/۸۲mA ؛ (ج) ۰ ، (چ) $۴/۰\times۱۰^{۲}$ V ؛ (ح) $۶/۰\times۱۰^{۲}$ V ، ۶۷- ۴۱۱ μA ، ۶۹- (الف) ۰/۹۵۵μC/s، (ب) ۱/۰۸μW ؛ (پ) ۲/۷۴μW ؛ (ت) ۳/۸۲μW ، ۷۱- (الف) ۳/۰kV؛ (ب) ۱۰s ؛ (پ) ۱۱GΩ ، ۷۳- (الف) ۲۴/۸Ω ؛ (ب) ۱۴/۹kΩ ، ۷۵- (الف) $۱/۳۲\times۱۰^{۷}$ A/$m^{۲}$ ، (ب) ۸/۹۰V؛ (پ) مس؛ (ت) $۱/۳۲\times۱۰^{۷}$ A/$m^{۲}$ ؛ (ث) ۵۱/۱V ؛ (ج) آهن، ۷۷- کابل، ۷۹- (الف) ۳/۰۰A ؛ (ب) ۳/۷۵A ؛ (پ) ۳/۹۴A ، ۸۱- ۲۰Ω (الف) ۳/۰۰A ؛ (ب) پایین؛ (پ) ۱/۶۰A ؛ (ت) پایین؛ (ث) تولید؛ (ج) ۵۵/۲W ؛ (چ) تولید؛ (ح) ۶/۴۰W ، ۸۵- (الف) ۸۵/۰Ω ؛ (ب) ۹۱۵Ω ، ۸۷- (الف) ۱/۰V ؛ (ب) ۵۰mΩ ۸۹- ۱۳μC- ، ۹۱- ۴/۰V ، ۹۳- ۳ ، ۹۷- (الف) ۱/۵mA ؛ (ب) ۰ ، (پ) ۱/۰mA ، ۹۹- (الف) ۰ ؛ (ب) ۱۴/۴W ، ۱۰۳- (الف) ۶۰/۰mA ؛ (ب) پایین؛ (پ) ۱۸۰mA ؛ (ت) چپ؛ (ث) ۲۴۰mA ؛ (ج) بالا ۱۰۵- (الف) ۴/۰A ؛ (ب) بالا؛ (پ) ۰/۵۰A ؛ (ت) پایین؛ (ث) ۶۴W؛ (ج) ۱۶W ؛ (چ) تولید می‌کند؛ (ح) جذب می‌کند، ۱۰۷- (الف) ۱/۰۰A ؛ (ب) ۲۴/۰W ، ۱۰۹- $۱/۰۰\times۱۰^{-۶}$ ۱۱۱- (ب) بلی.

فصل ۲۴

نکته‌های وارسی

۱- a، $+z$ ؛ b، $-x$ ، c، $\vec{F}_B = ۰$ ، ۲- (الف) ۲، سپس ۱ و ۳ یکسان (صفر) ؛ (ب) ۴ ، ۳- (الف) الکترون، (ب) ساعتگرد ۴- $-y$ ۵- (الف) همه یکسان؛ (ب) ۱ و ۴ یکسان، سپس ۲ و ۳ یکسان

پرسشها

۱- (الف) $\vec{F}_E$ ؛ (ب) $\vec{F}_B$ ، ۳- (الف) خیر چون $\vec{v}$ و $\vec{F}_B$ باید عمود باشند؛ (ب) بلی؛ (پ) خیر چون $\vec{B}$ و $\vec{F}_B$ باید عمود باشند، ۵- (الف) $+z$ و $-z$ یکسان، سپس $+y$ و $-y$

یکسان، سپس $+x$ و $-x$ یکسان (صفر)؛ (ب) $+y$، ۷- (الف) منفی؛ (ب) مساوی؛ (پ) مساوی؛ (ت) نیمدایره، ۹- (الف) $\vec{B}_1$ ؛ (ب) $\vec{B}_1$ به داخل صفحه، $\vec{B}_2$ به بیرون صفحه؛ (پ) کمتر، ۱۱- (الف) مثبت؛ (ب) ۱→۲ و ۴→۲ یکسان، سپس ۳→۲ (که صفر است).

مسئله‌ها

۱- (الف) $(6/2\times10^{-14}\,N)\hat{k}$ ؛ (ب) $(-6/2\times10^{-14}\,N)\hat{k}$، ۳- (الف) ۴۰۰km/s ؛ (ب) ۸۳۵eV ، ۵- ‎−۲/۰T‎، ۷- $-(0/267\,mT)\hat{k}$، ۹- $(-11/4\,V/m)\hat{i}-(6/00\,V/m)\hat{j}+(4/80\,V/m)\hat{k}$، ۱۱- ۰/۶۸MV/m ، ۱۳- ۷/۴μV ، ۱۵- (الف) $(-600\,mV/m)\hat{k}$؛ (ب) ۱/۲۰V، ۱۷- (الف) $2/05\times10^{7}$ m/s ؛ (ب) ۴۶۷μT ؛ (پ) ۱۳/۱MHz ؛ (ت) ۷۶/۳ns ، ۱۹- ۲۱/۱μT ، ۲۱- (الف) ۰/۹۷۸MHz ؛ (ب) ۹۶/۴cm ، ۲۳- $1/2\times10^{-9}$ kg/C ، ۲۵- (الف) $2/60\times10^{6}$ m/s؛ (ب) ۰/۱۰۹μs ؛ (پ) ۰/۱۴۰MeV ؛ (ت) ۷۰/۰kV ، ۲۷- ۶۵/۳km/s ، ۲۹- (الف) ۰/۳۵۸ns ؛ (ب) ۰/۱۶۶mm ؛ (پ) ۱/۵۱mm ، ۳۱- (الف) ۴۹۵mT ؛ (ب) ۲۲/۷mA ؛ (پ) ۸/۱۷MJ ، ۳۳- ۵/۰۷ns ، ۳۵- $2/4\times10^{2}$ m ، ۳۷- (الف) ۲۰۰eV ؛ (ب) ۲۰/۰keV ؛ (پ) ۰/۴۹۹٪، ۳۹- (الف) ۴۶۷mA ؛ (ب) راست، ۴۱- (الف) ۲۸/۲N ؛ (ب) به طور افقی غرب، ۴۳- $(-2/50\,mN)\hat{j}+(0/750\,mN)\hat{k}$، ۴۵- (الف) ۰/۱۰T ، (ب) ۳۱° ، ۴۷- $(-4/3\times10^{-3}\,N.m)\hat{j}$ ، ۴۹- ۰/۶۰μN ، ۵۱- (الف) ۵۴۲Ω ؛ (ب) متوالی، (پ) ۲/۵۲Ω ؛ (ت) موازی، ۵۳- ۲/۴۵A ، ۵۵- (الف) ۱۲/۷A ؛ (پ) ۰/۰۸۰۵N.m ، ۵۷- (الف) $0/30\,A.m^2$ ؛ (ب) ۰/۰۲۴N.m ، ۵۹- (الف) $2/86\,A.m^2$ ؛ (ب) $1/10\,A.m^2$ ، ۶۱- (الف) $-(9/7\times10^{-4}\,N.m)\hat{i}-(7/2\times10^{-4}\,N.m)\hat{j}+(8/0\times10^{-4}\,N.m)\hat{k}$ (ب) $-6/0\times10^{-4}$ J ، ۶۳- (الف) ۹۰° ؛ (ب) ۱ ؛ (پ) $1/28\times10^{-7}$ N.m ، ۶۵- (الف) ‎−۷۲/۰μJ‎ ؛ (ب) $(96/0\,\hat{i}+48/0\,\hat{k})\,\mu N.m$ ، ۶۷- ۱۲۷u ، ۶۹- (الف) ۲۰min ؛ (ب) $5/9\times10^{-2}$ N.m ، ۷۱- ۸/۲mm ، ۷۳- $(-500\,V/m)\hat{j}$ ، ۷۵- (الف) ۰/۵۰؛ (ب) ۰/۵۰ ؛ (پ) ۱۴cm ؛ (ت) ۱۴cm ، ۷۷- ‎−۴۰mC‎ ، ۷۹- (الف) $(12/8\,\hat{i}+6/41\,\hat{j})\times10^{-22}$ N ؛ (ب) ۹۰° ؛ (پ) ۱۷۳° ، ۸۱- (الف) $6/3\times10^{14}\,m/s^2$ ؛ (ب) ۳/۰mm ، ۸۳- (الف) ۱/۴ ؛ (ب) ۱/۰ ، ۸۵- $(0/80\,\hat{j}-1/1\,\hat{k})\,mN$

فصل ۲۵

نکته‌های وارسی

۱- b، c، a ۲- d، a و c یکسان، سپس b، ۳- d، a، b و c یکسان (صفر)

پرسشها

۱- c، d، سپس a و b یکسان (صفر)، ۳- a، c، b ۵- c، a، b، ۷- (الف) ۱، ۳، ۲ ؛ (ب) کمتر، ۹- c و d یکسان، سپس b و a، ۱۱- b، a، d، c (صفر).

مسئله‌ها

۱- (الف) ۱۶A ؛ (ب) شرق، ۳- (الف) ۳/۳μT ؛ (ب) بلی، ۵- (الف) ۰/۱۰۲μT ؛ (ب) به خارج، ۷- (الف) مخالف؛ (ب) ۳۰A ، ۹- (الف) ۴/۳A ؛ (ب) به خارج، ۱۱- (الف) ۱/۰mT ؛ (ب) به خارج؛ (پ) ۰/۸۰mT ؛ (ت) به خارج، ۱۳- $(-7/75\times10^{-23}\,N)\hat{i}$ ، ۱۵- ۲/۰۰rad ، ۱۷- ۵۰/۳nT ، ۱۹- $(80\,\mu T)\hat{j}$ ، ۲۱- ۱۳۲nT ، ۲۳- (الف) ۱/۷μT ؛ (ب) به داخل؛ (پ) ۶/۷μT ؛ (ت) به داخل، ۲۵- ۶۱/۳mA ، ۲۷- ۵/۰μT ، ۲۹- ۲۵۶nT ، ۳۱- $(22/3\,pT)\hat{j}$ ، ۳۳- (الف) ۲۰μT ؛ (ب) به داخل، ۳۵- ۸۸/۴pN/n ، ۳۷- ۸۰۰nN/m ، ۳۹- $(-125\,\mu N/m)\hat{i}+(41/7\,\mu N/m)\hat{j}$ ، ۴۱- $(3/20\,mN)\hat{j}$ ، ۴۳- (الف) − ‎−۲/۵μT.m‎ ؛ (ب) ۰ ، ۴۵- (الف) ۰ ؛ (ب) ۰/۸۵۰mT ؛ (پ) ۱/۷۰mT ؛ (ت) ۰/۸۵۰mT ، ۴۷- (الف) ۰ ؛ (ب) ۰/۱۰μT ؛ (پ) ۰/۴۰μT ، ۴۹- ۰/۳۰mT ، ۵۱- (الف) ۵۳۳μT ؛ (ب) ۴۰۰μT ، ۵۳- (الف) ۴/۷۷cm ؛ (ب) ۳۵/۵μT ، ۵۵- ۰/۲۷۲μA ، ۵۷- $0/47\,A.m^2$ ، ۵۹- (الف) $2/4\,A.m^2$؛ (ب) ۴۶cm ، ۶۱- (الف) $(0/060\,A.m^2)\hat{j}$ ؛ (ب) $(96\,pT)\hat{j}$ ، ۶۳- (الف) ۷۹μT ؛ (ب) $1/1\times10^{-6}$ N.m ، ۶۵- (الف) ۱۵/۳μT ، ۶۷- (الف) ۱۵A ؛ (ب) $-z$ ، ۶۹- ۷/۷mT ، ۷۱- (الف) $(0/24\,\hat{i})\,nT$؛ (ب) ۰، (پ) $(-43\,\hat{k})\,pT$؛ (ت) $(0/14\,\hat{k})\,nT$ ، ۷۳- ۱/۲۸mm ، ۷۵- $(-0/20\,mT)\hat{k}$ ، ۸۵- (الف) ۴/۸mT ؛ (ب) ۰/۹۳mT ؛ (پ) ۰ ، ۹۳- (الف) $\mu_0 ir/2\pi c^2$ ؛ (ب) $\mu_0 i/2\pi r$؛ (پ) $\mu_0 i(a^2-r^2)/2\pi(a^2-b^2)r$ ؛ (ت) ۰

فصل ۲۶

نکته‌های وارسی

۱- b، سپس d و e یکسان و سپس a و c یکسان (صفر) ۲- a و b یکسان، سپس c (صفر)، ۳- c و d یکسان، سپس a و b یکسان، ۴- b خارج، c خارج؛ d داخل، e داخل، ۵- d و e، ۶- (الف) ۲، ۳، ۱ (صفر)؛ (ب) ۲، ۳، ۱، ۷- a و b یکسان، سپس c

پرسشها

۱- (الف) همگی یکسان (صفر)؛ (ب) ۲، سپس ۱ و ۳ یکسان (صفر)، ۳- خارج، d و c یکسان، سپس b، a، ۷- (الف) همگی یکسان (صفر)؛ (ب) ۱ و۲ یکسان، سپس ۳ ؛ (پ)

همگی یکسان (صفر)، ۹- (الف) بیشتر؛ (ب) یکسان؛ (پ) یکسان؛ (ت) یکسان (صفر)

مسئله‌ها

۱- (الف) ۳۱mV؛ (ب) چپ، ۳- ۰/۱۹۸mV ، ۵- ۳۰mA، ۷- ۰، ۹- ۰، ۱۱- (الف) ۲۱/۷V ، (ب) پادساعتگرد، ۱۳- (ب) $۰/۷۹۶m^۲$ ، ۱۵- (الف) ۴۰Hz ؛ (ب) ۳/۲mV ، ۱۷- ۵/۵۰kV ، ۱۹- ۲۹/۵mC ، ۲۱- (الف) $\mu_0 iR^۲\pi r^۲/۲x^۳$ ؛ (ب) $۳\mu_0 i\pi R^۲r^۲v/۲x^۴$؛ (پ) پادساعتگرد، ۲۳- (الف) $۱/۲۶\times۱۰^{-۴}$ T ؛ (ب) ۰ ؛ (پ) $۱/۲۶\times۱۰^{-۴}$ T ؛ (ت) بلی؛ (ث) $۵/۰۴\times۱۰^{-۸}$ V ، ۲۵- (الف) ۸۰μV ؛ (ب) ساعتگرد، ۲۷- – (الف) ۱۳μWb/m ؛ (ب) ٪۱۷، (پ) ۰ ، ۲۷- (الف) ۱۳μWb/m ؛ (ب) ٪۱۷، (پ) ۰ ، ۲۹- ۳/۶۸μW ، ۳۱- (الف) ۴۸/۱mV ؛ (ب) ۲/۶۷mA ؛ (پ) ۰/۱۲۹mW ، ۳۳- (الف) ۰/۶۰V ؛ (ب) بالا ؛ (پ) ۱/۵A ؛(ت) ساعتگرد؛ (ث) ۰/۹۰W ؛ (ج) ۰/۱۸N ؛ (چ) ۰/۹۰W ، ۳۵- (الف) ۲۴۰μV؛ (ب) ۰/۶۰۰mA ؛ (پ) ۰/۱۴۴μW ؛ (ت) $۲/۸۷\times۱۰^{-۸}$ N ؛ (ث) ۰/۱۴۴μW ، ۳۷- (الف) ۷۱/۵μV/m ؛ (ب) ۱۴۳μV/m ، ۳۹- ۰/۱۵V/m ، ۴۱- (الف) ۲/۴۵mWb ؛ (ب) ۰/۶۴۵mH ، ۴۳- ۱/۱۸μH/m ، ۴۵- (الف) کاهش؛ (ب) ۰/۶۸mH ، ۴۷- (ب) $L_{eq}=\Sigma L_j$ ، مجموع از $j=۱$ تا $j=N$ ، ۴۹- ۵۹/۳mH ، ۵۱- ۶/۹۱ ، ۵۳- ۴۶Ω ، ۵۵- (الف) ۸/۴۵ns ؛ (ب) ۷/۳۷mA ، ۵۷- (الف) ۱/۵s ، ۵۹- (الف) $i[۱-\exp(-Rt/L)]$ ؛ (ب) $(L/R)\ln ۲$ ، ۶۱- ۲۵/۶ms ، ۶۳- (الف) ۹۷/۹H ؛ (ب) ۰/۱۹۶mJ ، ۶۵- (الف) ۱۸/۷J ؛ (ب) ۵/۱۰J ؛ (پ) ۱۳/۶J ، ۶۷- $۱/۵\times۱۰^۸$ V/m ، ۶۹- (الف) $۳۴/۲J/m^۳$ ؛ (ب) ۴۹/۴mJ ، ۷۱- (الف) $۱/۰J/m^۳$ ؛ (ب) $۴/۸\times۱۰^{-۱۵}$ $J/m^۳$ ، ۷۳- (الف) ۱/۶۷mH ؛ (ب) ۶/۰۰mWb ، ۷۵- (ب) دارای دورهایی از دو سیم پیچ است که در دو جهت مخالف پیچیده شده‌اند. ۷۷- ۱۳μH ، ۷۹- (الف) $(۴/۴\times۱۰^۷\ m/s^۲)\hat{i}$ ؛ (ب) ۰ ، (پ) $(-۴/۴\times۱۰^۷\ m/s^۲)\hat{i}$ ، ۸۱- (الف) ۰/۴۰V ؛ (ب) ۲۰A ، ۸۳- ۱/۱۵W ، ۸۵- (الف) ۲/۰A ؛ (ب) ۰ ؛ (پ) ۲/۰A ؛ (ت) ۰ ؛ (ث) ۱۰V ؛ (ج) ۲/۰A/s ؛ (چ) ۲/۰A ؛ (ح) ۱/۰A ؛ (خ) ۳/۰A ؛ (د) ۱۰V ، (ذ) ۰ ؛ (ر) ۰ ، ۸۷- ۰/۵۲۰mF ، ۸۹- ۱۲A/s ، ۹۱- (الف) ۱۰A ؛ (ب) $۱/۰\times۱۰^۲$ J ، ۹۳- (الف) ۲۰A/s ؛ (ب) ۰/۷۵A ، ۹۵- (الف) ۰ ؛ (ب) $۸/۰\times۱۰^۲$ A/s ؛ (پ) ۱/۸mA ؛ (ت) $۴/۴\times۱۰^۲$ A/s ؛ (ث) ۴/۰mA ؛ (ج) ۰ ، ۹۷- (الف) ۱۰μT ؛ (ب) خارج؛ (پ) ۳/۳μT ؛ (ت) خارج، ۹۹- (الف) ۳/۲۸ms ؛ (ب) ۶/۴۵ms ؛ (پ) بینهایت زمان؛ (ت) ۰ ؛ (ث) ۳/۰۰ms ، ۱۰۱- (الف) ۴۰۰A/s ؛ (ب) ۲۰۰A/s ؛ (پ) ۰/۶۰۰A ؛ ۱۰۳- ۲۱mA

فصل ۲۷

نکته‌های وارسی

۱- (الف) $T/۲$ ؛ (ب) T ؛ (پ) $T/۲$ ؛ (ت) $T/۴$ ۲- (الف) $۵V$ ؛ (ب) ۱۵۰μJ ۳- (الف) یکسان می‌ماند، (ب) یکسان می‌ماند، ۴- (الف) C ، B ، A ؛ (ب) ۱ ، A ؛ ۲ ، B ؛ ۳ ، S ؛ ۴ ، C ، (پ) A ، ۵- (الف) یکسان می‌ماند؛ (ب) افزایش ۶- (الف) ۱ ، عقب می‌ماند؛ ۲ ، جلو می‌افتد؛ ۳ ، همفاز ؛ (ب) ۳ (وقتی $\omega_d=\omega$ ، $X_L=X_C$) ، ۷- (الف) افزایش (مدار اساساً خازنی است؛ C افزایش می‌یابد تا X_C کاهش یابد و برای بیشینهٔ P_{avg} به تشدید نزدیک شود؛ (ب) نزدیکتر ، ۸- (الف) بزرگتر؛ (ب) افزاینده.

پرسشها

۱- (الف) $T/۴$ ؛ (ب) $T/۴$؛ (پ) $T/۲$ ؛ (ت) $T/۲$ ۳- b ، a ، c ۵- c ، b ، a ۷- a القاگر؛ b مقاومت؛ c خازن، ۹- (الف) به طرف راست، افزایش (X_L افزایش نزدیک به تشدید)؛ به طراف راست، افزایش (X_C کاهش، نزدیکتر به تشدید)؛ (ب) به طرف راست، افزایش (X_C کاهش می‌یابد، نزدیکتر به تشدید)؛ (پ) به طرف راست، افزایش (ω_d/ω افزایش، نزدیک به تشدید) ۱۱- (الف) مثبت؛ (ب) کاهش (X_L کاهش می‌یابد و به تشدید نزدیک می‌شود)؛ (پ) کاهش (X_C افزایش می‌یابد و به تشدید نزدیک می‌شود)

مسئله‌ها

۱- (الف) ۶/۰۰μs ؛ (ب) ۱۶۷kHz ؛ (پ) ۳/۰۰μs ، ۳- ۴۵/۲mA ، ۵- (الف) ۱/۱۷μJ ؛ (ب) ۵/۵۸mA ، ۷- (الف) ۱/۲۵kg ؛ (ب) ۳۷۲N/m ؛ (پ) $۱/۷۵\times۱۰^{-۴}$ m ؛ (ت) ۳/۰۲mm/s ، ۹- $۷/۰\times۱۰^{-۴}$ s ، ۱۱- (الف) ۲۷۵Hz ؛ (ب) ۳۶۵mA ، ۱۳- (الف) ۳/۰nC ؛ (ب) ۱/۷mA ، (پ) ۴/۵nJ ، ۱۵- (الف) ۶/۰ ؛ (ب) ۳۶pF ؛ (پ) ۰/۲۲mH ، ۱۷- (الف) ۳۵۶μs ؛ (ب) ۲/۵۰mH ؛ (پ) ۳/۲۰mJ ، ۱۹- (الف) ۱/۹۸μJ ؛ (ب) ۵/۵۶μC ؛ (پ) ۱۲/۶mA ؛ (ت) °۴۶/۹- ؛ (ث) °۴۶/۹+ ، ۲۱- (الف) ۰/۱۸۰mC ؛ (ب) ۷۰/۷μs ؛ (پ) ۶۶/۷W ، ۲۵- ۸/۶۶mΩ ، ۲۹- (الف) ۰/۶۵kHz؛ (ب) ۲۴Ω ، ۳۱- (الف) ۹۵/۵mA ؛ (ب) ۱۱/۹mA ، ۳۳- (الف) ۶/۷۳ms ؛ (ب) ۱۱/۲ms ؛ (پ) القاگر؛ (ت) ۱۳۸mH، ۳۵- (الف) ۲۶۷Ω ؛ (ب) °۴۲/۵- ، (پ) ۱۳۵mA ، ۳۷- (الف) ۲۱۸Ω؛ (ب) °۲۳/۴ ؛ (پ) ۱۶۵mA ، ۳۹- (الف) ۲۰۶Ω ؛ (ب) °۱۳/۷؛ (پ)

۱۷۵mA ، ۴۱- ۷/۶۱A ، ۴۳- ۸۹Ω ، ۴۵- (الـــف) ۲۲۴rad/s ؛ (ب) ۶/۰۰A ؛ (پ) ۲۱۹rad/s ؛ (ت) ۲۲۸rad/s ؛ (ث) ۰/۰۴۰ ، ۴۷- (الـف) بلـی، (ب) ۱/۰kV ، ۵۱- (الـف) ۷۹۶Hz ؛ (ب) بـدون تغییـر؛ (پ) کـاهش؛ (ت) افزایش، ۵۳- ۱/۸۴A، ۵۵- (الف) ۱۲/۱Ω ؛ (ب) ۱/۱۹kW ، ۵۷- (الف) ۰/۷۴۳ ؛ (ب) تقدم؛ (پ) خازنی؛ (ت) خیر؛ (ث) بلی؛ (ج) خیر، (چ) بلی؛ (ح) ۳۳/۴W ، ۵۹- (الف) ۱۱۷μF ؛ (ب) ۰ ؛ (پ) ۹۰/۰W ؛ (ت) ۰° ؛ (ث) ۱ ؛ (ج) ۰ ؛ (چ) -۹۰° ؛ (ح) ۰ ، ۶۱- (الف) ۲/۵۹A ؛ (ب) ۳۸/۸۷V ؛ (پ) ۱۵۹V ؛ (ت) ۲۲۴V ؛ (ث) ۶۴/۲V ؛ (ج) ۷۵/۰V؛ (چ) ۱۰۰W ؛ (ح) ۰، (خ) ۰ ۶۳- (الف) ۲/۴V ؛ (ب) ۳/۲mA؛ (پ) ۰/۱۶A ، ۶۵- (الف) ۱/۹V ؛ (ب) ۵/۹W ؛ (پ) ۱۹V ؛ (ت) ۵/۹×۱۰^{2} W ؛ (ث) ۰/۱۹kV (ج) ۵۹kW ، ۶۹- (الـف) ۳۹/۱Ω ؛ (ب) ۲۱/۷Ω ؛ (پ) خـازنی، ۷۱- (الـف) ۴۵/۰° ؛ (ب) ۷۰/۷Ω ، ۷۳- (الـــف) ۰/۶۸۹μH ؛ (ب) ۱۷/۹pJ ؛ (پ) ۰/۱۱۰μC ، ۷۵- (الـــف) ۲/۴۱μH ؛ (ب) ۲۱/۴pJ ؛ (پ) ۸۲/۲nC ، ۷۷- (الـــف) ۶۴/۰Ω ؛ (ب) ۵۰/۹Ω ؛ (پ) خـازنی، ۷۹- (الـف) -۰/۴۰۵rad ؛ (ب) ۲/۷۶A ؛ (پ) خـــازنی، ۸۱- ۱/۸۴kHz ؛ ۸۳- (الـــف) ۰/۵۷۷Q ؛ (ب) ۰/۱۵۲ ، ۸۷- (الـــف) ۶/۷۳ms ، (ب) ۲/۲۴ms ؛ (پ) خازن؛ (ت) ۵۹/۰μF ، ۹۱- (الف) ۱۶۵Ω ؛ (ب) ۳۱۳mH ؛ (پ) ۱۴/۹μF ، ۹۳- (الـف) ۱۶۸Ω ؛ (ب) کـاهش؛ (پ) کـاهش؛ (ت) کـاهش، ۹۵- ۷/۰۸mH، ۹۷- (الـــف) ۴/۰۰μF ، ۵/۰۰μF ، ۵/۰۰μF ، ۵/۰۰μF ، (ب) ۱/۷۸kHz ، ۱/۵۹kHz ، ۱/۵۹kHz ، ۱/۵۹kHz (پ) ۱۲/۰Ω ، ۱۲/۰Ω ، ۶/۰۰Ω ، ۴/۰۰Ω ؛ (ت) ۱۹/۸Ω ، ۲۲/۴Ω ، ۱۹/۹Ω، ۱۹/۴Ω ؛ (ث) ۰/۶۰۵A ، ۰/۵۳۵A ؛ ۰/۶۰۳A ، ۰/۶۱۹A

فصل ۲۸

نکته‌های وارسی

۱- d ، b ، c ، a (صفر) ، ۲- a ، c ، b ، d (صفر) ۳- b ، c و d یکسان، سپس a ، ۴- (الف) ۲ ؛ (ب) ۱ ، ۵- (الف) دور؛ (ب) دور؛ (پ) کمتر، ۶- (الف) به طرف؛ (ب) به طرف؛ (پ) کمتر

پرسشها

۱- کاهش؛ (ب) کاهش ۳- $1a$ ، $2b$ ، $3c$ و d ۵- (الف) a و b یکسان سپس c ، d ؛ (ب) هیچ‌کدام (چون صفحه فاقد تقارن دایره‌ای است، $\vec{B}$ بر هیچ حلقه دایره‌ای مماس نیست) ؛ (پ) هیچ‌یک، ۷- (الف) ۱ بالا، ۲ بالا ، ۳ پایین؛ (ب) ۱ پایین، ۲ بالا، ۳ صفر، ۹- باید انرژی داد، ۱۱- (الف) ۱ ، ۳ ، ۲ ؛ (ب) ۲

مسئله‌ها

۱- +۳Wb ، ۳- (الف) ۴۷/۴μWb ؛ (ب) به طرف داخـل ، ۵- ۲/۴×۱۰^{13}V/ms ، ۷- (الـــف) ۱/۹pT ، ۹- (الـــف) ۱/۱۸×۱۰$^{-19}$T ؛ (ب) ۱/۰۶×۱۰$^{-19}$T ، ۱۱- (الـــف) ۵/۰۱×۱۰$^{-22}$T ؛ (ب) ۴/۵۱×۱۰$^{-22}$T ، ۱۵- ۷/۵×۱۰^{5} V/s ، ۱۷- (الف) ۰/۶۳μT ؛ (ب) ۲/۳×۱۰^{12}V/m.s ، ۱۹- (الـف) ۰/۷۱A ؛ (ب) ۰ ؛ (پ) ۲/۸A ، ۲۱- (الـف) ۲/۰A ؛ (ب) ۲/۳×۱۰^{11}V/m.s ، (پ) ۰/۵۰A ؛ (ت) ۰/۶۳μT.m ، ۲۳- (الـــف) ۰/۳۲۴V/m ؛ (ب) ۲/۸۷×۱۰$^{-16}$A ؛ (پ) ۲/۸۷×۱۰$^{-18}$ ، ۲۵- (الـف) ۷۵/۴nT ؛ (ب) ۶۷/۹nT ، ۲۷- (الـف) ۲۷/۹nT ؛ (ب) ۱۵/۱nT ، ۲۹- (الـف) ۷/۶۰μA ؛ (ب) ۸۵۹kV.m/s ؛ (پ) ۳/۳۹mm ، (ت) ۵/۰۶pT ، ۳۱- ۵۵μT ، ۳۳- (الـــف) -۹/۳×۱۰$^{-24}$J/T ؛ (ب) ۱/۹×۱۰$^{-23}$J/T ، ۳۵- (الـف) ۰ ؛ (ب) ۰ ؛ (پ) ۰ ؛ (ت) ±۳/۲×۱۰$^{-25}$J ؛ (ث) -۳/۲×۱۰$^{-34}$J.s ؛ (ج) ۲/۸×۱۰$^{-23}$J/T ؛ (چ) -۹/۷×۱۰$^{-25}$J ؛ (ح) ±۳/۲×۱۰$^{-25}$J ، ۳۷- (ب) $+x$ ؛ (پ) ساعتگرد؛ (ت) $+x$ ، ۳۹- ۲۰/۸mJ/T ، ۴۱- بلی، ۴۳- (ب) K_i/B ؛ (پ) $-z$ ؛ (ت) ۰/۳۱kA/m ، ۴۷- (الـــف) ۳/۰μT ؛ (ب) ۵/۶×۱۰$^{-10}$ eV ، ۴۹- ۵/۱۵×۱۰$^{-24}$A.m^{2} ، ۵۱- (الـف) ۰/۱۴A ؛ (ب) ۷۹μC ، ۵۳- (الـف) ۱/۸×۱۰^{2} km ؛ (ب) ۲/۳×۱۰$^{-5}$ ، ۵۷- (الـف) ۶/۳×۱۰^{8}A ؛ (ب) بلی؛ (پ) خیر، ۵۹- (الف) ۲۷/۵mm ؛ (ب) ۱۱۰mm ، ۶۱- (الف) ۷ ؛ (ب) ۷ ؛ (پ) ۳h/۲π ؛ (ت) ۳eh/۴πm ؛ (ث) ۳/۵h/۲π ؛ (ج) ۸ ، ۶۳- (الـف) ۹ ؛ (ب) ۳/۷۱×۱۰$^{-23}$ J/T (پ) +۹/۲۷×۱۰$^{-24}$ J ؛ (ت) -۹/۲۷×۱۰$^{-24}$ J ، ۶۵- ۰/۸۴kJ/T ، ۶۷- (الـــف) -۸/۸×۱۰^{15} V/m.s ؛ (ب) ۵/۹×۱۰$^{-7}$ T.m ، ۶۹- (الـف) [(۱/۲×۱۰$^{-13}$ T)$\exp[-t/$(۰/۰۱۲۶)$]$]؛(ب) ۵/۹×۱۰$^{-15}$T ، ۷۱- ۸/۰A ، ۷۳- (ب) $-x$ ؛ (پ) پادسـاعتگرد؛ (ت) $-x$ ، ۷۵- (ب) علامت منفی است؛ (پ) خیر، چـون شـار مثبت جبـران کننده‌ای از قسمت باز انتهایی نزدیک آهنربا می‌گذرد

فصل ۲۹

نکته‌های وارسی

۱- (الـف) (از شـکل ۲۹-۵ اسـتفاده کنیـد.) در طـرف راسـت مسـتطیل ، $\vec{E}$ در جهـت منفـی y؛ در طـرف چـپ، $\vec{E}+d\vec{E}$ بزرگتر و در همان جهت ؛ (ب) $\vec{E}$ به طـرف پـایین. در طـرف راست، $\vec{B}$ در جهت منفی z ، در طرف چپ، $\vec{B}+d\vec{B}$ بزرگتـر و در همان جهت، ۲- جهت مثبت x. ۳- (الـف) یکسـان (ب) کاهش؛ ۴- a ، d ، b ، c (صفر) ، ۵- a

پرسشها

۱- (الف) جهت مثبت z ؛ (ب) x ، ۳- (الف) و (ب) $A=۱$ ، $n=۴$ ، $\theta=۳۰°$ ، ۵- (الف) یکسان؛ (ب) افزایش؛ (پ) کاهش، ۷- a ، b ، c ، ۹- هیچ‌یک، ۱۱- B

مسئله‌ها

۱- (الف) ۵۱۵nm ؛ (ب) ۶۱۰nm ؛ (پ) ۵۵۵nm ؛ (ت) $۵/۴۱\times۱۰^{۱۴}$ Hz ؛ (ث) $۱/۸۵\times۱۰^{-۱۵}$ s ، ۳- ۷/۴۹GHz، ۵- $۵/۰\times۱۰^{-۲۱}$H ، ۷- ۰/۱۰MJ ، ۹- (الف) ۶/۷nT ؛ (ب) y؛ (پ) جهت منفی y، ۱۱- ۱/۲MW/m^{۲} ، ۱۳- (الف) ۶/۷nT؛ (ب) ۵/۳mW/m^{۲} ؛ (پ) ۶/۷W ، ۱۵- (الف) ۱/۰۳kV/m ؛ (ب) ۳/۴۳μT ، ۱۷- (الف) ۸۷mV/m ؛ (ب) ۰/۲۹nT ؛ (پ) ۶/۳kW ، ۱۹- $۵/۹\times۱۰^{-۸}$ Pa ، ۲۱- $۱/۰\times۱۰^{۷}$ Pa ، ۲۵- (الف) $۱/۰\times۱۰^{۸}$ Hz؛ (ب) $۶/۳\times۱۰^{۸}$ rad/s ؛ (پ) ۲/۱m$^{-۱}$ ، (ت) ۱/۰μT ؛ (ث) z؛ (ح) $۱/۲\times۱۰^{۲}$ W/m^{۲} ، (چ) $۸/۰\times۱۰^{-۷}$ N ؛ (ح) $۴/۰\times۱۰^{-۷}$ Pa ۲۷- ۱/۹mm/s ، ۲۹- (الف) $۴/۶۸\times۱۰^{۱۱}$ W؛ (ب) هر شانس برای اغتشاش می‌تواند کره را از بالای چشمهٔ نور حرکت دهد- دو بردار نیرو دیگر در راستای یک محور نیستند، ۳۱- (الف) ۱۷μm -؛ (ب) به طرف خورشید ، ۳۳- ۴/۴W/m^{۲} ، ۳۵- ۳/۱٪ ، ۳۷- (الف) ۱/۹V/m؛ (ب) $۱/۷\times۱۰^{-۱۱}$ Pa ، ۳۹- ۲۰° یا ۷۰° ؛ ۴۱- ۰/۶۷ ، ۴۳- (الف) ۲ برگه؛ (ب) ۵ برگه، ۴۵- ۱/۴۸، ۴۷- ۱۸۰° ، ۴۹- ۱/۲۶ ، ۵۱- ۱/۰۷ ، ۵۳- (الف) ۵۶/۹° ؛ (ب) ۳۵/۳° ، ۵۷- ۱۸۲cm ، ۵۹- (الف) ۲۶/۸° ؛ (ب) بلی، ۶۱- (الف) ۱/۳۹ ؛ (ب) ۲۸/۱° ، (پ) خیر، ۶۳- ۲۳/۲° ، ۶۵- (الف) ۴۸/۹° ؛ (ب) ۲۹/۰° ، ۶۷- (الف) $(1+\sin^{2}\theta)^{۰/۵}$ ؛ (ب) $۲^{۰/۵}$ ؛ (پ) بلی؛ (ت) خیر، ۶۹- ۴۹/۰° ، ۷۱- (پ) ۱۳۷/۶° ؛ (ت) ۱۳۹/۴° ؛ (ث) ۱/۷° ، ۷۳- ۱/۲۲، ۷۷- الف) ۰/۵۰ms ؛ (ب) ۸/۴min ؛ (پ) ۲/۴h ؛ (ت) ۵۴۴۶B.C. ، ۷۹- (الف) $(۱۶/۷\text{nT})\sin[(۱/۰۰\times۱۰^{۶}\text{m}^{-۱})z+(۳/۰۰\times۱۰^{۱۴}\text{s}^{-۱})t]$؛ (ب) ۶/۲۸$\mu$m ؛ (پ) ۲۰/۹fs ؛ (ت) ۳۲/۲mW/m^{۲} ؛ (ث) x ؛ (ج)فروسرخ، ۸۱- (الف) ۸۳N/m^{۲} ؛ (ب) ۱/۷MW، ۸۳- (الف) ۳/۵μW/m^{۲}؛ (ب) ۰/۷۸μW؛ (پ) $۱/۵\times۱۰^{-۱۷}$W/m^{۲} ؛ (ت) $۱/۱\times۱۰^{-۷}$ V/m ، (ث) ۰/۲۵fT ، ۸۵- ۳۵° ، ۸۷- (الف) ۵۵/۸° ؛(ب) ۵۵/۵°، ۸۹- (الف) محور z ؛ (ب) $۷/۵\times۱۰^{۱۴}$ Hz ؛ (پ) ۱/۹kW/m^{۲}، ۹۱- (الف) سفید؛ (ب) سفید در انتها متمایل به قرمز؛ (پ) بدون شکست نور، ۹۳- $۱/۵\times۱۰^{-۹}$ m/s^{۲} ، ۹۵- ۰/۰۳۴ ، ۹۷- $۹/۴۳\times۱۰^{-۱۰}$ T، ۹۹- (الف) $-y$؛ (ب) z ؛ (پ) ۱/۹۱ kW/m^{۲} ؛ (ت) $E_z=(۱/۲۰\text{kV/m})\sin[(۶/۶۷\times۱۰^{۶}\text{m}^{-۱})y+(۲/۰۰\times۱۰^{۱۵}\text{s}^{-۱})t]$، (ث) ۹۴۲nm ؛ (ج) فروسرخ ، ۱۰۱- (الف) ۱/۶۰ ؛ (ب) ۵۸/۰°

واژه‌نامه

واژه	English
آذرخش	Lightning
آرایش	Arrangement
آرمانی	Ideal
آلایش	Doping
آلاییده	Doped
آمپرسنج	Ammeter
آهنربا	Magnet
آهنربای دائمی	Permanent magnet
آهنربای میله‌ای	Bar magnet
آهنربای نعلی شکل	Horseshoe magnet
آهنگ	Rate
آهنگ شارش حجم	Volume flow rate
ابررسانا	Superconductor
اتاقک پر فشار	Hyperbaric chamber
اتاقک حباب	Bubble chamber
اتصال به زمین	Grounding
الکترودینامیک کوانتومی	Quantum electrodynamics (QED)
الکترون آزاد	Free electron
الکترونهای رسانش	Conduction electrons
انتگرال خطی	Line integral
اندازه حرکت زاویه‌ای اسپینی	Spin angular momentum
انشعاب	Junction
اهم سنج	Ohmmeter
باد خورشیدی	Solar wind
بار آزمون	Test charge
بار الکتریکی	Electric charge
بار بنیادی	Elementary charge
بار خالص	Net charge
بار نقطه‌ای	Point charge
باریکهٔ فرودی	Incident beam

واژه	English
بازتاب	Reflection
بازتاب داخلی کلی	Total internal reflection
بر هم نهی	Superposition
برگه	Sheet
برهم کنش	Interaction
بزرگی	Magnitude
بس بلورین	Polycrystalline
بطری مغناطیسی	Magnetic bottle
پادذره	Antiparticle
پادساعتگرد	Counterclockwise
پاشندگی رنگی، پاشش رنگی	Chromatic dispersion
پایستگی بار	Conservation of charge
پدیده	Phenomena
پرتوهای X	X rays
پسماند	Hysteresis
پوسته	Shell
پیچه	Coil
پیکربندی مرجع	Reference configuration
پیل سوختی	Fuel cell
تابش	Radiation
تار نوری	Optical fiber
تشدید	Resonance
تعادل	Equilibrium
تفنگ ریلی	Rail gun
تقارن	Symmetry
تقارن صفحه‌ای	Planar symmetry
تک قطب	Monopole
تک قطبی مغناطیسی	Magnetic monople
تکفام	Monochromatic
تندی سوقی	Drift speed

تندی ماکسولی	Maxwelliam speed
توان	Power
تولید زوج	Pair production
ثابت تراوایی	Permeabiliy constant
جبههٔ موج	Wavefront
جذب	Absorption
جرقه	Spark
جریان الکتریکی	Electric current
جریان جابه‌جایی	Displacement current
چشمهٔ نقطه‌ای	Point source
چگالی بار	Charge density
چگالی جریان	Current density
چلیپایی	Crossed
چمبره	Toroid
حامل بار	Charge carrier
حفره	Hole
حلقه	Loop
حلقهٔ آمپری	Amperian loop
حلقهٔ بسته	Closed loop
حوزهٔ مغناطیسی	Magnetic domain
خازن استوانه‌ای	Cylindrical capacitor
خازن صفحه- موازی	Parallel – plate capacitor
خازن کروی	Spherical capacitor
خازن معادل	Equivalent capacitor
خازنهای متوالی	Capacitors in series
خازنهای موازی	Capacitors in parallel
خطهای میدان	Field lines
درون بینی	Endoscopy
دستگاه رفع لرزش	Defibrillator
دو قطبی الکتریکی	Electric dipole
دو قطبی مغناطیسی	Magnetic dipole
دیسک تصویری دیجیتال	Digital video disk (DVD)
دیسک فشرده	Compact disk (CD)
ذاتی	Intrinsic
ذره	Particle
ذرهٔ باردار	Charged particle
رسانا	Conductor
رسانندگی	Conductivity
رنگین کمان	Rainbows
زاویهٔ بحرانی- زاویهٔ حد	Critical angle
ساعتگرد	Clockwise
سامانه	System
ستارهٔ دنباله دار	Comet
سحابی خرچنگ	Crab nebula
سطح گاؤسی	Caussian surface
سطح مقطع	Cross section
سطح هم پتانسیل	Equipotantial surface
سلول خورشیدی	Solar cell
سمتگیری	Orientation
سیملوله	Solenoid
شاخه	Branch
شار	Flux
شتاب دهنده	Accelerator
شفق	Auroras
شفق بیضی‌سان	Auroral oval
شکست	Refraction
شیب میدان	Field inclination
ضریب شکست	Index of refraction
طول موج	Wavelength
طیف	Spectrum
طیف مرئی	Visible spectrum
طیف‌سنج جرم	Mass spectrometer
ظرفیت	Capacitance
عایق	Insulator

عایق بندی شده — Insulated
عدد اتمی — Atomic number
عدد جرمی — Mass namber
عرض جغرافیایی مغناطیسی — Magnetic latitude
فرابنفش — Ultraviolet
فروریزش الکتریکی — Electrical breakdown
فروسرخ — Infrared
فشار تابش — Radiation pressure
قاعدهٔ حلقه — Loop rule
قطب نما — Compass
قطبش — Polarization
قطبنده — Polarizing
قطبی — Polar
قطبیت — Polarity
قطبیدهٔ جزئی — Partially polarized
قطعه — Block
کاتوره‌ای — Randomly
کاواک — Cavity
کوارک بالا — Up quark
کوارک پایین — Down quark
کوانتیده — Quantized
کهربا — Amber
گذردهی — Permittivity
گشتاور دو قطبی — Dipole monent
گشتاور نیرو — Torque
لامپ پرتو کاتودی — Cathode ray tube
مبدل — Transformer
متوالی — In series
مثبت — Positive
محیط — Medium
مدار بسته — Closed circuit
مدار تک حلقه‌ای — Single – loop circuit
مدار چند حلقه‌ای — Multiloop circuit
مداری — Orbital
مسیر مارپیچی — Helical path
مشتری — Jupiter
مشتق جزئی — Partial derivative
مغناطیدگی، مغناطش — Magnetization
مغناطیسی کننده، مغناطنده — Magnetizing
مقاومت — Resistance
مقاومت درونی — Internal resistance
مقاومت معادل — Equivalent resistance
مقاومت ویژه — Resistivity
منزوی — Isolated
منفی — Negative
موج پیشرونده — Traveling wave
موج طولی — Transverse wave
موجهای رادیویی — Radio waves
مولکول غیر قطبی — Nonepolar molecule
میدان برداری — Vector field
میدان خارجی — External field
میدان مغناطیسی شعاعی — Radial magnetic field
میدان نرده‌ای — Scalar field
میدانهای عمود بر هم — Crossed fields
میل میدان — Field declination
نابودی — Annihilation
ناخالصی — Inpurity
نارسانا — Noncoductor
ناقطبیده — Unpolarized
نکتهٔ کلیدی — Key idea
نکتهٔ وارسی — Check point
نماد گذاری — Notation
نمایشگر — Monitor
نور شناسی — Optics

نوسانگر	Oscillator
نیروی الکترومستاتیکی	Electrostatic force
نیروی محرکهٔ الکتریکی	Electromtive force (emf)
نیمرسانا	Semiconductor
واپاشی پرتوزا	Radioactive decay
هسته	Nucleus
همزمان	Simultaneously
همسانگرد	Isotropic
همگن	Homogeneous

نمایه